波浪中の船体縦運動における水路幅 および水深の影響

正員 高 木 幹 雄*

Effects of Breadth and Depth of Restricted Waters on Longitudinal Motions in Waves

by Mikio Takaki, Member

Summary

This paper deals with a method estimating theoretically effects of breadth and depth of restricted waters on the radiation forces, the wave exciting forces and the amplitudes of ship motions in regular head waves.

The approach used here is based on the strip theory and the slender body theory. Hydrodynamic forces on a ship model without the tank wall effect are assumed to be given by the strip theory and the reflections of waves generated by a ship model oscillation from the tank walls are assumed to be estimated by applying the slender body theory. In the next place, the amplitudes of ship motions in regular head waves are obtained by using those hydrodynamic forces. Finally correlation works between the theoretical results and experimental ones are done. It becomes clear from this investigation that the theoretical results obtained by this method are in good agreement with the experimental ones except for a damping coefficient for heave in very shallow water.

1 緒 言

通常の長水槽中を航走する船体に働く流体力あるいは規則波中の船体運動に対して、側壁影響のために実験結果にハンプあるいはホローが現われることは古くから知られている。さらに水深の浅い場合には水深の影響が現われてくる。これら水路幅および水深の影響をあらかじめ正しく推定しておくことは、水槽実験計画および水槽実験結果を評価するうえにおいて、重要なことである。

無限水深における規則波中の船体縦運動に対する側壁影響に関しては、花岡¹⁾、細田^{2),3)}の理論的研究が、また、Vossers & Swaan⁴⁾、Moor⁵⁾、Murdy⁶⁾、竹沢と神宮⁷⁾らの実験的研究がある。他方、有限水深における規則波中の船体運動に対する側壁影響については、著者の実験的研究⁸⁾の他は見当たらない。

本論文は有限幅、有限水深の制限水路における規則波中の船体縦運動を理論的に推定する方法を示している。船体に働く流体力の推定に関しては、側壁からの反射波によって船体に働く流体力^{1),2)}のほかに、この反射波が船体によってさらに攪乱されることによって生じる流体力をも考慮している。船体に働く流体力ならびに規則波

中の船体縦運動について数値計算を行い、実験結果と比較したものである。

2 物体境界条件

Fig. 1 に示すように、幅 $B_T = 2l$ 、一定水深 h の水路の中心線上に空間固定座標系 $O-XYZ$ の X 軸を取り、 XY -面は静水面と一致するものとする。また、鉛直下方を Z 軸の正とする。いま、船は速度 V で X 軸の正方向に規則波中を微小運動をしながら向い波状態で航行しているとする。船とともに移動する空間移動座標系を o_0-xyz 、船体固定座標系を $o-x_b y_b z_b$ で表わす。 o は船体

Fig. 1 Coordinate systems

* 九州大学応用力学研究所

中心線上の水線面 midship にとる。また、静水中では $o-x_b y_b z_b$ と $o_0-x y z$ は一致するものとする。

流体は非粘性、非圧縮性とする、船体の回りの流体運動は次のような速度ポテンシャルで表わされる。

$$\Phi = Vx + \varphi_S + \sum_{j=0,3,5,7} \varphi_j e^{i\omega_e t} \quad (1)$$

ただし、 φ_S : 定常運動による速度ポテンシャル

φ_j : 非定常運動による速度ポテンシャル

$j=3$: 上下揺 $j=5$: 縦揺

$j=0$: 入射波 $j=7$: 反射波

定常および非定常運動を表わす速度ポテンシャルは、それぞれ次の境界条件⁹⁾を満足する。

$$[L] \text{ Laplace の条件 } \nabla^2(\varphi_S, \varphi_j) = 0, \text{ in } \Pi. \quad (2-a)$$

[F] 自由表面条件

(i) 定常ポテンシャル :

$$\left[V^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - g \frac{\partial}{\partial z} \right] \varphi_S = 0, \text{ on } \Gamma_F \quad (2-b)$$

(ii) 非定常ポテンシャル :

$$\left[\left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 - g \frac{\partial}{\partial z} \right] \varphi_j = 0, \text{ on } \Gamma_F \quad (2-c)$$

[H] 船体表面条件

(i) 定常ポテンシャル :

$$\frac{\partial \varphi_S}{\partial n} = -V \frac{\partial x}{\partial n}, \text{ on } \Gamma_H$$

n : 船体の外向法線 (2-d)

(iii) radiation condition

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = -n_j + \frac{m_j}{i\omega_e}, \text{ on } \Gamma_H \quad (2-e)$$

$$\left[\begin{array}{l} \phi_j : \text{単位振幅速度ポテンシャル} \\ n_1, n_2, n_3 : \text{法線 } n \text{ の方向余弦,} \\ n_5 = (x - x_G) n_3 - (z - z_G) n_1, \\ m_3 = \frac{\partial w}{\partial n}, \\ m_5 = \frac{\partial}{\partial n} \{ (x - x_G) w - (z - z_G) u \}, \\ \vec{U} = (u, v, w) = -\text{grad}(Vx + \varphi_S), \\ x_G, z_G : \text{重心の } x \text{ および } z \text{ 座標.} \end{array} \right.$$

