溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度に 関する研究 (第 1 報)

——初期たわみ波形および初期たわみ量の影響——

正員 上 田 幸 雄* 正員 矢 尾 哲 也**
正員 中 村 和 博***

Compressive Ultimate Strength of Rectangular Plates with Initial
Imperfections due to Welding (1st Report)

——Effects of the shape and magnitude of initial deflection——

by Yukio Ueda, *Member* Tetsuya Yao, *Member*
Kazuhiro Nakamura, *Member*

Summary

Steel structures are usually constructed by welding, and the structural members are consequently accompanied by initial imperfections due to welding such as welding residual stresses and distortions. One of the most common types of structures is a box girder which is as a ship hull or a bridge. Generally, these structures are in service under lateral loads, and their deck plates which are the main strength members are subjected to inplane compressive and/or tensile stresses.

The deck plates are reinforced by a number of stiffeners, and are sub-divided into narrow strip plate elements. When the ultimate strength of such deck plate is considered, the contribution of the strip plate elements is important. From these viewpoints, the ultimate strength of a rectangular plate under thrust is theoretically investigated taking into account of the effects of the shape and magnitude of initial deflection.

The main conclusions are summarized in the following.

(1) A rectangular plate with such aspect ratio as predicts the minimum buckling strength does not necessarily indicate the minimum ultimate strength.

(2) The critical ratio of the components of the initial deflection is defined, which plays an important role for the final collapse mode of a rectangular plate when the plate is initially deflected.

(3) When initial deflection consists of several fundamental deflection modes, the maximum deflection is not entirely influential upon the ultimate strength. Then, the effective rate of initial deflection is defined. The value of the effective rate is discussed based on the actual examples.

(4) A simple formula is proposed for the ultimate strength of a rectangular plate with initial deflections under thrust.

1 緒 言

船体や橋梁を始めとする箱桁構造物は通常横分布荷重による縦曲げモーメントを受けており、その甲板は面内圧縮（または引張）荷重下にある。この甲板は箱桁構造物の重要な強度部材であり、その強度は桁全体の縦曲げ

強度を支配する。一方、構造的には、甲板は面内圧縮荷重のもとでの座屈を防止し、その有効性を高めるため、補強材が縦横に取り付けられた補強板構造となっている。したがって、圧縮荷重下での甲板の強度を知るためには、まず、補強材で仕切られた 1 パネルの圧壊強度を究明する必要がある。著者らはこれまでに正方形板を対象として、その圧壊強度に関する一連の研究を行ってきたが¹⁻⁵⁾、本論文では、上記の 1 パネルに相当する矩形

* 大阪大学溶接工学研究所 ** 広島大学工学部

*** 大阪大学大学院（現神戸製鋼所）

板を対象として、初期たわみ波形および初期たわみ量を考慮してその圧壊強度を論じた。

すなわち、始めに解析的な方法に基づく弾性大たわみ解析を行い、初期たわみを伴う矩形板が面内圧縮荷重のもとで示す挙動を究明した。そして、最終的に安定となるたわみ波形は初期たわみ成分の比が限界値を越えるか否かによって決定されることを明らかにし、この比を限界初期たわみ比と定義した。続いて、有限要素法を用いた弾塑性大たわみ解析を行い、初期たわみを有する矩形板の圧壊強度を求めた。この結果をもとに、板の細長比と初期たわみ量をパラメータとした圧壊強度の簡易推定式を導いた。さらに、矩形板の圧壊強度を支配する有効な初期たわみ量が存在することを示し、その初期たわみの最大初期たわみ量に対する比として有効初期たわみ係数を定義した。

2 解析の理論

2.1 解析対象

通常、甲板等は補強材で仕切られた連続パネルとなっているが、この中の1パネルはFig. 1に示すように、長辺方向に面内荷重が作用する矩形板となっている。このパネルの境界条件としては、パネルの連続性を考慮して4辺が直線を保ち、かつ、面外変形に対して単純支持の条件を仮定する。このパネルには、補強材を取り付ける際のすみ肉溶接のために、初期たわみおよび溶接残留応力が生じているが、本論文では初期たわみの影響のみを論じる。なお、残留応力の影響については次報で究明する。

