外圧を受ける円筒殻の軸対称圧壊強度

(その 1)

正員 本 間 康 之*

Axisymmetrical Collapse of Circular Cylindrical Shell Subjected to Hydrostatic Pressure

by Yasuyuki Homma, *Member*

Summary

In this paper, the load carrying capacities of circular cylindrical shells subjected to hydrostatic pressure were investigated when the shells failed in axisymmetrical collapsing. Twenty six models with one bay and two rings having large sectional area were used for this investigation, but fourteen models result in shell buckling. Those models were fabricated with machine tools on a mandrel having outside diameter 110mm and had the following geometric characteristics (See Table 1).

Inner diameter=110mm,

Thicknesses=1.0, 1.2, 1.4, 1.5mm

Distances between surfaces of rings=22.5~60.0mm

Sectional dimensions of ring=15mm×15mm

Deflection detector shown in Fig.5 was used to record the deflection patterns at the mid-length prior to the collapsing. The circumferential and axial strains of the shells were measured with electrical strain gages.

On the other hand, the behaviors of the shells for axisymmetrical deformation were analyzed by finite element method.

The following conclusions were obtained.

(1) Average deflections of the shells prior to the collapsing given by $\int_0^{2\pi r} w ds / 2\pi r$ roughly agree with those calculated by the finite element method in most cases.

(2) Correlation of the experimentally obtained axisymmetrical collapsing loads with the calculated results by finite element method showed good agreement.

1 ま え が き

補強リングをもつ円筒殻が外圧によって圧潰するときその圧潰形態は胴板座屈 (shell buckling), 軸対称圧潰 (axisymmetrical collapse) あるいは stress failure) および全体的圧潰 (general instability) の 3 種に大別される。どの圧潰形態を生ずるかは円筒殻の形状 (半径, 板厚, 補強リングの間隔), 補強リングの断面の形と面積, 材料の機械的性質によって異なる。一般に半径に比べて補強リングの間隔が小さく, 板厚が大きく, 材料の降伏点が高いと軸対称圧潰を生じ, また補強リングの断面寸法が小さくなると全体的圧潰を生ずる。

外圧を受ける円筒殻の圧潰についてはわが国においてもいくつかの研究が発表されているが, それらの研究に

用いられた模型の多くは鋼板から溶接によって製作されているためかなりの初期変形や残留応力を有している。初期変形は円筒殻の圧潰圧力に大きな影響を与えることはよく知られているがその定量的な関係については必ずしも明らかにされていない。初期変形の影響をしらべるための第一段階として初期変形の少ない模型を用いた実験を行なうことが必要であろう。

一方これまでにわが国で行なわれた研究は胴板座屈と全体的圧潰に重点がおかれており軸対称圧潰についての実験は少ない。これは実際の設計では種々の理由から軸対称圧潰となる形状を採用しないためと思われる。しかし圧潰圧力が高くなるにつれて板厚が増し, 円筒殻の形状は軸対称圧潰を生ずる方向に近づくことを考えると圧潰圧力の大きい円筒殻の設計にあたっては軸対称圧潰についても検討する必要があるだろう。

* 東京農工大学工学部機械工学科

これらの点を考え、この研究では初期変形の小さい円筒殻が外圧により軸対称圧潰を生ずるときの強度を明らかにすることを目的として、機械加工によって製作された26個の模型を用いて圧潰実験を行ない、それらのうち軸対称圧潰を生じた12個の模型について実験結果と有限要素法による解析結果を比較した。

2 実 験

2.1 模型の形状と材料試験

模型製作用材料として長さ1,000mmに切断された配管用炭素鋼管(JIS G 3460, 呼び径 125, スケジュール番号 160, 外径, 139.8mm, 厚さ15.9mm) 4本を用い、これから旋盤により胴板と補強リングが一体となった模型を製作した。各模型はいずれも1個のスパンを有し、円筒の半径 r を一定とし、長さ l , 板厚 h を変化させた。両端の補強リングは円筒殻の端部の条件が固定となるようその断面積を胴板の断面積 $l \times h$ に比べて十分大きくし

である。模型の形状と寸法を Table 1 および Fig. 1 に示す。

材料から Fig. 2 に示すように鋼管の軸方向に JIS 5 号材料試験片を、また周方向には JIS 14 B 号材料試験片を採取し(材料 1 については軸方向のみ、材料 2 については軸方向および周方向、材料 3 および 4 は周方向のみ) 島津オートグラフ IS-5T 試験機により材料のヤング率と降伏点を求めた。なお、材料 1 は応力除去焼なましを行なっている。結果を Table 2 に示す。

