振動する繫留鎖の挙動と張力 (Ⅱ)

正員 栖 原 寿 郎* 正員 小 寺 山 亘*
肥 山 央* 古 賀 洋 治*

Behavior and Tension of Oscillating Chain in Water (Ⅱ)

by Toshiro Suhara, *Member* Wataru Koterayama, *Member*
Hiromi Hiyama Yoji Koga

Summary

This paper deals with the theoretical and experimental studies of the dynamic tension and displacements of a chain subjected to forced oscillation at its upper end. The chain is anchored in the slack condition on the sea bed and is forced to oscillate vertically with considerably larger amplitude than the cases studied in the previous paper.

At first the mechanism of deforming dynamically the mooring line is discussed and then the relation between the dynamic load and deformation of line are formulated approximately. Finally the extended approximate method of calculating the dynamic tension of mooring chain of relatively large amplitude is obtained. The results of calculation by this method coincide fairly well with the experimental results.

記 号

ΔA : 繫留ラインの等価円柱直径に単位長さを乗じたもの

A : $A = \Delta A \times S_{W1}$

C_D : 抵抗係数

D_0 : 鎖の等価円柱直径 ($= \sqrt{4\Delta M/\pi\rho_c}$)

D_0 : $D_0 = W_0 x_0 / T_{H0}$

D_1 : $D_1 = W_0 x_1 / T_{H0\max}$

H : 水深, 鎖の繫留点の海底からの高さ

ΔH : 鎖の繫留点の片振幅

ΔM : 単位長さ当りの鎖の質量

M : $M = \Delta M \times S_{W1}$

m : 繫留ラインに直角方向の付加質量係数

S_0 : 初期状態の鎖のカテナリー部分の長さ

S_{W1} : 繫留点を ΔH 上昇した時のカテナリー部分の長さ

T : 鎖の張力

T_H, T_V : 鎖の張力の水平および垂直成分

$T_{H\max}, T_{V\max}$: 鎖の張力の水平および垂直成分の最大値

T_{H0}, T_{V0} : 鎖の初期張力の水平および垂直成分

$T_{H0\max}, T_{V0\max}$: 繫留点を ΔH 上昇した時の静的張

力の水平, 垂直成分

x_0 : 初期状態の鎖のカテナリー部分の水平距離

x_1 : 繫留点を ΔH 上昇した時の鎖のカテナリー部分の水平距離

W_0 : 鎖の単位長さの水中重量

Z_m^D : 鎖の動的変位の長さに沿った平均値

Z^D : 鎖が上昇する時の Z_m^D の最大値

Z_m^S : 鎖の静的変位の長さに沿った平均値

Z^S : 鎖が上昇する時の Z_m^S の最大値

α : $= Z^S \omega^2 / g$

δ : $= Z^S / D_c$

θ : 繫留ライン各点の傾斜角

μ : $= (1+m)/(1-\rho_w/\rho_c)$

ρ_c, ρ_w : 鎖および水の密度

ω : 円振動数

1 ま え が き

繫留鎖の動的張力については近年多くの研究がなされ^{1)~11)}, 次第にその特性が明らかになってきた。

前報告においては浮遊式海洋構造物などの繫留鎖の動的挙動と張力に関し, 広い範囲の振動数領域について実験的および理論的研究を行い, その挙動が繫留点の振動加速度の増大に伴い 4 種類の異なった現象に分類されること, およびその張力の大きさは静的初期張力の数倍の

* 九州大学応用力学研究所

Fig. 1 Dynamic deformation of oscillating chain

大きくなり得ることを示した。また、これらの変動張力はランプドマス法を用いた計算結果と全振動加速度領域にわたりよく一致すること、さらに、繫留鎖の振動振幅がカタナリー理論で得られる静的振幅と等しいと仮定する近似計算法によって、繫留点の加速度振幅が比較的小さい場合には、実験結果とよく一致する結果が得られることを示した。

本報告ではさらにスラック状態で繫留された鎖の動的変形機構を明らかにしこれらを考慮することによって、上記の近似法を拡張して振動振幅と振動数が比較的大きな場合も含めた拡張近似計算式を求めた。これらの計算結果は鎖の動的張力、起振点と鎖の中心の変位の位相差、張力の水平、垂直成分の比などの実験結果とよく一致し、繫留鎖の動的張力の実用的推定に有効であることを確かめた。