2.2 弾性大たわみ解析

実構造物の矩形パネルの初期たわみは、すみ肉部の回転角変形およびすみ肉部の収縮固有ひずみのためにパネル中央部に生じる圧縮の残留応力のために生じ、後述のように、通常はいくつかの波長のたわみ成分が重畳された複雑な波形となっている。この状態で面内圧縮荷重が作用すると、初期たわみを構成する各たわみ成分は、荷重の増加と共に相互に影響し合いながら、成長あるいは減衰してゆくことが予想される。本論文では問題を簡単

にするために、荷重方向に2種類の波形の和、荷重に直角方向に1半波の初期たわみ波形を仮定し、たわみ波形成分の相互影響について論じる。すなわち、初期たわみ w_0 として

$$w_0 = \left(A_{0m} \sin \frac{m\pi x}{a} + A_{0n} \sin \frac{n\pi y}{b} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (2.1)$$

また、圧縮荷重下で生じる全たわみ w として

$$w = \left(A_m \sin \frac{m\pi x}{a} + A_n \sin \frac{n\pi y}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (2.2)$$

を仮定する。このたわみ波形は、周辺単純支持の境界条件を満足している。

一方、大たわみを伴う矩形板の適合条件式および平衡方程式は、板の応力関数を F とすると、それぞれ次式で与えられる。

$$\nabla^4 F = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right] \quad (2.3)$$

$$\nabla^4 (w - w_0) = \frac{t}{D} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) - 2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right) + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) \right] \quad (2.4)$$

式(2.1)および式(2.2)を式(2.3)に代入し、荷重条件を考慮して応力関数 F を求め、この F と w および w_0 を式(2.4)に代入してガラーキン法を適用すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{16m^2} \left[\left(\frac{m^4}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_{0m}^2 - A_{0m}^2) \right. \\ & \quad \left. + \frac{m^2 n^2}{a^4} (A_n^2 - A_{0n}^2) \right] A_m \\ & \quad + \frac{4a^2}{m^2} \left[\frac{1}{16b^4} + \frac{1}{64} (\alpha_1 + \alpha_2) \right] (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_n \\ & \quad + \frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_m - A_{0m}) \\ & \quad - \frac{1}{\pi^2 E} \sigma A_m = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{16n^2} \left[\left(\frac{n^4}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_n^2 - A_{0n}^2) \right. \\ & \quad \left. + \frac{m^2 n^2}{a^4} (A_m^2 - A_{0m}^2) \right] A_n \\ & \quad + \frac{4a^2}{n^2} \left[\frac{1}{16b^4} + \frac{1}{64} (\alpha_1 + \alpha_2) \right] (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_m \\ & \quad + \frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)n^2} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_n - A_{0n}) \\ & \quad - \frac{1}{\pi^2 E} \sigma A_n = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここで

Fig. 1 Rectangular plate with initial deflection under thrust (uniform displacement)

$$\alpha_1 = \frac{(m-n)^4}{\{(m+n)^2 b^2 + 4a^2\}^2}, \quad \alpha_2 = \frac{(m+n)^4}{\{(m-n)^2 b^2 + 4a^2\}^2} \quad (2.7)$$

また、 σ は平均圧縮応力を表わす。 σ を与えて式 (2.5) および式 (2.6) を A_m および A_n について解けば、式 (2.1) で与えられる初期たわみを有する矩形板の面内圧縮荷重下での弾性大たわみ変形の挙動が明らかとなる。

2.3 弾塑性大たわみ解析

矩形板の圧壊強度を求めるためには、大たわみに起因する幾何学的非線形性の他に、材料非線形性を考慮した弾塑性大たわみ解析を必要とする。本論文では有限要素法を用いた著者らの解析法^{1),9)}を適用した。

3 初期たわみを有する矩形板の変形挙動

矩形平板の長辺方向に面内圧縮荷重を作用させると、ある荷重で初期座屈が生じる。座屈後もさらに荷重を増加させると初期座屈波形のたわみが増加するが、薄板の場合には、ある荷重でこの座屈波形から他の波形に変形が急に移行する二次座屈現象が存在する。しかしながら、圧縮荷重を受ける矩形板の二次座屈強度はかなり高く、板のアスペクト比が大いとき初期座屈強度の2倍以上となることが報告されている⁷⁾。実際の船体構造物中のパネルは厚板となっており、二次座屈が生じる前に塑性化が始まって最終強度に達する。このような場合には二次座屈を考慮する必要がないので、本論文では二次座屈を取り扱わない。

