固有ひずみ論に基づく 3 次元残留応力測定法

正員 上 田 幸 雄* 正員 福 田 敬 二*
正員 谷 川 雅 之**

New Measuring Method of 3-Dimensional Residual Stresses Based
on Theory of Inherent Strain

by Yukio Ueda, *Member* Keiji Fukuda, *Member*
Masayuki Tanigawa, *Member*

Summary

The authors have already proposed the general principles in measurement of residual stresses. In this paper, the authors developed a new method for selection of observing positions of strains to ensure highly accurate measurement by using the theory of inherent strain, which is based on one of these principles.

By this selection method, it is seen that the more number of measurements ensures the better average accuracy of estimated values. However, there are many positions where observed values scarcely influence the accuracy of measurement. These positions can be excluded from the measurements for reasons of economy and comparatively small number of observing positions can be selected by the present theory, which still secures a high accuracy of measurement.

Furthermore, in order to measure three dimensional residual stresses in multipass welded joint, the proposed measuring method can be simplified by using the characteristics of the distribution of its inherent strains. According to this theory, three dimensional inherent strains can be divided into the components of inherent strains contained in the sliced cross section of the weld line and the longitudinal inherent strains contained in sliced plates parallel to the surface of the joint, and the measurement of three dimensional welding residual stresses has become practically possible.

By this theory, the distributions of residual stresses and longitudinal inherent strains in multipass welded joint have been measured for the first time. And the estimated residual stresses show a good coincidence with the directly observed stresses on its surfaces.

This implies that the present theory is reliable and applicable to measure such complex internal residual stresses.

1 緒 言

3 次元応力状態にある物体の内部応力は直接計測することができない。このため、物体の表面あるいは物体を切断した後の切断面でひずみを計測することによって、物体の内部応力を推定しなければならない。

これに関連して、著者らはすでに 3 次元残留応力の測定的一般原理を提案し、その適用において (1) 固有ひずみ理論と (2) 切断面力理論の 2 つがあることを示した。また、これらの測定理論に基づき、有限要素法を用いて基礎式を展開し、測定値の信頼性を検討できるように理論を拡張、さらに数値実験によって理論の妥当性と

有用性を示した¹⁾。

本研究では、固有ひずみ理論を適用して、精度の高い測定を保証するためのひずみの計測位置選定法を提案する。さらに、これまで厚板の溶接残留応力の測定に対する理論的に正しい方法は示されていないようであるので、これに対して、上記一般原理のうち固有ひずみ理論を用いて、この種の 3 次元残留応力測定のための一つの手法を示すとともに、厚板多層溶接残留応力を実測し、その実用性を示す。

2 計測位置選定法

ここでは、有限要素法を用いた固有ひずみ理論に基づいて、ひずみの計測位置選定法を提案する。この理論によれば、計測に先立って精度の高い測定を保証するため

* 大阪大学溶接工学研究所

** 日立造船 (株) 技術研究所

のひずみの計測位置を選定することが可能である。

2.1 計測位置選定の条件

一般に、溶接継手には溶接による熱弾塑性現象によって、溶接部とその近傍に残留固有ひずみ（クイチガイを含む）が生成される。この残留固有ひずみの一部は自由膨張・収縮に寄与し、継手に剛体移動をもたらすのみで残留応力には無関係である。このようなものを除いた固有ひずみが残留応力と直接対応しており、この固有ひずみを有効固有ひずみ（以下、単に固有ひずみ）という。

この固有ひずみ分布を q 個のパラメータ $\{\varepsilon^*\}$ で表わすと、物体各点に残留している弾性ひずみ $\{\varepsilon\}$ （その成分総数を n ）と $\{\varepsilon^*\}$ の関係は次式で与えられる。

$$\{\varepsilon\} = [\bar{H}^*] \{\varepsilon^*\}, \quad [\bar{H}^*] = (n \times q) \quad (1)$$

ここで、弾性応答マトリックス $[\bar{H}^*]$ の j 列の成分は j 番目の固有ひずみ分布のパラメータ ε_j^* のみが単位で、他のパラメータがすべて零のときに生じる物体各点の弾性ひずみを表わす。計測可能な位置で弾性ひずみを m ($> q$) 個計測し、上式から対応する位置の m 個の連立一次方程式をとり出すとマトリックス $[\bar{H}^*]$ は縮小されてマトリックス $[H^*]$ となり、次の測定方程式を得る。

$$\{m\varepsilon\} - [H^*] \{\varepsilon^*\} = \{v\}, \quad [H^*] = (m \times q) \quad (2)$$