2 繫留ラインの動的変形機構

Fig. 1 に示すスラック状態で繫留された繫留ライン AA' (点線) の起振点 A を静的に B まで上げるとき、カタナリーは BB' (1 点鎖線) となるが、もし A を動的に B まで上げると繫留ラインには慣性力および抗力が作用し、ラインの形状は例えば BB'' (実線) のように変位する。この BB' (1 点鎖線) と BB'' (実線) の差が動的変位である。動的変位は B 点の振幅、振動数の関数である。鎖の動的張力は作用する慣性力と抗力による張力と動的変位による増加張力の総和を 0 とおくことにより与えられる。このことは 3.2 節で説明する。また動的変位と増加張力の関数関係は 3.3 節で述べる。振動数が一定の値を超えて大きくなると繫留ラインの形状は BB'' (実線) のような単調なものではなく、2 次あるいはそれ以上のモードをもった波状を示すようになる。このような状態では、動的変位と増加張力の関数関係が複雑になるので本報告では考えないことにする。ただし実用的には単調な BB'' ラインだけを考えれば充分である。このことについては 3.5 節で述べる。

次に A 点の下がる場合には張力は減少するが、張力変化と動的変位の関数関係は A 点が上がるときとはかなり異なる。また振動加速度が一定値以上になると遂に繫留ラインの張力が 0 となり、それ以上の加速度ではライン

の弛緩が発生する。弛緩を生ずると次の A 点の上昇により snap 現象を生じて大きな鎖張力を生ずるが、本報告では弛緩および snap 現象の発生範囲は取り扱わないことにする。

3 繫留ラインの動的変形を考慮した変動張力の近似計算 (拡張近似計算法)

繫留ラインの動的応答を厳密に求めるためには弦の横振動と同様な波動方程式を解く必要があるが、取り扱いを簡単にし、かつ現象をできるだけ広く把握するために、ここでは前節に述べた繫留ラインの動的変形機構に基づいて幾つかの条件および仮定の下に現象をモデル化して解析を行い、同時に現象を決定するパラメータの特性を明らかにする。

3.1 条件および仮定

- 1) 繫留ラインはスラック状態であり海底の固着点およびその付近ではラインは絶えず海底に接している。
- 2) 繫留ラインの上端の起振点の運動は鎖の繫留鉛直面内で正弦的に行われ上下および水平方向とする。
- 3) 繫留ラインの弾性的伸びはないものとする。
- 4) 繫留ラインの振動変位のラインの長さ方向の平均値 (ラインの運動する範囲の) はその鉛直成分で近似することができ、水平成分は小さいものとして無視する。
- 5) 動的変位による増加張力値はラインの長さ方向の動的平均変位の関数で表わされる。動的平均変位とは Fig. 1 に示す BB'' (実線) と BB' (1 点鎖線) の差の BB' の範囲の平均値である。

3.2 基礎方程式

繫留ラインの単位長さ当りの要素に働く力は慣性力、抗力、重力、浮力および隣りの要素からの張力であるが、 z 方向の力の釣合から

$$\Delta M(1+m)\ddot{z}_1^D + \frac{1}{2}\rho_w C_D \Delta A \cos^3 \theta |\dot{z}_1^D| \dot{z}_1^D + \Delta T_V - \Delta M g \left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_c}\right) = 0 \quad (1)$$

抗力成分を等価線形化すると

$$\Delta M(1+m)\ddot{z}_1^D + \frac{4}{3\pi}\rho_w C_D \Delta A \cos^3 \theta \cdot \omega \cdot Z^D \cdot \dot{z}_1^D + \Delta T_V - \Delta M g \left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_c}\right) = 0 \quad (2)$$

いま S_w を Fig. 1 の 1 点鎖線 BB' の長さとし

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{1}{S_w} \int_0^{S_w} \Delta M(1+m)\ddot{z}_1^D ds = \Delta M(1+m)\ddot{z}_m^D \\ & -\frac{1}{S_w} \int_0^{S_w} \frac{4}{3\pi}\rho_w C_D \Delta A \cos^3 \theta \cdot \omega \cdot Z^D \dot{z}_1^D ds \\ & = \frac{4}{3\pi}\rho_w C_D \Delta A \cos^3 \theta \cdot \omega \cdot Z^D \dot{z}_m^D \\ & \int_0^{S_w} \Delta T_V ds = T_V \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{S_W} \Delta M g \left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_c}\right) ds &= T_{Vs} \\ \Delta M \cdot S_W &\doteq M, \quad \Delta A \cdot S_W \doteq A \end{aligned} \right\}$$

とおくと

$$M(1+m)\ddot{Z}_m^D + \frac{4}{3\pi} \rho_w \cdot C_D \cdot A \cdot \cos^3 \theta_m \times \omega Z^D \cdot \dot{Z}_m^D + T_V - T_{Vs} = 0 \quad (3)$$