3.1 初期たわみ成分の相互影響

まず、アスペクト比 $a/b=2.0$ の矩形板について、下記の初期たわみを与えて解析を行った。

$$(a) \quad A_{02}/t=0.2, \quad A_{03}/t=0.1$$

$$(b) \quad A_{02}/t=0.2, \quad A_{03}/t=0.2$$

解析結果を Fig. 2 (a) および (b) に示す。図の実線および破線はそれぞれ2半波および3半波のたわみの係数 A_2, A_3 と平均圧縮応力 σ の関係を表わす。ところで、 $a/b=2.0$ の板の最小圧縮座屈強度を与える座屈波形は荷重方向に2半波である。Fig. 2 (a) では最終的に2半波の変形が安定となっているが、同図 (b) では3半波の変形が安定となっている。このことは、初期たわみ波形とその大きさによっては必ずしも最小座屈値を与える波形で板が圧壊しないことを意味している。

つぎに、同じくアスペクト比 $a/b=2.0$ の矩形板で、

$$A_{02}/t=0.8, \quad A_{04}/t=0.393$$

の初期たわみを与えて解析を行った結果を Fig. 3 に示す。図の実線および破線はそれぞれ2半波および4半波のたわみの係数 A_2, A_4 と平均圧縮応力 σ の関係を表わす。この場合、ある程度変形した状態でいったん荷重が低下し、この荷重を境として初め小さかった4半波のたわみ成分が最終的に安定となる。この現象は荷重型の負荷を受けるパネルでは、ある荷重でひとつのたわみ波形から、他の安定なたわみ波形に変形が急に移行する飛び移り現象となって現われる^{8),9)}(Fig. 3 のP点からQ点)。

なお、Fig. 2 および Fig. 3 の一点鎖線は、最終的に安

(a) Load-deflection coefficient curves for $(A_{0m}/t, A_{0n}/t) = (0.2, 0.1)$

(b) Load-deflection coefficient curves for $(A_{0m}/t, A_{0n}/t) = (0.2, 0.2)$

Fig. 2 Elastic large deflection behavior of a rectangular plate with initial deflection

Fig. 3 Snap through phenomena of a rectangular plate under thrust

定となるたわみ成分のみが初期たわみとして存在する場合の解析結果を表わす。図より、初期たわみが2つの成分の和として表わされる場合、同じ大きさの荷重では初期たわみが単一成分の場合と比較してたわみの係数が小さくなるのがわかる。これは2つの成分が互に拘束し合うためである。2つ以上の成分の場合にも、同様の現象が存在することを確認している。

3.2 限界初期たわみ比

上述のように、初期たわみ成分の大きさとその組み合わせによって、最終的に安定な変形モードが異ってくる。いま、3.1 で取り扱った初期たわみが2つの波形成分の和として表わせる場合を考えると、どちらの波形が最終的に安定となるかを決定する初期たわみ成分の比の限界値が存在する。これを限界初期たわみ比と定義する。

種々のアスペクト比を有する矩形板に対して求めた連続する2つの成分間の限界初期たわみ比を Fig. 4 (a) に示す。図の横軸は座屈波形の初期たわみ成分 A_{0m} を、また縦軸の上下半分はそれぞれ $n=m+1$, $n=m-1$ の初期たわみ成分 A_{0n} を表わす。図は破線および実線によって3つの領域に分かれており、それぞれの領域で最終的に安定な波形が異なる。すなわち

(a) 下縦軸と破線の間の領域； $(m-1)$ 半波が安定

(b) 破線と実線の間の領域； m 半波が安定

(c) 実線と上縦軸の間の領域； $(m+1)$ 半波が安定

つぎに、後出のアスペクト比 $a/b=5.0$ の矩形板を対象として、最小座屈値を与える5半波の初期たわみ成分を基準とし、必ずしも連続しない他の成分との間の限界

 (a) Critical ratios of coefficients between m and $m \pm 1$ half-waves

(b) Critical ratios of coefficients of 3, 4, 6, 7, 8 or 9 half-waves against 5 half-waves

