船体運動の統計的最適制御に関する研究 (2)

——制御則の解析——

正員 大 津 皓 平*

The Study on a Statistical Optimal Control of Ship's Motion (Part 2)

——Analysis of Control Law——

by Kohei Ohtsu, *Member*

Summary

In the former report, the author analysed many sea trial's data under the AR autopilot system developed by the authors¹⁾. Emphasis of the report was mainly put on the evaluation of the course keeping quality.

The purpose of this paper is to analyse the same data from the view points of steering law subjecting to the AR autopilot system and the conventional system. One needs to have a robust method not influenced by an existence of feedback loops to attack such a complicated time series related mutually. An answer to this formidable problem is the multi-dimensional auto regressive model decision procedure proposed by Dr. Akaike.

The author proposes a new method to analyse actual ship trial data, gained at sea and uses it throughly.

He will report in this paper that such an analysis method, especially the noise contribution, the impulse response and the frequency response function calculated from the AR model give important informations to make clear the differences between the optimal steering law, the conventional autopilot steering one and a manual steering one.

1 緒 言

著者は前報¹⁾において、小型練習船に装備した AR オートパイロットによる最適保針制御を、種々の外乱下あるいは種々のフィードバックゲイン下で評価した。それらの結果は固定ゲインであるにもかかわらず比較的良好な結果を与えていた。

本報ではまず、前報に引き続き前報と同じデータを使って最適操舵と従来の PID 操舵の操舵法自体の相違を中心に解析する。

ところでこのような解析には、第 1 に舵がどのような変数をどの範囲の周波数でどの程度フィードバックしているかを調べる必要がある。第 2 に、その場合例えば Yaw のインパルスの変化に対し舵はどのように動いたか、あるいは周波数応答関数はどのような形となるか、などを実船で得られたデータから知る必要がある。

このような問題に対し従来から周波数領域でのアプローチが確立していることはよく知られている²⁾。しかし本方法は開ループ系の解析には有効であるが、保針制御

系の場合のように feedback の懸った系の場合、偏差が生じ信頼性が落ちることもよく知られている³⁾。著者は以前このような問題の解析には、赤池によって提案された多次元自己回帰モデルによる時間領域からのアプローチが良いことを指摘した^{2), 7)}。本報では全面的にこの赤池による方法を駆使し、前記第 1 の問題には従来のコヒーレンシー関数に変わって雑音寄与率の概念を、第 2 の問題には多次元自己回帰モデルから得られるインパルス応答関数・周波数応答関数を用いて解析する。

また、この方法を用いて得られた 2 隻の大型コンテナ船のデータに対する若干の新しい結果⁵⁾を示し、Roll やプロペラ回転数に及ぼす操舵の影響についても言及する。

2 多次元自己回帰モデルによる統計的解析

システムに入り込む有色な雑音 $u_i(n)$ によって駆動される k 次元フィードバック系が

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^k a_{ij}(m) x_j(n-m) + u_i(n) \quad (2.1) \\ i=1, 2, \dots, k$$

* 東京商船大学航海学科

と線形インパルス表現できるとする。ここで $a_{ij}(m)$ は入力変数 $x_j(n)$ から出力変数 $x_i(n)$ へのインパルス応答関数とする。ただし、 $a_{ii}(m)=0$ とする。

この線形モデルを多次元自己回帰モデル

$$X(n) = \sum_{m=1}^M A(m)X(n-m) + W(n) \quad (2.2)$$

に直す方法は既に述べた²⁾。ただし、 $X(n) = (x_1(n), x_2(n), \dots, x_k(n))^T$, $A(m) = \{A_{ij}(m)\}$, $W(n)$ はその要素が白色雑音 $\varepsilon_i(n)$, $i=1, 2, \dots, k$ からなるベクトル過程である。

インパルス応答関数との関係は、

$$\begin{cases} a_{ij}(1) = A_{ij}(1) \\ a_{ij}(m) = A_{ij}(m) + \sum_{l=1}^{m-1} A_{il}(l)a_{lj}(m-l) \end{cases} \quad m=2, 3, \dots \quad (2.3)$$

である。

本報および前報において解析に用いている“雑音寄与率 (Noise contribution)” は、次のように求められる。

まず、(2.1) をベクトル表示し

$$X(n) = \sum_{m=1}^M A_m X(n-m) + U(n) \quad (2.4)$$

とする。ただし $A_m = \{a_{ij}(m)\}$, $X(n) = (x_1(n), x_2(n), \dots, x_k(n))^T$, $U(n) = (u_1(n), u_2(n), \dots, u_k(n))^T$ である。