(iii) diffraction condition

$$\frac{\partial \varphi_7}{\partial n} = -\frac{\partial \varphi_0}{\partial n}, \text{ on } \Gamma_H \quad (2-f)$$

$$[B] \text{ 水底条件 } \frac{\partial}{\partial n}(\varphi_S, \varphi_j) = 0, \text{ on } \Gamma_B \quad (2-g)$$

$$[W] \text{ 側壁条件 } \frac{\partial}{\partial n}(\varphi_S, \varphi_j) = 0, \text{ on } \Gamma_W \quad (2-h)$$

$$[R] \text{ 無限遠の発散条件} \quad (2-i)$$

ただし、 Γ_F : 流体の自由表面、 Γ_H : 船体の浸水表面、 Γ_B : 水底、 Γ_W : 水槽側壁、 Π : 船体外部の流体領域、 g : 重力の加速度。

非定常速度ポテンシャルによる線形化した radiation pressure P_j および wave pressure P_W は次式で与えられる。

$$P_j = \rho \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi_j, \quad (j=3, 5) \quad (3)$$

$$P_W = \rho \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x} \right) (\varphi_0 + \varphi_7) \quad (4)$$

ただし、 ρ : 流体密度。

従って、船体が j -モードの運動をしているとき、 k -方向に働く radiation force あるいはモーメントは次式で表わされる。

$$F_{kj} = - \iint_{\Gamma_H} P_j \cdot n_k dS \quad (5)$$

また、 k -方向の波強制力あるいはモーメントは次式より求められる。

$$F_k = - \iint_{\Gamma_H} P_W \cdot n_k dS \quad (6)$$

3 船体運動方程式

規則波中の船の上下揺および縦揺の連成運動方程式を次のように表わす。

$$\left[\begin{array}{l} (M + A_{33})\ddot{z} + B_{33}\dot{z} + C_{33}z + A_{35}\ddot{\theta} \\ + B_{35}\dot{\theta} + C_{35}\theta = F_{ze} \\ (J_{55} + A_{55})\ddot{\theta} + B_{55}\dot{\theta} + C_{55}\theta + A_{53}\ddot{z} \\ + B_{53}\dot{z} + C_{53}z = M_{\theta e} \end{array} \right. \quad (7)$$

ただし、 M : 船の質量、 J_{55} : 船の縦揺慣性モーメント。

ここで、(7)式の船体運動方程式の各係数を、側壁影響を受けない成分に添字 S を、側壁影響のみを表わす成分に添字 W を付けて次のように分離する。

$$\left[\begin{array}{l} A_{kj} = A_{kj}^S + A_{kj}^W \\ B_{kj} = B_{kj}^S + B_{kj}^W \\ F_{ze} = F_{ze}^S + F_{ze}^W \\ M_{\theta e} = M_{\theta e}^S + M_{\theta e}^W \end{array} \right. \quad (8)$$

側壁影響成分を含まない係数 ($A_{kj}^S, B_{kj}^S, F_{ze}^S, M_{\theta e}^S$) はすでにストリップ理論によって求められているとし、本論文では側壁影響成分のみを表わす係数 ($A_{kj}^W, B_{kj}^W, F_{ze}^W, M_{\theta e}^W$) の推定法を次節以下で述べる。

4 制限水路内の船体に働く Radiation Force

4.1 Radiation Potential

(1)式の数ポテンシャルのうち、周期的な船体動揺による速度ポテンシャル φ_j をさらに次の3成分に分離する。

$$\varphi_j = \varphi_j^S + \varphi_j^W + \varphi_j^D, \quad (j=3, 5) \quad (9)$$

ただし、 φ_j^S : 船体動揺による速度ポテンシャルのうち、側壁影響を受けない成分を表わす速度ポテンシャル。

φ_j^{Wr} : φ_j^S による波が側壁で反射される波で、船体で攪乱されないとしたときの速度ポテンシャル。

φ_j^{Wd} : φ_j^{Wr} が船体で攪乱されるとき速度ポテンシャルで、新しく加えられた項。

ここで、第1項 φ_j^S と第2項 φ_j^{Wr} を加え合せたものを改めて φ_j^* とおく、

$$\varphi_j^* = \varphi_j^S + \varphi_j^{Wr} \quad (10)$$

船体が細長体であると仮定すると、遠場における船体動揺を表わす速度ポテンシャル φ_j^S は、水面上の船体中心線上に分布した3次元吹き出し $\sigma_j(x_b)$ と、グリーン関数 $G(x, y, z; x', y', z')$ によって表わされる¹⁰⁾。

$$\varphi_j^S = \int_L \sigma_j(x_b) \cdot G(x, y, z; x_b, 0, 0) dx_b \quad (11)$$

ただし、 L : 船長。

次に (10) 式の φ_j^* は $y = \pm l$ で水槽側壁条件 $[W]$ を満足しなければならないが、この条件は水路壁に対する船体の無限個の鏡像を置くことによって満足され¹⁾、浅水域のグリーン関数¹¹⁾を用いて次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \varphi_j^* &= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\sum_{q=-S}^S \int_L \sigma_j(x_b) \right. \\ &\quad \times G(x, y, z; x_b, 2l \cdot q, 0) dx_b \Big] \\ &= \lim_{S \rightarrow \infty} \left[\int_L \sigma_j(x_b) \right. \\ &\quad \times \left[4 \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_k \cos n_k (h-z) \cos n_k h}{\sqrt{n_k^2 + m^2} (2n_k h + \sin 2n_k h)} e^{-lm(x-x_b)} \right. \\ &\quad \times \sum_{q=-S}^S e^{-|y-2lq| \sqrt{n_k^2 + m^2}} dm \\ &\quad \left. \left. + 4 \left\{ \int_{-a_1}^{-a_2} + \int_{b_2}^{b_1} \right\} \right] \right] \end{aligned}$$