Fig. 4 Critical ratios of the components of initial deflection

初期たわみ比を求めた結果を Fig. 4 (b) に示す。図の破線と実線の間の領域では半波が安定となる。

ところで、実際の船体構造のパネルに生じている初期たわみ波形は部材寸法、溶接条件等によって異なり、複雑である。そのために、2つの初期たわみ成分の相互影響のみを考えて求める限界初期たわみ比を直接適用することはできない。しかしながら、Fig. 4 に示した結果より、矩形板は最小座屈値を与える基本波形よりも、より高次の波形に移りやすい傾向にあることがわかる。

3.3 船体構造のパネルに生じている初期たわみ

つぎに、実際のパネルに生じている初期たわみについて考察する。船体各部に生じている初期たわみ量に関しては比較的多くの計測例が報告されており¹⁰⁾、これをもとに種々の工作精度標準が設けられている¹¹⁾。しかしながら、初期たわみ波形の計測例は比較的少ない^{12), 13)}。ここでは、日本造船研究協会第127部会の研究で報告されている計測結果¹²⁾をもとに、初期たわみ波形の一般的傾向について考える。

計測は23万トンタンカーの上甲板 ($a/b=5.3$) および2.2万トンバルクキャリアの船底板 ($a/b=2.0$) について、それぞれ3例ずつ行なわれている。長辺方向の

中心線上で計測された初期たわみ波形をそれぞれ Fig. 5 (a) および (b) に示す。これらの初期たわみは次式で表わせる三角級数に展開できる。

$$w_0 = \sum_m A_{0m} \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (3.1)$$

m を1から11までとり、最小二乗法でたわみの係数を決め、1半波のたわみ成分の係数 A_{01} で無次元化したものを Fig. 5 (a), (b) に対応して Fig. 5 (c), (d) に示す。これらのたわみ成分は一般に1半波成分を始めとする奇数項の方が偶数項よりも大きく、図中に細破線で示すような傾向を有している。最大初期たわみ量を $w_{0\max}$ とするとこの破線は一般に次式で与えられる。

$$w_0 = w_{0\max} \sum_n \left[\frac{r}{(2n-1)^p} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{a} - \frac{s}{(2n)^q} \sin \frac{2n\pi x}{a} \right] \quad (3.2)$$

上式の係数 p, q, r および s は、本来、数多くの計測データをもとに統計量としてとらえるべき性質のものである。現在、十分な数のデータは集まっていないが、一般傾向として、アスペクト比が小さくなるほど高次項のたわみ成分の係数は小さくなる (p, q が大きくなる) と考

(a) Measured deflection ($a/b=5.3$)

(b) Measured deflection ($a/b=2.0$)

(c) Coefficients of initial deflection ($a/b=5.3$)

(d) Coefficients of initial deflection ($a/b=2.0$)

Fig. 5 Existing initial deflection in panels of a tanker ship and a bulk carrier

えられる。

本論文で示した計測例のみから係数を決めると、

(a) アスペクト比 5.3 の板の場合

$$p=q=1.0, r=0.76, s=0.30 \quad (3.3)$$

(b) アスペクト比 2.0 の板の場合

$$p=q=1.5, r=0.76, s=0.30 \quad (3.4)$$

となる。後出のアスペクト比 5.0 の矩形板の有限要素法解析では、式 (3.3) の係数で決まる波形の初期たわみを用いた。

なお、文献 12) では短辺方向の中心線上でも初期たわみ波形を計測し、これを 1, 2 および 3 半波成分の和として表わしている。これによると、2 半波および 3 半波成分の係数の最大値は 1 半波成分の係数の約 25% となっている。しかしながら、長辺方向に作用する面内圧縮荷重のもとではこの程度の 2 半波および 3 半波成分は優勢な波形とはなり得ないことが予想される。そこで、短辺方向の初期たわみ成分としては 1 半波成分のみを考える。