2.2 試験タンクと加圧方法

試験タンクの構造と寸法を Fig. 3 に示す。図に示すようにタンクの蓋の部分に模型をとりつけ手押の油圧ポンプによって加圧する。3本のOリングを用いることにより油もれもなく良好な状態で実験を行なうことができた。

2.3 測定項目と結果

真円度

円筒殻の内外面(大気側を内面とする)は旋盤により

Table 1 Dimensions of models

Number	Length l mm	Radius r mm	Thickness of shell					
			Mean mm	Max. mm	Min. mm	Variance $\times 10^{-4}$	COV %	Max.-Min. Mean
01	30	55.103	1.003	1.085	0.959	13.5	3.67	0.126
02	35	55.214	0.946	1.050	0.871	24.1	5.19	0.189
03	40	55.347	0.968	1.027	0.966	2.50	1.63	0.063
04	45	55.176	1.031	1.090	1.000	3.61	1.84	0.115
05	50	55.272	0.930	1.052	0.825	55.9	8.11	0.244
06	55	55.378	0.989	0.999	0.939	1.12	1.07	0.061
07	60	55.099	0.976	1.130	0.810	123	11.4	0.327
08	50	55	0.879	0.929	0.850	4.31	2.36	0.090
11	20	55	1.181	1.209	1.158	2.81	1.42	0.043
111	20		1.191	1.232	1.163	2.98	1.45	0.058
12	25		1.195	1.235	1.145	8.45	2.43	0.075
13	30		1.183	1.206	1.150	2.82	1.42	0.039
14	35		1.187	1.201	1.169	0.935	0.81	0.027
15	40		1.184	1.220	1.148	4.26	1.74	0.061
16	50		1.186	1.219	1.156	3.42	1.56	0.053
21	20		1.379	1.419	1.330	6.02	1.78	0.065
22	25	55	1.399	1.434	1.364	4.77	1.56	0.050
23	30		1.402	1.433	1.364	5.46	1.67	0.049
24	35		1.385	1.422	1.320	10.66	2.36	0.074
31	22.5	56.5	1.490	1.506	1.469	1.29	0.76	0.025
311	22.5	56.5	1.503	1.541	1.470	5.27	1.53	0.047
32	25	56.5	1.493	1.513	1.479	0.806	0.60	0.023
33	27.5	56.5	1.487	1.508	1.460	2.66	1.10	0.032
34	30	56.5	1.512	1.536	1.490	2.23	0.99	0.030
341	30	55.0	1.539	1.625	1.554	4.89	1.39	0.045
55	32.5	56.5	1.517	1.540	1.493	2.15	0.97	0.031

Fig. 1 Shape of cylinder

Fig. 2 Taking specimens from material

Table 2 Mechanical properties of material

		No.1		No.2				No.3				No.4	
		Axial		Axial		Circum.		Circum.		Circum.		Circum.	
		Young Modulus kg/mm ²	Yield Point kg/mm ²	Young Modulus kg/mm ²	Yield Point kg/mm ²	Young Modulus kg/mm ²	Yield Point kg/mm ²	Young Modulus kg/mm ²	Yield Point kg/mm ²	Young Modulus kg/mm ²	Yield Point kg/mm ²	Young Modulus kg/mm ²	Yield Point kg/mm ²
Specimen	1	JIS No.5 specimen 6 pieces		21800	24.0	19800	25.6	20100	29.1	19900	28.5	20200	25.9
	2			21400	23.9	20300	25.3	21500	27.3	20500	27.8	20200	26.3
	3			20800	24.4	20900	25.8	20500	28.5	19800	27.6	18500	26.2
	4			20700	25.5	-	-	21200	27.5	20600	28.0	18700	26.6
Mean		20200	23.58	21200	24.45	20300	25.58	20900	28.10	20200	27.98	19400	26.25

Fig. 3 Tank for test

Table 3 Variance of radius

Number	Length l mm	Radius of Cylinder					
		Mean mm	Max. mm	Min. mm	Variance $\times 10^{-4}$	COV %	Max.-Min. Mean %
01	30	55.103	55.107	55.088	0.101	0.0058	0.018
02	35	55.214	55.230	55.195	1.13	0.019	0.034
03	40	55.347	55.400	55.275	0.212	0.0083	0.23
04	45	55.176	55.350	55.105	48.4	0.13	0.44
05	50	55.272	55.286	55.259	0.698	0.015	0.049
06	55	55.378	55.425	55.300	12.9	0.065	0.23
07	60	55.099	55.112	55.078	0.009	0.0017	0.062

