薄肉構造の離散化極限解析 (その 4)

——平板剛体要素モデルによる衝撃崩壊解析——

正員 都 井 裕* 正員 川 井 忠 彦**

Discrete Limit Analysis of Thin-Walled Structures (Part 4)

——Dynamic collapse analysis of impulsively loaded structures by using the flat rigid plate element——

Yutaka Toi, *Member* Tadahiko Kawai, *Member*

Summary

The algorithm for the discrete limit analysis of general thin-walled structures proposed in the previous reports^{1),2)} is applied to the dynamic collapse problems of impulsively loaded plates and shells. The present algorithm allows the discontinuity of displacements on the interelement boundaries and it enables us to solve the problems on the limit strength of arbitrarily shaped thin-walled plate and shell structures taking geometrical as well as material nonlinearities into consideration.

In the impact dynamics of structures the static analysis by the present algorithm is a great help to the investigation on the relation of the external loading energy (or the internal plastic work) and the magnitude of permanent displacements as supposed from the conventional rigid-plastic analysis³⁾, however, in the present report the transient response analysis by the direct time-integration of the equation of motion is carried out in order to illustrate the usefulness of the present technique to the general nonlinear dynamic analysis.

As numerical examples the dynamic collapse behaviors of the impulsively loaded strip, rectangular plates, circular cylindrical shells, hemispherical shell and cylindrical panel were simulated, the results of which were compared with the finite element and finite difference solutions, theoretical rigid-plastic solutions and experimental results presented in the literatures.^{11)~17)} These numerical studies made it clear that the present algorithm can give qualitatively satisfied solutions for the dynamic plastic problems and treat about 130 spring-time steps per CPU second on a HITAC M-280H in the implicit time integration code.

1 序

既報^{1),2)}で紹介した三角形平板剛体要素モデルによる薄肉構造の一般的な離散化極限解析アルゴリズムを、代表的な板殻構造要素の衝撃崩壊問題に応用する。本アルゴリズムは要素間の変位の不連続性を許容し、任意の薄肉板殻構造要素に対して幾何学および材料非線形性を考慮した極限強度解析を可能にしている。

衝撃崩壊問題において永久変形量の評価のみを目的とした場合は、従来の剛塑性解析³⁾においてみられるような、外部入力エネルギーと内部塑性仕事のバランス条件に基づく静的解析法で十分な場合も多く、そのような手順を荷重増分法により組織的に遂行し、外部エネルギー

あるいは塑性吸収エネルギーと永久変形量(崩壊モードも含む)の関係を求める目的に対しても本アルゴリズムは有用であるが、本報では静的近似の困難な、より一般的な動的崩壊問題も含めて本解析法の有効性を検討する見地から、運動方程式の直接時間積分による衝撃崩壊問題の過渡応答解析を試みる。なお、既存の有限要素法および有限差分法による構造解析汎用コード⁴⁾にもこの種の解析機能を有するものが多く、今後より効率的な計算アルゴリズムの開発と、実験事実との比較検討を経て定量的な精度が裏付けられた多数の解析例の集積によって、その実用性が高まってゆくことが期待される。

本報告では、横衝撃荷重を受ける帯板、矩形平板、円筒殻、球殻、円筒パネルに対する解析例を示し、他の数値解、剛塑性解析解、および実験結果との比較により、離散化極限解析アルゴリズムの特性および解析結果につ

* 東京大学工学部

** 東京大学生産技術研究所

Fig. 1 Flat rigid plate elements

いて考察を加える。

2 平板剛体要素モデルによる動的崩壊解析

薄肉構造を Fig. 1 に示す三角形平板剛体要素の集合体にモデル化し、増分形の剛性方程式を構成する手順は、幾何学的非線形性が考慮され、任意の応力-ひずみ関係式に対し数値積分形の断面剛性を定義する前報²⁾の定式化に従う。ただし、座屈などの不安定現象を伴わない薄肉板殻構造の塑性崩壊挙動の解析には、前々報¹⁾に示したような伝統的な塑性解析法³⁾に従う断面力表示の弾塑性解析が計算時間短縮化のために有効であり、例えば、塑性関節線概念を用いた矩形平板の横衝撃崩壊解析については文献 6)~8) を、回転対称シェルに対する解析例は文献 9) を参照されたい。

