前進速度をもつ細長物体の Diffraction 問題について

正員 松 永 康 二* 正員 丸 尾 孟**

On the Diffraction Problem of Slender Ships with Forward Velocity

by Koji Matsunaga, *Member* Hajime Maruo, *Member*

Summary

A theoretical derivation, according to the interpolation slender body theory, is presented for the diffraction problem of a fixed ship, moving with forward velocity in regular head waves.

Assuming that $U=O(\epsilon^{1/2})$, $\omega_0=O(\epsilon^{-1/4+b})$ ($0 < b < 1/4$), the boundary value problem is linearized in the outer and inner regions respectively. The inner solution, governed by two-dimensional Laplace equation, involves an interaction effect between the steady forward motion and the unsteady incident wave motion. A similar matching procedure, as for the radiation problem, is used to determine the unknown source strength and the homogeneous component in the inner solution.

Computations and measurements are carried out for the wave exciting force of a slender ship model, with cross sections defined by Lewis forms. Comparing the results, it appears that the present method gives good predictions, including the interactions between sections along the length.

1 緒 言

波浪中を前進する船は入射波による非定常な力を受け、定常な前進運動の他に、非定常な船体運動を起す。このとき、船は定常及び非定常な運動を行うことにより、同時に船体まわりの流体の運動にも変化を与えている。このような、物体と流体との相互作用を議論するに際しては、物体は剛体として挙動すること、更に変形体としての流体及び剛体運動の振幅は微小であることを仮定する。いわゆる、微小運動理論による取り扱いが一般的である。

しかし、前進速度をもつ問題においては、微小運動を仮定しただけでは非定常な自由表面条件を線形化することはできない。すなわち、船が前進することにより流体に生じる定常攪乱の非定常攪乱に及ぼす影響の程度を評価しておく必要がある。ストリップ法においては、物理的な直観によりこの影響は無視された。より解析的には、船体の幾何学的形状を規定するパラメータを導入し、これを基準として船体の存在による流体攪乱の大きさを統一的に表現する方法が考えられる。薄い船の理

論、細長体理論による解析である。ここでは、細長体理論により船体まわりの非定常流場を解析する。

ところで、微小運動振幅を仮定した場合には線形重ね合わせの原理から、流体の非定常攪乱問題は radiation 問題と diffraction 問題に分けて考えることができる。細長体理論により非定常問題を解析すると、低周波数を仮定した場合には復原力、Froude-Kriloff force が最低次の項となる¹⁾。逆に、高周波数を仮定した radiation 問題ではストリップ法と一致する結果が得られる²⁾。また diffraction 問題では船体近傍 (near field) における支配方程式は Helmholtz 方程式となる³⁾。したがって、radiation 問題では三次元影響を考慮する方法^{4), 5)}が、一方、diffraction 問題においては Helmholtz 方程式の解法⁶⁾、並びに船体の存在による入射波の変形、船首端の影響に関する研究が進められてきた^{7)~14)}。これらは定常造波抵抗問題とも深く関連しており、いまだ完全に解決されたとは言えない。

著者らは前報¹⁵⁾において、前進速度をもつ細長物体の radiation 問題に関して $U=O(\epsilon^{1/2})$, $\omega=O(\epsilon^{-1/2+a})$ ($0 < a < 1/2$) とオーダーを仮定して解析を試みた。すなわち、interpolation theory⁴⁾を前進速度をもつ問題へ拡張し、ストリップ法では考慮されない三次元影響及び前

* 石川島播磨重工業(株)技術研究所

** 横浜国立大学工学部

進速度影響を合理的に取り入れた定式化を示した。

本研究においては、radiation 問題と同様の手法を用いて、前進速度をもつ場合の diffraction 問題の定式化を試みる。比較的 low 周波数の範囲、すなわち、near field における支配方程式が Helmholtz 方程式ではなく二次元 Laplace 方程式で近似される長波長域で問題を考える。このとき、三次元影響および前進速度影響を含んだ波強制力の表現を得ることを目的としている。したがって、入射波の減衰を考慮することはできない。また end effect は無視して考える。これらの影響は短波長域で顕著に現れると考えられる。しかし、そのとき波強制力の絶対量は小さい。本定式化は船体運動、波浪荷重で重要な船の長さと同じ程度の波長をもつ入射波の場合を含んで成立する。

2 前進速度をもつ細長物体の Diffraction 問題

2.1 問題の定式化

船が正面規則波中を一定速度 U で前進する問題を考える。ただし、船体の非定常運動は拘束されているとする。流体は非圧縮性の完全流体であり、その擾乱振幅は微小で線形的に取り扱うことができると仮定する。船体は左右対称の細長物体であり、長さ $L=O(1)$ とするとき幅、吃水は $O(\epsilon)$ とみなすことができる。

