(昭和 53 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

防撓板の圧壊強度の研究 (その 2)

正員 李 雅 榮* 正員 大 坪 英 臣**
正員 山 本 善 之**

Ultimate Compressive Strength of Stiffened Plates (2nd report)

by Ya-Jung Lee, Member Hideomi Ohtsubo, Member
Yoshiyuki Yamamoto, Member

Summary

The present paper investigates the ultimate compressive strength of a simply-supported wide panel reinforced longitudinally by multiple stiffeners. It was clarified in the previous paper that in the case of one stiffener, the ultimate behaviors depend upon the equivalent flexural rigidity r_e of the stiffener and they are classified in the three modes by the specific values of $r_e : r_1$ and r_2 . The same tendencies are observed in the case of multiply stiffened panels; weak stiffeners ($r_e < r_1$) can not prevent panels from overall deformation, while strong stiffeners ($r_e > r_2$) are effective to be panel breakers and only local deformations are dominant even at the ultimate strength. If $r_1 < r_e < r_2$, overall deformation interacts with local buckling mode. It is also shown that the ultimate strength largely depends upon the in-plane constraint conditions. The simple approximation formulas are proposed for estimation of the ultimate strength.

1 緒 言

前報¹⁾では、圧縮方向に 1 本の長方形断面の防撓材で補強されている周辺支持の正方形板の最終強度について報告した。本報では、実際の構造で広く用いられる長手方向に多数の防撓材を有する平板を一軸圧縮問題について検討する。防撓材は対称および非対称補強の兩者を取り扱い、防撓材の剛性比によって最終強度がどのように変わるかを調べる。また、防撓材の剛性比が小さい範囲では、面内の拘束条件によって、その最高荷重は著しく異なるので、この挙動を明確にする。さらに、本報においては、最高荷重の推定を容易にできる式を提案する。

記 号 表

- a, b, t : 平板の長さ、幅と板厚。
 h, t_s, A : 防撓材の幅、板厚および断面積 ($A = h \cdot t_s$)。
 c, d : 防撓材の断面図心、荷重作用点と平板中央間の距離。
 α : 防撓材の縦横比 ($\alpha = a/b \lesssim 1$)。
 m : 整数 ($m \doteq na/b$)。
 δ : 防撓材と平板との断面積比 ($\delta = A/bt$)。
 r_e : 等価な防撓材の剛性比 ($r_e = [(I + Ac^2) - 8/\pi^2 \cdot Ac^2 \cdot (n-1)\delta / (1 + (n-1)\delta)] \cdot E/Db$),

ただし $I = t_s h^3/12$ 。 e : 見掛け偏心量 ($e = d - c \sum \delta / (1 + \sum \delta)$)。 p_E : 平板の弾性座屈値 ($p_E = (1 + \alpha^2)^2 \pi^2 D/a^2 t$)。 p_{E0} : 全体弾性座屈値 ($p_{E0} = [n r_e + (1 + \alpha^2)^2] / (1 + n\delta) \cdot \pi^2 D/a^2 t$)。 p_{EL} : 局部座屈値 ($p_{EL} = m^2 (1 + \alpha^2 n^2 / m^2)^2 \pi^2 D/a^2 t$)。

2 基 本 理 論

Fig. 1 に示すような $a \times b$ の長方形板 ($a \leq b$) の縦方向に、 $(n-1)$ 本等間隔の防撓材を有する平板が、一軸圧縮される問題を考える。圧縮は、板の中央から d の距離に集中荷重 $\bar{P}$ が作用するが、Fig. 2 に示すように、集中荷重は、剛体を介して加わるものとする。防撓材は周辺支持されており、平板に関する面内の境界条件は、次の 2 つを考えることにする。弾性座屈値は面内境界条件によらないが、最終強度はこれによって大きく変動する。

(F)

$$\begin{cases} x=0, a \text{ で, } u=\text{uniform, } \bar{\tau}_{xy}=0 \\ y=0, b \text{ で, } \bar{\sigma}_y=0, \bar{\tau}_{xy}=0 \end{cases} \quad (1-F)$$

(D)

$$\begin{cases} x=0, a \text{ で, } u=\text{uniform, } \bar{\tau}_{xy}=0 \\ y=0, b \text{ で, } v=\text{uniform, } \int_0^a \bar{\sigma}_y dx=0, \bar{\tau}_{xy}=0 \end{cases} \quad (1-D)$$