雑音過程 $U(n)$ から $X(n)$ への閉ループ周波数応答関数 $G_c(f)$ は、

$$G_c(f) = \frac{X(f)}{U(f)} = (I - A_m(f))^{-1} = \{\delta_{ij}(f) - a_{ij}(f)\}^{-1} \quad (2.5)$$

で与えられる。ここで $A_m(f)$, $X(f)$, $U(f)$ は、 A_m , $X(n)$, $U(n)$ のフーリエ変換、 $\delta_{ij}(f) = 1 (i=j)$, $\delta_{ij}(f) = 0 (i \neq j)$ とする ($a_{ii}(f)=0$ に注意)。そこで $U(f)$ と $X(f)$ が、(2.5) すなわち

$$X(f) = G_c(f) \cdot U(f) \quad (2.6)$$

で結ばれているとき、 $X(n)$ の i 番目の要素 $x_i(n)$ のスペクトラムを求めてみる。(2.6) 式から、 $g_{ij}(m)$ を $G_c(f)$ の要素の逆フーリエ変換とすると時間領域では、 $g_{ij}(m)$ と $u_j(n-m)$ のたたみこみ演算、すなわち

$$x_i(n) = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^k g_{ij}(m) u_j(n-m) \quad (2.7)$$

と書ける。これよりスペクトル計算に必要な $x_i(n)$ の自己相関関数 $E[x_i(n) \cdot \overline{x_i(n-l)}]$ を求めるとき、異なる $u_i(n)$, $u_j(n)$, $i \neq j$ に対して、

$$E[u_i(n) \cdot \overline{u_j(n-l)}] = 0 \quad (2.8)$$

が成立しておれば、

$$\begin{aligned} E[x_i(n) \cdot \overline{x_i(n-l)}] &= \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \sum_{j=1}^k g_{ij}(m_1) \cdot \overline{g_{ij}(m_2)} E[u_j(n-m_1) \cdot \overline{u_j(n-l-m_2)}] \end{aligned} \quad (2.9)$$

を得るので、 $x_i(n)$ のパワースペクトラム $p_{ii}(f)$ は、

$$p_{ii}(f) = \sum_{j=1}^k |g_{ij}(f)|^2 p_{uj}(f) \quad (2.10)$$

によって与えられることがわかる。すなわち異なる $u_i(n)$, $u_j(n)$ 間の相関がなければ、要素 $x_i(n)$ 過程のパワースペクトラムは、 k 個の外乱 $u_j(n)$ のパワースペクトラム $p_{uj}(f)$ の $|g_{ij}(f)|^2$ による荷重和によって与えられる ($p_{uj}(f)$ は、マトリクス $A(m)$ の対角項から容易に求まる^{2),7)}。

$$q_{ij}(f) = |g_{ij}(f)|^2 p_{uj}(f) \quad (2.11)$$

とおくと、 $q_{ij}(f)$ は周波数 f における $x_i(n)$ のパワースペクトラムのうちで、 $u_j(n)$ の占める寄与部分を表わし、

$$r_{ij}(f) = \frac{q_{ij}(f)}{p_{ii}(f)} \quad (2.12)$$

はその比率、

$$R_{ij}(f) = \sum_{h=1}^j r_{ih}(f), \quad j=1, 2, \dots, k \quad (2.13)$$

は、その累積比率を示す。(2.11) を、以下では雑音寄与率と呼び図示するには (2.13) を用いる。

最後に本報では周波数応答関数は、フィードバック系であることを考慮して次のように求める。

まず、(2.3) のインパルス応答関数のフーリエ変換として、それぞれのブロックの周波数応答関数

$$G_{ij}(f) = \sum_{m=1}^M a_{ij}(m) \exp(-i2\pi f m) \quad (2.14)$$

$$f = r/2L \Delta t, \quad i = \sqrt{-1}, \quad r = 0, 1, \dots, L$$

が計算できる。ただし、 L は周波数の分割数とする。

また、 i 変数の j 変数に対する閉ループ周波数応答関数 (closed loop frequency response function) $G_c(f)$ は、

$$G_c(f) = \frac{G_{ij}(f)}{1 - G_{ij}(f) G_{ji}(f)} \quad (2.15)$$

によって与えられる (分母の負号に注意)。

3 実船実験データの多次元 AR モデルによる解析法

前章で示した多次元 AR モデルによる時系列の統計的解析法は、不規則な海洋波中で観測された定常な船体運動時系列データの新しい解析法として有効であると考えられる。ここでは、次のような多次元 AR モデルによる実船データの解析法を提案する^{1),7)}。