ここで、空間固定座標系 $\mathbf{X}_s=(x_s, y_s, z_s)$ 、船体固定座標系 $\mathbf{X}=(x, y, z)$ を Fig. 1 に示すように定義する。このとき、 $\mathbf{X}$ 空間においては x 軸の正方向に一樣流 U が存在する問題としての取り扱いが可能である。仮定により、流体の運動は速度ポテンシャルを用いて表現できる。

$$\begin{aligned}\Phi(x, y, z, t) &= \phi_0(x, y, z) + \phi_1(x, y, z)e^{i\omega t} \\ &= \{Ux + \phi_0(x, y, z)\} \\ &\quad + \{\phi_w(x, y, z) + \phi_d(x, y, z)\}\zeta_w e^{i\omega t}\end{aligned}\quad (2.1)$$

ここで ϕ_0 は定常擾乱ポテンシャル、 ϕ_w は入射波ポテンシャル、 ϕ_d は diffraction ポテンシャルを示す。また、 ζ_w は入射波の振幅であり $O(\delta)$ と評価される。

Fig. 1 Co-ordinate system

Φ は三次元 Laplace 方程式

$$[L] \quad \Delta\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{in fluid} \quad (2.2)$$

を基礎方程式とし、以下に示す境界条件を満足する。

$$\left. \begin{aligned} [H] \quad & \frac{D\Phi}{Dt} = 0 \quad \text{on } H(x, y, z, t) \\ [F] \quad & \Phi_{tt} + 2\mathbf{\Gamma}\Phi \cdot \mathbf{\Gamma}\Phi_t \\ & + \frac{1}{2}\mathbf{\Gamma}\Phi \cdot \mathbf{\Gamma}(\mathbf{\Gamma}\Phi)^2 + g\Phi_z = 0 \\ & \quad \text{on } z=f(x, y, t) \\ [B] \quad & \lim_{z \rightarrow -\infty} \mathbf{\Gamma}\Phi = 0 \\ [R] \quad & \text{radiation 条件} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

以上の境界値問題において $[F]$ は非線形のために、 Φ 及び f の各成分を ϵ について摂動展開して問題は解かれる。各ポテンシャル成分が満足すべき条件は、特異摂動により far field, near field のそれぞれにおいて定式化される。ただし、線形な入射波ポテンシャルは正則摂動により

$$\phi_w(x, y, z) = \frac{ig}{\omega_0} \exp[K_0(z - ix)] \quad (2.4)$$

$$K_0 = \omega_0^2/g = 2\pi/\lambda \quad (\lambda: \text{入射波の波長})$$

と与えられる。入射波の円周波数 ω_0 と船体との出会い円周波数 ω の間には

$$\omega = \omega_0 + K_0 U \quad (2.5)$$

の関係が成立する。

ここでは境界条件の定式化に際して、前進速度 U 及び入射波の周波数 ω_0 のオーダーを

$$\left. \begin{aligned} U &= O(\epsilon^{1/2}) \\ \omega_0 &= O(\epsilon^{-1/4+b}) \quad (0 < b < 1/4) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

と仮定する。このとき、定常擾乱ポテンシャル ϕ_0 については、前報¹⁵⁾における radiation 問題の場合と同じ境界値問題が定式化される。

ところで、diffraction ポテンシャルの船体表面条件は (2.3), (2.4) 式より

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} \phi_d &= -\frac{\partial}{\partial n} \phi_w \\ &= -i\omega_0 \exp[K_0(z - ix)] \times (n_3 - in_1) \quad \text{on } H \end{aligned}$$

と表現できる。細長物体の場合には $n_3 = O(1)$, $n_1 = O(\epsilon)$ であるから

$$\frac{\partial}{\partial n} \phi_d = -i\omega_0 \exp[K_0(z - ix)] \cdot n_3 \quad \text{on } H \quad (2.7)$$

となる。したがって、near field における diffraction ポテンシャルは入射波と同じ x 依存性をもつと考えられる。すなわち、near field における x 微分は

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi_d = O(K_0 \phi_d) \quad (2.8)$$

とオーダー評価される。radiation 問題の場合、near field における x 微分によるオーダーの変化はなかった。

しかし, diffraction 問題においては (2.8) 式より, 入射波の波数 K_0 だけオーダーが変化する。(2.6) 式を仮定したとき, 各成分ポテンシャルのオーダーは, $\phi_0 = O(\epsilon^{5/2})$, $\phi_W = O(\epsilon^{1/4+b})$, $\phi_d = O(\epsilon^{3/4+b})$ と評価される。

2.2 Near Field 問題

〔Near field〕における diffraction ポテンシャル ϕ_d は, (2.6) 式を仮定し最低次の項とのオーダー差が ϵ 以内の項を考慮したとき, 以下に示す条件式を満足する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} [L] \quad \Delta^2 \phi_d &= \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial z^2} = 0 \quad \text{in fluid} \\ [H] \quad \frac{\partial}{\partial n} \phi_d &= -i\omega_0 \exp[K_0(z-ix)] \cdot n_3 \quad \text{on } H \\ [F] \quad \frac{\omega^2}{g} \left(\phi_d - \frac{iU}{\omega} \frac{\partial}{\partial x} \phi_d \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} (\phi_d + \phi_{0z} f_W) = 0 \quad \text{on } z=0 \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