ここに、 $\{m\varepsilon\}$ ：計測ひずみ、 $\{v\}$ ：残差
固有ひずみ分布のパラメータの最確値 $\{\varepsilon^*\}$ は、 $\text{rank}[H^*] = q$ であれば、残差平方和を最小にする条件から一意的に次式で与えられる。

$$\{\varepsilon^*\} = [A][H^*]^T \{m\varepsilon\} \equiv [G^*] \{m\varepsilon\} \quad (3)$$

ここに、

$$[A] \equiv (a_{ij}) = ([H^*]^T [H^*])^{-1} = (q \times q) : \text{分散行列}$$

$$[G^*] \equiv (g_{ij}) = [A][H^*]^T = (q \times m) : \text{一般逆行列}$$

したがって、求める物体全体の弾性ひずみ分布は (3) 式を (1) 式に代入すれば得られる。

一方、計測誤差が正規分布 $N(0, s^2)$ に従うとすれば、最確値 $\hat{\varepsilon}_i^*$ は正規分布に従う確率変数でその分散 s_i^{*2} は

$$s_i^{*2} = a_{ii} \cdot s^2 \quad (i=1 \sim q) \quad (4)$$

ここに、係数 a_{ii} は分散行列 $[A]$ の対角成分であり、誤差の伝播の大きさを表わすことがわかる。よって、測定値全体の精度の良否は次式の固有ひずみ分布を表わすパラメータの分散和の平均値 V_m で測れる。

$$V_m = \left(\sum_{i=1}^q s_i^{*2} \right) / q = \text{tr}[A] \cdot s^2 / q \quad (5)$$

$$\text{ここに、} \text{tr}[A] = \sum_{i=1}^q a_{ii}$$

上式の計測誤差の分散 s^2 は本来計測手段固有のもので、計測位置によって変化しない。固有ひずみの存在領域が予め定まっており、かつ独立な固有ひずみのパラメータの数 q を一定にすれば、 V_m 値はマトリックス $[A]$ のトレース（対角成分の和）の大きさ、すなわち測定方程式 $[H^*]$ の成分のみに依存する。 $[H^*]$ の成分は物体全

体の弾性応答マトリックス $[\bar{H}^*]$ の中から m 個の計測点をどのような組合せで選ぶかに依存する。いま、計測可能なひずみ成分総数を m_t ($< n$) とすれば、 m 個の計測位置を取り出す組合せは $m_t C_m$ 通りある。これらの組合せの中で V_m 、すなわち $\text{tr}[A]$ を最小にする組合せが、全体として最も良好な計測位置と考えられる。

しかし、この考え方を単純に適用するには逆行列 $[A]$ を $m_t C_m$ 回計算する必要がある、ぼう大な計算時間を要するため実用的でない。そこで、次に示す計測位置選定法を提案する。

2.2 計測点除去に伴うトレースの増加

すでに述べたように測定値全体の精度を表わす V_m は $\text{tr}[A]$ の大きさに依存する。そこで、初めに $(m_a + m_b)$ 個の計測点の中から m_b 個の計測点を除去したとき、トレースがどのように変化するかを調べる。

計測点が $(m_a + m_b)$ 個のときの測定方程式 $[H^*]$ 、分散行列 $[A]$ および一般逆行列 $[G^*]$ がすでに計算されているものとする。さらに、 $[H^*]$ と $[G^*]$ を次のように分割する。

$$\left. \begin{aligned} [H^*] &= \begin{bmatrix} H_a \\ H_b \end{bmatrix}, & [H_a] &= (m_a \times q), \\ [H_b] &= (m_b \times q) \\ [G^*] &= [G_a | G_b], & [G_a] &= (q \times m_a), \\ [G_b] &= (q \times m_b) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ただし、 $\text{rank}[H_a] = q$ と仮定する。これは計測点が m_a 個に減じても一般逆行列が存在することを意味する。

一方、 $[H^*]$ と $[G^*]$ の間には以下の式が成立する。

$$[G^*][G^*]^T = [A], \quad [G^*][H^*] = [I] \quad (7)$$

$$[H_a] = [G_a]^T [A]^{-1}, \quad [H_b] = [G_b]^T [A]^{-1} \quad (8)$$

ここに、 $[I]$ は単位行列

これらの関係を用いると、 m_a 個の計測点のみによる一般逆行列は

$$\begin{aligned} ([H_a]^T [H_a])^{-1} [H_a]^T &= ([G_a] [H_a])^{-1} [G_a] \\ &= ([I] - [G_b] [H_b])^{-1} [G_a] \\ &= ([I] + [G_b] ([I] - [H_b] [G_b])^{-1} [H_b]) [G_a] \end{aligned} \quad (9)$$