4 矩形板の圧壊強度

4.1 初期たわみを有する矩形板の圧壊強度

面内圧縮荷重を受ける矩形板の最終強度を明らかにするために、有限要素法を用いた弾塑性大たわみ解析を行った。板幅を $b=1,000$ mm, 板厚を $t=12$ mm, また降伏応力を $\sigma_Y=28$ kg/mm² と一定にし、アスペクト比を 0.25 から 1.5 までの間で種々変化させ、次式の初期たわみを仮定して解析を行った。

$$w_0 = \left(A_{01} \sin \frac{\pi x}{a} + A_{02} \sin \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (4.1)$$

解析によって得られた圧壊強度をまとめて Fig. 6 に示す。図の ○, △, □ 等の記号は Fig. 6 に示すそれぞれの初期たわみに対する結果である。図より明らかなように、圧縮座屈強度は板のアスペクト比が 1.0 の時に最小となるのに対して、圧壊強度はアスペクト比 1.0 で最小

Fig. 6 Ultimate strength of a rectangular plate under thrust

とならない。圧壊強度の最小値を与える板のアスペクト比は初期たわみ量によって異なるが、初期たわみが小さい場合には約 0.7 となる。

いま、アスペクト比が 1.0 より小さくなると、座屈強度は上昇する。一方、同じたわみ量に対する曲率が大きく、その結果、曲げ応力が大きくなり、板の塑性化は早くなる。これらの相反する要因のために、圧壊強度が最小値をとる 1 半波のアスペクト比が 0.7 近傍になっていると考えられる。

最小圧壊強度を与える 1 半波のアスペクト比は、初期たわみ量が増加すると小さくなる。また、他の板厚についても同様の解析を行ったが、厚板になるとこのアスペクト比は 1.0 に近づく。

座屈波形はアスペクト比 $a/b=\sqrt{2}$ を境として、荷重方向に 1 半波から 2 半波に変わる。3.1 でも示したように、平板では通常、座屈波形は二次座屈が生じるまでは安定な変形モードであるので、座屈波形のままで圧壊する。したがって、アスペクト比が $\sqrt{2}$ の矩形板で、荷重方向に 1 半波と 2 半波の座屈変形を仮定して圧壊強度を求めると、1 半波の場合が高く、2 半波の場合が低く、圧壊強度は不連続となる。いま、アスペクト比に応じた座屈波形と同じ波形の初期たわみのみが存在すると仮定する。この場合の圧壊強度を Fig. 6 の結果を用いて求め、Fig. 7 に示す。図より明らかなように、座屈波形が変わるアスペクト比で圧壊強度は不連続となるが、この不連続量はアスペクト比の増加と共に小さくなる。

ところで、初期たわみが $A_{01}/t=A_{02}/t=0.01$ の場合について解析すると Fig. 6 の ● 印となる。この場合、圧壊モードが 1 半波から 2 半波に変わり、圧壊強度が急変するアスペクト比は $\sqrt{2}$ より小さく、1.34 となっている。

Fig. 6 の実線および破線はそれぞれ荷重方向に 1 半波および 2 半波の初期たわみを単独に与えた場合の圧壊強度を表わしている。実際の板がいずれの波形で圧壊するかは限界初期たわみ比に依存している。たとえば、アスペクト比 1.25 の矩形板に 2 種類の初期たわみ

(a) $A_{01}/t=0.5, A_{02}/t=0.1$,

(b) $A_{01}/t=A_{02}/t=0.1$

を与えた解析結果をそれぞれ Fig. 6 に + および × 印で示す。このアスペクト比に対する座屈波形は 1 半波であるが、(b) の場合には限界初期たわみ比を越えているので、圧壊モードは 2 半波となり、その圧壊強度は低くなっている。

ところで、実構造物のパネルに生じている初期たわみ波形は複雑で、最終的にどの波形成分が優先した崩壊モードとなるかを知るためには、本来は個々の場合について詳細な解析を行う必要がある。しかしながら、このよ

Fig. 7 Ultimate strength of a rectangular plate under thrust (when the mode of initial deflection is same as buckling mode)

Fig. 8 Ultimate strength of a rectangular plate with initial deflection under thrust