2.1 基本関係式

Fig. 1 の三角形平板剛体要素 A の有限変形場における剛体変位関数 $\{u_A^*\}$ は、要素座標系 $(5; x_A, y_A, z_A)$ を用いて次のように記述される。

$$\left. \begin{aligned} \{u_A^*\} &= \{u_A\} + \{\bar{u}_A\} \\ &= [H(x_A, y_A, z_A)] \{a^A\} + \{\bar{u}_A((a^A)^2)\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに

$$\begin{aligned} \{u_A\}^t &= [u_A \ v_A \ w_A] \\ \{a^A\}^t &= [a_1^A \ a_2^A \ a_3^A \ a_4^A \ a_5^A \ a_6^A] \\ [H(x_A \ y_A \ z_A)] &= \begin{bmatrix} 0 & z_A - y_A & 1 & 0 & 0 \\ -z_A & 0 & x_A & 0 & 1 & 0 \\ y_A - x_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

隣接要素 B についても添字 A を B と置き換えて同様に表現する。係数 a_i^A と剛体要素の節点変位自由度 (頂点における節点座標軸 z_i 方向の横たわみ w_i , および原点 5 における要素座標軸方向の面内変位 $(u_A)_5$, $(v_A)_5$, $(\theta_A)_5$) の関係は、(1) 式の線形成分のみ用いて

$$\left. \begin{aligned} \{a^A\} &= [A_1] \{u^A\} \\ \{u^A\}^t &= [w_1 \ w_2 \ w_3 \ (u_A)_5 \ (v_A)_5 \ (\theta_A)_5] \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

と表現される。さらに隣接要素 B に対する関係と組み合わせることにより

$$\left. \begin{aligned} \{a\} &= [A] \{u\} \\ \text{ここに} \\ \{a\}^t &= [a_1^A \ a_2^A \ \dots \ a_6^A \ a_1^B \ a_2^B \ \dots \ a_6^B] \\ \{u\}^t &= [w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4 \ (u_A)_5 \ (v_A)_5 \ (\theta_A)_5 \\ &\quad (u_B)_6 \ (v_B)_6 \ (\theta_B)_6] \end{aligned} \right\} \quad (2b)$$

を得る。要素境界断面上の任意点 P における並進相対変位増分 $\{\Delta d^*\}$ は、(1) 式より要素境界座標系 $(M; x', y', z')$ における x' および y' 軸方向の成分が次式のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} \{\Delta d^*\} &= \{\Delta d\} + \{\Delta \bar{d}\} \\ &= [B(x_A, y_A, z_A, x_B, y_B, z_B)] \{\Delta a\} \\ &\quad + \{\Delta \bar{d}(\Delta a^2)\} \\ \text{ここに} \\ \{\Delta d\}^t &= [\Delta \delta_x \ \Delta \delta_y] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

点 P における応力増分と相対変位増分の関係は

$$\left. \begin{aligned} \{\Delta s\} &= [D] \{\Delta d\} \\ \text{ここに} \\ \{\Delta s\}^t &= [\Delta \tau \ \Delta \sigma] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

と表わされ、 τ と σ はそれぞれ要素境界線方向の面内せん断応力と要素境界断面に垂直方向の直応力である。

以上の基本関係式に含まれる諸マトリックスの具体形は、文献 1) の Table 2 ($[A_1]$ および $[A]$ マトリックス), 文献 2) の Table 1 ($[B]$ マトリックス), 文献 2) の (24), (26) 式 ($[D]$ マトリックス) に示されている。なお、以上の定式化では面外せん断変形とねじり変形が無視されていることに注意されたい。

