補強材の最小剛比について (第3報)

正員 上 田 幸 雄* 正員 矢 尾 哲 也*
正員 中 峰 正 則** 正員 中 村 和 博**

Minimum Stiffness Ratio of a Stiffener against Ultimate Strength of a Plate
(3rd Report)

by Yukio Ueda, *Member* Tetsuya Yao, *Member*
Masanori Nakamine, *Member* Kazuhiro Nakamura, *Member*

Summary

The authors have investigated the detailed behaviors of a stiffened plate and first maintained the concept of the minimum stiffness ratio of the stiffener, $\gamma_{\min}^U$, for the ultimate strength in the first paper. Subsequently, in the second paper, the authors described the result of investigation into the ultimate strength of a both-sided stiffened plate and $\gamma_{\min}^U$, for the plate.

In this paper, a theoretical investigation into the ultimate strength of one-sided stiffened plate and the minimum stiffness ratio, $\gamma_{\min}^U$, against the ultimate strength are carried out. Firstly, the elastic-plastic large deflection analysis by the finite element method is performed and the behaviors of one-sided stiffened plates are divided into three different types according to the stiffness of the stiffener. These are, (1) overall failure after overall buckling, (2) overall failure after local buckling and (3) local failure after local buckling. Secondly, as a simpler analysis, a theoretical elastic large deflection analysis is also performed considering the effect of the plastification of the stiffener in a simplifying way. In order to determine the ultimate strength of a one-sided stiffened plate by the simpler analysis, simple criteria are proposed after both theoretical results are compared. The prediction by this method is accurate enough for the practical purposes. Applying this method, the minimum stiffness ratio, $\gamma_{\min}^U$, of one-sided stiffener is defined as the stiffness ratio which guarantees approximately the maximum ultimate strength. A simple analytical method is also proposed to determine $\gamma_{\min}^U$ as the intersection of overall buckling strength curve and the maximum ultimate strength curve of the plate. This method is also applied to one-sided stiffened plate with several stiffeners, and $\gamma_{\min}^U$ for more general cases are calculated.

The effect of initial deflection and welding residual stresses are also discussed, and the effective minimum stiffness ratio, $_{\text{eff}}\gamma_{\min}^U$, is defined for the cases with these initial imperfections.

1 緒 言

著者らは補強材の最小剛比に関する一連の研究を行なっている^{1)~4)}。第1報では、正方形板の中心線上に両面对称、または片側補強材を1本取り付けた補強板の軸圧縮荷重のもとでの崩壊挙動を、有限要素法による詳細な弾塑性大たわみ解析を行なって明らかにした。そして、補強板の座屈強度に対する限界剛比 $\gamma_{\min}^B$ と同様に、補強板の最終強度に対する限界剛比 $\gamma_{\min}^U$ の概念を初めて提示した。このような事実をもとに、第2報では、両面对称補強板の最終強度に対する補強材の限界剛比 $\gamma_{\min}^U$

と最終強度について研究して、近似推定式を提案した。

本研究では、船体構造でより一般的と考えられる片面補強板の $\gamma_{\min}^U$ および最終強度について検討する。また、 $\gamma_{\min}^U$ は、 $\gamma_{\min}^B$ と異なり第2報⁴⁾の議論でも知られるように補強材の塑性化に関係する量である。そこで、補強材の降伏応力および断面形状が $\gamma_{\min}^U$ に及ぼす影響についても検討した。さらに、実構造物における補強板は溶接によって組み立てられているために、溶接残留応力や初期たわみなどの溶接初期不整を伴っている。本研究ではこれらの初期不整が片面補強板の $\gamma_{\min}^U$ および最終強度に及ぼす影響についても議論する。

ところで、先の研究^{1)~4)}で明らかのように補強板の全体座屈強度を上昇させるために補強材剛比をある大きさ

* 大阪大学溶接工学研究所

** 大阪大学大学院

以上のものを用いると、全体座屈に先行して局部座屈が生じる。この剛比が $\gamma_{\min}^B$ である。局部座屈後の最終強度は、さらに $\gamma_{\min}^B$ より大きい剛比の補強材を用いると増加し、限界に達する。このような最終強度を保証する最小剛比が $\gamma_{\min}^U$ である。本研究はこの $\gamma_{\min}^U$ について検討することを主な目的としている。そのために、補強材の局部座屈後の最終強度を主として論じており、全体座屈後の最終強度は原則として取り扱わない。

本論文では、まず初めに実験および有限要素法解析の結果をもとに、片面補強板の基本的な変形挙動を明らかにした。そして、補強材の塑性化を考慮した増分形の仮想仕事の原理に基づく弾性大たわみ解析の結果から最終強度を推定する方法を導いた。これに基づいて片面補強板の $\gamma_{\min}^U$ を定義し、さらに $\gamma_{\min}^U$ の近似推定式を提案した。

なお、同様の方法で大坪ら^{5),6)}が、また塑性関節法で藤田ら^{7),8)}が補強材の $\gamma_{\min}^U$ および最終強度について論じている。さらに、福地ら⁹⁾も有限帯板法の解析結果に基づいて片面補強板の最終強度を論じている。