T_V, T_{Vs} はそれぞれ全張力、静的張力の z 方向の成分である故、3.1 に述べた仮定に従って

$$T_V - T_{Vs} = K_D(Z_m^D - Z_m^S) \quad (4)$$

とおくと、(3) 式は

$$\ddot{Z}_m^D + (\kappa \cdot \delta \cdot \omega) \dot{Z}_m^D + n^2 Z_m^D = n^2 Z^S \cos \omega t \quad (5)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{16}{3\pi^2} \left(\frac{\rho_w}{\rho_c} \right) \frac{C_D}{1+m} \cos^3 \theta_m \\ \delta &= Z^D / D_c \\ n^2 &= K_D / M(1+m) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_m^S &= Z^S \cos \omega t \\ Z_m^D &= Z^D \cos \omega t \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

また、 Z^S は繫留ラインの上端を静的に Z_A だけ上げた時のラインの各点の変位をラインの長さに沿って平均したものであり、 Z^D は鎖の上昇時の Z_m^D の最大値をとる。

(5) 式をとけば

$$Z_m^D = \frac{n^2 Z^S}{\sqrt{(n^2 - \omega^2)^2 + \kappa^2 \delta^2 \omega^4}} \cdot \cos \omega(t - \tau) \quad (8)$$

$$\tan \omega \tau = \frac{\kappa \cdot \delta \cdot \omega^2}{n^2 - \omega^2} \quad (9)$$

$$\frac{Z^D}{Z^S} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{n^2}\right)^2 + \kappa^2 \cdot \delta^2 \left(\frac{\omega^2}{n^2}\right)^2}} \quad (10)$$

(5)~(8) 式より

$$\frac{T_{V\max}}{T_{V0}} = 1 + \alpha \cdot \frac{Z^D}{Z^S} \cdot \mu \sqrt{1 + \kappa^2 \delta^2} \quad (11)$$

ただし

$$\mu = (1+m)/(1-\rho_w/\rho_c), \quad \alpha = Z^S \omega^2 / g$$

(11) 式より動的張力の鉛直分力の最大値が計算できる。ここで n^2 および $\kappa \cdot \delta$ は (6) 式で与えられ、また (10) 式中の $\kappa \cdot \delta$ は Z^D の関数であり、 Z^D は (10) 式を用いて iteration などにより求めることができる。 n^2 に含まれている定数 K_D の求め方は 3.3 に、また張力の水平成分については 3.4 に述べる。

3.3 動的変形のパネ定数 K_D

Fig. 1 に示したように、繫留ラインを上昇させると慣性力および抗力によって動的変形を生ずる。これらの外力は繫留ラインに沿って分布している。この分布形状は振動振幅が大きいところで大きな値となるが、簡単のために Fig. 2 に示すごとくその分布は起振点からラインに沿って L ($L < S_0$) の長さに等分布しており、 L より外では 0 であると仮定する。 $L \doteq (2/3 \sim 3/4) S_0$ と考えられるが、この値は実験結果を用いて決定することにする。

Fig. 2 Deformation of chain by uniform load

Fig. 2 に示すカタナリー、AB (太線)、AO (鎖線) の形状は

$$\frac{PL}{W_0 H} \text{ および } \frac{L}{H} = \frac{L}{S_0} \cdot \frac{S_0}{H} = \frac{L}{S_0} g(D_1)$$

の値で決定され、したがって、 L/S_0 を与えれば前節の動的変形は

$$\frac{Z_m^D - Z_m^S}{H} = f\left(\frac{PL}{W_0 H}, D_1\right) \quad (12)$$

で表わされる (Appendix 参照)。ここで H は水深、 P はラインの単位長さに加わる外力、 W_0 はラインの単位長さの水中重量、また $D = W_0 x_1 / T_{H0\max}$ ($T_{H0\max}$ は外力がない場合のラインの張力の水平成分、 x_1 はラインの上端と海底接地点の水平距離) である。(12) 式の数値計算の結果

$$\frac{Z_m^D - Z_m^S}{H} = C_{KD} \times \left(\frac{PL}{W_0 H}\right) \quad (13)$$

C_{KD} は L/S_0 の値によって変わるが約 $1/250 \sim 1/400$ であり、この範囲内では張力の計算結果にあまり大きな影響を与えないが本報告では実験結果から判断して $C_{KD} = 1/300$ とした (Appendix)。これは L/S_0 が $2/3 \sim 3/4$ の中間にあることに相当する。外力 P の L に沿った積分値の水平成分が小さいとすると (4), (13) より $K_D = W_0 / C_{KD}$ となり、したがって (6) の第 3 式を用いると (10), (11) 中の ω^2/n^2 は

$$\frac{\omega^2}{n^2} = C_{KD}(1+m) \frac{\sinh D_1}{(\cosh D_1 - 1)} \cdot \frac{H\omega^2}{g} \quad (14)$$