機械加工されているから真円からの偏りは小さいと予想した。番号 01~07 の模型についてスパン中央および両端近くの 3 箇所において全円周を 20 等分し 10 個の直径を測定した。結果は Table 3 に示すように (最大直径-最小直径)/平均直径の値は 1/1000 の程度であった。そこでこれら以外の模型については真円度の測定を省略した。

板 厚

スパン中央部で全円周を中心角 5 度の間隔で 72 等分

し、各点の板厚をマイクロメータで測定し、その平均値、最大値、最小値、分散および変動係数を求めた。結果を Table 1 に示す。板厚の偏りは番号 01~08 では大きい、番号 11 以下ではかなり小さくなっており、とくに番号 31 以下では (最大値-最小値)/平均値の値が 5 % 以下であって、通常入手し得る鋼板の板厚と同じ程度の偏りであると考えてよからう。

板厚の分布の一例を Fig. 4 に示す。この図から最小板厚は特異なものではなく、板厚の最小点の周囲に板厚の薄い部分かなりの広がりをもって存在していることがわかる。

たわみ

Table 5 に示すように直径の一端に接触子をもつ板厚 0.5 mm のりん青銅板からつくられた幅 5 mm、直径 60 mm の円環状のたわみ検出器が直径 20 mm の棒鋼でつくられた回転軸にとりつけられている。検出器を回転軸のまわりに回転させるとその回転角はプーリーを介してポテンシオメータに伝えられる。一方接触子の半径方向の変位は円環に貼布した 4 枚のひずみゲージにより検出される。回転角および半径方向の変位の出力を X-Y レコーダに入力し記録させた。

銅板座屈および軸対称圧潰を生じた模型のそれぞれに

Fig. 5 Instrument for measuring deflection

Fig. 4 Thickness of model

Fig. 6 Deflection at mid-span

ついて加圧中のたわみ分布の一例を Fig. 6 に示す。この図からわかるように圧力が上昇してもあまりたわみを生じない部分が1箇所あり、それ以外のところでは圧力とともにたわみは大きくなってゆくがその大きさは一様ではない。ほとんどすべての模型にこのような挙動が見られた。なお、たわみ量は極めて小さく、たとえば模型23については圧潰直前においても最大たわみは板厚の1/10、スパンの1/180程度の大きさである。

一般に胴板座屈を生ずる場合には荷重が上昇するにつれて座屈波形 (lobe) の形成されてゆくことが知られている。しかし、この実験では胴板座屈を生じたすべての場合に、荷重が圧潰圧力に近づいても圧潰前には lobe の形成が見られなかった (ただし、圧潰前にたわみ測定装置をとり外しているので圧潰直前のたわみについては測定していない)。圧潰時の平均応力が降伏点に近くなるとこのような現象を生ずるようである。

応 力

円筒殻の内外面にひずみゲージを貼布し、加圧中のひずみを測定した。模型が小さいこと、たわみ測定を行な

うなどの理由から応力分布を描くのに必要な数のゲージを用いることはできなかった。しかし、すべての模型についてスパン中央のもっとも板厚の薄い部分における周方向、軸方向のひずみを測定し応力を求めた。このようにして得られた周方向、軸方向の平均応力 (板内外面の応力の平均値) の一例を Fig. 7 に示す。番号 16 は胴板座屈を、番号 23 は軸対称圧潰を生じている。

圧潰時の挙動と圧潰圧力

一般に外圧を受ける円筒殻は次のような挙動を示すことが知られている。

ポンプで送油し圧力を上昇させてゆく過程で送油中にもかかわらず圧力の低下を生ずる。それと同時に、胴板座屈を生ずる模型では lobe の発生が認められるが、軸対称圧潰の場合には目視によって認められるほどの変形は生じないことが多い。さらに送油をつづけると再び圧力は上昇する。そして、胴板座屈を生じた模型ではさきに示された lobe 発生圧力より低い圧力 (僅か高い圧力を示した例もある) で次の lobe を生じ圧力が低下する。同様のことをくり返してつぎつぎと lobe が形成されて