$$\varphi_j^{Wr}|_{y=0} = \int_L \sigma_j(x_b) \cdot G_{Wr}(x, 0, z; x_b) dx_b$$

$$\begin{aligned} &= \int_L \sigma_j(x_b) \cdot \left[4 \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_k \cos n_k (h-z) \cos n_k h}{\sqrt{n_k^2 + m^2} (2n_k h + \sin 2n_k h)} e^{-l\sqrt{n_k^2 + m^2}} e^{-lm(x-x_b)} dm \right. \\ &\quad + 4 \left\{ \int_{-a_1}^{-a_2} + \int_{b_2}^{b_1} \right\} \frac{n \cosh n (h-z) \cosh nh}{\sqrt{m^2 - n^2} (2nh + \sinh 2nh)} \coth l \sqrt{m^2 - n^2} e^{-lm(x-x_b)} dm \\ &\quad - 4 \left\{ \oint_{-\infty}^{-a_1} + \oint_{-a_2}^{b_2} + \oint_{b_1}^{\infty} \right\} \frac{n \cosh n (h-z) \cosh nh}{\sqrt{n^2 - m^2} (2nh + \sinh 2nh)} \cot l \sqrt{n^2 - m^2} e^{-lm(x-x_b)} dm \\ &\quad - 4 \left\{ \int_{-a_1}^{-a_2} + \int_{b_2}^{b_1} \right\} \frac{n \cosh n (h-z) \cosh nh}{\sqrt{m^2 - n^2} (2nh + \sinh 2nh)} e^{-lm(x-x_b)} dm \\ &\quad + 4i \left\{ \int_{-\infty}^{-a_1} + \int_{-a_2}^{b_2} + \int_{b_1}^{\infty} \right\} \frac{\varepsilon_p \cdot n \cosh n (h-z) \cosh nh}{\sqrt{n^2 - m^2} (2nh + \sinh 2nh)} e^{-lm(x-x_b)} dm \\ &\quad - 4i \sum_{p=1}^4 \sum_{r=0}^t \frac{\pi}{l} \frac{\varepsilon_p \cdot \varepsilon_r n \cosh n (h-z) \cosh nh}{2 \left(\frac{\omega_e}{V} + m_{pr} \right)^8} \cdot \frac{e^{-lm_{pr}(x-x_b)}}{2nh + \sinh 2nh} \Big] dx_b \\ &\quad \frac{K_0^2 \tanh^2 nh}{-m_{pr}} \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \begin{cases} 1/2 : r=0, t \\ 1 : r \neq 0, t \end{cases} \\ m_{pr} : l\sqrt{n^2 - m^2} = r\pi, \quad (r=0, 1, 2, \dots, t) \text{ の根} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &\times \frac{n \cosh n (h-z) \cosh nh}{\sqrt{m^2 - n^2} (2nh + \sinh 2nh)} e^{-lm(x-x_b)} \\ &\times \sum_{q=-S}^S e^{-|y-2lq| \sqrt{m^2 - n^2}} dm \\ &- 4i \left\{ \int_{-\infty}^{-a_1} + \int_{-a_2}^{b_2} + \int_{b_1}^{\infty} \right\} \\ &\times \frac{\varepsilon_p \cdot n \cosh n (h-z) \cosh nh}{\sqrt{m^2 - n^2} (2nh + \sinh 2nh)} e^{-lm(x-x_b)} \\ &\times \sum_{q=-S}^S e^{-t\varepsilon_p |y-2lq| \sqrt{m^2 - n^2}} dm \Big] dx_b \Big] \quad (12) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} n_k &: \left(\frac{\omega_e}{V} + m \right)^2 + K_0 n \tan nh = 0 \text{ の実根} \\ &\quad (k=1, 2, 3, \dots) \\ n &: \left(\frac{\omega_e}{V} + m \right)^2 - K_0 n \tanh nh = 0 \text{ の実根} \\ a_1 &= \frac{\tanh nh + 2\Omega \pm \sqrt{\tanh^2 nh + 4\Omega \tanh nh}}{2\Omega^2} K_e \\ a_2 &= \frac{\tanh nh - 2\Omega \pm \sqrt{\tanh^2 nh - 4\Omega \tanh nh}}{2\Omega^2} K_e \\ b_1 &= \frac{\tanh nh + 2\Omega \pm \sqrt{\tanh^2 nh + 4\Omega \tanh nh}}{2\Omega^2} K_e \\ b_2 &= \frac{\tanh nh - 2\Omega \pm \sqrt{\tanh^2 nh - 4\Omega \tanh nh}}{2\Omega^2} K_e \\ K_0 &= \frac{g}{V^2}, \quad K_e = \frac{\omega_e^2}{g}, \quad \Omega = \sqrt{\frac{K_e}{K_0}} = \frac{\omega_e V}{g} \\ \varepsilon_p &= \begin{cases} -1 : -\infty < m < -a_1 \\ 1 : -a_2 < m < \infty \end{cases} \\ q &: \text{鏡像の数} \end{aligned} \quad (13)$$

$S \rightarrow \infty$ の極限値を求めると、側壁条件 $[W]$ を満足する速度ポテンシャル φ_j^* が求まる。ここで、側壁影響のみを表わすグリーン関数を次式のようにおく、

$$G_{Wr}(x, y, z; x_b) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} G(x, y, z; x_b, 2lq, 0) - G(x, y, z; x_b, 0, 0) \quad (14)$$