で表わされる ($C_{KD} \doteq 1/300$)。

3.4 鎖張力の水平成分

Fig. 2 に示す上端 A における鎖の傾斜角を静的な場合を ϕ_0 、動的変形を生じた場合を ϕ_2 とする。

$$\frac{T_{H\max}}{T_{H0\max}} / \frac{T_{V\max}}{T_{V0\max}} = \frac{\tan \phi_0}{\tan \phi_2} \quad (15)$$

ここで $T_{H0\max}, T_{V0\max}$ は起振点を静的に最大振幅にした時の張力の水平および垂直成分である。Appendix より $\tan \phi_0 / \tan \phi_2$ は $PL/W_0 H$ と D_1 が与えられると決定される故、また $(Z_m^D - Z_m^S)/H$ の関数で表わされる。

3.3 と同様、この関数関係を求めると

Fig. 3 Tension variation approximated by step function

Fig. 4 Range of frequency applicable to extended approximate calculation method

$$\frac{T_{H\max}}{T_{H0\max}} \cdot \frac{T_{V\max}}{T_{V0\max}} \div 1 - k \cdot \frac{(Z^D - Z^S)}{H} \\ = 1 - k \cdot \frac{Z^S}{H} \left[\frac{Z^D}{Z^S} - 1 \right] \quad (16)$$

Z^D/Z^S は (10) 式で与えられる。

$k=6 \sim 4$ で、これは $L/S_0=2/3 \sim 3/4$ に対応するがいずれの値をとっても $\tan \phi_0/\tan \phi_2 \div 1 \sim 0.9$ 程度である。

3.5 拡張近似式の適用範囲

2章で述べたように繫留ラインの振動数が一定の値を超えるとラインの形状は2次あるいはそれ以上のモードをもった波状を示すようになる。このような状態では本論文で述べる1次モードの場合とは異なり変位と張力関係が複雑になる。ここでは2次以上のモードが発生する振動数を推定して、本近似法の適用の限界を検討する。

繫留ラインの振動を弦の横振動と考えると、その円周波数は

$$\omega_s = \frac{s\pi}{l} \sqrt{\frac{T_s g}{W_s}} \quad (17)$$

で表わされる。ここで s は振動次数、 l は弦の長さ、 T_s は張力、 W_s は弦の単位長さの重量である。この場合 T_s は初期張力の上下に増減するが、問題を簡単にするため、 T_s の変化は Fig. 3 のように直角波でその振幅は張力増加の振幅に等しいと仮定すると、(17) 式の $T_s = T_0 + \Delta T$ とすれば張力最大の時の半周期における s 次の振動数 ω_s が求められる。 $T_0 + \Delta T$ は与えられた振幅お

よび振動数で決まるが、与えられた振動数が ω_2 に近付くと2次の振動モードに近くなる。現在取り扱っている動的変位を1次の振動と考え、この近似の適用限界周波数 ω_{crit} を $\omega_{\text{crit}} \div (\omega_1 + \omega_2)/2$ と考えることにする。張力 T_s を鎖の上端の張力に等しくし、 $W_s = W_0$ とする。また (17) 式の l を鎖の初期カタナリー部分の長さ S_0 に等しいと近似すると

$$\omega_{\text{crit}} = \sqrt{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 \frac{g}{H} \frac{\cosh D_0 (\cosh D_0 - 1)}{\sinh^2 D_0}} \sqrt{\frac{T_H}{T_{H0}}} \quad (18)$$

となる。ここで T_H/T_{H0} は (11) と (15) 式から求められ、強制振動数 ω と Z^S/D_0 、 Z^S/H の関数である。 $\omega = \omega_{\text{crit}}$ の時の振動加速度 α_{crit} を δ と Z^S/H の関数として求めると Fig. 4 になる。ただし Z^S/H 、 Z^S/D_0 が一定の値以上になると $\omega < \omega_{\text{crit}}$ となる。強制振動加速度 α が各 Z^S/D_0 線を超える場合には本方法は近似が悪くなる。振動振幅が小さい時は適用範囲が狭くなるが実用上はあまり問題はないと思われる。また Fig. 4 の各線は D_0 の値によって若干変化するが $D_0 = 0.2 \sim 0.5$ 程度では変化は小さいので平均値をとった。

一方、2章で述べたように、振動加速度 α が一定以上になると動的張力振幅が初期張力に等しくなり、それ以上の加速度ではラインの弛緩が発生し、次の瞬間に snap 現象を生ずる。本近似法では弛緩および snap 現象が発生する範囲は考えていない故、これ以上の加速度 α では次第に近似が悪くなる。この α の値は前報告に述べたとおり $\alpha \div 0.2 \sim 0.4$ である。