* 台湾大学造船学科

** 東京大学工学部

以下、それぞれ (F) と (D) と名付けるが、(F) は非荷重辺上で応力が自由となっており、(D) は非荷重辺上での y 方向の変位が一様に变化する境界条件である。

たわみ w および初期たわみ w_0 は、 $a \approx b$ として次のように近似する。

$$\begin{cases} w = f_1 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \\ \quad + f_2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ w_0 = f_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \end{cases} \quad (2)$$

たわみの第1項が全体変形を、第2項が局部座屈変形を表わしている。 m は $m = n \cdot a/b$ の整数であり、また、初期たわみとしては、最終強度に対する影響が大きい1半波のもののみを考える。なお、多数の防撓材を有する幅広板 ($a \ll b$) の場合において、防撓材の剛性が小さいなら ($\gamma < \gamma^B$)、 $y=0, b$ の非荷重辺の近傍を除いて、 y 方向ほぼ一様な変形が予想される。つまり、帯板に近い挙動をすると考えられる。このことを考慮して、幅広防撓板および $y=0, b$ の支持条件を自由とした帯板の挙動も併せ解析する。

さて、平板の平均圧縮応力 p とたわみ $\phi_1 = f_1/t, \phi_2 = f_2/t$ で表現される平衡方程式は、前報の方法に基づいて付録1の (A-1)~(A-3) 式に示すように得られ、これらの式を使って以下のような考察ができる。

3 解析結果

3.1 弾性座屈

(1) 見掛けの全体座屈

局部座屈が生じないときの全体弾性座屈値 (見掛けの全体座屈値) p_{E0} は、(A-1) 式より、次のようになる。

$$p_{E0} = [n\gamma_e + (1+\alpha^2)^2] / (1+n\delta) \cdot \pi^2 D / a^2 t \quad (3)$$

ここで、

$$\gamma_e = [(I + Ac^2) - 8/\pi^2 \cdot Ac^2 \cdot (n-1)\delta / (1+(n-1)\delta)] \cdot E/Db$$

この等価剛性比 γ_e を用いることによって、非対称の場合も対称補強板と同様に、その挙動を整理することができる。また、全体弾性座屈値 p_{E0} と局部座屈値 p_{EL} が等しくなる剛性比 γ^B は、次のように求めることができる。

$$\gamma^B = [4m^2(1+n\delta) - (1+\alpha^2)^2] / n \quad (4)$$

(2) 2次座屈 (全体弾性座屈と局部座屈との連成)
前報で論じたように、見掛けの全体座屈値 p_{E0} は、局

Fig. 1 Stiffened panel and coordinate system

Fig. 2 Loading and displacement boundary conditions

部座屈値 p_{EL} より小さい防撓板においては、局部変形がないので、真の全体座屈値を与える。しかし、 p_{E0} が p_{EL} より大きい防撓板の場合は、平板の平均圧縮応力が p_{EL} に達すると、局部座屈が現れ、 ϕ_2 が生じるため、真の全体座屈値は、 p_{E0} と異なることになる。このときの全体座屈値 (すなわち、2次座屈値) は、次のようになる。

(a) 対称補強の場合

$$p_{cr2} = (c_1 p_{E0} + c_2 p_{EL}) / (c_1 + c_2) \quad (5)$$

ここで、

$$c_1 = (1+n\delta)(1+\alpha^4 n^4 / m^4 + k_4 + \sum \delta k_k^2) m^4 / 64$$

$$c_2 = (m^2 n - \sum Q_k) \delta / 32 - K$$

であり、 k_2, k_4, Q_k, K は付録1に示す係数である。

たとえば、中央に1本の防撓材を有する正方形板では ($n=m=2$ の場合)、前報のように

$$p_{cr2} = \frac{p_{E0}(1+2\delta) - p_{EL}(16/25 - 2\delta)}{9/25 + 4\delta} \quad (> p_{E0})$$

(b) 非対称補強の場合

前報で述べたとおり、2次座屈値は局部座屈値と一致する。すなわち、

$$p_{cr2} = p_{EL} \quad (6)$$

3.2 最終強度

(1) 対称補強の防撓板

防撓材が複数個の場合も1本の場合¹⁾と同様に、最終強度を与える状態は、防撓材の剛性比 γ と2つの特性値 γ_1, γ_2 との大小関係によって、次のように整理すること

Fig. 3 Load-deflection curves (symmetric stiffener, $r < r_1$, (F))