ここで f_W は単位振幅の入射波による自由表面変位であり,

$$f_W = e^{-iK_0 x} \quad (2.10)$$

と与えられる。

ω_0 に他のオーダーを仮定した場合の結果を Table 1 に示す。三次元 Laplace 方程式の x 微分項は $\partial^2 \phi_d / \partial x^2 = O(K_0^2 \phi_d)$ とオーダー評価される。したがって, 低周波数を仮定した場合, 他の2項に比較して高次となる。一方, 自由表面条件式においては, 低周波数ほど定常擾乱の影響が強く現れ, 逆に波動に対する前進速度 U の影響 (ドップラー効果) は弱まる。

ところで, (2.9) 第3式の各項のオーダーを評価すると,

$$\frac{\omega^2}{g} \phi_d - \frac{i\omega U}{g} \frac{\partial}{\partial x} \phi_d - \frac{\partial}{\partial z} \phi_d - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \phi_0 \cdot f_W = 0$$

$$[\epsilon^{1/4+3b}] \quad [\epsilon^{2b}] \quad [\epsilon^{-1/4+b}] \quad [\epsilon^{1/2}]$$

より, 最低次となる第3項と定常擾乱成分を含む第4項とでは $\epsilon^{3/4+b}$ のオーダー差がある。ゆえに, diffraction 問題においても radiation 問題と同様に, first order の定常擾乱問題を考えておけば十分である。

船体表面条件から, near field における diffraction ポテンシャルは入射波と同じ x 依存性をもつことがわかる。そこで

$$\phi_d(x, y, z) = \chi(x, y, z) e^{-iK_0 x} \quad (2.11)$$

と分離できると仮定する。このとき, $\chi(x, y, z)$ は x に関して slowly varying な関数とする。(2.9) 式を χ に関する条件式に変換すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} [L] \quad \Delta^2 \chi &= 0 \quad \text{in fluid} \\ [H] \quad \frac{\partial}{\partial n} \chi &= -i\omega_0 e^{K_0 z} \cdot n_3 \quad \text{on } H \\ [F] \quad K_d \chi - \frac{\partial}{\partial z} (\chi + \phi_{0z}) &= 0 \quad \text{on } z=0 \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

ただし

$$K_d = \omega \omega_0 / g$$

Table 1 には χ について変換された条件式も示している。(2.11) 式を仮定した場合, 三次元 Laplace 方程式は二次元 Helmholtz 方程式に変換される。このとき, 低周波数を仮定すれば $K_0^2 \chi$ の項は省略できると考えても二次元 Laplace 方程式が導かれる。

(2.12) 式の表現は, 自由表面上に圧力分布が存在す

Table 1 Boundary value variations of near field problem

	short-wave length	radiation prob. ¹⁵⁾	present diffraction prob.	long-wave length
assumption	$U = O(\epsilon^{1/2})$ $\omega_0 = O(\epsilon^{-1/2})$	$U = O(\epsilon^{1/2})$ $\omega_0 = O(\epsilon^{-1/2+a})$	$U = O(\epsilon^{1/2})$ $\omega_0 = O(\epsilon^{-1/4+b})$	$U = O(\epsilon^{1/2})$ $\omega_0 = O(1)$
λ/L	$O(\epsilon)$	$O(\epsilon) \sim O(1)$	$O(\epsilon^{1/2}) \sim O(1)$	$O(1)$
order estimation	$\omega = O(\epsilon^{-1/2})$ $\phi_W = O(\epsilon^{1/2})$ $\phi_d = O(\epsilon^{1/2})$ $f_d = O(1)$	$\omega = O(\epsilon^{-1/2+a})$ $\phi_W = O(\epsilon^{1/2-a})$ $\phi_d = O(\epsilon^{1/2+a})$ $f_d = O(\epsilon^{2a})$	$\omega = O(\epsilon^{-1/4+b})$ $\phi_W = O(\epsilon^{1/4-b})$ $\phi_d = O(\epsilon^{3/4+b})$ $f_d = O(\epsilon^{1/2+2b})$	$\omega = O(1)$ $\phi_W = O(1)$ $\phi_d = O(\epsilon)$ $f_d = O(\epsilon)$
ϕ_d	$[L] \quad \Delta \phi_d = 0$ $[F] \quad \frac{1}{g} \left(i\omega + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi_d$ $\quad + \frac{\partial}{\partial z} \phi_d = 0$	$\Delta \phi_d = 0$ $\frac{1}{g} \left(i\omega + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi_d$ $\quad + \frac{\partial}{\partial z} (\phi_d + \phi_{0z} f_W) = 0$	$\Delta^2 \phi_d = 0$ $\frac{\omega^2}{g} \left(\phi_d - \frac{iU}{\omega} \frac{\partial}{\partial x} \phi_d \right)$ $\quad - \frac{\partial}{\partial z} (\phi_d + \phi_{0z} f_W) = 0$	$\Delta^2 \phi_d = 0$ $\frac{\partial}{\partial z} (\phi_d + \phi_{0z} f_W) = 0$
$\phi_d = \chi e^{-iK_0 x}$	$[L] \quad \Delta^2 \chi - K_0^2 \chi = 0$ $[F] \quad K_0 \chi - \frac{\partial}{\partial z} \chi = 0$ where $K_0 = \omega_0^2 / g$	$\Delta^2 \chi - K_0^2 \chi = 0$ $K_0 \chi - \frac{\partial}{\partial z} (\chi + \phi_{0z}) = 0$ = 0	$\Delta^2 \chi = 0$ $K_d \chi - \frac{\partial}{\partial z} (\chi + \phi_{0z}) = 0$ where $K_d = \omega \omega_0 / g$	$\Delta^2 \chi = 0$ $\frac{\partial}{\partial z} (\chi + \phi_{0z}) = 0$