うな解析は一般に手数を要する。そこで、可能な単独圧壊モードの初期たわみを仮定し、その波形に最大初期たわみ量 $w_{0\max}$ を与えて得られる圧壊強度の中から最小となるものをもって圧壊強度とすることを提案する。Fig. 8 に示す太実線がそれぞれの初期たわみ量に対するこのような圧壊強度を表わすが、アスペクト比が大きくなるとほぼ一定値を示す。

4.2 有効初期たわみ係数

実構造物のパネルに生じている初期たわみ波形は複雑で、式 (3.1) のようにいくつもの成分の和で表わされる。すでに、2つの波形成分間の限界初期たわみ比を論じたが、上記のように多くの波形成分がある場合については、どの成分の変形モードがどの程度圧壊強度に影響を及ぼすかについてまだ研究の余地がある。しかし、ここではこのような初期たわみを有する矩形板の理論解析の結果をもとに、有効初期たわみ係数なる概念を提案する。

解析対象はアスペクト比 $a/b=5.0$ ($a=5,000$ mm, $b=1,000$ mm) の矩形板で、板厚を $t=12$ mm と 24

mm の 2 種類とした。初期たわみは式 (3.3) の係数を用いて式 (3.2) で表わせるとした。解析に際しては最大初期たわみ量を $w_{0\max}/t=0.133, 0.4$ および 0.667 とした。これら 6 ケースについて有限要素法による弾塑性たわみ解析を行った。たわみ波形の変化をそれぞれの板厚について 2 例ずつ、Fig. 9 (a) および (b) に示す。また、圧壊強度を $w_{0\max}/t$ に対して Fig. 10 の左側に示す。

Fig. 9 (a) の薄板の場合には、初期たわみの大きさによって崩壊モードが異なっている。これは、座屈荷重を越えて初期たわみ成分の比および初期たわみ量によって決まる安定な変形となった後に塑性化が生じ、そのままの波形で圧壊しているためである。これに対して同図(b)の厚板の場合には、安定な変形に落ち着く前に塑性化が生じ、初期たわみ波形に応じて局部的にたわみが増加して圧壊している。

他方、上記の矩形板が単独モードで圧壊する場合のモード数は種々考えられるが、これら単独の変形モードを初期たわみとし与えた場合の圧壊強度を Fig. 8 およびこ

Fig. 9 Change of deflection mode of a rectangular plate under thrust

Fig. 10 Effective rate of initial deflection of a rectangular plate under thrust

れと同様の解析を $t=24$ mm と場合に対しても行った結果を用いて求めた。その中から同じ初期たわみ量 w_0 について最小の圧壊強度を与えるのを取り、 w_0/t に対して Fig. 10 の右半分に示す。

Fig. 10 の左右を比較すると、同じ圧壊強度を示す w_0/t と $w_{0\max}/t$ の値が異なる。すなわち、 $w_{0\max}$ の初期たわみ全部が直接圧壊強度に影響していない。そこで、 $\zeta = w_0/w_{0\max}$ とおき、これを有効初期たわみ係数と定義する。これは、複雑な初期たわみを等価な単独成分の初期たわみに変換する係数を表わす。このような解析を実例について数多く実行すると有効初期たわみ係数を統計量として得ることができる。しかしながら、現在では実例が少く不十分であるので、 ζ の係数の性質について考察を加える。

Fig. 4 (b) にアスペクト比 5.0 の矩形板について、5 半波の初期たわみ成分 A_{05} に対する他の初期たわみ成分 A_{0i} 単独の限界初期たわみ比を示している。これと、式 (3.3) の係数を用いた式 (3.2) の初期たわみにおける A_{05} と A_{0i} の比を較べると、座屈波形(この例では 5 半波)より低次の初期たわみ成分の比は上記の限界初期たわみ比より小で、高次のものは大となる。

いま、仮に限界初期たわみ比の相互干渉を無視すると、座屈波形より低次のたわみ成分は負荷によって減少するが、高次の成分は増加するので高次成分は圧壊強度に影響することが予想される。そこで、そのアスペクト比に対して最小座屈値を与えるたわみ波形の半波の数、 n を基準に、 $2n$ までの初期たわみ成分の絶対値の和をとり、最大初期たわみ $w_{0\max}$ との比を有効初期たわみ係数 ζ とすることを提案する。ここで用いたたわみ波形では、 $\zeta=0.46$ となる。