これを用いて船体中心線上の側壁影響を表わす速度ポテンシャル φ_j^{Wr} を求めると次式となる。

次に(9)式の第3項の φ_j^d は3次元 diffraction 問題を解いて求める必要があるけれど、本論文ではその第1近似として、(15)式による波が船体に一度だけあたったときの船体攪乱による速度ポテンシャルとして求め

る。(15)式の φ_j^r による波の船体断面の平均吃水における鉛直方向の波粒子速度は次式より求めることができる。

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_{wj} &= -\frac{\partial \varphi_j^r}{\partial z} \Big|_{z=T_m} = -\int_L \sigma_j(x_b) \cdot \frac{\partial}{\partial z} G_{wr}(x, 0, z; x_b) dx_b \Big|_{z=T_m} \\ &= -\int_L \sigma_j(x_b) \cdot G_{wd}(x, 0, T_m; x_b) dx_b \\ &= -\int_L \sigma_j(x_b) \left[4 \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_k^2 \sin n_k(h-T_m) \cos n_k h e^{-l\sqrt{n_k^2+m^2}} e^{-lm(x-x_b)}}{\sqrt{n_k^2+m^2} (2n_k h + \sinh 2n_k h) \sinh l\sqrt{n_k^2+m^2}} dm \right. \\ &\quad - 4 \left\{ \int_{-a_1}^{-a_2} + \int_{b_2}^{b_1} \right\} \frac{n^2 \sinh n(h-T_m) \cosh nh}{\sqrt{m^2-n^2} (2nh + \sinh 2nh)} \coth l\sqrt{m^2-n^2} e^{-lm(x-x_b)} dm \\ &\quad + 4 \left\{ \oint_{-\infty}^{-a_1} + \oint_{-a_2}^{b_2} + \oint_{b_1}^{\infty} \right\} \frac{n^2 \sinh n(h-T_m) \cosh nh}{\sqrt{n^2-m^2} (2nh + \sinh 2nh)} \cot l\sqrt{n^2-m^2} e^{-lm(x-x_b)} dm \\ &\quad + 4 \left\{ \int_{-a_1}^{-a_2} + \int_{b_2}^{b_1} \right\} \frac{n^2 \sinh n(h-T_m) \cosh nh}{\sqrt{m^2-n^2} (2nh + \sinh 2nh)} e^{-lm(x-x_b)} dm \\ &\quad - 4i \left\{ \int_{-\infty}^{-a_1} + \int_{-a_2}^{b_2} + \int_{b_1}^{\infty} \right\} \frac{\varepsilon_p \cdot n^2 \sinh n(h-T_m) \cosh nh}{\sqrt{n^2-m^2} (2nh + \sinh 2nh)} e^{-lm(x-x_b)} dm \\ &\quad \left. + 4i \sum_{p=1}^4 \sum_{r=0}^l \frac{\pi}{l} \frac{\varepsilon_p \cdot \varepsilon_r \cdot n^2 \sinh n(h-T_m) \cosh nh}{2 \left(\frac{\omega_e}{V} + m_{pr} \right)^3} \frac{e^{-lm_{pr}(x-x_b)}}{2nh + \sinh 2nh} \right] dx_b \quad (17) \\ &\quad \frac{2 \left(\frac{\omega_e}{V} + m_{pr} \right)^3}{K_0^2 \tanh^2 nh} - m_{pr}\end{aligned}$$

ただし、 $T_m = S_x/B_x$

S_x : 船体断面の水面下面積

B_x : 船体断面の水線幅

ここで、船体断面が有限水深、無限幅の水域において、 $e^{i\omega_e t}$ の周期運動をしているときの単位振幅速度ポテンシャルを $(\phi_S + i\phi_A)$ とすれば、(9)式の第3項の φ_j^d は近似的に次のように表わすことができる。

$$\varphi_j^d = -\dot{\zeta}_{wj}(\phi_S + i\phi_A) \quad (18)$$

4.2 吹き出し分布の決定

細長体理論¹⁰⁾によると、周波数 ω_e で上下揺あるいは縦揺しながら、一定速度で前進しているときの遠場における速度ポテンシャルは、静止水面上の船体中心線上に分布させた周期的吹き出しによって表わすことができ、その吹き出し密度は次式によって求めることができる¹²⁾。

$$\begin{cases} \sigma_3(x_b) = \frac{g}{4\pi\omega_e} \hat{A}_H(x_b) e^{i\varepsilon_H(x_b) \cdot z_a} \\ \sigma_5(x_b) = \frac{g}{4\pi\omega_e} \hat{A}_H(x_b) e^{i\varepsilon_H(x_b) \cdot (x_b - x_G) \theta_a} \end{cases} \quad (19)$$

ただし、 $\hat{A}_H(x_b)$: 上下揺する船体断面の発散波振幅比
 $\varepsilon_H(x_b)$: 上下揺する船体断面の発散波と上下揺との位相差

z_a : 上下揺振幅 θ_a : 縦揺振幅

4.3 Radiation Force に対する水槽側壁影響

前節までに側壁影響を表わす速度ポテンシャル φ_j^r , φ_j^d が求まったので、これを(3)式に代入すると船体

に働く圧力が求まる。

$$P_j^r = \rho \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi_j^r \Big|_{\substack{y=0 \\ z=T_m}} \quad (20)$$

$$P_j^d = \rho \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi_j^d \quad (21)$$