ができる。

$r < r_1$ の場合, Fig. 3 に示すように, 全体変形のみが生じ, 非荷重辺の降伏に伴って最終状態になる。このときの平均応力を $\bar{p} = \bar{p}_{r1}$ とする。 $r_1 < r < r_2$ の場合, 局部変形が最初に生じ, 防焼材の塑性化によって全体変形が顕著となる。最高平均応力を $\bar{p} = \bar{p}_p$ とする (Fig. 4)。また, $r > r_2$ の場合 (Fig. 5), 局部変形のみが生じ, 非荷重辺と防焼材結合部の降伏が開始する時点で, 最終状態になる。このときの平均応力を $\bar{p} = \bar{p}_{rm}$ とする。

ただし, r_1 と r_2 は, 初期たわみ, 偏心量によって変化する量である。また, (F) の面内境界条件における応力分布 σ_x は, 長手方向 (x 方向) に沿って変化している。ここでは, $\bar{p}_{r1}$, $\bar{p}_{rm}$ の近似として, 非荷重辺および防焼材の結合線上において, 長手方向に沿う最大の軸応力 σ_x が, 降伏応力に達したときを最終状態と仮定する。ただし, 上記の仮定による $\bar{p}_{r1}$, $\bar{p}_{rm}$ は, 詳細計算の結果と比較すると, 数%程度低目の近似を与えることがわかる。

なお, $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$, $r_2 < r$ の各場合の最高応力 $\bar{p}_{r1}$, $\bar{p}_p$, $\bar{p}_{rm}$ の略算式を, 対称補強, 片側補強いずれの場合も (7) 式に与えている。

最高応力 $\bar{p}_{max}$ を r の関数として整理したのが, Fig. 6~Fig. 8 である。Fig. 6 は (F) の面内境界条件で, 縦方向に 1 本の防焼材を有する正方形板の最終強度を示している。前報で示した (D) の面内境界条件の結果と比較すると, $r < r_1$ で最終強度が数十%小さいことに注意する。図中の実線が簡易計算による最終強度の計算結果である。●印は有限要素法^{2), 3)} による最終強度を示して

Fig. 4 Load-deflection curves (symmetric stiffener, $r_1 < r < r_2$, (F))

Fig. 5 Load-deflection curves (symmetric stiffener, $r_2 < r$, (F))

いる。両者は比較的良好一致を見せる。初期たわみ $\phi_0 = 0.1$ を有するとき, $\phi_0 = 0$ の挙動と比べ, $r < r_1$ では, 最高応力はほとんど変わらないが, 全体変形を生じさせない $r = r_2$ がかなり大きくなることからわかる。また, 荷重偏心による最高応力の変化も示している。

Fig. 7, Fig. 8 は, 多数の防焼材 (2, 3 本) を有する平板の代表的な例題の計算結果である。(F) と (D) の面内境界条件における防焼板の最終強度がかなり異なることを示している。これは, (D) の面内境界条件においては, y 方向に引張りの膜力が生じることによって, 最高応力が大幅に上昇することがわかる。

(2) 片側補強の防焼板

対称補強の場合に導入した特性値 r_1, r_2 の概念が非対称補強の場合も成立することは, 前報で述べたとおりである。ただし, $e \leq 0$ の場合, 防焼材が凸側 (引張り) となる変形をするので, 対称補強あるいは $e > 0$ の場合と

異なり、防撓材の引張りによって塑性化が開始する。このとき、 r_1 は明確に定義できない。

最高応力 $\bar{p}_{\max}$ を r_e の関数として整理したのが、Fig. 9～Fig. 11 である。Fig. 9 より、 r_1, r_2 が e によって大きく変動することがわかる。Fig. 10 の●印は実験の結果⁴⁾であり、理論値と比較的よく一致すると思われる。また、Fig. 11 では、対称補強の場合と同様に、(F) と (D) の面内境界条件における防撓板の最終強度がかなり異なることを示している。