Fig. 7 Mean stress at mid-span

Table 4 Collapsing pressures of model

Number No.	Length l mm	Radius r mm	Mean Thick. h mm	Young's Modulus E 10 ⁴ kg/cm ²	Yield Point σ _y kg/cm ²	Thinness Factor λ	Collapsing Pressure			Pressure Factor			P _{ex} P _{mean}	P _{ex} P _{min.}	Number of Lobe
							experiment	calculation		experiment	calculation				
								for mean thick. P _{mean}	for min. thick. P _{min.}		for mean thick.	for min. thick.			
							kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²						
01	30	55	1.003	2.02	23.58	0.606	45.0	51.4	48.2	1.048	1.196	1.172	0.875	0.934	9
02	35	55	0.946	2.02	23.58	0.685	40.0	46.0	43.2	0.986	1.134	1.157	0.870	0.926	10
03	40	55	0.968	2.02	23.58	0.720	49.0	48.6	47.8	1.181	1.171	1.154	1.008	1.025	10
04	45	55	1.031	2.02	23.58	0.728	50.0	50.2	49.1	1.131	1.136	1.145	0.996	1.018	9
05	50	55	0.930	2.02	23.58	0.829	35.0	45.3	40.2	0.878	1.136	1.137	0.773	0.871	10
06	55	55	0.989	2.02	23.58	0.831	40.0	48.1	46.0	0.943	1.134	1.143	0.832	0.870	10
07	60	55	0.976	2.02	23.58	0.875	35.0	47.2	39.7	0.836	1.128	1.143	0.742	0.882	8
08	50	55	0.879	2.02	23.58	0.862	40.0	43.0	41.6	1.061	1.146	1.142	0.930	0.962	10
11*	20	55	1.181	2.03	25.58	0.449	66.0	76.0	74.6	1.202	1.384	1.385	0.868	0.885	--
111*	20	55	1.191	2.09	28.10	0.466	78.0	84.6	81.7	1.282	1.390	1.375	0.922	0.955	--
12*	25	55	1.195	2.03	25.58	0.497	61.0	72.2	68.4	1.098	1.299	1.284	0.845	0.892	--
13	30	55	1.183	2.03	25.58	0.549	60.0	67.2	65.5	1.091	1.221	1.214	0.893	0.916	13
14	35	55	1.187	2.03	25.58	0.592	68.0	66.2	64.3	1.232	1.199	1.192	1.027	1.049	10
15	40	55	1.184	2.03	25.58	0.634	59.0	65.0	61.8	1.071	1.180	1.157	0.908	0.955	9
16	50	55	1.186	2.03	25.58	0.707	60.0	63.6	61.6	1.088	1.153	1.146	0.943	0.974	8
21*	20	55	1.379	2.09	28.10	0.418	96.5	99.6	95.5	1.370	1.414	1.405	0.969	1.010	--
22*	25	55	1.399	2.09	28.10	0.462	87.0	94.2	91.6	1.217	1.318	1.314	0.924	0.950	--
23*	30	55	1.402	2.09	28.10	0.505	82.0	90.0	86.6	1.145	1.256	1.243	0.911	0.947	--
24	35	55	1.385	2.09	28.10	0.551	82.0	85.4	80.8	1.159	1.207	1.198	0.960	1.015	9
31*	22.5	56.5	1.490	1.94	26.25	0.422	89.7	96.8	95.3	1.296	1.398	1.396	0.927	0.941	--
311*	22.5	56.5	1.503	1.94	26.25	0.419	86.5	97.8	95.8	1.239	1.401	1.403	0.884	0.903	--
32*	25.0	56.5	1.493	1.94	26.25	0.444	84.7	93.6	92.9	1.221	1.349	1.352	0.905	0.912	--
33*	27.5	56.5	1.487	2.02	27.98	0.473	91.1	96.7	94.5	1.237	1.313	1.307	0.942	0.964	--
34*	30.0	56.5	1.512	1.94	26.25	0.482	83.9	90.2	88.7	1.194	1.284	1.281	0.930	0.946	--
341*	30.0	55.0	1.589	2.02	27.98	0.467	103.8	101.5	99.4	1.284	1.255	1.257	1.023	1.044	--
35	32.5	56.5	1.517	1.94	26.25	0.501	80.2	88.7	86.9	1.138	1.259	1.253	0.904	0.923	8

The models with asterisk result in axisymmetrical collapse

ゆく。また、最初の lobe を発生する際に複数の lobe を同時に生ずることもある。軸対称圧潰の場合には送油をつづけると圧力低下を生じた圧力より低い圧力の下で変形がすすみ、変形とともに耐荷力が下ってゆく。番号 01~24 の模型についてもこのような挙動が見られた。

しかし、番号 31~341 の模型はこれと異なる挙動を示した。すなわち、送油中に圧力低下を生じててもその低下量は小さく、そのあとさらに送油をつづけると円筒殻はより高い圧力に耐えられ、しかも耐荷力は送油の早さによって異なるように思われた。そこで圧力低下を生じたあとは加圧の速さが耐荷力に与える影響を少なくするため時間をかけて加圧を行なった。