(8), (9) 式より、 m_b 個の計測点が除去された後の分散行列 $([H_a]^T [H_a])^{-1}$ およびそのトレースは

$$\begin{aligned} ([H_a]^T [H_a])^{-1} &= [A] + [G_b] ([I] - [H_b] [G_b])^{-1} [G_b]^T \quad (10) \\ \text{tr}([H_a]^T [H_a])^{-1} &= \text{tr}[A] + \text{tr}[G_b] ([I] - [H_b] [G_b])^{-1} [G_b]^T \quad (11) \end{aligned}$$

他方、マトリックス $[H_b] [G_b]$ は対称行列のため次式が成立する。

$$\begin{aligned} [H_b] [G_b] &= [G_b]^T [A]^{-1} [G_b] \\ &= [G_b]^T ([H_a]^T [H_a] + [H_b]^T [H_b]) [G_b] \\ &= ([H_a] [G_b])^T ([H_a] [G_b]) + ([H_b] [G_b])^2 \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、右辺第1項は対称正値マトリックスであるため非負の固有値 κ_i^2 を有する。マトリックス $[H_b][G_b]$ の固有値 λ_i とすると次式を得る。

$$\lambda_i = \kappa_i^2 + \lambda_i^2$$

$$\therefore 0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad (i=1 \sim m_b) \quad (13)$$

このことより $([I] - [H_b][G_b])^{-1}$ の固有値はすべて正となることからわかる。したがって、(11) 式の右辺第2項は常に正値であり、右辺第1項が $(m_a + m_b)$ 個の計測点の場合のトレースであるから、 m_b 個の計測点除去後のトレースは除去前に比べて増加する。このため、測定値全体としての精度は悪くなる。

特に、 $m_b=1$ のとき²⁾ $\{h_b\}, \{g_b\}$ を列ベクトルとして

$$[H_b] = \{h_b\}^T, \quad [G_b] = \{g_b\} \quad (14)$$

とおくと、(9), (10), (11) 式は次式に示すように簡単になる。

$$([H_a]^T[H_a])^{-1}[H_a]^T$$

$$= ([I] + \{g_b\}\{h_b\}^T / (1 - \{h_b\}^T\{g_b\})) [G_a] \quad (9)'$$

$$([H_a]^T[H_a])^{-1}$$

$$= [A] + \{g_b\}\{g_b\}^T / (1 - \{h_b\}^T\{g_b\}) \quad (10)'$$

$$\text{tr}([H_a]^T[H_a])^{-1}$$

$$= \text{tr}[A] + \{g_b\}^T\{g_b\} / (1 - \{h_b\}^T\{g_b\}) \quad (11)'$$

無論、スカラー $\{h_b\}^T\{g_b\}$ は (13) 式より 0 と 1 の間の値をとるため、(11)' 式の右辺第2項は正である。このため、いかなる計測点も除去すればトレースは大きくなるが、計測点によっては除去に伴うトレース増加が極めて小さいものがある。このような測定値全体の精度にほとんど寄与していない計測点を (9)' ~ (11)' 式によって除去することから、少数の計測数で精度の高い測定を行なうことが可能となる。

すなわち、初めに固有ひずみ分布のパラメータの平均的分散 V_m またはトレースの許容範囲を設定するとともに計測可能なすべての点 (m_i) を含む $[H^*], [A]$ および $[G^*]$ を計算する。次に、 m_i 個のすべての計測点について、(11)' 式を計算してその最小の値を示す点を選出する。この点がトレースの増加（あるいは全体の精度の低下）に最も寄与しない点である。この選ばれた点を除去することによって増加したトレースが許容範囲にあれば、(9)', (10)' 式を用いて $(m_i - 1)$ 個の一般逆行列と分散行列を求める。これを繰返し、トレースが許容限界に達するまで順次計測数を減じて、必要な最小の計測数とその計測位置（除去されずに残っている点）が選定される。

2.3 数値実験

前述の計測位置選定法の適用例を具体的に示すため、以下の数値実験を行なう。Fig. 1(a) に示す板の中央の11要素に互いに独立な x 方向固有ひずみのみが存在す

る場合に生じている残留応力の測定を考える。

計測位置選定に当って、弾性応答マトリックス $[\bar{H}^*]$ を作成する必要があるが、これは独立な未知量が $q=11$ であるので有限要素法による弾性解析を11回繰返すことによって構成できる。有限要素の中心で ϵ_x および ϵ_y が計測できるとすれば計測可能なひずみ成分の総数は $m_i=132$ である。

計測位置選定法により計測数 m を減ずると、Fig. 1(b) のようにトレースは変化する。 $m \geq 22$ であればトレースはほとんど変化しないが、 $m=22$ より計測数を減ずるとトレースは急激に増加し測定値全体の精度が悪化することがわかる。計測数 $m=22$ とした場合に選定された計測位置を Fig. 2 に示す。CASE A は文献 1) において直観的に計測位置を決定した3つの例のうち最も全