4 実 験

実験水槽および張力計測装置は前報告に述べたとおりである。使用した鎖模型の要目は Table 1 に示す。本報告では鎖の上端を上下方向に正弦振動させ、特に振幅の変化と変動張力との関係を求めた。前回の実験では鎖のカタナリー中央部の運動の計測には映写装置を用いたが処理が煩雑になるので、今回は変位測定のため新しくフォトランジスタおよびリレー回路を用いた変位測定装置を製作して用いた。Fig. 5 に示すように74個のフォトランジスタを鉛直線上に並べ、そのそれぞれに対向する光源部より平行光線が入射する。この装置を鎖の中央部に配置し、鎖が上下に運動し、平行光線を遮光するとフォトランジスタが感応し、リレー回路が作動し位置の変化が測定される。測定例を Fig. 6 に示す。

5 実験結果と拡張近似計算結果との比較

前章で述べた実験結果のうち、1) 鎖の動的最大張力の垂直成分、2) 動的最大張力と静的最大張力の水平成分比と垂直成分比の関係、3) 鎖の上端(起振点)と鎖

Table 1 Principal particulars of model chain

chain	aluminum	steel
A (mm)	75.0	37.5
B (mm)	39.0	13.9
d (mm)	10.0	3.7
W_0 (kg/m)	0.39	0.20
E_e (kg/mm ²)	6400.0	40000.0
D_c (mm)	17.1	6.2

W_0 ; Weight of a chain per unit length in water

E_e ; Effective Young's modulus

D_c ; Equivalent diameter of a chain

Fig. 5 Experimental set-up for measuring displacement of middle-point of mooring chain

のカテナリーの中央点の変位の位相差について拡張近似計算結果と比較した。

5.1 動的最大張力の垂直成分の比較

Fig. 7, Fig. 8 において多数の実験値と計算値をできるだけ簡単に比較するために (11) 式を用いて縦軸を

$$\left[\frac{T_{Y_{\max}}}{T_{V_0}} - 1 \right]_{\text{exp}} / \left[\frac{Z^D}{Z^S} \cdot \mu \sqrt{1 + \kappa^2 \delta^2} \right]_{\text{cal}}$$

とし、横軸を $\alpha = Z^S \omega^2 / g$ とした。図中

$$F_{\text{cal}} = (Z^D / Z^S) \cdot \mu \sqrt{1 + \kappa^2 \delta^2}$$

である。したがって実験点が図の 45° の直線上にあれば計算値と一致していることになる。Fig. 7, 8 の各図は振幅の等しい実験を示し、(a), (b)~(e) の順序で振幅が大きい場合である。最小および最大振幅を除いて計算

- a) Displacement of exciter
- b) Displacement of middle point of chain
- c) Horizontal component of tension at exciter
- d) Vertical component of tension at exciter

Fig. 6 Examples of records

結果と実験結果は良好な一致を示している。Fig. 8(a), Fig. 9(a) は最小振幅の場合で実験点が $\alpha \geq 0.2$ の範囲で 45° 線より下にきている。その理由はこの α の範囲では鎖の振動は 2 次以上のモードをもった波形となり、ここで述べた近似計算の適用範囲外となる。このことは 3.5 節の Fig. 4 から容易に推定できる。ただし、このように振幅が小さい場合は $\alpha < 0.2$ としても実用問題の多くの場合を包括すると思われる。次に Fig. 7(e), Fig. 8(e) の最大振幅の場合について考える。この場合は $\alpha \geq 0.3$ の範囲で実験値が 45° 直線の上にきている。 α が 0.3 より大きくなると振動波形は次第に double peak をもった非線形振動の特性を表わすようになり、また snap 現象に近い現象が発生する。このことが大きな張力の原因と思われる。なお、本実験結果と繫留ラインの形状を静的カテナリーに等しいとおいた近似計算法の結果との比較では、 $\alpha = 0.2$ で約 20%, $\alpha = 0.4$ で約 30~40% の差が見られた。しかしながら α がこれより小さい場合、あるいは振幅が小さい場合には簡単なこの近似計算法によって動的張力を推定しても大きな誤りはない。

Fig. 7 Vertical components of tensions at exciter (Aluminum chain)

Fig. 8 Vertical components of tensions at exciter (Steel chain)

Fig. 9 Relation between $(T_{H\max}/T_{H0\max})/(T_{V\max}/T_{V0\max})$ and α

Fig. 10 Phase angles between heaving motion at middle point of chain and vertical displacement of exciter