る問題である。すなわち、 χ は非斉次線形自由表面条件を満足する。そこで

$$\phi_1(x, y, z) = \chi(x, y, z) + \phi_{0z}(x, y, z) \quad (2.13)$$

なる関数 ϕ_1 を定義し、(2.12) 式を ϕ_1 に対する条件式に変換すると

$$\left. \begin{aligned} [L] \quad \Delta^2 \phi_1 &= 0 && \text{in fluid} \\ [H] \quad \frac{\partial}{\partial n} \phi_1 &= -i\omega_0 e^{K_0 z} \cdot n_3 - U m_3 && \text{on } H \\ [F] \quad K_d \phi_1 - \frac{\partial}{\partial z} \phi_1 &= 0 && \text{on } z=0 \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

を得る。 ϕ_1 に関する二次元境界値問題は、radiation ポテンシャルに関する条件式と比較して、船体表面条件及び自由表面条件の波数が変化したものとなる。したがって、その一般解として radiation ポテンシャルと同様に

$$\phi_1(x, y, z) = \phi_1^{2D}(y, z) + (1 + K_d z)g(x) \quad (2.15)$$

の形式を考えることができる。

ところで、 ϕ_1 は (2.11)、(2.13) 式により ϕ_d と関係づけられている。ここで

$$\begin{aligned} \phi_D(x, y, z) &= \phi_1(x, y, z) e^{-iK_0 z} = (\chi + \phi_{0z}) e^{-iK_0 z} \\ &= \phi_d + \phi_{0z} \cdot f_w \end{aligned} \quad (2.16)$$

で定義される三次元ポテンシャル ϕ_D について考えると、その一般解は

$$\begin{aligned} \phi_D &= \{\phi_1^{2D} + (1 + K_d z)g(x)\} e^{-iK_0 z} \\ &= \phi_1^{2D} \cdot e^{-iK_0 z} + (1 + K_d z)f(x) \end{aligned} \quad (2.17)$$

と表現できる。 $f(x)$ は far field ポテンシャルとの matching により決定される三次元影響項である。

新しく定義された三次元ポテンシャル ϕ_D は diffraction ポテンシャル ϕ_d 、及び定常擾乱と入射波の干渉項の和で構成される。near field における z 微分はオーダー変化を受けるため、第 2 項を考慮する必要が生じた。しかし、far field においてこの項は高次となる。したがって、流体の全領域で ϕ_D を考えると、near field では (2.16) 式が成立し、far field においては

$$\phi_D \approx \phi_d \quad (2.18)$$

とみなすことができる。

(2.14) 式による二次元問題の一般解を考えたとき、 ϕ_D に関する outer expansion of inner solution は $R = (y^2 + z^2)^{1/2}$ として

$$\phi_D \sim [a_0(\ln K_d R + \gamma) + b_0] e^{-iK_0 z} \quad (2.19)$$

と表現できる。ただし a_0 は wave source, b_0 は regular ポテンシャルの係数であり、 γ は Euler 定数である。また、二次元 radiation 条件を考慮したストリップ法の解 ϕ_1^{2D} を展開し、(2.17) 式の形式の outer expansion を考えると

$$\phi_D \sim [a_0(\ln K_d R + \gamma + \pi i)] e^{-iK_0 z} + f(x) \quad (2.20)$$

を得る。ここで (2.19)、(2.20) 式は等価であるから

$$b_0(x) e^{-iK_0 z} = \pi i a_0(x) e^{-iK_0 z} + f(x) \quad (2.21)$$

なる関係が成立する。

2.3 Far Field 問題

Far field における diffraction ポテンシャル ϕ_d は

$$\left. \begin{aligned} [L] \quad \Delta \phi_d &= 0 && \text{in fluid} \\ [F] \quad \frac{1}{g} \left(i\omega + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi_d + \frac{\partial}{\partial z} \phi_d &= 0 && \text{on } z=0 \\ [B] \quad \lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \phi_d &= 0 \\ [R] \quad \text{radiation 条件} \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

の境界値問題を満足せねばならない。ところで、前節における near field 問題では、 ϕ_d ではなく (2.16) 式で定義された ϕ_D について考えた。このとき (2.18) 式から、far field において ϕ_D は ϕ_d に等しい。したがって、(2.22) 式の条件は ϕ_D についても成立する。