なお、初期たわみ波形が明らかでない場合には有効初期たわみ係数として $\zeta=0.5$ を採れば十分安全側と考えられる¹³⁾。さらに、初期たわみ量も明らかでない場合には、実構造物には工作精度標準で定められた最大許容初期たわみ量以上の初期たわみは生じていないと考え、これを $w_{0\max}$ とする。例えば、日本鋼船工作精度標準(JSQS)に従うと、上甲板での最大許容初期たわみ量は 6mm と定められている。この場合には、 $w_{0\max}=6$ mm、 $\zeta=0.5$ として、 $\zeta w_{0\max}=3$ mm の初期たわみを考えて、所定の細長比を有する矩形板の圧壊強度の最小値を上甲板の圧壊強度とすればよいと考えられる。

4.3 矩形板の圧壊強度の簡易推定式

他の板厚の場合についても Fig. 8 に示したと同様の解析を行い、圧壊強度の最小値を求めた。これらの結果をもとに、文献 3) に示した正方形板の圧壊強度と初期たわみの関係を参考にして最小二乗法による curve fitting を行い、初期たわみを有する矩形板の圧壊強度として次

Fig. 11 Ultimate strength of a rectangular plate by various compression tests

式を得た。

$$\sigma_u/\sigma_Y = (1.081\eta^2 + 3.612\eta + 1.356)/(\xi + 7.379\eta - 0.1965) - 0.3064\eta + 0.1437 \quad (4.2)$$

ここで

$$\xi = b/t\sqrt{\sigma_Y/E}, \quad \eta = w_0/t \quad (4.3)$$

式(4.2)より求まる圧壊強度を Fig. 11 に実線で示す。図には、従来数多く行なわれている矩形板の圧壊試験の結果を併せて示す^{14)~17)}。それぞれの圧壊試験で、試験体に生じている初期たわみ波形および初期たわみ量は一部を除き明らかでない。しかしながら、一般に薄板では大きな初期たわみが、また厚板では小さな初期たわみが生じていると考えられる。試験結果が、薄板では推定値より低く、厚板では推定値より高い傾向にあるのはこのためと考えられる。なお、図中の破線は正方形板の圧壊強度を表すが、矩形板の圧壊強度よりも高くなっている。これより、正方形板の圧壊強度をもって矩形板の圧壊強度とすると、危険側の評価になることがわかる。

5 結 論

本論文では、溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度を究明する目的で、まず、溶接に起因する初期たわみの影響について研究を行った。本論文で得られた主たる知見は以下のとおりである。

(1) 初期たわみを有する矩形板の圧壊時の変形モードを決める支配的なパラメータとして、限界初期たわみ比が存在することを明らかにした。すなわち、初期たわみ波形とその大きさによって、矩形板は必ずしも最小座屈値を与える変形モードでは圧壊しない。

(2) 座屈強度は座屈1半波のアスペクト比が1.0の時に最小となる。これに対して圧壊強度は、薄板で初期たわみが小さい場合、アスペクト比0.7近傍で最小とな

る。厚板になるとこのアスペクト比は1.0に近づく。

(3) 初期たわみが増加すると、圧壊強度が最小となる圧壊モードの1半波のアスペクト比は小さくなる。

(4) 座屈波形と同じ波形の初期たわみを有する矩形板の圧壊強度は、板のアスペクト比を増加させてゆくと、座屈モードが変わるアスペクト比で不連続となる。

(5) 最大初期たわみ w_{0max} を有する矩形板の圧壊強度は、可能な単独圧壊モードを初期たわみとして仮定し、そのモードに最大初期たわみ量 w_{0max} を与えて得られる圧壊強度の中から最小となるものをもって安全側に評価できる。

(6) 最大初期たわみ量の一部が圧壊強度に影響を及ぼす。この初期たわみ量の最大初期たわみ量に対する比として、有効初期たわみ係数 ζ を定義した。

(7) 初期たわみ波形が明らかな場合には、最小座屈値を与える半波数 (n) を基準として、それから $2n$ 半波までの初期たわみ成分の絶対値の和と最大初期たわみ量の比を有効初期たわみ係数とすれば十分である。やや細長い矩形板 (アスペクト比が3以上) で初期たわみ波形が明らかでない場合には、有効初期たわみ係数を0.5とすればよいようである。