ここで注意しなければならないことは、 P_j^r は船体中心線上の平均吃水における圧力であり、 P_j^d は船体断面上の圧力である。従って、船体断面の単位長さ当りの z 方向の流体力はそれぞれ次のようにして求められる。

$$\frac{dF_j^r}{dx_b} = -P_j^r(x_b) \cdot B(x_b) \quad (22)$$

ただし、 $B(x_b) = 2b$: 船体断面の水線幅

次に、圧力 P_j^d に関しては断面の周囲にそって積分する。

$$\begin{aligned}\frac{dF_j^d}{dx_b} &= -\int_c P_j^d \cdot N_3 ds \\ &= \rho \int_{-b}^b \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x} \right) (\phi_S + i\phi_A) \dot{\zeta}_{wj} dy_b \quad (23)\end{aligned}$$

ただし、 N_3 : 船体断面の z 方向の方向余弦

ここで、有限水深、無限幅水域における船体断面の上下揺付加質量係数および減衰係数をそれぞれ M_H , N_H とすると、(18)式の単位振幅速度ポテンシャル $(\phi_S + i\phi_A)$ と次の関係がある。

$$\begin{cases} \rho \int_{-b}^b \phi_S dy_b = M_H \\ \rho \int_{-b}^b \phi_A dy_b = -\frac{N_H}{\omega_e} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \rho \int_{-b}^b \frac{\partial \phi_s}{\partial x_b} dy_b &= \frac{\partial M_H}{\partial x_b} \\ \rho \int_{-b}^b \frac{\partial \phi_A}{\partial x_b} dy_b &= -\frac{1}{\omega_e} \frac{\partial N_H}{\partial x_b} \end{aligned} \quad (24)$$

(24) 式を (23) 式に代入すると,

$$\begin{aligned} \frac{dF_j^{Wd}}{dx_b} &= \left\{ i\omega_e \left(M_H - i \frac{N_H}{\omega_e} \right) \right. \\ &\quad \left. - V \left(\frac{\partial M_H}{\partial x_b} - \frac{i}{\omega_e} \frac{\partial N_H}{\partial x_b} \right) \right\} \zeta_{Wj} \end{aligned} \quad (25)$$

となる。

(22) および (25) 式の単位長さ当りの船体断面に働く流体力から、その断面の上下揺付加質量と減衰係数を求めると、次のようになる。

$$\begin{aligned} M_3^{Wr} &= Re \left\{ \frac{dF_3^{Wr}}{dx_b} \right\} / \omega_e^2 z_a \\ N_3^{Wr} &= -Im \left\{ \frac{dF_3^{Wr}}{dx_b} \right\} / \omega_e z_a \\ M_5^{Wr} &= Re \left\{ \frac{dF_5^{Wr}}{dx_b} \right\} / \omega_e^2 (x_b - x_G) \theta_a \\ N_5^{Wr} &= -Im \left\{ \frac{dF_5^{Wr}}{dx_b} \right\} / \omega_e (x_b - x_G) \theta_a \\ M_3^{Wd} &= Re \left\{ \frac{dF_3^{Wd}}{dx_b} \right\} / \omega_e^2 z_a \\ N_3^{Wd} &= -Im \left\{ \frac{dF_3^{Wd}}{dx_b} \right\} / \omega_e z_a \\ M_5^{Wd} &= Re \left\{ \frac{dF_5^{Wd}}{dx_b} \right\} / \omega_e^2 (x_b - x_G) \theta_a \\ N_5^{Wd} &= -Im \left\{ \frac{dF_5^{Wd}}{dx_b} \right\} / \omega_e (x_b - x_G) \theta_a \end{aligned} \quad (26)$$

これらが側壁影響を表わす船体断面の上下揺付加質量と減衰係数である。これらを船長にわたって積分すると、(8)式の側壁影響を表わす流体力係数 A_{kj}^W, B_{kj}^W は次のように求められる。

$$\begin{aligned} A_{33}^W &= \int_L (M_3^{Wr} + M_3^{Wd}) dx_b \\ B_{33}^W &= \int_L (N_3^{Wr} + N_3^{Wd}) dx_b \\ A_{53}^W &= \int_L (M_5^{Wr} + M_5^{Wd}) (x_b - x_G) dx_b \\ B_{53}^W &= \int_L (N_5^{Wr} + N_5^{Wd}) (x_b - x_G) dx_b \\ A_{55}^W &= \int_L (M_5^{Wr} + M_5^{Wd}) (x_b - x_G)^2 dx_b \\ B_{55}^W &= \int_L (N_5^{Wr} + N_5^{Wd}) (x_b - x_G)^2 dx_b \\ A_{35}^W &= \int_L (M_3^{Wr} + M_3^{Wd}) (x_b - x_G) dx_b \\ B_{35}^W &= \int_L (N_3^{Wr} + N_3^{Wd}) (x_b - x_G) dx_b \end{aligned} \quad (27)$$

5 制限水路の船体に働く波強制力

5.1 波強制力の成分分離

(6) 式より波強制力は次式で表わされる。

$$F_j = -\rho \iint_{\Gamma_H} \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x} \right) (\varphi_0 + \varphi_\tau) n_j dS \quad (30)$$

(2-e) 式の radiation condition より

$$n_j = - \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial n} - \frac{m_j}{i\omega_e} \right) \quad (31)$$