Fig. 1 Change of trace accompanied with decrease of number of measurements by the present method

Fig. 2 Selections of observing positions of strains

Fig. 3 Estimated deviations of inherent strains

体の精度が高いものである。CASE B は本計測位置選定理論によって決定したもので、CASE A に比べてトレースは半分であり、極めて精度が高いことが知れる。

次に、このトレースの差が固有ひずみの推定にどのように反映されるかをみる。実際には、板中央の11要素の固有ひずみは一定値 ($\epsilon_x^* = -4000\mu$) で、これによって生じている残留応力分布は有限要素法による弾性解 (これを正解という) とした。数値実験として、上記2組の計測位置でひずみを計測し、これらによって逆に板全体の応力-ひずみ分布を推定する。ただし、計測ひずみは正解の弾性ひずみに絶対値 25μ の誤差を含むものとし、誤差の符号は乱数によって決定した (Fig. 2)。2組の計測位置において計測されたひずみによって、推定された固有ひずみの偏差 δ^* を Fig. 3 に示す。本計測位置選定法によって選定された位置で計測すれば、測定値全体の精度が極めて高いことがわかる。また、Fig. 1(b) に示すように、 $m=22$ まで計測数を減じて、トレースはほとんど増加しないため、CASE B の測定は計測数を極めて多くとった場合の結果と精度上ほとんど等価であり、本理論の有用性が認められる。

3 厚板多層溶接残留応力の測定

すでに、3次元残留応力の一般的な測定理論の妥当性は数値実験によって示しているが、ここではひずみゲージなどによる表面ひずみの計測手段を用いた場合の測定手法を示し、実用面での有効性を示す。Fig. 4 に示すような典型的な厚板の多層突合せ溶接継手の溶接線中央横断面における3次元残留応力を測定対象とする。初めにこの溶接継手における固有ひずみ分布特性に基づくと、測定理論が多少簡略化されることを示し、それによって実測を行なう。

3.1 測定理論の簡略化

通常、溶接継手に生じる固有ひずみは非定常温度分布とまわりの拘束状態によって生成されるが、この試験体のように自拘束の多層突合せ溶接の場合、溶接の始端・終端を除いて温度分布、拘束状態とも準定常状態に近い。このため、溶接長が十分長い場合固有ひずみ分布は

(a) Experimental model of multi-pass welded joint (R-specimen)

(b) Sliced cross section in the weld line (T-specimen)

(c) Sliced plates, parallel to X-Y plane (Li-specimen)

Fig. 4 Experimental model and procedure of slicing T and L_t specimens

溶接端部を除いて溶接線に沿って一定とみなすことができる。また、溶接残留応力は良く知られているように中央横断面に関して前後対称形に近く、このため非対称な応力を作る固有ひずみ γ_{yz}^* および γ_{zx}^* は無視できる。

以上のことから、ここでは3次元溶接残留応力測定のため、次の仮定を設ける。

- 1) 切断に伴うひずみの変化は弾性的に生じる。
- 2) 薄板に切り出した状態に残留する応力は平面応力状態にある (その程度の薄板にする)。
- 3) 固有ひずみは溶接線 (x 軸) に沿って一定で、その成分は $\epsilon_x^*, \epsilon_y^*, \epsilon_z^*, \gamma_{yz}^*$ で y, z の関数である。

なお、仮定 3) は長い溶接長を有する継手の固有ひずみ分布特性に基づく測定理論の簡略化であり、固有ひずみ理論に不可欠な仮定ではない。

3.1.1 3次元固有ひずみ成分の分離

Fig. 4(a) の試験体 R から T 片 (Fig. 4(b)) および $L_1 \sim L_m$ 片 (Fig. 4(c)) を切り出す。この場合、固有ひずみ分布は変化しないので、T 片および L_i 片には元の試験体 R と同じ固有ひずみ分布が存在する。一方、これらの T および L_i 試片は薄板のため、板の面に垂直方向の固有ひずみ成分はその板に残留する応力に寄与しない。したがって、T 片に残留する応力は横断面内固有ひずみ $\epsilon_y^*, \epsilon_z^*, \gamma_{yz}^*$ のみで作られており、また L_i 片に残留する応力は溶接線方向固有ひずみ ϵ_x^* のみで生成されている (ϵ_y^* は溶接線に沿って一様のため、 L_i 片に残留する応力には関与しない)。