2.2 運動方程式

前節の諸関係式を用い、D'Alembert の原理により慣性力を考慮して仮想仕事の原理に基づく変分定式化を行うことにより、次の全体系増分形運動方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} [M] \{\Delta \dot{U}\} + [K_T] \{\Delta U\} &= \{\Delta F\} + \{F_R\} \\ \text{ここに} \\ [M] &= \sum_e [m] \\ [K_T] &= \sum_s [k_T] \\ \{F_R\} &= \sum_s \{f_R\} + \sum_e \{f_D\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

全体系質量マトリックス $[M]$ は、各剛体要素質量マトリックス $[m]$ を全要素について加え合わせる ($\sum_e$ と示す) ことにより、また全体系接線剛性マトリックス $[K_T]$ は、各要素境界断面剛性マトリックス $[k_T]$ を全要素境界について重ね合わせる ($\sum_s$ と表わす) ことにより得られ、不平衡力ベクトル $\{F_R\}$ は 2 成分の和により成る。また、節点変位ベクトル $\{U\}$ と外力ベクトル $\{F\}$ の各成分は局所座標 (節点座標および要素座標) により定義されている。

各要素および各要素境界断面に対する諸マトリックスは以下のように計算される。要素質量マトリックスは

$$\left. \begin{aligned} [m] &= \rho [A_1]^t [\bar{m}] [A_1] \\ \text{ここに} \\ [\bar{m}] &= \int_{V_A} [H]^t [H] dx_A dy_A dz_A \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

であり、 ρ は密度、 V_A は要素 A の領域を意味する。(6) 式は (1) 式の剛体変位関数の線形成分に対する等価質量マトリックスを与えている。要素境界の断面剛性マトリックスは

$$\left. \begin{aligned} [k_T] &= \int_{S_{AB}} ([k] + [k_G]) dx' dz' \\ \text{ここに} \\ [k] &= [A]^t [B]^t [D] [B] [A] \\ [k_G] &= [A]^t ([k_G(\tau)] + [k_G(\sigma)]) [A] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

であり、 S_{AB} は要素 A と要素 B の境界断面を意味する。 $[k_G(\tau)]$ と $[k_G(\sigma)]$ の具体形は文献 2) の Table 2 (誤植があり、 $(\times \tau)$ と $(\times \sigma)$ を $(\times 2\tau)$ と $(\times 2\sigma)$ に訂正する) に示されている。不平衡力ベクトルは

$$\left. \begin{aligned} \{f_R\} &= \{f\} - \int_{S_{AB}} [A]^t [B]^t \{s\} dx' dz' \\ \{f_D\} &= -\rho \int_{V_A} [A_1]^t [H]^t \{\ddot{u}_A\} dx_A dy_A dz_A \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

である。マトリックス $[\bar{m}]$ の各成分の具体形および断面剛性マトリックス $[k_T]$ の計算法については Appendix を参照されたい。

2.3 解析仮定

本アルゴリズムによる全体系運動方程式は、横たわみおよび面内変位という明確な物理的意味を有する局所的に定義された変位成分に対して構成されているため、集中質量マトリックスの導入が極めて容易である。したがって、若干の演算を伴う (6) 式の等価質量マトリックスの代わりに集中質量マトリックスを用いる。以下に各対角成分を対応する変位自由度とともに記す。