5.2 張力の水平成分比と垂直成分比の関係

Fig. 9 (a), (b) の縦軸は $(T_{H\max}/T_{H0\max})/(T_{V\max}/T_{V0\max})$ で横軸は α である。また同図中に (16) 式の結果を示してある。ここで $T_{H\max}$, $T_{V\max}$ は動的張力の水平, 垂直成分の最大値, $T_{H0\max}$, $T_{V0\max}$ は最大振幅時の静的張力の水平, 垂直成分である。いずれの実験値もほぼ 1.1~0.9 の間に分散しており, 平均的に

$$(T_{H\max}/T_{H0\max})/(T_{V\max}/T_{V0\max}) \doteq 1$$

とする。

5.3 鎖の上端(起振点)とカテナリーの中央点の変位の位相差

変位の位相差の数例について実験と計算の比較をする。(9) 式を書き直して

$$\frac{\tan \omega \tau}{\kappa \cdot \delta} = \frac{\omega^2}{n^2 - \omega^2}$$

とし, Fig. 10 で縦軸を $[\tan \omega \tau]_{\text{exp}}/[\kappa \cdot \delta]_{\text{cal}}$, 横軸を

Fig. 11 Drag coefficients of oscillating chain

ω^2 とした。図中の実線は $\omega^2/(n^2 - \omega^2)$ で、 n^2 は (14) 式より計算した。図から明らかなように位相差の計算結果は実験結果とよく一致している。

6 繫留鎖の動的張力の拡張近似計算式

前章までで拡張近似計算式の誘導および実験結果との比較を行って、振動周波数、振動振幅のかんりの広い範囲にわたって良好な一致が見られることを示した。拡張近似計算式をまとめると次のようになる。

$$\frac{T_{V\max}}{T_{V0}} = 1 + \alpha \cdot \frac{Z^D}{Z^S} \cdot \mu \sqrt{1 + \kappa^2 \delta^2} \quad (19)$$

$$\frac{T_{H\max}}{T_{H0\max}} \cdot \frac{T_{V\max}}{T_{V0\max}} = 1 \quad (20)$$

T_{V0} , $T_{V0\max}$ は各々初期張力および静的最大振幅時の張力の垂直成分である。 T_{H0} , $T_{H0\max}$ も同様にその水平成分である。

$$\frac{Z^D}{Z^S} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{n^2}\right)^2 + \kappa^2 \cdot \delta^2 \left(\frac{\omega^2}{n^2}\right)^2}} \quad (21)$$

ここで

Fig. 12 Added mass coefficients of oscillating chain

$$\alpha = Z^S \omega^2 / g \quad (22)$$

$$\mu = (1 + m) / (1 - \rho_w / \rho_c) \quad (23)$$

$$\kappa = \frac{16}{3\pi^2} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_c} \cdot \frac{C_D}{1 + m} \cdot \cos^3 \theta_m \quad (24)$$

$$\delta = Z^D / D_c \quad (25)$$

$$\frac{\omega^2}{n^2} = C_{KD} (1 + m) \frac{\sinh D_1}{\cosh D_1 - 1} \cdot \frac{(H + \Delta H) \omega^2}{g}, \quad \left(C_{KD} \doteq \frac{1}{300} \right) \quad (26)$$

$$\cos^3 \theta_m = \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \sinh D_0 \right) \right\} \quad (27)$$

ただし、(22)~(27) に含まれる各パラメータは次のように求められる。

$$Z^S : Z^S = \frac{a_1^2}{S_{W1}} \left(\frac{1}{4} \sinh 2 D_1 - \sinh D_1 + \frac{D_1}{2} \right) - \frac{a_0^2}{S_0} \left(\frac{1}{4} \sinh 2 D_0 - \sinh D_0 + \frac{D_0}{2} \right)$$

$$\begin{cases} D_1 = \frac{x_{W1}}{a_1}, & D_0 = \frac{x_0}{a_0}, \\ a_1 = \frac{T_{H0} + \Delta T_H}{W_0}, & a_0 = \frac{T_{H0}}{W_0}. \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{W1} = \sqrt{(H + \Delta H)(H + \Delta H + 2a_1)}, \\ S_0 = \sqrt{H(H + 2a_0)}, \\ x_{W1} = a_1 \log \left[\frac{S_{W1}}{a_1} + \sqrt{\left(\frac{S_{W1}}{a_1} \right)^2 + 1} \right], \\ x_0 = a_0 \log \left[\frac{S_0}{a_0} + \sqrt{\left(\frac{S_0}{a_0} \right)^2 + 1} \right] \end{array} \right.$$

H, T_{H0} は初期状態の繋留点の高さ (水深), および張力の水平成分

$\Delta H, \Delta T_H$ は繋留点の上昇高さとそれによる張力増大の水平成分

Z^D : (21) 式から iteration 法などで求める。

ρ_w, ρ_c : 水および鎖の密度

C_D : Fig. 11 (a), (b) より求めた。 $2\pi\delta$ (Keulegan-Carpenter 数) の関数

m : Fig. 12 (a), (b) より求めた C_A の値を用いて $m = (\rho_w / \rho_c) C_A$

で与えた。ただし実験に適用する時はレイノルズ数の影響を考える必要がある。

ここで Fig. 11, 12 は応用力学研究所津屋崎海洋災害実験所で行った実験の結果であり, 本報告では Fig. 11 (b), Fig. 12 (b) の実線で表わされる数値を用いた。