(1) データの収集

本方法は統計学的には大標本論に属する。船のデータでは経験によると、サンプリング周期にもよるが大体 100 点以上はほしい。サンプリング間隔は、Aliasing を起こさない程度に十分長くとるべきである。

(2) MAICE 法による多次元 AR モデルの決定

k 次元 AR モデルを MAICE 法で決定する。このとき

Fig.1 Comparison of the noise contribution to rudder between the optimal and the PID steering

[A] $Q/R=20$ (Optimal), [B] $Q/R=160$ (Optimal), [C] PID

M 次モデルの AIC は, N をデータ数, Σ_M を予測誤差の相関行列とすると,

$$AIC(M) = N \log \{ \det(\Sigma_M) \} + 2k^2 M \quad (3.1)$$

となる。また次数として想定する最高次数は $N/3$ できれば $2\sqrt{N}$ までにとどめる。

(3) スペクトラム解析

スペクトラムの推定式は, 文献⁷⁾に示したとおりである。ただし, 個々の時系列のスペクトラム解析を行うためには, (2) で求めた多次元 AR モデルからではなく, 1 時系列ずつ 1 次元 AR モデルを当てはめるべきである。また, この段階での Aliasing 現象のチェックなどは必要である。

(4) 雑音寄与率の解析

2 の方法に従って雑音寄与率を計算する。図化するには累積比率 (2.13) を使う表示がよい。ただし, この解析が有効であるのは, (2) で多次元 AR モデルを当てはめたときの各変数の予測誤差間の相関が低いことが条件である ((2.8) 式)。

(5) インパルス応答, 周波数応答解析

インパルス応答関数を, (2.3) に従って計算する。各ブロックの周波数応答関数は, (2.14) により, また閉ループ周波数応答関数は (2.15) によって求める。閉ループ周波数応答関数は, (2.5) から求める方法もある¹⁾⁻³⁾。

本法は特に制御系を設計する場合の変数の取捨選択, あるいは新しく設計した制御系の評価, 各船体運動モード間の連成の解析などに用いることが可能である。

4 AR オートパイロットによる最適操舵法の解析

本章では, 前報⁴⁾の汐路丸データを使って AR オートパイロットの最適操舵法と汐路丸搭載の従来型オートパイロット (PID 型と呼ぶ) の操舵法との相違点を前章の方法により比較検討する。

4.1 雑音寄与率による解析

前報 Fig.13 は, Yaw への Rudder および Yaw 自身

の雑音の影響を示した図であった。逆に Rudder への Yaw および Rudder の影響を調べるには着目する変数を Rudder にすればよい。それを示したのが Fig.1 で, この図によって, 針路偏差のどの辺の周波数帯をどの程度 feedback しているか知ることができる。そのうち, [A],[B] 図は Q/R 比を 20 および 160 にしたときの寄与率, [C] が PID の場合のそれである。前報の Fig.10 (スペクトラム), Fig.13 (雑音寄与率) をも参考にすると次のことが知れる。

(1) PID 型 ([C] 図) では, Rudder から Rudder への寄与率が長周波の帯域を除き大きい。特に Rudder のスペクトラムのピークのある 0.1 Hz 付近の動きは自分の起こした操舵に自分が応答している。このことは後述するオートパイロット内のバックラッシュの影響を考慮したとしても, 無駄な操舵が存在することを物語っている。

(2) これに対し, [A],[B] の AR 型オートパイロットの場合をみると, Yaw からの feedback が Q/R が大きくなるほど広い帯域に広がっていることがわかる。しかも前報の Fig.13 の [A],[B] を見ると, その広い帯域での動きが同図 [C] のように Yaw を逆に誘起するような動きになっておらず有効な操舵であるといえよう。

4.2 インパルス応答解析

Fig.2 は, 上記データに対応する Yaw のインパルスの変化に対する Rudder の応答を表すインパルス応答関数である。そのうち [A],[B] 図は $Q/R=20, 160$ に対するもの, [C] は PID のものである。本図によると, AR 型の 2 例は, 初期舵の後にビートの残らない, 当て舵を効かした形となっているのに対し, [C] の PID 型ではビートが後まで残っている。また AR 型の場合, Q/R を上げると初期の応答の強さが強くなっていることがわかる。AR 型のような形状のインパルス応答は一見して PID 型でも微分を効かせれば実現可能とみえるが, 実際は困難である。