次に、 $\phi_0=0, e=0$ の場合の最高応力 $\bar{p}_{\max}$ の算定式を求める。前述したように、 $r_e < r_1$ のとき $\bar{p}_{\max} = \bar{p}_{r1}$ 、 $r_1 < r_e < r_2$ のとき $\bar{p}_{\max} = \bar{p}_p$ 、 $r_2 < r_e$ のとき $\bar{p}_{\max} = \bar{p}_{rm}$ であり、 $\phi_0=0, e=0$ のときの $\bar{p}_{r1}, \bar{p}_p, \bar{p}_{rm}$ は、付録2に示すように、次の略算式で与えることができる。

$$\begin{cases} r_e < r_1, \bar{p}_{r1} = \frac{[\sigma_Y + 0.5 k_{r1} (\bar{p}_{E0} + \bar{p}_E)] / (1 + k_{r1}) + \delta [0.25 n (\sigma_Y + \bar{p}_{E0}) - 0.5 \sigma_Y]}{1 + (n-1)\delta} \\ r_1 < r_e < r_2, \bar{p}_p = \bar{p}_{cr2} \text{ (対称補強)}, \bar{p}_p = \bar{p}_{E0} \text{ (片側補強)} \\ r_2 < r_e, \bar{p}_{rm} = \frac{(\sigma_Y + k_{rm} \bar{p}_{EL}) / (1 + k_{rm}) + (n-1)\delta \sigma_Y}{1 + (n-1)\delta} \end{cases} \quad (7)$$

ただし、 k_{r1}, k_{rm} は、次式で与えられる。

$$k_{r1} = \begin{cases} \frac{\pi(1/\alpha - \alpha) + (1 + \alpha^2) \sinh \pi/\alpha \cosh \pi/\alpha}{0.5(1 + \alpha^4)(\pi/\alpha + \sinh \pi/\alpha \cosh \pi/\alpha) - \alpha^5/\pi \sinh^2 \pi/\alpha}, & \text{面内拘束条件 (F) に対して} \\ \frac{2}{1 + \alpha^4}, & \text{面内拘束条件 (D) に対して} \end{cases}$$

$$k_{rm} = \begin{cases} \frac{2 \sinh m\pi/\alpha \cosh m\pi/\alpha}{0.5(1 + \alpha^4 n^4/m^4)(m\pi/\alpha + \sinh m\pi/\alpha \cosh m\pi/\alpha) - \alpha/m\pi \sinh^2 m\pi/\alpha}, & \text{面内拘束条件 (F) に対して} \\ \frac{2}{1 + \alpha^4 n^4/m^4}, & \text{面内拘束条件 (D) に対して} \end{cases}$$

なお、(7) 式による計算結果を Fig. 6～Fig. 11 に併せて載せている。

(3) 幅広防撓板 ($a \ll b$)

2章に述べたように多数の防撓材を有する幅広板においては、 $y=0, b$ 近傍を除き、帯板に近い挙動をすると思われされる。このとき、たわみは次のように近似する。

$$\begin{cases} 0 \leq y < a/2, w = f_1 \sin \pi x/a \sin \pi y/a \\ \quad \quad \quad + f_2 \sin m\pi x/a \sin n\pi y/b \\ a/2 \leq y \leq b-a/2, w = f_1 \sin \pi x/a \\ \quad \quad \quad + f_2 \sin m\pi x/a \sin n\pi y/b \\ b-a/2 < y \leq b, w = f_1 \sin \pi x/a \sin \pi(b-y)/a \\ \quad \quad \quad + f_2 \sin m\pi x/a \sin n\pi y/b \end{cases} \quad (8)$$

すなわち、両端部 ($0 \leq y < a/2, b-a/2 < y \leq b$) においては、たわみが支持辺により拘束されているため、補強正方形板と同様に、(2) 式のたわみ関数を用いて近似す

Fig. 6 Ultimate strength of symmetrically stiffened panel ($n=2$, (F))

るが、中央部 ($a/2 \leq y \leq b-a/2$) では、全体変形が y 方向にはばり様となるので、非荷重辺の支持条件を自由とした補強帯板のようなたわみ関数によって近似する。

Fig. 12 に、(8) 式のたわみ近似を用いて得られた $\bar{p}_{\max}$ を r_e の関数として、実線で示した。一点鎖線および二点鎖線は、それぞれ (2) 式および補強帯板のたわみ近似による計算結果である。 $r_e < r^B$ では、三者の最終強度は著しく異なる。これは、周辺支持の幅広防撓板において、 $y=0, b$ 近傍における端部の平板および防撓材には、たわみが支持辺により拘束されているため、圧縮力のかんりの部分を受け持ち、中央部には、平均より低い応力が作用する。補強帯板としての近似計算では、このことを無視しているため、防撓板は梁として挙動し、防撓材に塑性域が生じた直後に最高荷重となり、低い耐力値しか示すことができない。一方、(2) 式によるたわみ近似においては、非荷重辺近傍に集中する応力