Green の定理、細長体の仮定から、far field における ϕ_D は

$$\phi_D(x, y, z) = \int_{l_F}^{l_A} \frac{1}{2} m(x') G(x, y, z; x', 0, 0) dx' \quad (2.23)$$

なる x 軸上の source 分布で表現できる。inner expansion of outer solution は、前報¹⁵⁾による Green 関数の特異点近傍における表示を用いて

$$\begin{aligned} \phi_D &\sim 2m(x) \ln R - \int_{l_F}^{l_A} \text{sgn}(x-x') m'(x') \\ &\quad \times \ln 2|x-x'| dx' + \int_{l_F}^{l_A} m(x') F(x, x'; K, \Omega) dx' \end{aligned} \quad (2.24)$$

となる。

2.4 Matching

(2.19) 式と (2.24) 式を matching することにより、 ϕ_D は決定できる。しかし、それでは K_d が大の場合に誤差が大きいと考えられる。そこで、(2.21) 式の関係を用いて near field における三次元影響項 $f(x)$ の表現を求めると、両端において

$$a_0(l_F) = a_0(l_A) = 0 \quad (2.25)$$

を仮定した場合、near field ポテンシャルの表現として

$$\begin{aligned} \phi_D &= \phi_1^{2D} \cdot e^{-iK_0 z} + \frac{1}{2} (1 + K_d z) \int_{l_F}^{l_A} \text{sgn}(x-x') \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial x'} (a_0(x') e^{-iK_0 x'}) N_d(K(x-x')) dx' \end{aligned} \quad (2.26)$$

を得る。ここで

$$N_d(u) = -\ln \frac{\omega_0}{\omega} + N(u) \quad (2.27)$$

であり、 $N(u)$ は radiation ポテンシャルにおける kernel function である。

ϕ_D に対する船体表面条件 (2.14) 第 2 式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} \phi_D &= \{-i\omega_0 e^{K_0 z} \cdot n_3 - U m_3 - iK_0 \phi_1 \cdot n_1\} e^{-iK_0 z} \\ &\quad [e^{-1/4+b}] \quad [e^{1/2}] \quad [e^{5/4+3b}] \end{aligned}$$

とオーダー評価される。したがって、各断面において

$$\frac{\partial}{\partial n} \phi_D = \{V_7(x)e^{K_0 z} n_3 + U_7(x)m_3\} e^{-iK_0 x} \quad (2.28)$$

$$V_7(x) = -i\omega_0 \quad U_7(x) = -U$$

が成立する。このとき、船体任意断面と同一形状をもつ二次元物体に対して

$$\left. \begin{aligned} [L] \quad \Delta^2 \phi_k &= 0 && \text{in fluid} \\ [F] \quad \frac{\partial \phi_k}{\partial z} - K_d \phi_k &= 0 && \text{on } z=0 \\ [H] \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial n} &= n_3 & \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial n} &= m_3 \\ & \quad \frac{\partial \phi_3}{\partial n} = e^{K_0 z} \cdot n_3 && \text{on H} \\ [B] \quad \lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \phi_k &= 0 \\ [R] \quad \frac{\partial \phi_k}{\partial y} \pm K_d \phi_k &= 0 && \text{at } y \rightarrow \pm \infty \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

なる境界条件を満足する二次元 radiation 問題の解を考え、 $\phi_k (k=1, 2, 3)$ の各ポテンシャル成分項の係数を $A_n(x), B_n(x), C_n(x)$ と定義する。(2.29) 式で与えられた二次元境界値問題の解は波数 K_d をもつ。

ところで、(2.24) 式で表現される三次元ポテンシャル ϕ_D を、法線方向に微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_D}{\partial n} \cdot e^{-iK_0 x} &= \frac{\partial \phi_D}{\partial n} - \frac{1}{2} K_d \int_{l_F}^{l_A} \text{sgn}(x-x') \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial x'} (a_0(x') e^{-iK_0 x'}) N_d(K(x-x')) dx' \\ &\quad \times \frac{\partial z}{\partial n} = [V_7(x) e^{K_0(z-i x)} - W_7(x)] \cdot n_3 \\ &\quad + U_7(x) e^{-iK_0 x} \cdot m_3 \end{aligned} \quad (2.30)$$

の関係が成立する。ゆえに、source 分布 $a_0(x) e^{-iK_0 x}$ を決定する積分方程式は

$$a_0(x) e^{-iK_0 x} = V_7(x) e^{-iK_0 x} \cdot C_0(x) - W_7(x) A_0(x) + U_7(x) e^{-iK_0 x} \cdot B_0(x) \quad (2.31)$$

となる。これを直接解けば $a_0(x)$ は決定できるが、ここでは前報¹⁵⁾と同様に interpolation⁴⁾ による近似解を求める。すなわち、 $a_0(x)$ の第1近似解として

$$a_0(x) = V_7(x) C_0(x) + U_7(x) B_0(x) \quad (2.32)$$

を(2.31)式に代入し、両端で幅が零になるという条件から、部分積分により $W_7(x)$ の表現を求める。

2.5 波強制力

前節における matching の結果、near field における三次元ポテンシャル ϕ_D は

$$\begin{aligned} \phi_D &= [V_7(x)\varphi_3 + U_7(x)\varphi_2] e^{-iK_0 x} - W_7(x)\varphi_1 \\ &\quad + \frac{1}{K_d} (1 + K_d z) W_7(x) \end{aligned} \quad (2.33)$$