以上のようにして得られた圧潰圧力を Table 4 に示す。

3 有限要素法による解析

文献¹⁾²⁾を参考にして軸対称殻の弾塑性たわみ解析の有限要素法プログラムを作成し、円筒殻の挙動を求め実験結果と比較した。要素分割は長さの半分を 25 要素に、厚さ方向には 20 層に分割した。また、たわみ曲率が大きくなると予想される端部近くでは分割を細かく、スパン中央に向って粗くしてあり、その一例を Fig. 8 に示す。

荷重増分に伴う塑性域の拡がりの処理は Marcal の方

Fig. 8 Finite element division

法³⁾によった。また、計算は Table 1 に示した平均板厚と最小板厚のそれぞれについて行なった。なお、この計算は軸対称変形に対するものであるから、胴板座屈を生じた模型には適用できない。しかし、すでに述べたように胴板座屈の場合でも圧潰前の挙動は軸対称圧潰の場合と大差なく、圧潰前に lobe の発生の見られないことを考え、胴板座屈を生じた模型についてもこの計算を行なった。

すでに述べたように実験で得られたたわみ分布は一樣ではない。そこで実験から得られた周方向たわみ分布の平均値（これを平均たわみ量と呼ぶことにする）と圧力の関係を有限要素法による計算と比較した。一部の模型を除いて実験と計算はかなりよく一致した。結果の一部

Fig. 9 Pressure-deflection

を Fig. 9 に示す。この図で番号 16 は胴板座屈、番号 23 は軸対称圧潰を生じている。

有限要素法によって得られた応力の計算値を実験値と比較した。周方向、軸方向とも平均応力はかなりよく一致しているが、曲げ応力は差のある場合が多かった。結果の一部を Fig. 7 に示す。

計算から得られた最高圧力を Table 4 に示す。平均板厚および最小板厚のそれぞれに対する結果を示してある。軸対称圧潰を生じた 12 個の模型に関する圧潰圧力の実験値 P_{ex} と計算から得られた最高圧力 P_{cal} の比 P_{ex}/P_{cal} の平均は、平均板厚を用いたとき 0.921、最小板厚に対して 0.946 である。

平均板厚を用いて求めた最高圧力の計算値 P_{cal} に対する pressure factor $\varphi_{cal} = P_{cal} \cdot r / \sigma_y \cdot h_{mean}$ の逆数 $1/\varphi_{cal}$ を横軸にとり、圧潰圧力の実験値と計算値の比を各実験についてプロットすると Fig. 10 が得られる。この図には参考のため胴板座屈を生じた場合も記入してある。

4 む す び

両端に十分大きな補強リングを有する 26 個の薄肉円筒殻を機械加工により製作し、これに一樣な外圧を加えて圧潰させた。また、弾塑性大たわみ有限要素法により殻の挙動を求めた。軸対称圧潰を生じた 12 個の模型に関して圧潰圧力の実験値と計算による最高荷重の比 P_{ex}/P_{cal} の平均を求めると、最小板厚（長さの中央、周方向等間隔 72 点における測定値のうちの最小値）を用いたとき 0.95、平均板厚（72 点の測定値の平均）を用いた

Fig. 10 Comparison of experimental collapsing pressure with calculated maximum pressure

ときは 0.92 であった。板厚の薄い部分は最小板厚点の周囲にある拡がりをもっていることに注目すると、最小板厚に対する計算値を採用すべきであると考えが設計の立場からは平均板厚を用いた方がよいであろう。

たわみおよびひずみ計測結果を見ると、加圧中の殻の挙動は軸対称ではないが平均たわみおよび平均応力は周方向、軸方向いずれも軸対称を仮定した計算結果とある程度一致している。このことが圧潰圧力についても実験値と計算値がかなりよく一致した原因であろう。

この実験ではたわみ測定装置の破損を恐れて圧潰直前と圧潰後のたわみ測定を行っていないが、殻の圧潰のメカニズムを明らかにするためには、圧潰時の殻の挙動を知ることが必要と思われる。また、実際の設計ではこの実験のように大きな断面積をもつ補強リングを用いない。現在これらの点を考慮に入れた 3 個のスパンを有する模型を製作し実験を行ないつつある。

参 考 文 献

- 1) P. V. Marcal: Large Deflection Analysis of Elastic-Plastic Shell of Revolution, AIAA Journal, Vol.8, No. 9 (1970), pp.1627~1633.
- 2) 安藤良夫 他: 有限要素法による軸対称かくの弾塑性大たわみ解析, 日本機械学会論文集, 37 巻, 303 号, 昭和 46 年, pp.2069~2078.
- 3) P. V. Marcal, I. P. King: Elastic-Plastic Analysis of Two-Dimensional Stress Systems by the Finite Element Method, International Journal of Mechanical Science, Vol.9 (1967), p.143.