$$\left. \begin{aligned} w_1 : m_{11} &= \rho H \Delta_A / 3 \\ w_2 : m_{22} &= \rho H \Delta_A / 3 \\ w_3 : m_{33} &= \rho H \Delta_A / 3 \\ (u_A)_5 : m_{44} &= \rho H \Delta_A \\ (v_A)_5 : m_{55} &= \rho H \Delta_A \\ (\theta_A)_5 : m_{66} &= \rho H \Delta_A \{ (x_A)_1^2 + (x_A)_2^2 + (x_A)_3^2 \\ &\quad + (y_A)_1^2 + (y_A)_2^2 + (y_A)_3^2 \} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 H は肉厚、 Δ_A は要素面積である。本報告では運動方程式の時間積分に代表的な陰公式である Newmark の β 法 ($\beta=1/4$, $\gamma=1/2$)¹⁰⁾ を用いているが、計算効率向上のために今後、陽公式¹¹⁾ の使用を検討する必要がある、その場合は (9) 式の集中質量マトリックスの使用がより有効となる。なお、 β 法における時間増分値は、三角形要素の頂点から対辺に降ろした垂線の最小長さを縦波が伝播する時間を基準とし、その $1/2$ 以下に設定している。

次章の解析例では、全体系の自由度数を最少に押える

ため、塑性崩壊挙動に二次的な影響しか及ぼさない面内回転変位の自由度を拘束している。したがって、剛性マトリックスを得るための (7) 式の積分演算に対しては、要素境界線方向に 1 点 (中央点 M) のみ取り、肉厚方向には 3 点を設けて Simpson 則により数値積分を行う。

降伏関数および塑性ポテンシャルとしては Mises の降伏条件を採用し、次式を仮定する。

$$\bar{\sigma} = f(\tau, \sigma) = \{3\tau^2 + (3/4)\sigma^2\}^{1/2} = \sigma_0 \quad (10)$$

ここに、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 σ_0 は単軸状態における降伏応力値である。(10) 式は主応力線の向きが要素境界線の向きに一致する場合に正しい崩壊荷重を与える性質がある。材料はいずれも完全弾塑性体とする。ひずみ速度が大きい場合は、既に文献 7), 8) で微小変形問題に対して試みたような弾/粘塑性解析が必要になるが、既存の構成式を導入するに際しては何の困難も伴わない。今回の計算例ではいずれも、軟鋼ほどひずみ速度の影響の大きいアルミニウム材を対象としており、塑性変形に対する粘性効果は無視した。

各局所座標系の定め方に関しては、構造物の境界上 (自由端を除く) に設ける境界 (線) 要素の法線座標 z_A 軸とその両端の節点座標 z_1 軸および z_3 軸を入力データとして厳密に設定し、境界要素の要素座標系とこれに接する要素境界座標系は等しいと仮定した。他の部分については文献 1) の (1)~(3) 式に従う。

3 板殻構造の衝撃崩壊解析例

3.1 帯板

スパン中央部付近に分布横衝撃荷重を受ける両端固定帯板に対する解析結果を Fig. 2 に示す。問題の対称性より図中の要素分割による $1/4$ 解析とした。Fig. 2(a) の中央点における横たわみの時刻歴より、本解析結果は文献 12) の有限要素解と比べ、ピーク値以後のほぼ定常的な振動状態における振幅がかなり大きいことがわかる。これは、肉厚方向の積分点が 3 点と比較的に少ないことと、本要素モデルが要素の折れ曲がりを許容することの影響と考えられる。定常振動部分の極値間の平均値として評価される永久変形量については両者はほぼ一致しており、実用上は 3 点程度の積分点数でほぼ支障がないと判断される。Fig. 2(b) は変形形状の時間変化であり、中央点近傍のみが局所的にたわむ過渡的な崩壊形状を経て、最終的にはほぼ 3 点ヒンジによるリンク機構を形成していることが理解される。

3.2 矩形平板

一様な分布横衝撃荷重を受けるアルミニウム製 (6061-T6) の周辺固定矩形平板の動的崩壊挙動を解析した。平板の寸法と材料定数を以下に示す (Fig. 3 を参照)。

$$[L = 2.53125 \text{ in}]$$

(a) time history of central deflection

(b) deformed profiles

Fig. 2 Impulsively loaded elastic-plastic strip

Fig. 3 Clamped rectangular plate subjected to uniformly distributed impulsive velocity