なお参考のため、Fig. 3 に前図 Fig. 2[A] に対応する Rudder から Yaw へのインパルス応答関数を示す。図からわかるように、応答は不安定気味である。この原因は、汐路丸のスパイラル試験成績など^{2),4)}に現われた舵角 $\pm 5^\circ$ 以内の異常現象から説明できる。すなわちこのデータは前報の Fig. 6 によると舵角量の標準偏差が 1~

3° 以内であるが、この範囲は異常現象の範囲内に入っており、インパルス応答にこのような影響が出て不思議ではない。

4.3 周波数応答解析

Fig. 4[A] は前報 Fig. 13 の AR オートパイロットデータに対する (2.15) から求めた Yaw を入力とする Rudder の閉ループ周波数応答関数、Fig. 4[B] は対応する PID の場合のそれである。他のケースでも AR, PID ともに、ここで示したような形状を多くの場合示す。1 本の矢印は $1/240 \text{ Hz}$ に当たる。AR がほぼ平均的に各周波数から feedback しているのに対し、PID の場合 $0.09 \sim 0.1 \text{ Hz}$ 付近を特に重視している点が相違してい

[A] $Q/R=120$ (AR steering)

[B] $Q/R=160$ (AR steering)

[C] PID steering

Fig. 2 Impulse response function from yaw to rudder

[A], [B] Optimal, [C] PID control

Fig. 3 Impulse response function from rudder angle to yaw in the optimal steering

[A]

[B]

Fig. 4 Typical frequency response functions from yaw to rudder (closed loop)
[A] Optimal, [B] PID steering

[A] Manual steering

[B] Autopilot steering

Fig. 5 Impulse response functions from yaw to rudder in the America Maru data ($\Delta t=2\text{sec}$)

る。

5 大型コンテナ船の保針運動の解析

4で示したごとく、3で示した多次元自己回帰モデルによる解析法は、保針運動のように典型的な feedback 系の解析には効果的で信頼性の高い方法であることがわかった。本章では、汐路丸以外のデータとして、2隻の高速コンテナ船の実船試験データに対して本方法を適用して得られた保針運動に関する若干の新しい知見を示す⁵⁾。

5.1 人間操舵と自動操舵

著者は以前コンテナ船アメリカ丸データを使って、4のような操舵法の解析を行ったことがある^{2),3)}。しかしそこではサンプリング周期を1secとやや短く選びすぎたため、インパルス応答などが観測雑音に汚された結果に終わっている。今回サンプリング周期を $\Delta t=2\text{sec}$ として解析を行い好結果を得た。対象としたデータは、以前の報告^{2),3)}と同じく人間操舵(No. 6)と自動操舵(No. 10)データである。

Fig. 5[A], [B]は、Yawのインパルスの変化に対する操舵手([A]図)、オートパイロット([B]図)の応答を示すインパルス応答関数である。またFig. 6[A], [B]は、(2.15)で求めたYawからRudderへの閉ループ周波数応答関数である。図中1本の矢は $1/480\text{Hz}$ である。波形、スペクトラム、雑音寄与率などは前の報告^{2),3)}にある該当する図を参考にすればよい。

[A] Manual steering

[B] Autopilot steering

Fig. 6 Frequency response function of rudder to yaw in the America Maru data ($\Delta t=2\text{sec}$)

これらの図から、インパルス応答には、(1)人間操舵は、このような荒海中では1次応答的になる(Fig. 5[A])が、(2)自動操舵の場合は2次応答的となりビートが存在する(Fig. 5[B])、などの特徴がみられる。

また、周波数応答関数には、(1)人間操舵の場合、長周期のYawを多くfeedbackするため、右方向に片膨れしている(Fig. 6[A])のに対し、(2)自動操舵の場合は、(1)より平均的である(Fig. 6[B])、(3)自動操舵の場合、バックラッシュの影響で左上隅に渦巻きが見られる(Fig. 6[B])、などの特徴が指摘できる。

5.2 操舵のRollへの影響

前報⁴⁾でも、操舵によるRoll影響を指摘した。Fig. 7は、アメリカ丸とは異なる排水量3万トンクラス的高速コンテナ船のHead sea中でのRollへの雑音寄与率を示したものである⁵⁾。変数はYaw rate, Engine governor, Pitch, Roll, Z. acc., Propeller r.p.m, Rudderの7変数である($\Delta t=2\text{sec}$, $N=500$ 点)。本例は本船が

冬期北太平洋を Head sea および Follow sea の状態で、自動操舵で航行中に得られた 30 例のデータの中から得られた代表例である。この 30 例を分けると、特に図のように Head sea 中で上記の現象がみられる。