このように、固有ひずみ分布が T 片に横断面内固有ひずみ、 L_i 片に溶接線方向固有ひずみと分離されているため、試験体 R の3次元残留応力 $\{\sigma\}$ は試験体 R に横断面内固有ひずみのみが存在する場合の応力 $\{\sigma^A\}$ と試験体 R に溶接線方向固有ひずみのみが存在する場合の応力

$\{\sigma^B\}$ の和で与えられる。すなわち、

$$\{\sigma\} = \{\sigma^A\} + \{\sigma^B\} \quad (15)$$

3.1.2 横断面内固有ひずみによる応力 $\{\sigma^A\}$

T 片に残留する応力 $\{\sigma^{A0}\} = \{0, \sigma_y^{A0}, \sigma_z^{A0}, \tau_{yz}^{A0}, 0, 0\}^T$ は平面応力状態にあり、直接計測できる。これから横断面内固有ひずみ $(\epsilon_y^*, \epsilon_z^*, \gamma_{yz}^*)$ を求め、これによる応力 $\{\sigma^A\}$ を推定することができる。しかし、いまは以下に示す関係があり、これを用いて測定を簡単化できる。

横断面内固有ひずみ $\epsilon_y^*, \epsilon_z^*, \gamma_{yz}^*$ は x 方向に一定のため、これらの固有ひずみのみが試験体 R に与えられた場合、溶接の始端・終端から板厚程度内側に入った位置では固有ひずみを与える前に平面であった横断面は固有ひずみによって変形した後も平面を維持(以下、平面変形)することは容易に予想できる。また、これらの固有ひずみを平面ひずみ状態に与えた場合に生じる応力は yz 面内で平衡状態にあるため、横断面に垂直 (x 軸) 方向のひずみの拘束による応力は自己平衡を保つことになる。したがって、前述の平面変形は平面ひずみ状態に一致する(詳細な証明は付録 1, 付録 2)。

したがって、このような場合、平面応力の計測値から平面ひずみとの関係を用いて、横断面内固有ひずみを知ることなしに、応力 $\{\sigma^A\}$ を直接決定できる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^A &= \nu(\sigma_y^{A0} + \sigma_z^{A0}) / (1 - \nu^2), \quad \nu: \text{ポアソン比} \\ \sigma_y^A &= \sigma_y^{A0} / (1 - \nu^2), \quad \sigma_z^A = \sigma_z^{A0} / (1 - \nu^2) \\ \tau_{yz}^A &= \tau_{yz}^{A0} / (1 - \nu^2), \quad \tau_{xz}^A = \tau_{zx}^A = 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

以上のことから、次のことがわかる。溶接線に垂直な横断面を切り出した後、その横断面で残留応力を計測した例が多く報告^{3),4)} されているが、それらの計測は横断面内固有ひずみ $(\epsilon_y^*, \epsilon_z^*, \gamma_{yz}^*)$ によって生成された3次元応力を計測したことに等価である (σ_x を除いて $(1 - \nu^2)$ 倍の値である)。また、これらの固有ひずみは平面ひずみ状態を構成するので、溶接線の始端・終端から板厚程度内部に入った位置での試験体 R に生じた溶接線方向弾性ひずみ ϵ_x はその方向の固有ひずみ ϵ_x^* のみによって生成されていることになる。

3.1.3 溶接線方向固有ひずみによる応力 $\{\sigma^B\}$

各 L_i 片を切り出した後、板に残留している弾性ひずみを計測する。測定方程式の精度の良い解を得るために、計測ひずみの数を増す必要があれば L_i 片にさらに溶接方向の切断を入れて、新しい平衡状態のひずみを計測することができる。

このようにして得られた計測データより固有ひずみ ϵ_x^* の存在領域が決定され、各 L_i 片において (1), (2) 式を有限要素法によって構成することから、(3) 式によって各 L_i 片の固有ひずみの最確値が求まる。これらの固有ひずみ分布から試験体 R の x 方向固有ひずみ分布が完全に求まる。

この固有ひずみ分布 ϵ_x^* を試験体 R に与えて、有限要素法による3次元応力解析をすることにより、溶接線方向固有ひずみによる応力 $\{\sigma^B\}$ が求まる。これと前述の横断面内固有ひずみによる応力 $\{\sigma^A\}$ の和として試験体 R における3次元残留応力 $\{\sigma\}$ を推定することができる。