2 解析の理論

補強材の最終強度を求めるためには、有限要素法あるいは有限帯板法などを用いて弾塑性大たわみ解析を行えばよい。しかしながら、これらの解析には多大の手数および費用を必要とするので、実用的にはこれより簡単な解析で最終強度を求めることが必要となる。このような解析法として前報では両面对称補強材の最終強度を求めるに当たって、ガラーキン法を適用した弾性大たわみ解析を行なった。本研究では、補強材の塑性化による曲げ剛性の低下を考慮に入れた弾性大たわみ解析を行なうため、仮想仕事の原理を適用して、増分形の平衡方程式を導いた。以下にその方法を示す。

2.1 解析対象

本研究では、Fig. 1 に示すように、任意の補強材本数およびアスペクト比を有する片面補強板を対象とする(図は補強材本数が5本の場合を示す)。ここで、補強材はすべて同一寸法で等間隔に配置されていると考え、補強材の横たわみを次式のように仮定する。

$$w = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + B \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

上式の第1項は全体座屈波形の横たわみを、また第2項は局部座屈波形の横たわみを表わし A および B はそれぞれの最大値を示す。なお、 n は補強材取り付け部が節となるような y 方向の半波の数、また m は補強材で仕切られた板が局部的に最小座屈値を示すような x 方向の半波の数を示す。

Fig. 1 One-sided stiffened plate and its coordinate system

ところで補強材は一般にすみ肉溶接によって板に取り付けられている。そのため補強材には必然的に初期たわみや溶接残留応力などの溶接初期不整が発生している。本解析では初期たわみは、全体座屈波形および局部座屈波形の和で表わすことができると考える。すなわち、

$$w_0 = A_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + B_0 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2)$$

ここに A_0 および B_0 はたわみの大きさを示す定数。

また溶接残留応力は長さ方向 (x 方向) に一様で、板部で $f(y)$ 、補強材部で $h(z)$ なる分布を有しているとする。これらは自己平衡条件を満足せねばならない。すなわち横断面では

$$t \int_0^b f(y) dy + (n-1) t_s \int_{t/2}^{h+t/2} h(z) dz = 0 \quad (3)$$

次に荷重 P は Fig. 1 に示すように各補強材の中心線上で板の中央面から d の位置に大きさの等しい集中荷重 P_i を作用させる。境界条件は、板の四辺が面内に直線を保ち、かつ面外変形に対しては単純支持としている。また補強材と板はその接合部でのたわみおよびひずみが連続になるような条件を与える。

2.2 解析の理論

補強材の板部の応力関数を F とすると、板の適合条件式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \nabla^4 F = E & \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right. \\ & + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ & \left. - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right] \quad (4) \end{aligned}$$

(1), (2) 式を (4) 式に代入し、荷重条件および残留応力を考慮すると応力関数 F が求まる。この応力関数を用いると板の応力成分は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} - \frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上式と平面応力状態の応力-ひずみ関係を用いて板のひ

ずみを求める。これに板と補強材のひずみの連続条件を適用し補強材のひずみを得、1次元の応力-ひずみ関係より補強材の応力 σ_s が求められる。 σ_Y を材料の降伏応力とすると、

$$\sigma_s = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - E z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} : \text{弾性域} \\ = \sigma_Y : \text{塑性域} \quad (6)$$

いま、外力 $P(=(n-1)P_t)$ のもとで平衡状態にあり、そのときに生じている応力成分が $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ および σ_s であるとする。この状態で外力が $\dot{P}$ だけ増加し、応力増分が $\dot{\sigma}_x, \dot{\sigma}_y, \dot{\tau}_{xy}$ および $\dot{\sigma}_s$ となる状態での平衡方程式を、仮想仕事の原理を用いて求める。仮想変位 $\delta \dot{u}_i$ を与えると、この間に外力のなす仕事は、

$$\delta W_e = \sum_{i=1}^{n-1} (P_t + \dot{P}_t) \delta \dot{u}_i \quad (7)$$

ここで

$$\delta \dot{u}_i = \left[\int_0^a \left\{ \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 \dot{F}}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \dot{F}}{\partial x^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial (w + w_0)}{\partial x} \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right\} dx + 2a \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \Big|_{x=0} \right]_{y=b/n} \quad (8)$$

また、板および補強材における内力のなす仕事 δW_p および δW_s はそれぞれ次式で表わせる。

$$\delta W_p = \int_V [(\sigma_x + \dot{\sigma}_x) \delta \dot{\epsilon}_x + (\sigma_y + \dot{\sigma}_y) \delta \dot{\epsilon}_y + (\tau_{xy} + \dot{\tau}_{xy}) \delta \dot{\gamma}_{xy}] dV \quad (9)$$

$$\delta W_s = \int_V (\sigma_s + \dot{\sigma}_s) \delta \dot{\epsilon}_s dV \quad (10)$$