Fig. 7 Noise contribution to roll of a high speed container ship at head sea
(1. Yaw rate 2. Governor 3. Roll 4. Pitch 5. Z. acc. 6. r. p. m. 7. Rudder (Hatching line))

Fig. 8 Noise contribution to propeller r.p.m. of a high speed container ship at head sea
(1. Yaw rate 2. Roll 3. Pitch 4. Z. acc. 5. r. p. m. 6. Rudder (Hatching line))

Fig. 9 Time series of yaw rate and rudder of a high speed container ship

5.3 操舵の与えるプロペラ回転数への影響

操舵することによりプロペラ回転数が変動することはよく知られている⁵⁾。

Fig. 8 は、5.2 と同じ船のデータからこのことを調べたもので、プロペラ回転数変動に対する舵角量を含めた船体運動モードの雑音寄与率を示している⁵⁾。図から操舵がプロペラ回転数変動の一因となっていることが知れる。

5.4 バックラッシュの雑音寄与率への影響

Fig. 9 は、5.2、5.3 で使ったデータの Yaw rate と Rudder の時系列の 1 例で、明らかに自動操舵機構内の天候調整の影響が認められる。Fig. 10, Fig. 11 は Yaw

Fig. 10 Yaw rate spectrum

Fig. 11 Rudder angle spectrum

Fig. 12 Noise contribution to rudder
(1. Yaw rate 2. Pitch 3. Roll 4. Rudder The hatching line is yaw rate's contribution)

rate と Rudder のスペクトラム, Fig. 12 は舵角への各変数の雑音寄与率である。Fig. 12 を見ると, $0 \sim 0.03\text{Hz}$ 間および 0.09Hz より高い周波数にもう一つ Yaw rate から Rudder への feedback があり, 両者の間に挟まれた周波数帯での Yaw rate からの feedback は極めて低い。ところが, Rudder のスペクトラムのピークは上記範囲にあるが, Yaw rate のスペクトラムのピークはまさにその挟まった帯域にある。この原因は自動操舵内にあるバックラッシュにあることは, Fig. 9 の波形から容易に見当がつく。

このように雑音寄与率の解析を行うには, バックラッシュなどの非線形要素に留意せねばならないことがわかる。

6 結 言

本報では前報⁵⁾に引き続き AR オートパイロットによる最適制御結果の解析を行った。そのうち今回は, 操舵法を AR オートパイロットによる最適操舵, PID 操舵法に分けそれぞれの操舵法の特色を統計的に明らかにすることを試みた。そのため赤池による多次元自己回帰モデルを使う新しい時間領域での解析法を提案し, このモデルから得られる雑音寄与率, インパルス応答関数, 周波数応答関数を応用し解析を行った。その結果, 上記関数特に雑音寄与率に最適操舵と PID 操舵とで明らかな相違がみられることを示した。このことを踏まえさらに大型コンテナ船データに上の方法を適用し, 手動操舵と自動操舵の相違, 操舵の与える Roll への影響, 操舵の与えるプロペラ回転数への影響などを調べ若干の知見を得た。

本報で用いた赤池の方法は, このように船舶の新しい制御系の設計時に起こる変数の選択の問題あるいは, 設計されたシステムの再評価の問題に際し今後役立つものと考えられる。

本稿を作成するに当たり東京大学 小山健夫教授に熱心に議論していただいた。また, 三井造船 山内保文氏, 統計数理研究所 赤池弘次氏, 北川源四郎氏, 本学 堀籠教夫氏には本テーマに対し全面的に協力をしていただいた。これらの方々に深甚の謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 赤池弘次, 中川東一郎: ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社 (1972).
- 2) 大津皓平, 北川源四郎, 堀籠教夫: 保針運動の統計的同定と最適操舵, 日本造船学会論文集, 第 139 号 (1976).
- 3) 大津皓平, 半間俊士: 自己回帰モデルによる操舵法の解析 (その 1), 日本航海学会論文集, 第 59 号 (1978).
- 4) 大津皓平: 船体運動の統計的最適制御に関する研究 (1), 日本造船学会論文集, 第 152 号 (1982).
- 5) 大津皓平: 船体運動の統計的解析と最適操舵に関する研究, 東京大学学位論文 (1982).
- 6) 平山伝治, 国分元宏, 岡村貞夫, 帆刈勇喜男: 実船における推進動力測定, 船舶 (1983).
- 7) 山内保文, 大津皓平, 北川源四郎, 織田博行: データ解析の動向(2), 日本造船学会誌, 第 591 号 (1978).
- 8) 山内保文: 海洋波中の応答, 耐航性に関するシンポジウムテキスト, 日本造船学会 (1969).