Fig. 7 Ultimate strength of symmetrically stiffened panel ($n=3$) Fig. 9 Ultimate strength of one-sided stiffened panel ($n=2$, (F)) Fig. 8 Ultimate strength of symmetrically stiffened panel ($n=4$)

を全体に平均化しており、この部分の応力値が降伏応力に達した時点をも最高耐力とする計算では、高めの値を与えていることがわかる。なお、Fig. 12 の●印は、有限帯板法による計算結果であり、(8)式のたわみ近似による計算値と良好な一致を見せる。

次に、幅広防焼板の最高応力 $\bar{p}_{max}$ の算定式を求めてみる。(8)式のたわみ近似に基づくと、幅広防焼板の圧縮荷重は、両端部の補強正方形板と中央部の補強帯板との受け持つ荷重の和である。これにより、幅広防焼板の最高応力は、付録2に示すような補強正方形板の最高応力の略算式と同様な方法を用い、次のような近似式で与えることができる。

Fig. 10 Ultimate strength of one-sided stiffened panel ($n=2$, (F))

Fig. 11 Ultimate strength of one-sided stiffened panel ($n=4$)

$$\left\{ \begin{array}{l} r_e < r_1, \quad \bar{p}_{r1} = (\alpha(\sigma_Y + 4k_{r1}p_{E1}) / (1 + k_{r1}) \\ \quad + 0.5p_{E1}\{(1-\alpha) \cdot [2 + (n-1)(r_e + \delta)] \\ \quad + (n-1)\delta \cdot [1 + (n-1)r_e]\} / \{1 + (n-1)\delta\}) / (1 + (n-1)\delta) \\ r_1 < r_e < r_2, \quad \bar{p}_p = p_{E1} \left\{ \frac{1 + (n-1)r_e}{1 + (n-1)\delta} (1 - \alpha) \right. \\ \quad \left. + \frac{nr_e + 4}{1 + n\delta} \alpha \right\} \\ r_2 < r_e, \quad \bar{p}_{rm} = \frac{(\sigma_Y + k_{rm}p_{E1}) / (1 + k_{rm}) + (n-1)\delta\sigma_Y}{1 + (n-1)\delta} \end{array} \right. \quad (9)$$

ただし、 $\alpha < 1$, $p_{E1} = \pi^2 D / a^2 t$ である。(9) 式による計算結果を Fig. 12 (点線) に併せて載せている。

(9) 式あるいは Fig. 12 により、幅広防撓板 ($0 < \alpha < 1$) は、 $\alpha \rightarrow 1$ のとき、補強正方形板 ((2) 式のたわみ関数) の挙動に、 $\alpha \rightarrow 0$ のとき、補強帯板の挙動に近づくような性質であることがわかった。以上のように、 $b/a \rightarrow$ 大となると補強帯板に近づくという議論は、防撓材のない場合にも勿論成立し、参考文献 5) に示された $\bar{p}_{max}$ と $\sqrt{\sigma_Y/p_E}$ の関係を、 $b/a \rightarrow$ 大で、しかも $t/b \rightarrow$ 小の場合にも適用させるとき、上記と同様な修正をすればよい。

4 結 論

縦方向に任意本数の防撓材を有する長方形板の圧壊強度を検討し、以下の結論を得た。

多数の防撓材を有する平板に関しては、1本の防撓材

Fig. 12 Ultimate strength of wide stiffened panel ($\alpha=1/3$, $n=6$, (D))

を有する場合と同様に、等価な防撓材の剛性比 r_e を用いて最終挙動を整理することができる。防撓材の剛性比は、2つの特性値 r_1 と r_2 に対する大小関係によって、防撓板の挙動を3つに分けることができる。

防撓材が弱い場合 ($r_e < r_1$)、防撓板には補強されない板と同様に、全体的な変形が生じる。防撓材が強い場合 ($r_2 < r_e$)、防撓材は有効に働き、全体的な変形は防止され、局所変形のみが生じる。その中間の曲げ剛性を持つ防撓材を有する平板では ($r_1 < r_e < r_2$)、弾性局所座屈が最初に生じ、その後、防撓材の塑性化によって全体変形が顕著となる。

面内拘束条件として、非荷重辺応力自由 (F) と非荷重辺変位一様 (D) の2つの条件を実施したが、 $r_e < r_1$ では、(F) は、(D) より最高応力は大きく減少することがわかった。

また、 $r_e < r_1$, $r_1 < r_e < r_2$, $r_2 < r_e$ の各段階における最高応力 $\bar{p}_{r1}$, $\bar{p}_p$, $\bar{p}_{rm}$ を推定するための略算式 (7) 式を提案した。