ここで仮想仕事の原理を適用すると、

$$\delta W_e = \delta W_p + \delta W_s \quad (11)$$

(11) 式より、次の平衡方程式が求まる。

$$\{Q\} \delta + \{L\} + \{R_W\} = [K] \begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$\{Q\} \delta, \{L\}$ および $[K]$ は外力増分、荷重修正項および剛性行列であり、たわみ増分 $\dot{A}, \dot{B}$ について (12) 式を解けば、補強板の変形挙動が明らかとなる。上式の σ および $\dot{\sigma}$ は板の平均圧縮応力およびその増分、また

$\{Q\}; A, B, A_0, B_0$ および荷重の偏心量 (Fig. 1 の (d-e)) の関数

$\{L\}; A, B, A_0, B_0$ および σ の関数

$[K]; A, B, A_0, B_0, \sigma, f(y), h(z)$ の関数

$[R_W]; A, B, A_0, B_0, f(y)$ および $h(z)$ の関数

これらの項の具体的な式の記述は煩雑であるので省略する。

ここで、剛性行列 $[K]$ について検討する。剛性行列 $[K]$ は次のように分解することができる。

$$[K] = [K_B] + [K_I] + [K_G] \quad (13)$$

ここで、 $[K_B]$ は曲げ変形に対する剛性行列、 $[K_I]$

は、初期応力と大たわみの連成の影響を表わす剛性行列、また $[K_G]$ は初期たわみの影響を表わす剛性行列となる。

ここで、残留応力および初期たわみが存在しない補強板の断面の図心に荷重を加えた場合を考える。この場合には、たわみが生ぜず、 $\{Q\} = \{L\} = \{R_W\} = 0$ 、また $[K_G] = 0$ となり、(12) 式は次のようになる。

$$0 = [K_B + K_I] \begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

零でないたわみ $\dot{A}$ または $\dot{B}$ が生じるためには、

$$[K_{AA}] = 0 \quad (15)$$

$$[K_{BB}] = 0 \quad (16)$$

(15), (16) 式を解くと次式で表わせる全体座屈応力 σ_{cr1} 、および局部座屈応力 σ_{cr2} が求められる。

$$\sigma_{cr1} = [n \gamma_e + (1 + \alpha^2)^2 \pi^2 D / (\alpha^2 b^2 t (1 + n \delta))] \quad (17)$$

$$\sigma_{cr2} = \frac{\pi^2 D}{\alpha^2 b^2 t} (m^2 + \alpha^2 n^2)^2 / m^2 \quad (18)$$

ここで

$$\gamma_e = \frac{E}{bD} \left[I + h t_s c^2 \left\{ 1 - \frac{16}{n \pi^2} \times \frac{\delta}{1 + (n-1)\delta} \cot^2 \frac{\pi}{2n} \right\} \right] \quad (19)$$

$$D = E t^3 / 12 (1 - \nu^2), \quad c = \frac{1}{2} (t + h)$$

$$I = t_s h^3 / 12, \quad \delta = h t_s / b t, \quad \alpha = a / b$$

(17) 式あるいは (18) 式で表わされる一方の座屈が生じると、 $\{Q\}$ はもはや零とはならず他のモードの波も生じ始める。したがって、片面補強板の場合には両面対称補強板の場合⁴⁾ のような 2 次座屈現象は存在しない。このことは大坪ら⁵⁾ によっても論じられている。

溶接残留応力がある場合には (12) 式の $\{R_W\}$ は一般に有限な値となり、これが荷重項となって外力が零でも $\dot{A}$ および $\dot{B}$ が生じる。したがって、この場合、座屈現象は存在しない。

3 正方形片面補強板

片面補強板の基本的な場合として正方形板の中央に 1 本の補強材が片側に取り付けられている補強板を考え、一向圧縮荷重のもとで示す挙動を検討する。実験および理論解析とも取り扱う正方形板は 500×500mm の寸法とする。

3.1 基本的変形挙動

3.1.1 実験

片面補強板の崩壊までの挙動を実際に追跡するとともに有限要素法の解析結果と比較検討する目的で実験を行った。試験体材料は軟鋼板で板厚 3.1mm、降伏応力 34.6 kg/mm² である。試験体は正方形板の中央に 1 本の補強材を片面に溶接で取り付けたもので、製作のままで

Fig. 2 Ultimate strength obtained by experiment and F.E.M. analysis

あるため初期たわみおよび溶接残留応力が存在する。試験体は合計9体制作し、内2体を残留応力の計測に供した。計測された残留応力分布を後述の Fig. 4 (b) に示している。実験は特別のジグ¹⁰⁾を用い、周辺単純支持、非載荷辺の面内変位自由の条件で、荷重を板厚の中心線に加えて行なった。実験により得られた最終強度をまとめて Fig. 2 に示す。図に示す崩壊形式はそれぞれ、崩壊直前のたわみ波形を、また×印は実験と同じ条件で行なった有限要素法解析の結果を表わす。実験における様々な誤差を考えると、両者は比較的良好な相関性を有している。そこで本論文では、片面補強板の最終強度にいたるまでの挙動を種々検討する上において、有限要素法による詳細な解析結果を基礎とする。