7 ま と め

スラック状態で繋留された鎖の上端を上下に正弦振動を行い, その振幅を大きくした場合, 鎖の動的張力の振幅依存性についての理論的, 実験的研究を行った。従来, この種の問題にはランプドマス法や各種の近似法を用いた研究が多いが, 本報告では「繋留ラインは振動に際してもその形状が静的カタナリー線を保つ」ことを仮定した近似計算法を拡張して, 振幅が比較的大きい時にも適用できる近似計算式を求めた。まず繋留ラインの動的変形機構を明らかにし, 次にこの変形を考慮に入れた鎖の近似運動方程式を解くことによって繋留ラインの動的最大張力を求める近似式を導いた。この拡張近似計算法による計算結果は振幅がかなり大きい場合にも実験結果とよい一致を示した。また本近似計算法が適用できる範囲を検討し, 実用的にも有効な方法であることを確かめた。なお, 鎖の上端を水平に振動した場合については次の機会に報告する。

最後に繋留鎖の光学的変位測定装置の製作に協力された応用力学研究所 石井幸治技官と実験および原稿作成に協力された同 松原監壮技官に感謝する。

参 考 文 献

- 1) 安藤定雄, 山川賢次: 係留索・鎖の運動および張力 (その 1), 船舶技術研究所第 22 回研究発表会講演集 (1973).

- 2) 安藤定雄: 係留索・鎖の運動および張力 (その 2), 船舶技術研究所第 24 回研究発表会講演集 (1974).
- 3) 安藤定雄: 索・鎖の流体力について (その 1, 部分模型), 西部造船会会報, 第 50 号 (1975).
- 4) 庄司邦昭: 係留浮体の運動と係留索の張力に関する研究, 日本造船学会論文集, 第 138 号 (1975).
- 5) 片山正敏, 則松康文, 三和英一: 浮遊式海洋構造物の係留解析法, 三菱重工技報, Vol. 13, No. 4 (1976).
- 6) 小寺山 亘: 係留浮体の運動と係留鎖張力について, 西部造船会会報, 第 53 号 (1977).
- 7) 吉田宏一郎, 米家卓也, 飯田国廣: 有限要素法による水中線状構造物の応答解析, 日本造船学会論文集, 第 144 号 (1978).
- 8) 小林正典, 島田 潔, 日根野元裕: 係留ラインの張力に対する動的影響について, 西部造船会会報, 第 60 号 (1980).
- 9) 栖原寿郎, 小寺山 亘, 田才福造, 肥山 央, 渡辺邦夫: 振動する繋留鎖の挙動と張力, 日本造船学会論文集, 第 148 号 (1980).
- 10) Suhara, T., Koterayama, W., Tasai, F., Hiyama, H., Sao, K. and Watanabe, K.: Dynamic Behavior and Tension of Oscillating Mooring Chain. OTC 4053 (1981).
- 11) 中島俊夫, 元良誠三, 藤野正隆: 係留浮体の運動を考慮した係留ラインの動的挙動について, 日本造船学会論文集, 第 150 号 (1981).

Appendix

Fig. 2 の AO (1 点鎖線, 単位長さの重量 W_0) の長さ L に等しい AB 部分に一樣な荷重 P が作用すると, カテナリーは AB および BO_1 のように変形する。カタナリー AB を延長して水平線と接する点を O_2 とする。カタナリー BO_1, BO_2 で

$$y_L = C_1 \left(\cosh \frac{x_1}{C_1} - 1 \right) = C_2 \left(\cosh \frac{x_2}{C_2} - 1 \right) \quad (A1)$$

$$S_1 = C_1 \sinh \frac{x_1}{C_1}, \quad S_2 = C_2 \sinh \frac{x_2}{C_2} \quad (A2)$$