参 考 文 献

- 1) 大坪英臣, 山本善之, 李雅榮: 防撓板の圧壊強度の研究 (その1), 日本造船学会論文集, 第143号 (1978.6).
- 2) 上田幸雄, 矢尾哲也, 菊本仁司: 補強材の最小剛比について, 日本造船学会論文集, 第140号 (1976.12).
- 3) 上田幸雄, 矢尾哲也, 片山正孝: 平板の最終強度に対する補強材の最小剛比の解析, 日本鋼構造協

会第11回大会研究集会, マトリックス解析法研究発表論文集 (1977).

- 4) 景山正美, 佐藤一博: 補強平板の最終強度に関する研究, 東京大学船舶工学科卒業論文 (1978.3).
- 5) 大坪英臣, 山本善之, 李雅榮: 幅広平板の圧壊強度の研究, 日本造船学会論文集, 第142号 (1977.12).
- 6) 山本善之, 大坪英臣, 李雅榮: 船底横桁の座屈強度に関する研究, 日本造船学会論文集, 第140号 (1976.12).

付録 1: 平衡方程式

前報で述べた方法と同様に, たわみおよび初期たわみを本文の(2)式のように仮定して, 適合条件および境界条件を満たす Airy の応力関数を求め, これによって平板および防撓材の応力分布が得られ, 仮想仕事の原理を用いて, 平板の平均圧縮応力 p とたわみ $\phi_1=f_1/t, \phi_2=f_2/t$ で表現される平衡方程式は, 次のように得られる。防撓材が弾性挙動の場合,

$$\begin{aligned} & (\phi_1^2 + 2\phi_1\phi_0)(\phi_1 + \phi_0) \left\{ (1 + \alpha^4 + k_3) + \sum_{k=1}^{n-1} \delta(k_1^2 - 2\cos 2\pi k/n + 2\cos^2 2\pi k/n) \right\} / 64 \\ & + \phi_2^2(\phi_1 + \phi_0) \{ K - \sum [m^2(1 - \cos 2\pi k/n) - Q_k] \delta / 32 \} \\ & + (\phi_1^2 + 2\phi_1\phi_0) \sum \delta / 4\pi \cdot \{ c/t \cdot (k_1/3 - \cos 2\pi k/n) \sin k\pi/n + d/t \cdot \cos 2\pi k/n \} \\ & + \phi_1(\phi_1 + \phi_0) \sum \delta / 2\pi \cdot \{ c/t \cdot \sin k\pi/n (1 + k_1/3 - \cos 2\pi k/n) \} \\ & + \phi_2^2 \sum m^2 \delta / 4\pi \cdot \{ d/t - c/t \cdot \sin k\pi/n (1 + k_2/4 - m^2 - 1) \} \\ & + \phi_1 \{ (1 + n\delta) (-p + p_{E0} - p_3) / 4p_0 \} - p/p_0 \cdot \{ (1 + n\delta) \phi_0 / 4 - 2/\pi \cdot c/t \cdot (1 + \sum \delta) \} = 0 \end{aligned} \quad (A-1)$$

$$\begin{aligned} & \phi_2^2(1 + k_4 + \alpha^4 n^4/m^4 + \sum \delta k_3^2) m^4 / 64 + \phi_2(\phi_1 + \phi_0)^2 (K + \sum Q_k \delta / 32) \\ & + \phi_1 \phi_2 \sum \delta / \pi \cdot [-k_2 m^2 / (8m^2 - 2) \cdot c/t \cdot \sin k\pi/n] - \phi_2 m^2 (p - p_{EL}) / 4p_0 = 0 \end{aligned} \quad (A-2)$$

$$\bar{p}/p_0 = p/p_0 + 1/(1 + \sum \delta) \cdot \sum \{ \delta / 8 \cdot [(\phi_1^2 + 2\phi_1\phi_0) \cos 2\pi k/n + m^2 \phi_2^2 - 16/\pi \cdot \phi_1 \cdot c/t] \} \quad (A-3)$$

ここで,

$$\phi_0 = f_0/t, \quad p_0 = \pi^2 E(t/a)^2, \quad p_3 = 16 Ee(n-1)\delta c/a^2(1+n\delta)$$