3.1.2 有限要素法解析

3.1.1 では実験装置の関係から非載荷辺の面内変位を自由としたが、ここでは通常の連続パネルの場合のようなより一般的と考えられる非載荷辺が直線を保つ場合について有限要素法による詳細解析を行なった。解析の対象とする補強板は板厚 3.2 mm 、また $A_0/t=B_0/t=1/100$ の補強材側が凸となる微小な初期たわみを与えた。ここでは最も基本的な場合として、溶接残留応力が存在せず、荷重の偏心もない場合の結果を示す。

補強材高さが変わると、すでに第1報¹⁾でも報告したように3つの特徴ある崩壊形式を生じるので、それらに対応して $h/t=5.0, 6.5$ および 10.0 と変化させる。Fig. 3 に平均圧縮応力と補強板中央の横たわみの関係を破線で示す。(+)印、△印は補強材および板の初期塑性)これらの解析結果をもとにすると、基本的な初期たわみがない場合の変形挙動はつぎの3つに分類できる。

Fig. 3 Load-lateral deflection curves

- (1) $h/t=5.0$ の場合。最初に全体座屈が生じ、やがて補強材、さらに板が塑性化して最終強度に達する(崩壊O Oと呼ぶ)。
- (2) $h/t=6.5$ の場合。まず局部座屈が生じる。これによって板の剛性が低下し、断面の重心位置は変るため、それ以降の荷重は偏心荷重となる。その結果、補強材にも曲げ変形が生じ始める。局部座屈後、板に生じる局部座屈波形のたわみは増加してゆくが、やがて板の塑性化が始まる。その結果板の面内剛性はさらに低下し、補強材の曲げ変形もさらに増えて補強材が塑性化する。その後は全体たわみ波形が急増して支配的となり、全体崩壊にいたる(崩壊L Oと呼ぶ)。
- (3) $h/t=10.0$ の場合。局部座屈後、補強材にも曲げ変形が生じ始めるものの、補強材の剛性が大きいためにその変形は小さく、補強材が塑性化する前に板が局部崩壊して最終強度に達する(崩壊L Lと呼ぶ)。

上記の3例の中で、(3)の場合が最も高い最終強度を与える。ここで、 h/t を(3)の場合より少し大きくすると、期待できる最終強度は急速にほぼ限界値に近づく。

以上の変形挙動から知られるように、補強板の限界に近い最終強度を与えるのは崩壊L Lの場合である。しかも、補強材の剛比を増加させると、板の座屈によって生ずる荷重偏心の影響はさらに少なくなり、両面对称補強板の場合に近い挙動を示すようになる。したがって、片面補強板の場合にも現象論的見地から、板が局部座屈して局部崩壊することによって補強板が最終強度を示すような最小の補強材の剛比を最終強度に対する $\gamma_{\min}^U$ と定

義することができる。しかしながら、上述したように限界値に近い最終強度を与えるという強度的見地からは、この定義で決められる $r_{\min}^U$ より少し大きい剛比を必要とする。 $r_{\min}^U$ の具体的な決定法については後述する。

3.1.3 最終強度の近似推定法

ここでは、2.2 で述べた解析法を用いて最終強度をできるだけ簡易に精度良く推定する方法を検討する。計算は弾性大たわみ解析であるので自動的に強度限界が現われないため、何らかの推定基準を設ける必要がある。

まず初めに、 $A_0/t=B_0/t=1/100$ の補強材側が凸となる初期たわみを有する補強板の断面の図心に外力を作用させた場合を解析する。解析によって得られた平均圧縮応力とたわみの関係を前出の Fig. 3 に示し、有限要素法解析の結果と比較する。有限要素法解析による最終強度にはほぼ等しい荷重までの挙動は、3.1.2 の分類と同様に補強材寸法によって次の3つに分類できる。

- (1) 補強材が塑性化 (P_s) した後も荷重が下がらず板の塑性化が非載荷辺の中央 (Fig. 3 の a 点) に生じる (P_p)。 (全体変形が支配的)
- (2) 局部座屈荷重近傍で局部座屈変形が大きくなり、補強材が塑性化 (P_s) した後に荷重は極値 (P_l) に達し一度下がるが、再び上昇し、非載荷辺上の中央と 1/4 の位置 (Fig. 3 の a 点と b 点) の間で板の塑性化が始まる (P_p)。 (全体変形が支配的)
- (3) (2) と同様に局部座屈変形が進行し、荷重が極値 (P_l) に達する前に板の非載荷辺の 1/4 の位置 (Fig. 3 の b 点) で降伏が始まる (P_p)。 (局部変形が支配的)

実線上の + 印および ○ 印は、それぞれ荷重が P_s および P_p となる点を、また ◇ 印は P_l となる点を表わす。

(板の初期塑性の判定には、ミーゼスの降伏条件を適用している) 有限要素法の結果と比較すると多少差は見られるが、両解析法による解析結果は全般的に良く一致しているといえる。