(31) 式を (30) 式に代入すると,

$$\begin{aligned} F_j &= -\rho \iint_{\Gamma_H} i\omega_e (\varphi_0 + \varphi_\tau) \left\{ - \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial n} - \frac{m_j}{i\omega_e} \right) \right\} dS \\ &\quad + \rho \iint_{\Gamma_H} V \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_0 + \varphi_\tau) n_j dS \\ &= i\omega_e \rho \iint_{\Gamma_H} (\varphi_0 + \varphi_\tau) \frac{\partial \phi_j}{\partial n} dS \\ &\quad - \rho \iint_{\Gamma_H} (\varphi_0 + \varphi_\tau) m_j dS \\ &\quad + \rho \iint_{\Gamma_H} V \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_0 + \varphi_\tau) n_j dS \end{aligned} \quad (32)$$

Tuck の定理^{10),13)}より

$$\iint_{\Gamma_H} V \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_0 + \varphi_\tau) n_j dS = \iint_{\Gamma_H} (\varphi_0 + \varphi_\tau) m_j dS \quad (33)$$

これを (32) 式に代入すると

$$F_j = i\omega_e \rho \iint_{\Gamma_H} (\varphi_0 + \varphi_\tau) \frac{\partial \phi_j}{\partial n} dS \quad (34)$$

となる。

ここで、単位振幅速度ポテンシャル ϕ_j を (9) 式と同じように、次の3成分に分離する。

$$\phi_j = \phi_j^s + \phi_j^{Wr} + \phi_j^{Wd}, \quad (j=3, 5) \quad (35)$$

ϕ_j は船体表面条件 $[H]$ を満足しているので,

$$\frac{\partial}{\partial n} (\phi_j^{Wr} + \phi_j^{Wd}) = 0, \quad \text{on } \Gamma_H \quad (36)$$

となる。(34) 式にグリーンの定理を適用し、さらに (2-f), (35), (36) 式の関係を用いると,

$$\begin{aligned} F_j &= i\omega_e \rho \iint_{\Gamma_H} \left(\varphi_0 \frac{\partial \phi_j}{\partial n} + \phi_j \frac{\partial \varphi_\tau}{\partial n} \right) dS \\ &= i\omega_e \rho \iint_{\Gamma_H} \left(\varphi_0 \frac{\partial \phi_j}{\partial n} - \phi_j \frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \right) dS \\ &= i\omega_e \rho \iint_{\Gamma_H} \left\{ \left(\varphi_0 \frac{\partial \phi_j^s}{\partial n} - \phi_j^s \frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \right) \right. \\ &\quad \left. - (\phi_j^{Wr} + \phi_j^{Wd}) \frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \right\} dS \end{aligned} \quad (37)$$

となる。この式からわかるように、第1項は側壁のない状態における波強制力であり、第2項が側壁影響を表わす波強制力である。特に第2項の ϕ_j^{Wd} は4節で示したように、水槽側壁の反射波のさらに船体による攪乱を表わす項であり、これまでの研究^{1),2)}では考慮されていなかった。本論文では、第1項はストリップ理論で近似的に計算し、第2項の側壁影響は次節で述べる方法で計算する。

$$\begin{aligned}
 \hat{M} + \hat{A}_{33} &= (M + A_{33}) / \rho L^3, & \hat{B}_{33} &= \frac{B_{33}}{\rho L^3} \sqrt{B/2g}, \\
 \hat{A}_{53} &= \left(A_{53} - \frac{C_{53}}{\omega_e^2} \right) / \rho L^4, & \hat{B}_{53} &= \frac{B_{53}}{\rho L^4} \sqrt{B/2g}, \\
 \hat{J}_{55} + \hat{A}_{55} &= (J_{55} + A_{55}) / \rho L^5, & \hat{B}_{55} &= \frac{B_{55}}{\rho L^5} \sqrt{B/2g}, \\
 \hat{A}_{35} &= \left(A_{35} - \frac{C_{35}}{\omega_e^2} \right) / \rho L^4, & \hat{B}_{35} &= \frac{B_{35}}{\rho L^4} \sqrt{B/2g}.
 \end{aligned} \quad (43)$$

(ii) 波強制力

規則波中向い波状態で、上下方向の力および船体重心回りのモーメントを計測した。その波強制力およびモーメントの振幅の無次元表示を次に示す。

$$\begin{aligned}
 \text{上下揺波強制力: } \hat{F}_z &= |F_{ze}| / \rho g \zeta_a L^2 \\
 \text{縦揺波強制モーメント: } \hat{M}_\theta &= |M_{\theta e}| / \rho g \zeta_a L^3
 \end{aligned} \quad (44)$$

(iii) 動揺振幅

規則波中向い波状態の上下揺および縦揺を次のように表す。

$$\begin{aligned}
 \text{上下揺: } z &= z_a \sin(\omega_e t + \varepsilon_z) \\
 \text{縦揺: } \theta &= \theta_a \sin(\omega_e t + \varepsilon_\theta)
 \end{aligned} \quad (45)$$

動揺計測結果はビジュグラフに記録し、その記録波形を読みとることによって解析している。側壁影響による動揺振幅の変動の大きさは図中で矢印をもって示している。動揺振幅の無次元表示は次の通りである。

$$\begin{aligned}
 \text{上下揺振幅: } z_a / \zeta_a \\
 \text{縦揺振幅: } \theta_a / m_0 \zeta_a
 \end{aligned} \quad (46)$$