であり, また, $k_1, k_2, k_3, k_4, K, Q_k$ は, 以下に示す係数である。ただし, (D) の面内境界条件の場合は, $k_1=k_2=k_3=k_4=0$ になる。

$$\begin{aligned} Q_k &= \alpha^4 / 64 \cdot [(n+1)^2 A_2 \cos(n+1)k\pi/n + (n-1)^2 A_4 \cos(n-1)k\pi/n]^2 \\ &+ [(n-1)^2 A_1 \cos(n-1)k\pi/n + (n+1)^2 A_3 \cos(n+1)k\pi/n]^2 \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{8(m+n)^2}{[(m+1)^2/\alpha + \alpha(n-1)^2]^2}, \quad A_2 = \frac{8(m+n)^2}{[(m-1)^2/\alpha + \alpha(n+1)^2]^2}, \\ A_3 &= \frac{-8(m-n)^2}{[(m+1)^2/\alpha + \alpha(n+1)^2]^2}, \quad A_4 = \frac{-8(m-n)^2}{[(m-1)^2/\alpha + \alpha(n-1)^2]^2} \\ k_1 &= \bar{A}_1 \cosh \chi_k + \bar{A}_2 (2 \cosh \chi_k + \chi_k \sinh \chi_k) \\ k_2 &= \bar{A}_3 \cosh m\chi_k + \bar{A}_4 (2 \cosh m\chi_k + m\chi_k \sinh m\chi_k) \\ \text{ただし, } \chi_k &= \pi/\alpha \cdot (2k/n - 1) \\ \bar{A}_1 &= \alpha^2 \frac{\sinh \pi/\alpha + \pi/\alpha \cosh \pi/\alpha}{\pi/\alpha + \sinh \pi/\alpha \cosh \pi/\alpha}, \quad \bar{A}_2 = -\alpha^2 \frac{\sinh \pi/\alpha}{\pi/\alpha + \sinh \pi/\alpha \cosh \pi/\alpha}, \\ \bar{A}_3 &= -\frac{\sinh m\pi/\alpha + m\pi/\alpha \cosh m\pi/\alpha}{m\pi/\alpha + \sinh m\pi/\alpha \cosh m\pi/\alpha}, \quad \bar{A}_4 = \frac{\sinh m\pi/\alpha}{m\pi/\alpha + \sinh m\pi/\alpha \cosh m\pi/\alpha} \\ k_3 &= -\frac{2}{\pi} \alpha^5 \frac{\sinh^2 \pi/\alpha}{\pi/\alpha + \sinh \pi/\alpha \cosh \pi/\alpha} \\ k_4 &= -\frac{2\alpha}{m\pi} \cdot \frac{\sinh^2 m\pi/\alpha}{m\pi/\alpha + \sinh m\pi/\alpha \cosh m\pi/\alpha} \\ K &= \frac{1}{64} \left\{ (m+n)^4 \left\{ \frac{1}{[(n+1)^2 + (m-1)^2/\alpha^2]^2} + \frac{1}{[(n-1)^2 + (m+1)^2/\alpha^2]^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + (m-n)^4 \left\{ \frac{1}{[(n-1)^2 + (m-1)^2/\alpha^2]^2} + \frac{1}{[(n+1)^2 + (m+1)^2/\alpha^2]^2} \right\} \right\} \end{aligned}$$

なお, 防撓材の塑性域を考慮した場合は, 前報の方法と同様に防撓材の塑性化による剛性低下を考慮しておけば, (A-1)~(A-3) 式に対応する平衡方程式が得られるが, 具体的な式の記述は煩雑となるので, ここでは, 省略している。

付録 2: 最高圧縮応力の略算式

$r < r_1$ のとき $\bar{p}_{\max} = \bar{p}_{r1}$, $r_1 < r < r_2$ のとき $\bar{p}_{\max} = \bar{p}_p$, $r_2 < r$ のとき $\bar{p}_{\max} = \bar{p}_{rm}$ で, ある程度目安をつけることができることは, 本文に示された。 $\phi_0=0, e=0$ のときの $\bar{p}_{r1}, \bar{p}_p, \bar{p}_{rm}$ は, 次のように決定できる。

(1) $\bar{p}_{r1}$ の略算式 ($r < r_1$)