と表現できる。diffraction ポテンシャル ϕ_d は(2.16)式により

$$\phi_d = \phi_D - \phi_{0z} \cdot f_W \quad (2.34)$$

として求まる。このとき、船体に作用する j -モードの

Table 2 Components of wave exciting force at each section

l	$t^{(l)}(x)$	$e_j^{(l)}(x)$
1	$-\frac{\omega\omega_0}{g} e^{-iK_0 x}$	$-\int_{C(x)} n_j \varphi_3 ds$
2	$\frac{\omega}{\omega_0} e^{-iK_0 x}$	$-\int_{C(x)} n_j e^{K_0 z} ds$
3	$-\frac{i\omega}{g} W_7(x)$	$-\int_{C(x)} \frac{1}{K_d} (1 + K_d z) n_j ds$
4	$\frac{i\omega}{g} W_7(x)$	$-\int_{C(x)} n_j \varphi_1 ds$
5	$\frac{i\omega U}{g} e^{-iK_0 x}$	$-\int_{C(x)} n_j \varphi_2 ds$
6	$\frac{i\omega U}{g} e^{-iK_0 x}$	$-\int_{C(x)} n_j \varphi_0 z ds$
7	$-\frac{i\omega_0 U}{g} e^{-iK_0 x}$	$\int_{C(x)} m_j \varphi_3 ds$
8	$-\frac{iU}{\omega_0} e^{-iK_0 x}$	$\int_{C(x)} m_j e^{K_0 z} ds$
9	$-\frac{U}{g} W_7(x)$	$\int_{C(x)} \frac{1}{K_d} (1 + K_d z) m_j ds$
10	$\frac{U}{g} W_7(x)$	$\int_{C(x)} m_j \varphi_1 ds$
11	$\frac{U^2}{g} e^{-iK_0 x}$	$\int_{C(x)} m_j \varphi_2 ds$
12	$\frac{U^2}{g} e^{-iK_0 x}$	$\int_{C(x)} m_j \varphi_0 z ds$

波強制力は、Tuck の定理²⁾を用いて、細長物体の場合

$$\begin{aligned} E_j &= \rho \iint_{SH} (i\omega n_j - U m_j) (\phi_W + \phi_d) \zeta_W dS \\ &= \rho g \zeta_W \int_{l_F}^{l_A} \left[\sum_{l=1}^{12} t^{(l)}(x) \times e_j^{(l)}(x) \right] dx \end{aligned} \quad (2.35)$$

と表すことができる。各係数の表現を Table 2 に示す。

3 数値計算及び実験

3.1 数値計算

数値計算に際しては、細長物体の任意断面における frame line は Lewis form によって近似できると仮定する。このとき、前章で求めた一般的表现から、具体的に速度ポテンシャルの各成分、船体に作用する波強制力を決定することができる。

frame line 形状は等角写像

$$\begin{aligned} X &= g(\zeta) \\ &= a_1 \zeta + \frac{a_2}{\zeta} + \frac{a_3}{\zeta^3} \end{aligned} \quad (3.1)$$

により、 ζ 平面の単位円から写像される。ただし $X = x + iy, \zeta = -ire^{i\theta}$ とする。 X 平面と ζ 平面の関係は

Fig. 2 Mapping system at each section

Fig. 2 に示す。定常擾乱ポテンシャル ϕ_0 及びその微分は前報¹⁵⁾と同様に求められる。

Radiation 問題との相違は、(2.29) 式で定義される二次元 radiation ポテンシャル φ_k を解くことにある。 $k=1, 2$ の場合、船体表面条件は前報¹⁵⁾と同じであるが、波数が K から K_d に変化している。ここで Ursell-田才型の解を仮定すると

$$\varphi_k = A_{0k} \phi_0^{2D} + \sum_{m=1}^{\infty} A_{mk} \phi_m^{2D} \quad (3.2)$$

ただし

$$\begin{aligned} \phi_0^{2D} &= \oint_0^{\infty} \frac{e^{kz} \cos ky}{K_d - k} dk + i\pi e^{K_d z} \cos K_d y \\ \phi_m^{2D} &= \frac{\cos 2m\theta}{r^{2m}} + K_d \left[\frac{a_1}{2m-1} \frac{\cos(2m-1)\theta}{r^{2m-1}} \right. \\ &\quad + \frac{a_2}{2m+1} \frac{\cos(2m+1)\theta}{r^{2m+1}} \\ &\quad \left. - \frac{3a_3}{2m+3} \frac{\cos(2m+3)\theta}{r^{2m+3}} \right] \end{aligned}$$

と表現できる。 $A_{mk} (m=0, 1, 2, \dots)$ は一般に未知の複素係数であり、船体表面条件から決定される。このとき

$$\left. \begin{aligned} A_0(x) &= A_{01}(x) \\ B_0(x) &= A_{02}(x) \\ C_0(x) &= A_{03}(x) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