(a) time history of central deflection

(b) development of yield lines

(c) permanently deformed profile

Fig. 4 Transient response of plate specimen No. 5

Table 1 Data for aluminum 6061-T6 plate specimens

Specimen No.	H (in)	V_0 (ft/sec)	λ	w_0/H (experiment)
1	0.122	267.95	110.8	2.362
2	0.122	251.86	97.9	2.205
3	0.123	330.42	167.8	2.842
4	0.123	230.99	82.3	1.820
5	0.123	389.20	233.4	3.480

Fig. 5 Permanent central deflections of clamped rectangular plates subjected to uniformly distributed impulsive velocities

Fig. 3 のような要素分割で 1/4 解析 (76 要素, 55 節点, 98 springs, 総自由度数 158) を行い, 解析結果を Table 1 に示す N. Jones らによる 5 ケースの実験結果¹³⁾と比較した。

表中, V_0 は初期速度, λ は無次元化された初期の運動エネルギー $4\rho V_0^2 L^2 / \sigma_0 H^2$, w_0 は平板中央点における永久たわみである。

Fig. 4 に No. 5 の試験体に対する (a) 中央点横たわみの時刻歴, (b) 降伏線進展図 (実線は全断面降伏線, 破線は中央面のみ弾性状態にある降伏線を意味する), (c) 永久変形曲線を示す。Fig. 4(b) より, 横たわみが最大値に達するまでの間に矩形の曲げ降伏線が固定端から平板中央に移動する様子が把握されるが, 本有限変形解析では面内応力の影響もあり, 文献 9) における塑性関節線概念を用いた微小変形解析結果の場合ほどその過程は明瞭でない。横たわみが最大値に達して以後は, はば平板全域が除荷状態で振動する。Fig. 4(c) の永久変形曲線は, 平板中央点付近ではひずみ硬化およびひずみ速度の影響を無視しているため実験結果より若干大きい

総体的に両者はよく一致している。

Fig. 5 では, Table 1 の 5 ケースに対する解析結果をまとめて実験結果および剛塑性解析解 (上限および下限値)¹³⁾と比較しているが, $\lambda=250$ 程度までの範囲内において本解析が中央点永久変形量に関し妥当な解を与えていることがわかる。初期速度がより大きくなれば, ひずみ速度の影響を考慮に入れる必要があろう。

3.3 円筒殻

分布衝撃内圧を受ける両端固定円筒殻に対する解析結

(a) time history of central deflection

(b) development of yield lines

(c) time variation of deformed profiles

Fig. 6 Transient response of a circular cylindrical shell loaded impulsively

Fig. 7 Permanent central deflections of circular cylindrical shells subjected to uniformly distributed impulsive velocities

果を Fig. 6, Fig. 7 に示す。円筒殻の寸法は

$$\begin{cases} L=7.0711 \text{ in} \\ R=10 \text{ in} \\ H=0.1 \text{ in} \end{cases}$$

であり、降伏応力 $\sigma_0=41,300 \text{ lb/in}^2$ 以外の材料定数は前節のアルミニウム 6061-T6 に従う。本問題は軸対称問題であり、1/2 スパンより開き角 0.07 rad 幅の帯板を取り出しクロスタイプの要素分割 (62 要素, 54 節点, 71 springs, 総自由度数 110) により解析した。

Fig. 6 に初期速度 $V_0=1,796.3 \text{ in/sec}$ の場合の (a) 中央点横たわみの時刻歴, (b) 降伏線進展図 (実線は全断面降伏線, 波線は中央面のみ弾性の降伏線, 破線は 1 点または 2 点降伏線を意味する), (c) 変形形状の時間変化を示す。Fig. 6(b) から, 最初に固定端が軸方向曲げ応力により降伏し, 続いて固定端近傍を除く中央領域が主に周方向面内応力により塑性化する様子が理解される。このため固定端に形成された hinge circle はスパン中央まで伝播することなく, Fig. 6(c) に見られるように全体の変形形状は台形状を呈する。