本論文では、 $r_{\min}^U$ を主たる研究対象にしているため、以後の議論では、崩壊 L O (局部座屈・全体崩壊) と崩壊 L L (局部座屈・局部崩壊) の最終強度に焦点をしばる。

ところで、第2報では両面对称補強板の最終強度が $r > r_{\min}^U$ の場合、崩壊 L O は補強材の初期塑性強度、 P_s (+ 印)、また崩壊 L L は板の面内応力の初期塑性強度、 P_p (○ 印) をもって比較的精度良く推定できることを示した。片面補強板の場合も荷重の偏心がない場合には、Fig. 3 から知られるように、この推定法が有効である。そこで片面補強板では、崩壊 L O の場合には P_p と P_l の高い方、また崩壊 L L の場合には P_p をもって最終強

度とすることを提案する。

上記の推定法に基づいて求めた最終強度をまとめて Fig. 4(a) に示す。図は外力が断面の図心に加えられた場合および板の中心線に加えられた場合の2つのケースの結果を示すが、両者とも前述の推定法に従っている。図の実線が推定値を表わしており、2つの×印の間では P_l 、その両側では P_p が推定基準となっている。また○印、△印がそれぞれ偏心量が零と e の場合の有限要素法解析の結果を表わす。図より明らかなように、上記の推定法に基づく結果は有限要素法解析の結果と比較して、 r の低めで生じる全体崩壊の場合 (崩壊 L O) には良く一致しており、 r が高めとなって板が局部崩壊するとき (崩壊 L L) の最終強度の推定値は少し高めとなっている。

他の最終強度推定基準として大坪ら⁹⁾は、非載荷辺での荷重方向の応力が降伏応力に等しいとき ($\sigma_x = \sigma_Y$) を最終強度とする基準を提案している。この基準に従う大坪らの推定値および有限帯板法による解析結果を Fig. 4(a) に1点鎖線と▲印で示す。2つの結果は比較的良好一致しているが、実線および有限要素法の結果と比較して高めとなっている。有限要素法と有限帯板法のこのような差は、基本的に、採用する変位関数の性質の差によるものである¹¹⁾。これまでの研究では、実験結果は著者らの有限要素法解析よりも高い最終強度を与えていないので、少なくとも有限要素法の結果は実際に近い最終強度を示しているものと考えている。

3.1.4 溶接残留応力の影響

次に溶接残留応力の影響について検討する。解析に用いた残留応力分布は、実験に用いた試験体の実測結果をもとにして仮定したもので、基本的には第2報で用いたものと同種の分布である。

2章で述べたように、溶接残留応力が存在すると初期たわみが生じる。この初期たわみは $h/t=4.0$ および $h/t=10.0$ の場合、それぞれ最大値が板厚の 1/100 および 3/100 で補強材が凸側になる。そこで、このような溶接残留応力と初期たわみが生じた状態を初期状態として解析を行なった。解析は3.1.3の場合と同様に荷重が断面の図心に加えられた場合、および板の中央面に加えられた場合について行なった。前述の推定法に基づく最終強度を有限要素法解析の結果と併せて Fig. 4(b) に示す。図より溶接残留応力がある場合にも提案した推定法は有効であることがわかる。Fig. 4(a) および Fig. 4(b) を比較すると溶接残留応力の影響が明らかとなる。すなわち溶接残留応力は、補強材で仕切られた板の中央部で圧縮残留応力が多く、局部座屈のような変形を助長させるので崩壊 L L となる補強板の最終強度を低下させるが、補強材のある中心線近傍で引張応力が大きいため全体座

屈のような変形に抵抗し、補強材の塑性化を遅らせるため崩壊L Oの最終強度を上昇せしめる。この傾向は、第2報で取り扱った両面对称補強板の場合と同じである。

3.1.5 初期たわみの影響

補強材を板の片面にすみ肉溶接する場合に補強板に生

じる初期たわみとして基本的に全体座屈波形と局部座屈波形の2種類の組み合わせと考えられる。すなわち、(2)式で表わされるこれらの初期たわみの、それぞれの係数 A_0 、 B_0 の組み合わせを下記の4種類に設定して解析を行ない、残留応力を考えず、初期たわみが最終強度に及ぼす影響について検討する。

- (1) A_0 、 B_0 ともに小
 - (2) A_0 が大、 B_0 が小
 - (3) A_0 が小、 B_0 が大
 - (4) A_0 、 B_0 ともに大
- 初期たわみ A_0 は補強材が凸側となるものを考え、荷重は断面の図心に作用させた。

(a) Stiffened plate free from welding residual stresses

(a) Ultimate strength of a stiffened plate with initial deflection

(b) Stiffened plate with welding residual stresses

(b) Load-lateral deflection curves

Fig. 4 Ultimate strength of one-sided stiffened plate

Fig. 5 Effect of initial deflection on ultimate strength

3.1.3 で述べた方法に基づく最終強度の推定値を、初期たわみの組み合わせ (1), (2), (3), (4) に対して実線, 破線, 1点鎖線, 2点鎖線で Fig. 5(a) に示す。この結果によると, (2) と (3) の組み合わせでは全体座屈波形と局部座屈波形の初期たわみが同じ大きさであれば, 最終強度は局部座屈波形の初期たわみの影響をより大きく受けて低下する。