の関係にあるから、これを用いて三次元影響項 $W_7(x)$ を数値的に決定することができる。各断面における流体力 $e_j^{(p)}(x)$ は断面周上の値を数値積分することにより求まる。

数値計算に際しては、前報¹⁵⁾と同様に、長さ方向の計算点は 23 断面を使用した。更に、各断面においては θ 方向に 10 等分割し、両端を含む 11 点を計算点として指定した。このとき、Ursell-田才型の級数の展開項数は $m=8$ とした。

3.2 実験

前節までの解析結果による数値計算値を実験値と比較するために、正面規則波中を前進する模型船に作用する波強制力を計測した。

実験には IHI 技術研究所運動性能水槽を使用した。供試模型は前報¹⁵⁾と同じ数式船型 model である。波強制力の計測には強制縦動揺試験装置を使用し、ロッドの

Fig. 3 Records of wave exciting force

運動振幅を零に設定することにより模型船を拘束した。このとき、heave exciting force E_3 は前後 2 個の検力計に作用する上下方向強制力の和として、また pitch exciting moment E_5 はこれらとセンター距離 ($x = \pm 0.42$ m) との積の和として求められる。計測データの一例を Fig. 3 に示す。

実験においては、入射波の波高は 40 mm で一定とし、波長を $\lambda/L = 0.25 \sim 2.5$ の範囲で変化させた。また前進速度は $F_N = 0, 0.1$ 及び 0.2 の 3 状態である。

3.3 考察

模型船の運動を拘束し、 $F_N = 0.2$ において平水中及び正面規則波中を前進させた場合の船首部付近の状態を Photo. 1, 2 に示す。規則的な入射波の上に Kelvin ship wave pattern がかさなる様子がわかる。船体の存在による入射波の擾乱成分は小さいのでわかりにくい、船側と平行な波頂線をもつ周期的な擾乱の拡がりが見察された。

波強制力の数値計算結果を Fig. 4, 5 に示す。比較のためにストリップ法 (S. T. F. 法¹⁶⁾) による計算結果も同時に示している。更に、Fig. 6~11 に各 F_N における数値計算および実験結果を示す。ここで、位相は X 空間の原点に入射波の山がきた時刻を基準とした遅れ表示である。

波強制力に対しても、 $F_N = 0$ の場合に三次元影響が、 $F_N = 0.1, 0.2$ の場合には前進速度影響がこれにかさなって現れてくること、これらの影響は低周波数で大きいことが予想される。しかし、波強制力で支配的な成分は Table 1 からわかるように Froude-Kriloff force であり、diffraction ポテンシャルに考慮された前述の影響が実験値にどの程度現れてくるかは興味深い。前進速度が変わっても実験値に傾向的な変化はみられず、各 F_N で同程度のばらつきを示している。今回の実験は、前進速

Photo. 1 Side view of near field disturbance in calm water ($F_N=0.2$) Photo. 2 Side view of near field disturbance in regular head waves ($F_N=0.2$, $\lambda/L=1.0$)

Fig. 4 Numerical results for heave exciting force in regular head waves

Fig. 5 Numerical results for pitch exciting moment in regular head waves

Fig. 6 Heave exciting force in regular head waves, at $F_N=0.0$

度の影響を分離できるほど精密なものではなかったことになるが、Fig. 4, 5 における数値計算値の比較からみても、波強制力に対する前進速度影響は小さいといえる。

次に実験値と数値計算結果を比較する。ストリップ法による計算値は実験値の傾向はとらえているが、定量的な一致は悪い。特に pitch exciting moment にこの傾向が強い。一方、interpolation theory による計算値は実験値と定量的によく一致している。入射波の減衰効果

Fig. 7 Heave exciting force in regular head waves, at $F_N=0.1$ Fig. 8 Heave exciting force in regular head waves, at $F_N=0.2$

が現れると考えられる高周波数域においては、実験値及び計算値とも絶対量が小さくなる。この範囲においては、波強制力ではなく波浪変動圧力が重要な検討項目となる。

ところで、radiation 問題における流体力係数が前進速度の影響を強く受けることは、実験及び数値計算により確認された¹⁵⁾。その際、 $F_N=0.2$ では計算値と実験値の一致度が悪くなった。しかし、波強制力の場合にはそのような傾向はみられない。この理由は以下のように考えられる。Table 1 に示したように、長波長域を考えた場合には入射波成分が最低次の項であり、diffraction 成分はこれと比較して高次となる。また、このような範囲においては ω_0 と ω の違いは小さい。したがって、波

Fig. 9 Pitch exciting moment in regular head waves, at $F_N=0.0$ Fig. 10 Pitch exciting moment in regular head waves, at $F_N=0.1$