ただし AB 間の荷重 P の水平成分が垂直成分に比べて小さいものとして無視すると AB 間の単位長さの重量 $W_2 = W_0 + P$ となる。また A 点における AB の張力の水平, 垂直成分を T_H, T_V とすると

$$\left. \begin{array}{l} T_H = C_1 W_0 = C_2 (W_0 + P) \\ T_V = S_1 W_0 + L (W_0 + P) = (S_2 + L) (W_0 + P) \end{array} \right\} \quad (A3)$$

$$\left. \begin{array}{l} (y_L + C_1)^2 = S_1^2 + C_1^2 \\ (y_L - a + C_2)^2 = S_2^2 + C_2^2 \\ (H - a + C_2)^2 = (S_2 + L)^2 + C_2^2 \end{array} \right\} \quad (A4)$$

$$y_L/H \equiv \eta, \quad C_2/H \equiv \gamma, \quad L/H \equiv \lambda, \quad a/H \equiv \beta,$$

$$(W_0 + P)/W_0 \equiv W_P \text{ とすると (A3), (A4) 式から}$$

$$\eta = \sqrt{[\sqrt{(1-\beta+\gamma)^2 - \gamma^2} - \lambda]^2 + \gamma^2 + \beta - \gamma} \quad (A5)$$

$$\beta = \left(1 - \frac{1}{W_P} \right) \eta \quad (A6)$$

また Fig. 2 で

$$S_0 - x_0 = (S_1 + L) - (x_1 + x_L) \quad (A7)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_0 - x_0}{H} = \frac{\sinh D_1 - D_1}{\cosh D_1 - 1} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{L}{H} &= \left(\frac{L}{S_0} \right) \frac{\sinh D_1}{\cosh D_1 - 1} \\ \frac{S_1 - x_1}{H} &= W_P \cdot r \left[\sqrt{\left\{ 1 + \frac{1}{W_P} \cdot \frac{\eta}{r} \right\}^2 - 1} \right. \\ &\quad \left. - \cosh^{-1} \left\{ 1 + \frac{1}{W_P} \cdot \frac{\eta}{r} \right\} \right] \\ \frac{x_L}{H} &= r \left[\cosh^{-1} \left\{ 1 + \frac{1}{W_P} \cdot \frac{\eta}{r} + \frac{1-\eta}{r} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \cosh^{-1} \left\{ 1 + \frac{1}{W_P} \cdot \frac{\eta}{r} \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (A8)$$

(A8) を (A7) に代入すると

$$\begin{aligned} r \left[\frac{1}{W_P} \left\{ \sqrt{\left(1 + \frac{1}{W_P} \cdot \frac{\eta}{r} \right)^2 - 1} - \cosh^{-1} \left(1 + \frac{1}{W_P} \cdot \frac{\eta}{r} \right) \right\} \right. \\ \left. - \cosh^{-1} \left(1 + \frac{1}{W_P} \cdot \frac{\eta}{r} + \frac{1-\eta}{r} \right) \right. \\ \left. - \cosh^{-1} \left(1 + \frac{1}{W_P} \cdot \frac{\eta}{r} \right) \right] \\ = \frac{\left(1 - \frac{L}{S_0} \right) \sinh D_1 - D_1}{\cosh D_1 - 1} \end{aligned} \quad (A9)$$

(A5) 式で

$$\lambda \equiv \frac{L}{H} = \frac{L}{S_0} \cdot \frac{S_0}{H} = \frac{L}{S_0} \cdot \frac{\sinh D_1}{\cosh D_1 - 1}$$

であるから L/S_0 の値を決め、(A5), (A6), (A7) から β, r を消去すると η は W_P と D_1 の関数で求められる。また

$$\frac{1}{W_P} = \frac{1}{1 + \left(\frac{PL}{W_0 H} \right) \left(\frac{S_0}{L} \right) \frac{(\cosh D_1 - 1)}{\sinh D_1}}$$

であるから

$$\frac{y_L}{H} = F \left(\frac{PL}{W_0 H}, D_1 \right) \quad (A10)$$

これで変形後のカタナリーの形状が決まるので、変形前の形状との差の平均をとれば (12) 式が求められる。(12) 式を数値的に求めた結果が Fig. A1 である。図は $PL/W_0 H$ と $(Z^D - Z^S)/H$ の関数関係を表わし上の曲線が $L/S_0 = 3/4$ 、下の曲線が $L/S_0 = 2/3$ に対応する。各点は $D_1 = 0.3 \sim 0.5$ の場合の計算結果であるが、 D_1 がこの範囲内では結果にほとんど差がないのでその平均値を点線で示してある。 L/S_0 の値をどのように決定すれば実際の現象を最もよく近似できるかが問題であるが、

Fig. A1 Mean displacement of chain by uniform load

Fig. A2 Angle of inclination of chain at exciter

本報告では他の実験結果も考慮して図中の実線で近似することにした。これが (13) 式であり $C_{KD} \approx 1/300$ である。 C_{KD} の値は大きく変らない限り、結果への影響は小さい。

Fig. A2 は同様に $\tan \phi_0 / \tan \phi_2$ と $(Z^D - Z^S)/H$ の関係を数値的に求めたものであり、上の線が $L/S_0 = 3/4$ 、下の線が $L/S_0 = 2/3$ に対応するが本報告ではその中間の値をとって、図中の実線で近似する。これが (16) 式であり $k \approx 5$ である。