この結果を検討するために上記 4 ケースについて, 有限要素法によって解析を行なった。全体変形を代表する補強板の中央の点, 局部変形を示す 1/4 パネルの中央の点のたわみの変化を平均応力に対して描くと Fig. 5(b) のようになる。初期たわみが (3) の場合には, 局部初期変形がやや大きく, それによる剛性低下によって全体変形がやや助長されるが, 他の 3 ケースではほとんど他のモードの初期変形の影響を受けない変形挙動を示している。他方, この寸法を有する補強板の最終強度は崩壊 LL (局部座屈・局部崩壊) で, 補強材は最終荷重増分まで降伏せず弾性的で, 板の限界強度において最終強度に達している。この変形挙動からは, 最終強度は板の局部強度に強く依存しているように推測され, 簡易計算法による Fig. 5(a) の結果は不合理でないような印象を与える。実際には有限要素法による最終強度はこの推論を否定し, わずかではあるが全体座屈波形の初期変形の影響が強いことを示している。重要な問題であるので, 他の崩壊形式, すなわち全体崩壊の場合と合わせて, 今後の研究課題である。

3.2 最終強度に対する補強材の最小剛比

片面補強板の場合にも両面对称補強板の場合と同様に, その最終強度に対する補強材の最小剛比 $r_{\min}^U$ が存在することを 3.1.2 で述べた。ここでは, この $r_{\min}^U$ の決定法, および $r_{\min}^U$ に影響を及ぼす種々の因子について検討する。

3.2.1 $r_{\min}^U$ の決定法および近似計算法

$r_{\min}^U$ は補強板の最終強度が崩壊 LO (局部座屈・全体崩壊) から崩壊 LL (局部座屈・局部崩壊) に遷移する境界の補強材寸法として現象論的に定義できる。ここで Fig. 4 にもどって考える。図の実線上の 2 つの × 印の間が崩壊 LO に相当し, 高い方の × 印で崩壊 LL に移行する。したがって, 高い方の × 印の点が $r_{\min}^U$ となり, 簡易計算法では $P_i = P_p$ の点に相当している (この場合の P_p は, Fig. 3 の b 点での板の初期塑性強度を表わしており, 板の局部崩壊に相当している)。Fig. 6 の ○ 印の点が, このようにして決定した $r_{\min}^U$ を表わす。ところで前述のように, 現象論的見地から決定されたこの r ($h/t=6.5$) では, まだ最終強度の上限値を与えず, もう少し大きい剛比の補強材をつけると上限値に近くなる。したがって, 上限値に近い最終強度を得るためには, 上

Fig. 6 Minimum stiffness ratios, $r_{\min}^U$ and $eff r_{\min}^U$, against ultimate strength of one-sided stiffened plate

記の方法で述べた $r_{\min}^U$ の 3.5 倍程度の r ($h/t=10.0$) を有する補強材が必要となる。

ところで, 第 2 報では両面对称補強材の $r_{\min}^U$ が, 局部座屈後の 2 次座屈 (全体座屈) 強度曲線と板の局部崩壊強度より求まる最終強度曲線の交点として近似的に求め得ることを示した。これに対して片面補強板の場合には 2 章でも述べたように 2 次座屈が存在しない。そこでこの場合には, 局部座屈が生じないとした全体座屈強度曲線と, 板の局部崩壊強度より求まる最終強度曲線の交点として, 近似的に $r_{\min}^U$ を求めることを提案する。前者は (17) 式で, また後者は後出の (21) 式で $n=2$ として求めることができる。Fig. 6 の破線および 2 点鎖線はこれら 2 つの式による計算結果を表わす。両者の交点 (● 印) として与えられる r ($h/t=7.1$) は ○ 印で表わされた $r_{\min}^U$ ($h/t=6.5$) よりも多少大きくなるが, 計算が容易で, かつ結果は安全側であるのでこの方法を $r_{\min}^U$ の近似計算法とする。Fig. 6 から知られるように最終強度の上限値を得るためには, この $r_{\min}^U$ の 2.5 倍程度の r ($h/t=10.0$) を有する補強材を取り付けばよいことになる。前述の推定法に基づく最終強度の上限値は (21) 式の簡易計算で得られた最終強度よりも約 7% 低めとなっているが, これは後述のように (21) 式が局部座屈後の補強材の曲げ変形を考慮していないので高めの値を与えるためである。なお, 片面補強板の $r_{\min}^U$ を近似的に求めるに際しては (17) 式を用いる方法は, 李ら⁹⁾によっても提案されている。

3.2.2 $r_{\min}^U$ に対する補強材形状および降伏応力の影響

次に補強材の降伏応力の影響について論ずる。Fig. 8 は、Fig. 4(a) に示した場合を基準として補強材の降伏応力を基準の 1.5 倍および 2 倍として最終強度を求めた