強制力の主要成分となる Froude-Kriloff force は前進速度の影響をほとんど受けないことになる。その結果、diffraction ポテンシャルに考慮された前進速度の影響は相対的に小さな量となる。しかし、波強制力の推定に際して diffraction 成分に起因する流体力を無視できないということではない。それは interpolation theory とストリップ法による計算値の差が大きいことから理解される。Table 2 において前進速度 U に関係した項を除外して考えたとき、違いが現れる原因は三次元影響項にあることがわかる。したがって pitch exciting moment において計算値の間の差が大きい理由も理解できる。

Fig. 11 Pitch exciting moment in regular head waves, at $F_N=0.2$

以上の結果、波強制力に対しては前進速度の影響はほとんどなく、三次元影響が大きく現れることが明らかになった。また、 $\omega_0 = O(\epsilon^{-1/4+b})$ を仮定し、diffraction ポテンシャルに三次元影響を考慮した本研究における波強制力の表現は、短波長域を除き十分な推定精度をもつことが実験的に検証できたと考える。

4 結 言

前進速度をもつ細長物体の diffraction 問題に関して、低速、長波長の仮定のもとに $U = O(\epsilon^{1/2})$, $\omega_0 = O(\epsilon^{-1/4+b})$ ($0 < b < 1/4$) とオーダーを設定して解析を試みた。更に、数式船型を用いて数値計算、波強制力実験を行い以下の結果を得た。

(1) 定常攪乱と入射波の干渉成分を包含した三次元ポテンシャル ϕ_D を定義することにより、物体の存在による入射波の攪乱を near field 及び far field で連続的に表現できることを示した。

(2) interpolation theory により前進速度をもつ場合の diffraction 問題の定式化を行い、三次元影響、前進速度影響を含んだ波強制力の表現を得た。このとき、diffraction 問題と radiation 問題が全く同様な方法で解析できることを示した。

(3) 比較的長波長の入射波が作用する場合、波強制力に対する前進速度の影響は小さいことを実験的に明らかにした。更に、波強制力の推定には三次元影響を考慮していないストリップ法では不十分であることを示した。この影響は特に pitch exciting moment の場合に顕著である。

(4) interpolation theory による波強制力の数値計

算を行い、実験値と定量的によく一致する結果を得た。

終りにのぞみ、本研究について終始ご指導、ご激励くださいました大阪大学 中村彰一教授並びに長崎総合科学大学 神中龍雄教授に厚くお礼申し上げます。

また、研究の遂行にあたってご援助いただきました石川県播磨重工業株式会社 田崎亮副所長、梶田悦司部長はじめ関係各位に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Newman, J. N.: A slender-body theory for the ship oscillations in waves, J. Fluid Mech., Vol.8 (1964), p.602~618.
- 2) Ogilvie, T. F., Tuck, E. O.: A rational strip theory of ship motions, Part I, Dept. Nav. Arch. Mar. Eng., Univ. Michigan, No.013 (1969).
- 3) Newman, J. N.: Applications of slender-body theory in ship hydrodynamics, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol.2 (1970), p.67~94.
- 4) Maruo, H.: An improvement of the slender body theory for oscillating ships with zero forward speed, Bull. Fac. Eng., Yokohama Natl. Univ., Vol.19 (1970), p.45~56.
- 5) Newman, J. N.: The theory of ship motions, Advanced in Applied Mechanics, Vol. 18, Academic Press Inc., (1978), p.221~283.
- 6) Ursell, F.: On head sea travelling along a horizontal cylinder, J. Inst. Maths. Applies., Vol.4 (1968), p.414~427.
- 7) Faltinsen, O.: A rational strip theory of ship motions, Part II, Dept. Nav. Arch. Mar. Eng., Univ. Michigan, No.113 (1971).
- 8) Maruo, H.: Wave excitation of slender ships in normal incidence, 13th I. T. T. C., (1972), p.176~180.
- 9) 丸尾 孟, 佐々木敏之: 向い波の中の細長い物体に働く波力について, 日本造船学会論文集, 第136号 (1974), p.107~114.
- 10) Ursell, F.: The refraction of head seas by a long ship, J. Fluid Mech., Vol. 67, Part 4 (1975), p.689~703.
- 11) Ursell, F.: The refraction of head seas by a long ship. Part 2, waves of long wavelength, J. Fluid Mech., Vol. 82, Part 4 (1977), p.643~657.
- 12) 足達宏之: 向い波と細長船の干渉について (その2) 一船体に働く波浪外力の計算法, 船舶技術研究所報告, 第14巻, 第6号 (1977), p.1~13.
- 13) 足達宏之: 向い波の中を航行する船の受ける力の計算, 日本造船学会論文集, 第143号 (1978), p.34~40.
- 14) Skjoldal, S. O., Faltinsen, O.: A linear theory of springing, J. Ship. Res., Vol. 24, No. 2 (1980), p.78~84.

- 15) 松永康二, 丸尾 孟: 前進速度をもつ細長物体の Radiation 問題について, 日本造船学会論文集, 第 150 号 (1981), p.190~200.
- 16) Salvesen, N., Tuck, E. O., Faltinsen, O.: Ship motions and sea loads, Trans. Soc. Nav. Arch. Mar. Eng., Vol. 78 (1970), p.250~287.