3.2 実験

これまでに示した残留応力の測定理論をもとにして、実験を行ない、3次元残留応力を測定する。

3.2.1 試験片および計測手順

実験に用いた材料は軟鋼で、溶接前に応力除去焼なましを行なって初期残留応力をほぼ完全に除去した。試験体寸法は溶接長 $L=200\text{mm}$ 、板幅 $B=200\text{mm}$ 、板厚 $t=50\text{mm}$ で多層突合せ溶接によって接合した(なお、この溶接長は仮定 3) に対して必ずしも十分な長さでない)。溶接はサブマージアーク溶接(電流 650A 、電圧 35V 、溶接速度 42cm/min)によって行ない、下表面側から上表面側に向けて積層した。用いたひずみゲージはゲージ長 2mm のもので、薄板に残留するひずみの計測は板の表裏面にゲージを貼って行ない、その平均値を計測データとした。

残留応力の計測手順の第1段階として、 T 片と L_i 片を切り出す。各試片の板厚は約 10mm である。また、 L_i 片はその長さを $l=70\text{mm}$ として、 z 方向に4層取り出した。

第2段階として、切り出された T 片の上下表面 ($z=0$,

Fig. 5 Locations of observing positions (T -specimen)

Fig. 6 Locations of observing positions and procedure of cuttings ($L_1 \sim L_4$ specimens)

$z=50\text{mm}$ および横断面にゲージを貼付する (Fig. 5)。その後、約 10mm 角の小片に細断して T 片に残留する弾性ひずみを計測する。

次に、第3段階として、溶接線方向固有ひずみ分布測定のための試片 $L_1 \sim L_4$ にひずみゲージを貼付する (Fig. 6)。その後、溶接中央部から板の両側に向かって順次切断を繰返し、切断ごとにひずみの変化を計測する。

3.2.2 溶接線方向固有ひずみ分布の測定

前述のように固有ひずみが存在する L_i 片の溶接部から切断し、固有ひずみの無くなる板の側面に向かって順次スライスしたときのひずみの変化から、固有ひずみ ϵ_x^* の存在域は高々 $|y| \leq 50\text{mm}$ であると推定された。したがって、以下の固有ひずみ分布を推定する場合、その存在域を $|y| \leq 50\text{mm}$ とした。

L_i 片に残留する弾性ひずみおよびスライスに伴う L_i 片の各点の弾性ひずみの変化を計測データとして、固有ひずみを推定する。各 L_i 片の固有ひずみは狭い領域で線形変化しそれが連続していると仮定すると、その分布形は Fig. 7 に示すようになり、未知固有ひずみの数は

Fig. 7 Assumed distribution of longitudinal inherent strains (The symmetry of its distribution with respect to x -axis is not assumed.)

Fig. 8 Most probable values of longitudinal inherent strains

Fig. 9 Variation of elastic strains in L_1 -specimen by cuttings (δ : Deviation of measurement, M. P. V.: Most probable values)

$q=7$ である。用いた有限要素は長方形要素である。

得られた各試片の溶接線方向固有ひずみ分布の最確値を Fig. 8 に示す。 $L_1 \sim L_4$ 片で推定された固有ひずみは各試片の板厚中心のものを表わすため、それぞれ元の試験体 R の $z=5, 18, 32, 45\text{mm}$ の位置の分布に対応する。

これらの固有ひずみの最確値から逆に L_i 片に残留する弾性ひずみおよびスライスした後の板に残留する弾性ひずみの分布の変化する様子を再現することができる。一例として、 L_1 片に対するものを Fig. 9 に示す。各 L_i 片の計測誤差の偏差の推定値は $\delta \approx 40\mu$ で、測定の精度はかなり高く、再現された L_i 片の弾性ひずみ分布は妥当なものと考えられる。

3.2.3 厚板多層溶接による3次元残留応力分布

$L_1 \sim L_4$ 片で決定された固有ひずみ ϵ_x^* を z 方向になめらかに補間 (Fig. 8) することにより、 z 方向分布を決定できる。この固有ひずみによる3次元応力 $\{\sigma^B\}$ を解析した。計算には直方体8節点要素を用いた。試験体 R の要素分割を Fig. 10 に示す。また、 $E=21,000\text{kg/mm}^2$ 、 $\nu=0.3$ とした。要素数: 420, 節点数: 630, 未知節点変位: 1784 で要した計算時間 (C. P. U. time) は 285 sec. (ACOS シリーズ 77 NEAC システム 900 による) であった。

Fig. 10 Mesh division for stress analysis due to longitudinal inherent strains

Fig. 11 Welding residual stresses on the top and bottom surfaces in the middle of the weld line

このようにして求めた3次元応力 $\{\sigma^B\}$ と (16) 式によって直接測定できる横断面内固有ひずみ (ε_x^* , ε_y^* , γ_{xy}^*) による3次元応力 $\{\sigma^A\}$ の和として、求める3次元溶接残留応力 $\{\sigma\}$ が得られた。