Fig. 7 Effect of thickness of stiffener on $\gamma_{\min}^U$

結局、補強材の高さと厚さの組み合わせ、あるいは降伏応力などが変化しても、全体崩壊となる崩壊LOの最終強度は変化するが、最大最終強度に達するような局部崩壊となる崩壊LLの最終強度はほとんど変化しない。実構造物で用いられているような補強材の $\gamma_{\min}^U$ は、近似的に (17) 式と (20) 式の交点として求め、その 2.5 倍程度の γ を有する補強材を用いれば十分に実用的であるといえる。

補強板に初期たわみあるいは荷重の偏心がある場合には、その大きさによっては現象が連続的で明確な $r_{\min}^u$ が定義できない。そのために、ある程度の最終強度を保証する有効な最小剛比 $\text{eff } r_{\min}^u$ を定義する必要がある。極値 P_l が存在する場合には $r_{\min}^u$ の場合と同様に $P_l = P_p$ の条件より $\text{eff } r_{\min}^u$ が定義できる。これを示したものが Fig. 6 の△印である。補強材の初期たわみあるいは荷重の偏心が大きい場合には、荷重の増加とともに補強材が曲げ変形する。その変形の程度によっては極値 P_l が現われず、局部座屈も明確でない場合がある。さらに最終強度時の崩壊形式も崩壊 LO と崩壊 LL が混合した形で生じる。このように明確な遷移がなく、強度的にも同様の傾向があり、補強材寸法の増加にしたがって最終強度も単調に増加する。補強材寸法を際限なく大きくす

ると、初期たわみおよび荷重偏心のない場合に収束することは考えられるが、実用的な補強材寸法の範囲ではその傾向は見られず、 $\sigma_{cr} r_{min}^U$ を現象的にも強度的にも定義することは難しい。このような場合には、ある程度の最終強度を確保するために、初期たわみ量あるいは荷重の偏心量に応じた r を考えるべきであるが、その最小値として少なくとも r_{min}^U 程度のものは必要である。

4 一般の片面補強板

次に、任意本数の補強材を等間隔に配置した任意のアスペクト比を有する一般の片面補強板の最終強度および r_{min}^U について、弾性大たわみ解析の結果をもとに検討する。ここでは、補強板全体のアスペクト比 a/b を一定とし、補強材本数を増加させた場合を考える。Fig. 9 に $a/b=0.5$ の板に、補強材を1本から6本まで取り付けた場合の解析結果を示す。板は $A_0/t=B_0/t=1/100$ の補強材側が凸になる初期たわみを有しており、荷重は断面の図心に作用させた。図の破線は座屈強度、また実線は前述の推定法で求めた最終強度を表わす。補強材本数を増加させるに従って座屈強度および最終強度も増加するが、補強材本数が5本以上になると、局部座屈が塑性座屈となり、座屈強度、最終強度とも降伏強度に等しくなる。図で最終強度曲線上の○印は前述の $P_i=P_p$ となる点に相当し r_{min}^U を表わすが、補強材の本数によって

Fig. 9 Ultimate strength of one-sided stiffened plate

は、十分な最終強度の上限値となっていない。

3章では基本的な正方形補強板の場合に r_{min}^U を求める近似計算法を提案した。この近似計算法が、一般の場合にも適用できるか否かを検討する。この場合の板の局部崩壊強度は、1半波の横たわみを仮定した非載荷辺直線保持の正方形板の弾性大たわみ解析を行なって求めた。すなわち、板中央面上で相当応力の最大値が降伏応力に等しくなる条件より、最終強度を定めた（この条件は2章で述べた条件と同じとなる）。種々の寸法の板に対して求めた最終強度を $\xi=b/nt \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}$ なる変数で整理して、curve fitting すると次式が得られる。

$$\sigma_{up}/\sigma_Y = 0.748/(\xi - 0.858) + 0.278 \quad (20)$$

(20) 式は有限要素法解析で $\pm 5\%$ 程度の精度を有することが確かめられている。この式が成立するのは $\xi > 1.9$ の場合のみで、 $\xi \leq 1.9$ の場合には $\sigma_{up}/\sigma_Y = 1.0$ と考えてよい。

この局部最終強度と補強材の降伏強度の面積平均として、板が局部崩壊したときの補強板の最終強度が次式で与えられる。

$$\sigma_u/\sigma_Y = [\sigma_{up}/\sigma_Y + (n-1)\delta]/[1 + (n-1)\delta] \quad (21)$$

それぞれの補強材本数 (N) の場合について (21) 式を用いて計算した結果を1点鎖線で Fig. 9 に示す。図で1点鎖線と全体座屈強度を表わす破線の交点 (●印) として近似的に求めた r_{min}^U を○印と比較すると、良い近似となっていることがわかる。ただし、3章でも述べたようにこの剛比ではまだ十分な最終強度が得られておらず、(17) 式と (21) 式の交点として近似的に求まる r_{min}^U の2.5倍程度の r を最終強度の上限値を得るための基準とすればよいと考えられる。ただし期待し得る最終強度としては (21) 式で求まる値の10%程度低めと考えるほうが良い。なお、塑性座屈する場合には、 $r_{min}^U = r_{min}^B$ となる。