$\phi_2=0$ とし, (A-1) 式の微小項を無視すると, 次式が得られる。

$$p_{r1} \doteq p_{E0} + p_0 / 16 \cdot \phi_1^2 (1 + \alpha^4 + k_3) \quad (A-4)$$

p_{r1} は, $\bar{p} = \bar{p}_{r1}$ のとき, 平板の平均応力である。また, 非荷重辺上の長さの中央で, $\bar{\sigma}_x = \sigma_Y$ となる条件から,

$$\begin{aligned} \sigma_Y &= p_{r1} + p_0 / 8 \cdot \phi_1^2 [1 + \bar{A}_1 \cosh \pi/\alpha \\ &\quad - \bar{A}_2 (2 \cosh \pi/\alpha + \pi/\alpha \sinh \pi/\alpha)] \end{aligned} \quad (A-5)$$

(A-4), (A-5) 式より,

$$p_{r1} = \frac{\sigma_Y + k_{r1} p_{E0}}{1 + k_{r1}} \quad (A-6)$$

となる。ここで, p_{E0} は, 防撓材の塑性化によって変化する量であり, 前報で示したような関係式より求めるこ

とができるが、ここでは、設計上使いやすいため、次のような近似式を提案する。

$$p'_{E0} = \beta p_{E0} + (1 - \beta) p_E, \quad \beta = 0.5 \quad (\text{A-7})$$

p_{E0} , p_E は、それぞれ防撓板および平板の弾性座屈応力である。なお、係数 β は、本来、防撓材の塑性化によって変化する量であるが、矩形断面の防撓材の場合、Fig. A 1 に示すような簡易計算結果により、 $\beta \doteq 0.5$ を一つの目安として近似する。

このとき、防撓板の平均応力 $\bar{p}_{r1}$ は、次式より求まる。

$$\bar{p}_{r1} = (p_{r1} + \sum \delta p_s^{(k)}) / (1 + \sum \delta) \quad (\text{A-8})$$

ここで、 $p_s^{(k)}$ は、防撓材の応力である。すなわち、

$$p_s^{(k)} = 0.5 [(\sigma_Y + p_{E0})/2 + (\sigma_Y - p_{E0})/2 \cdot \cos 2\pi k/n] \quad (\text{A-9})$$

(2) $\bar{p}_p$ の略算式 ($r_1 < r < r_2$)

(A-1), (A-2) 式において、微小項を無視すると、次式が得られる。

$$\phi_1^2 [1 + \alpha^4 + k_3 + 2 \sum \delta (\cos 2\pi k/n - 1) \cos 2\pi k/n] / 16 + \phi_2^2 [4K - m^2 n \delta / 8] + (p_{E0} - p_p) / p_0 = 0 \quad (\text{A-10})$$

$$\phi_2^2 = [m^2 / 4 \cdot (p_p - p_{EL}) / p_0 - K \phi_1^2] \cdot 64 / [m^4 (1 + k_4 + \alpha^4 n^4 / m^4)] \quad (\text{A-11})$$

また、防撓材の縁が降伏状態となることから、

$$\sigma_Y \doteq p_p - p_0 / 8 \cdot [\phi_1^2 - m^2 \phi_2^2] - h / 2t \cdot p_0 \phi_1 \quad (\text{A-12})$$

(A-10)~(A-12) 式より、 p_p を求めることができるが、微小項を省略し、低目の近似とする次式が得られる。

$$\bar{p}_p \approx p_p \approx p_{cr2} \approx p_{E0} \quad (\text{A-13})$$

(3) $\bar{p}_{rm}$ の略算式 ($r > r_2$)

Fig. A1 Coefficient β in equation (A-7)

$\phi_1 = 0$ として、(A-2) 式の微小項を無視すると、次式が得られる。

$$p_{rm} \doteq p_{EL} + m^2 / 16 \cdot p_0 \phi_2^2 (1 + k_4 + \alpha^4 n^4 / m^4) \quad (\text{A-14})$$

また、非荷重辺上の応力が降伏応力となる条件から、

$$\sigma_Y = p_{rm} + m^2 / 8 \cdot p_0 \phi_2^2 [1 + \bar{A}_3 \cosh m\pi / \alpha + \bar{A}_4 (2 \cosh m\pi / \alpha + m\pi / \alpha \cdot \sinh m\pi / \alpha)] \quad (\text{A-15})$$

(A-14), (A-15) 式より、

$$p_{rm} = (\sigma_Y + k_{r2} p_{EL}) / (1 + k_{r2}) \quad (\text{A-16})$$

このときの平均応力 $\bar{p}_{rm}$ は、次式より求まる。

$$\bar{p}_{rm} = (p_{rm} + \sigma_Y \sum \delta) / (1 + \sum \delta) \quad (\text{A-17})$$