推定された溶接線中央の上下表面における応力分布を Fig. 11 に示す。同図中には、比較のため試験体表面で直接計測した応力値も示す。この実測値は本法による3次元残留応力推定値と比較するため、故意に推定のための計測データとして用いられていない。このことを考えると推定値と実測値はかなり良い一致を示している。特に、溶接線直角方向応力 σ_y は実測値に非常に良く一致し、精度が高い。一方、溶接線方向応力 σ_x は一部に差

Fig. 12 Estimated welding residual stresses on the cross section ($x=0$)

が認められるが、これは溶接長が十分でなかったこと、および固有ひずみ ε の z 方向分布をわずか4つの L_i 片の値で補間したことが原因と考えられる。したがって、仮定 3) を満足するような十分な長さの試験片を対象とし、切り出す L_i 片の数を増すことにより、上述の差を小さくすることができるものと考えられる。なお、応力分布が左右非対称となっているのは溶接が2パス1層で行なわれたことが主因と考えられる。

次に、直接計測できない板内部の3次元残留応力分布を Fig. 12 に示す。測定理論では表面と内部に取扱い上特別な差はないので、内部応力の推定値の精度は表面応力のものと同程度と考えられる。溶接部の z 軸に沿う σ_y の分布は最終ビードの下で引張、その下で圧縮、下表面側で大きな引張応力が作用しており、曲げ拘束度の弱い多層溶接のルート部にルート割れが発生しやすいこと⁵⁾とよく対応している。なお、同図中に参考のため σ_x^B および σ_y^B を示す。

以上のことから、本研究で述べた固有ひずみ理論に基づく3次元溶接残留応力測定法は十分な実用性を有するものと考えられる。また、本研究では固有ひずみ理論に基づく測定法の実用的な一つの手順を示した。しかし、この手順は唯一の適用方法ではなく、この測定原理にしたがって、他にも種々の手順が考えられる。

4 結 言

本研究ではすでに著者らが示した3次元残留応力測定原理の中の固有ひずみ理論を用いて、精度の高い測定を保証するためのひずみ計測位置選定法を提案した。また測定理論の妥当性と実用面での有用性を示すために、厚板の多層突合せ溶接の3次元残留応力の測定を行なっ

た。得られた結論を要約すると以下ようになる。

1) 一般に、計測数は多いほど測定値全体の精度は高いが、測定点の中には全体の精度にほとんど寄与しない点がある。これを予め除去することから少数の計測数で十分な精度を保証する計測位置選定法を提案した。

2) ここで測定対象としたような溶接継手の固有ひずみ分布特性に基づき、3次元固有ひずみを横断面内固有ひずみと溶接線方向固有ひずみに分離して、3次元残留応力が測定できることを示した。前者による応力は溶接線端部より板厚程度内部に入れば平面ひずみ状態にあるため、横断面を切り出した後に残留する平面応力状態の応力を計測することにより、直接(16)式から決定できる。後者による応力は溶接線に沿って薄板を切り出した後、板に残留するひずみを用いて固有ひずみ分布を求めることにより推定することができる。

3) 多層突合せ溶接による溶接線中央横断面付近の溶接線方向固有ひずみ分布を明らかにした。

4) 溶接線中央の上下面の残留応力実測値と本測定理論による3次元測定値は良い一致を示し、この方法の実用性を明らかにした。

5) 本法の適用に関する実用的な一つの手順を示した。固有ひずみ理論に基づく測定法はこれが唯一の方法ではなく、この原理にしたがって他にも実際的な方法は種々考えられる。

本研究で用いた厚板の溶接継手の溶接施工は株式会社栗本鉄工所鉄構工作部 西村岩夫部長および千葉尚道氏の御好意によった。ここに記して謝意を表します。また、本論文を御討議いただいた日本造船学会溶接研究委員会(委員長 金沢教授)、溶接学会溶接構造委員会分科会(主査 佐藤教授)の各委員に深謝いたします。

参考文献

- 1) 上田, 福田, 中長, 円道: 残留応力の有限要素法に基づく測定原理と推定値の信頼性, 日本造船学会論文集, 第138号(1975), pp. 525~533. および, Fundamental Concept in Measurement of Residual Stresses Based on Finite Element Method and Reliability of Estimated Values, THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS, University of Tokyo Press, Vol. 25 (1977), pp. 539~554.
- 2) C.R. Rao and S.K. Mitra: Generalized Inverse of Matrices and its Applications, John Wiley & Sons, New York (1971).
- 3) 上田, 高橋, 福田, 中長: 極厚板の多層突合せ溶接における過渡および残留応力, 溶接学会誌, 第44巻(1975), 第6号, pp. 466~474.
- 4) 上田, 高橋, 福田, 坂本, 中長: 極厚板多層溶接部の応力除去焼まし時における力学的挙動, 溶接学会誌, 第47巻(1978), 第8号, pp. 500~

506.