このほかに考えるべき問題として、溶接残留応力が r_{min}^U に及ぼす影響がある。溶接残留応力がある場合には座屈が存在せず、(17) 式に相当する座屈強度曲線はない。また、その分布によって (20) 式に相当する局部崩壊強度も異なり、近似的に r_{min}^U あるいは $\sigma_{cr} r_{min}^U$ を定義することはできない。しかしながら、前述のように崩壊 L O の全体崩壊強度は上昇し、状態 L L の局部崩壊強度は低下するため、 r_{min}^U あるいは $\sigma_{cr} r_{min}^U$ は残留応力がない場合に比べると小さくなる。したがって多少安全側とはなるが、残留応力がない場合の近似計算法で求めた r_{min}^U を用いることもできる。ただし、 r_{min}^U の大小にかかわらず期待できる最終強度が低下することに注意を要する。

5 結 論

著者らは、補強板の最終強度に対する補強材の最小剛比 $r_{\min}^U$ に関する一連の研究を行ってきたが、本報告では片面補強材の $r_{\min}^U$ と補強板の最終強度について研究を行ない、以下の結論を得た。

(1) 片面補強板では両面对称補強板の場合に存在した2次座屈現象が存在しない。また、溶接残留応力は初期変形を生じさせるので、残留応力があると1次座屈も生じない。

(2) 片面補強板の場合にも両面对称補強板の場合と同様に、全体崩壊から局部崩壊に移行する境界として最終強度に対する補強材の限界剛比 $r_{\min}^U$ が存在する。この r は弾性大たわみ解析より $P_t = P_p$ の条件で定義されるが、近似的には全体座屈強度曲線 ((17)式) と板の局部崩壊による最終強度の近似曲線 ((21)式) の交点として求めることができる。

(3) 補強材の r が $r_{\min}^U$ よりも大きい補強板が、局部崩壊して達する最終強度は、補強材の断面形状および補強材の降伏応力の影響を受けない。これに対して r が $r_{\min}^U$ よりもやや小さく局部座屈後全体崩壊する場合の最終強度は、その影響を受けるが、前記の最終強度を超えることはない。 $r_{\min}^U$ も補強材の断面形状および降伏応力の影響を受けるが、(2) で示した近似計算の $r_{\min}^U$ を超えることはない。

(4) 一般の片面補強板で、最終強度の上限値を得るためには、(2) に示す方法で近似的に求めた $r_{\min}^U$ の2.5 倍程度の r を基準とすればよい。ただし、期待する最終強度としては、(21) 式より求まる最終強度の10 %程度低めを考えるべきである。

(5) 局部座屈波形および全体座屈波形の初期たわみはともに片面補強板の最終強度を低下させる。また、溶接残留応力は局部崩壊の最終強度を低下させるが、全体崩壊の最終強度を上昇させる。

最後に、試験体の鋼材を提供していただいた株式会社神戸製鋼所、また、実験およびデータ整理に協力いただいた大阪大学溶接工学研究所の古木良一技官の労に深く感謝します。

参 考 文 献

- 1) 上田, 矢尾, 菊本: 補強板の最小剛比について, 日本造船学会論文集, 第140号 (1976), pp. 211~216.
- 2) 上田, 矢尾, 片山: 平板の最終強度に対する補強材の最小剛比の解析, TSSC 第11回大会(1977), pp. 181~186.
- 3) Y. Ueda, T. Yao and M. Katayama: "Minimum stiffness ratio of stiffeners for ultimate strength of a stiffened plate", Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 26 (1979), pp. 193-207.
- 4) 上田, 矢尾, 片山, 中峰: 補強材の最小剛比について (第2報), 日本造船学会論文集, 第143号 (1978), pp. 308~315.
- 5) 大坪, 山本, 李: 防撓板の圧壊強度の研究 (その1), 日本造船学会論文集, 第143号 (1978), pp. 316~325.
- 6) 李, 大坪, 山本: 防撓板の圧壊強度の研究 (その2), 日本造船学会論文集, 第144号 (1978), pp. 429~436.
- 7) 藤田, 野本, 仁保: 防撓板の圧縮強度について, 日本造船学会論文集, 第141号 (1977), pp. 190~197.
- 8) 藤田, 野本, 仁保: 防撓板の圧縮強度について (第2報), 日本造船学会論文集, 第144号 (1978), pp. 437~445.
- 9) 福地, 栖原: 不整量を有する防撓平板の弾塑性解析, 西部造船会会報, 第54号 (1977), pp. 17~26.
- 10) 上田, 安川, 矢尾, 池上, 大南: 圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究, 日本造船学会論文集, 第140号 (1975), pp. 210~221.
- 11) 上田, 松石, 山内, 田中: 有限帯板法による平板の弾塑性大たわみ解析, 関西造船学会誌, 第154号 (1974), pp. 83~92.