7 実験結果と計算結果の比較

本節ではフルード数 $F_n = 0.1$ の結果について述べる。

(i) 水路幅 $B_T = 8\text{m}$ の場合

$B_T = 8\text{m}$ の場合の実験結果と計算結果の比較を Figs. 3~12 に示す。

radiation force については、高周波領域においては、側壁影響は現われず、 $h/T = 1.3$ の浅い場合の上下揺減

Fig. 3 $\hat{M} + \hat{A}_{33}$: Virtual mass coeff. for heave

衰係数 (Fig. 4) を除いて、側壁影響を考慮しないストリップ理論による計算結果と実験結果は非常によく一致している。

上下揺減衰係数は水深が浅い場合 ($h/T = 1.3$)、動揺

Fig. 4 $\hat{B}_{33}$: Damping force coeff. for heave

Fig. 5 $\hat{J}_{55} + \hat{A}_{55}$: Virtual mass moment of inertia coeff. for pitch

Fig. 6 $\hat{B}_{55}$: Damping moment coeff. for pitch

Fig. 7 $\hat{A}_{33}$: Coupling moment coeff. of heave into pitch

Fig. 10 $\hat{B}_{35}$: Coupling force coeff. of pitch into heave

Fig. 8 $\hat{B}_{33}$: Coupling moment coeff. of heave into pitch

Fig. 11 $\hat{F}_z$: Wave exciting forces for heave in head sea condition

Fig. 9 $\hat{A}_{35}$: Coupling force coeff. of pitch into heave

Fig. 12 $\hat{M}_\theta$: Wave exciting moments for pitch in head sea condition

周波数が高くなるほど、実験値はストリップ理論による値より大きくなって現われている。これは、著者の2次元強制上下揺試験結果と理論との比較¹⁴⁾、あるいはOortmerssenの前進速度零の状態の実験と理論との比較¹⁵⁾において、両者が良く一致していることから推察すると、非常に浅い場合における前進速度影響と思われる。

次に低周波数領域における radiation force の実験値には、側壁影響のためにハンプ・ホローが生じ、ストリップ理論では推定出来なくなってくる。実験値は細長体理論による側壁影響を考慮した本論の計算法によって大略説明される。

波強制力に関しては、radiation force と同様に、高周波数領域では側壁影響はほとんど現われず、低周波数領域に移るほど側壁影響が大きくなり、ストリップ理論では実験値を推定できず、本計算法によって大略説明されている。

(ii) 水路幅 $B_T=4\text{ m}$ の場合

水路幅が狭くなると、当然のこととして、側壁影響は幅の広い水路の場合よりも広い周波数範囲にわたって現われる。見掛け質量と減衰係数を Figs. 13~16 に、波強制力を Figs. 17, 18 に、動揺振幅を Figs. 19, 20 に示す。

Fig. 13 $\dot{M} + \hat{A}_{33}$: Virtual mass coeff. for heave

付加質量、減衰係数に関しては、側壁影響は高周波数領域で小さく、低周波数領域に移るに従って大きくなっている。本論の計算値は、浅い状態 ($h/T=1.3$) における上下揺減衰係数 (Fig. 14 の上図) を除いて、全般的に側壁影響を良く推定している。また、計算値は critical speed ($\frac{\omega_c V}{g} = \frac{1}{4} \tanh nh$) で不連続となる。

波強制力およびモーメントに関しては、水深の浅い状態 ($h/T=1.3$) において、実験値が計算値よりも高周波数領域で大きくなっている。これは上下揺減衰係数が水深の浅い場合 (Fig. 14 の上図) において、実験値が計算値より大きくなっているのに関連があるものと思われる。

向い波状態の上下揺振幅に関して、計算値と実験値の一致は、水深の浅い場合 ($h/T=1.3$) より深い場合 ($h/T=1.8$) の方が良い (Fig. 19)。特に水深の浅い場合、 $\frac{\omega_c^2}{g} T=0.4 \sim 0.6$ で計算値が実験値より大きくなっているのは、上下揺減衰係数の推定が実験値より小さくなっているためと思われる (Fig. 14 の上図)。

縦揺振幅に関しては、上下揺振幅の場合よりも計算値と実験値の一致は良い (Fig. 20)。これは縦揺減衰係数

Fig. 14 $\hat{B}_{33}$: Damping force coeff. for heave

Fig. 15 $\hat{J}_{55} + \hat{A}_{55}$: Virtual mass moment of inertia coeff. for pitch

Fig. 17 $\hat{F}_z$: Wave exciting forces for heave in head sea condition

Fig. 16 $\hat{B}_{55}$: Damping moment coeff. for pitch

Fig. 18 $\hat{M}_\theta$: Wave exciting moments for pitch in head sea condition

Fig. 19 Heaving amplitudes in head sea condition

Fig. 20 Pitching amplitudes in head sea condition

の推定値が実験値と良く一致しているからである (Fig. 16)。

以上のように、本論の方法による計算結果は実験結果の側壁影響を大略説明している。

(iii) 側壁影響の現われ始める限界周波数

Vossers & Swaan⁴⁾, Moor⁵⁾, 竹沢と神宮⁷⁾らは船体縦運動時において、船首で発生した波が側壁で反射し、再び船尾にあたるときの動揺周波数 ω_e をもって、側壁影響の現われ始める限界周波数としている。著者も前報告⁸⁾において、有限水深における船首波の伝播角 β とパラメータ $\Omega \left(= \frac{\omega_e V}{g} \right)$ との関係を示す図面を作製し、限界周波数を求めている (文献 [8] の Fig. 6.12)。