(8) 細長比および初期たわみ量をパラメータとして、矩形板の圧壊強度を求める簡易推定式を提案した。

本論文では、初期たわみが矩形板の圧壊強度に及ぼす影響について究明したが、第2報では、溶接残留応力の影響について論じる予定である。終りに、本論文の図面作成に当って御助力いただいた大阪大学溶接工学研究所古木良一技官および大阪大学大学院河合 淳氏、佐々木治夫氏に感謝の意を表します。また、本研究は文部省科学研究費の補助を受けて行なわれたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 上田幸雄, 安川 度, 矢尾哲也, 池上 博, 大南亮一: 圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究 (第1報), 日本造船学会論文集, 第137号 (昭和50年6月), pp. 210~221.
- 2) Y. Ueda, W. Yasukawa, T. Yao, H. Ikegami and R. Ohminami: Effects of Welding Residual Stresses and Initial Deflection on Rigidity and Strength of Square Plates Subjected to Compression, Trans. JWRI, Vol. 4, No. 2 (1975), pp. 29~43.
- 3) 上田幸雄, 安川 度, 矢尾哲也, 池上 博, 大南

- 亮一：圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究(第2報), 日本造船学会論文集, 第140号(昭和51年12月), pp205~209.
- 4) Y. Ueda, W. Yasukawa, T. Yao, H. Ikegami and R. Ohminami : Effects of Welding Residual Stresses and Initial Deflection on Rigidity and Strength of Square Plates Subjected to Compression (Report II), Trans. JWRI, Vol.6, No.1 (1977), pp.33~38.
 - 5) Y. Ueda and T. Yao : Compressive Strength of Plate Elements with Welding Residual Stresses and Deflection, Trans. JWRI, Vol.7, No.1, (1978), pp.1~17.
 - 6) 上田幸雄, 山川武人, 藤原昭文 : 有限要素法による, はり・柱・平板の熱弾塑性大たわみ解析, 日本鋼構造協会第7回大会研究集会マトリックス構造解析法研究発表論文集, (昭和48年6月), pp.411~418.
 - 7) T. Nakamura and K. Uetani : The Secondary Buckling and Post-secondary-buckling Behaviors of Rectangular Plates, Int. J. Mech. Sci., Vol.21, (1979), pp.256~286.
 - 8) M. Ojalvo and F. H. Hull : Effective Width of Thin Rectangular Plates, J. Eng., Mech. Div., ASCE 84, (1958), pp.1718-1-20.
 - 9) P. W. Sharman and J. Humpherson : An Experimental and Theoretical Investigation of Simply-Supported Thin Plates Subjected to Lateral Load and Uniaxial Compression, J. Roy. Soc., Vol.72, (1968), pp431~436.
 - 10) ISSC 1976, Report of Committee III-3, On Fabrication Factors Affecting Structural Capability, Proceedings, (1976).
 - 11) 例えば, 日本造船学会 : 日本鋼船工作精度標準, (1975).
 - 12) 日本造船研究協会 : 船殻部材歪量の船体強度に及ぼす影響に関する研究, 研究資料, No.212, (1975), pp.4~9.
 - 13) C. A. Carlsen and J. Czujko : The Specification of Post-welding Distortion Tolerances for Stiffened Plates in Compression, Stru. Eng., Vol.56 A, No.5, (1978), pp.133~141.
 - 14) J. B. Dwight and K. E. Moxham : Welded Steel Plates in Compression, Stru. Eng., Vol.47, No.2 (1969), pp.49~66.
 - 15) H. Becker, R. Goldman and J. Pazerycki : Compressive Strength of Ship Hull-Part I Unstiffened Plates, U. S. Ship Structure Committee Report, SSC-217, (1970).
 - 16) J. B. Dwight : Collapse of Steel Compression Panels, Developments in Bridge Design and Construction, Crosby Lockwood, (1971), pp.519~539.
 - 17) R. G. Dawson and A. C. Walker : A Proposed Method for the Design of Thin-walled Beams which Buckle Locally, Stru. Eng., Vol.50, No.2 (1972), pp.95~113.