- 5) 上田, 福田, 西村, 飯山, 千葉: 多層かど継手部の溶接割れに対する力学的考察, 溶接学会誌, 第48巻(1979), 第1号, pp. 34~39.

付録1

横断面内固有ひずみ(ϵ_y^* , ϵ_z^* , γ_{yz}^*)のみによる平面変形状態の応力 $\{\sigma^A\}$ は同じ固有ひずみによる平面ひずみ状態($\epsilon_x=0$)の応力 $\{\sigma^{A1}\}$ に等しく, 平面応力状態の応力 $\{\sigma^{A0}\}$ と本文(16)式の関係があることを示す。

T片に同じ横断面内固有ひずみ(ϵ_y^* , ϵ_z^* , γ_{yz}^*)が平面応力, 平面ひずみ状態と与えられたときの応力関数をそれぞれ ϕ_0 , ϕ_1 とすれば, 同じ境界条件の下で次式が成立する。

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_0 / (1 - \nu^2), \quad \nu: \text{ポアソン比} \quad (\text{A-1}) \\ \sigma_x^{A1} &= \nu(\sigma_y^{A0} + \sigma_z^{A0}) / (1 - \nu^2), \quad \sigma_y^{A1} = \sigma_y^{A0} / (1 - \nu^2) \\ \sigma_z^{A1} &= \sigma_z^{A0} / (1 - \nu^2), \quad \tau_{yz}^{A1} = \tau_{yz}^{A0} / (1 - \nu^2) \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

一方, 平面ひずみに保持するためには横断面にその垂直方向応力 σ_x^{A1} の合力としての強制力 P_x, M_y, M_z (それぞれ, x 方向合力, y, z 軸まわりの合モーメント)が作用する。これらを次に求める。

$$\begin{aligned} P_x &= \int \sigma_x^{A1} dy dz = \left\{ \int \left(\int \sigma_y^{A0} dz \right) dy \right. \\ &\quad \left. + \int \left(\int \sigma_z^{A0} dy \right) dz \right\} \cdot \nu / (1 - \nu^2) = 0 \\ M_y &= \int \sigma_x^{A1} z dy dz = \left\{ \int \left(\int \sigma_y^{A0} z dz \right) dy \right. \\ &\quad \left. + \int \left(\int \sigma_z^{A0} dy \right) z dz \right\} \cdot \nu / (1 - \nu^2) = 0 \\ M_z &= \int \sigma_x^{A1} y dy dz = 0 \end{aligned}$$

ところで, 平面変形状態は平面ひずみに保持した強制力(P_x, M_y, M_z)を解放したときの状態である。上式のようにこれらの強制力はすべて零であるので, 解放しても新たな付加応力を作らない。よって,

$$\{\sigma^A\} = \{\sigma^{A1}\} \quad (\text{A-3})$$

Fig. A Maximum longitudinal strains on the cross section along x -axis

(A-2), (A-3) 式より本文 (16) 式を得る。

付 録 2

溶接長がある程度長ければ、溶接線中央付近の横断面は横断面内固有ひずみ (ϵ_y^* , ϵ_z^* , γ_{yz}^*) によって平面ひずみ状態にあることを示したが、ここではその条件を満たすための溶接長について考察する。

固有ひずみ ϵ_z^* によるものを対象とする。Fig. A に示すように溶接部近傍に一樣な固有ひずみ ϵ_z^* を与えたときの 3 次元応力解析を有限要素法によって行なった。これによると溶接線に垂直な横断面内に生じる溶接線方向ひずみ ϵ_x の最大値 $\epsilon_x^{\max}$ は $y=0$, $z=t/2$ に生じる。この最大ひずみの x 軸に沿う分布を同図中に示す。これ

から明らかなように端部から溶接線中央に近づくにしたがって、 $\epsilon_x^{\max}$ は指数関数的に減少し板厚 t に比べて L が十分長ければ零に収束する。また、板厚 t 程度溶接線端部より内部であれば、その位置の ϵ_x は高々 $0.2\% \epsilon_z^*$ のひずみしか生じておらず、横断面内固有ひずみによる応力 $\{\sigma^A\}$ が平面ひずみ状態にあることが認められる。また、別の解析によれば、 $\epsilon_x^{\max}$ の x 軸に沿う分布は板幅 B の影響をほとんどうけない。さらに、他の固有ひずみ成分についても同様な傾向があることを確認している。

以上のことから、溶接の始端・終端から板厚程度内部に入った位置の横断面における応力は横断面内固有ひずみによって、平面ひずみ状態にあると考えられる。