この図面より、水槽幅 8 m と 4 m の限界周波数を求めると次のようになる。

$B_T = 8 \text{ m}$ の場合

$$\beta_e = \tan^{-1}(B_T/L_{pp}) = \tan^{-1}(8/3) = 69.4^\circ$$

$$\longrightarrow \Omega = 0.326$$

$$F_n = 0.1 : \omega_e = 5.892 (1/\text{sec}), \quad \therefore \frac{\omega_e^2}{g} T = 0.688 \quad (47)$$

$B_T = 4 \text{ m}$ の場合

$$\beta_e = \tan^{-1}(B_T/L_{pp}) = \tan^{-1}(4/3) = 53.1^\circ$$

$$\longrightarrow \Omega = 0.428$$

$$F_n = 0.1 : \omega_e = 7.735 (1/\text{sec}), \quad \therefore \frac{\omega_e^2}{g} T = 1.186 \quad (48)$$

これらの限界周波数を先に示した図面 (Figs. 3~20) の側壁影響が現われ始める周波数と比較してみると、両者はそれぞれの水槽幅の状態において大略一致している。従って、Vossers⁴⁾, その他^{5), 7)}が示した限界周波数は、水槽実験において側壁影響の現われ始める周波数の推定に非常に有効であることが、本論文の計算および実験結果からも判明した。

8 結 論

以上の結果より本論文で得られた結論は次の通りである。

(1) 側壁影響のない浅水域で上下揺あるいは縦揺している船体に働く流体力は、ストリップ理論でほぼ推定出来る。しかし、上下揺減衰係数は、水深の非常に浅い場合 ($h/T=1.3$) には、前進速度の影響を強く受けて、その実験値は高周波数領域において計算値よりもかなり大きい。

(2) radiation force に対する水槽側壁影響は、細長体理論を用いて側壁による反射波、さらにその船体からの反射波を近似的に考慮する方法によって大略推定できる。

(3) 波強制力の水槽側壁影響は、(2)で求めた radiation potential と入射波の船体断面の平均吃水における波粒子速度を用いて求めた diffraction potential によって、大略推定できる。

(4) 船体動揺の側壁影響に関して, $h/T=1.8$ の場合はほぼその傾向を推定できる。

水深が非常に浅い場合 ($h/T=1.3$) については, さらに理論の改良が必要である。

最後に本研究の遂行にあたり, 御指導, 御鞭撻を頂いた九州大学応用力学研究所, 田才福造教授, 大楠丹助教授に厚く御礼申し上げます。また, 実験ならびに図面作製に尽力下さった安永誠技官, 近藤良三技術補佐員, 横林晴美嬢に深く感謝致します。

なお, 本研究の数値計算には, 九州大学大型計算機センターの FACOM 230-75 ならびに九州大学応用力学研究所の FACOM 230-48 を使用した。

参 考 文 献

- 1) 花岡達郎: 波浪中の船の運動に関する水路の側壁影響について, 造船協会論文集, 第 102 号 (1958), pp. 1~5.
- 2) 細田龍介: 波浪中模型実験結果に対する水槽の側壁影響 (1), 日本造船学会論文集, 第 139 号 (1976), pp. 23~30.
- 3) Hosoda, R.: Effect of Side-wall Interference of Towing Tank on the Results of Experiments in Waves (2), 日本造船学会論文集, 第 143 号 (1978), pp. 52~60.
- 4) Vossers & Swaan: Some Seakeeping Tests with a Victory Model, I. S. P., No. 69 (1960), pp. 189~206.
- 5) Moor, D. I.: Longitudinal Bending Moments on Models in Head Seas, The Royal Institution of Naval Architects, Quarterly Transactions, Vol. 109, No. 2 (1967), pp. 117~165.
- 6) Murdy, D. C.: Some effect of Tank Wall Influence on the Results of Experiments in Waves, 13th I. T. T. C. Report of Seakeeping Committee Appendix II, (1972), pp. 844~865.
- 7) 竹沢誠二, 神宮紀夫: 船体縦運動における過渡応答法による船型試験 (その 5, 水槽側壁影響), 日本造船学会論文集, 第 136 号 (1974), pp. 153~161.
- 8) Tasai, F., Takaki, M. and Ohkusu, M.: Ship Motions in Restricted Waters—Tank Tests—, Report of Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu Univ., Vol. XXVI, No. 81 (1978), pp. 23~81.
- 9) 高木又男, 大楠 丹: 規則波中を航走する船体の動揺理論概説, 第 2 回耐航性に関するシンポジウムテキスト (1977), pp. 1~16.
- 10) Ogilvie, T. F. & Tuck, E. O.: A Rational Strip Theory of Ship Motions, Part I, Report No. 013, Dept. of Naval Architecture and Marine Eng., the University of Michigan, (1969).
- 11) 高木又男, 雁野昌明: 波浪中の船体運動に関する水深の影響, 造船協会論文集, 第 122 号 (1967), pp. 10~17.
- 12) 大楠 丹: 一定速度で前進し動揺する船の波形解析, 日本造船学会論文集, 第 142 号 (1977), pp. 39~47.
- 13) 丸尾 孟: Tuck の定理について, 水槽委員会第二部会資料, SK 48-3, (1976).
- 14) 高木幹雄: 浅海域における船体運動について (その 1), 西部造船会々報, 第 50 号 (1975), pp. 29~63.
- 15) Oortmerssen, G. V.: The Motions of a Ship in Shallow Water, Chesapeake Sections, S. N. A. M. E. (1975).