Fig. 7 では, 解析した初期速度の異なる 3 ケースに対するスパン中央点の永久変形量を, 上述の台形状崩壊モードを仮定した剛塑性解析解と比較している。初期の運動エネルギーと有限変形を考慮した内部塑性仕事を等置することにより, 永久変形量の剛塑性解析解は次の 2 次方程式の正実根として得られることがわかる。

$$\left. \begin{aligned} x^2 + \{c^2(-0.5\epsilon) + 1\}x - \sqrt{3}\epsilon\lambda/2 &= 0 \\ \text{ここに} \\ x &= w_0/H \\ c^2 &= 2L^2/RH \\ \lambda &= \rho V_0^2 L^2 / \sigma_0 H \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

この比較から, Fig. 6(c) の変形形状に対応する $\epsilon \leq 0.3$

程度の剛塑性解析解と本解析結果がほぼ同程度の値を与えていることが確認される。 $\epsilon=1.0$ の場合の (11) 式は 3 hinge circle による三角形の崩壊モードに対する解を与え, 文献 14) における N. Jones による剛塑性解とほぼ一致するが, これは $c^2=1$ 程度の極めて短い円筒に対し成立する解であり, 本解析結果の比較対象としては適切でない。

3.4 球殻

小球の頂部衝突による半球殻の崩壊挙動に関する実験結果および軸対称差分解析結果が文献 15) で紹介されており, 同じ問題を本三角形要素モデルにより解析した。

球殻はアルミニウム製 (6061-O) であり, 寸法と仮定した材料定数を以下に示す。

$$\begin{cases} R=2 \text{ in} \\ H=0.00816 \text{ in} \\ E=10.5 \times 10^6 \text{ lb/in}^2 \\ \nu=0.3 \\ \sigma_0=39,000 \text{ lb/in}^2 \\ \rho=0.000256 \text{ lb} \cdot \text{sec}^2/\text{in}^4 \end{cases}$$

Fig. 8 に示すような要素分割による 1/6 解析 (70 要素, 57 節点, 84 springs, 総自由度数 134) とし, 赤道円における境界条件は完全固定とした。ただし, 変形は衝撃点近傍に限定されるため境界条件の影響は小さい。荷重については文献 15) に入力エネルギー値 $E_d=9.22 \text{ in} \cdot \text{lb}$ が与えられており, 本解析では Fig. 8 の頂部要素の集中質量 m_{11} ((9) 式を参照) に対し

$$E_d/6 = m_{11} V_0^2/2 \quad (12)$$

なる関係により定めた半径方向初期速度 V_0 を衝撃点に負荷している。

Fig. 9 は解析結果であり, (a) 衝撃点横たわみの時刻歴, (b) 変形形状の時間変化と降伏線の進展過程 (点線は 1 点降伏, 破線は 2 点降伏, 実線は全断面降伏を意味する), (c) 永久変形形状が示されている。Fig. 9(b) より, 荷重点近傍に局所的な凹みが生じてゆく過程が理解される。また, Fig. 9(c) に見られるように, 本解析

Fig. 8 Hemispherical shell under projectile impact

(a) time history of apex deflection

(b) time variation of deformed profiles and yield lines

(c) permanently deformed profile

Fig. 9 Transient response of a hemispherical shell under projectile impact

Fig. 10 Circular cylindrical panel subjected to impulsive velocity

(a) time history of lateral deflections on the crown line

(b) final deformed shape

Fig. 11 Transient response of a circular cylindrical panel loaded impulsively

による永久変形状は軸対称差分法による解と良好に一致しており、実験結果とは相当の隔たりがある。実験においては上方から眺めてはほぼ六角形の凹みが生じており、必然的に円形の凹みが仮定される軸対称解との差異はこの変形の変形非軸対称性に帰因すると文献15)では述べられている。本解析は周方向に6波長の存在を許すものの実質的には軸対称解析であり、より改善された解を得るためには全周をメッシュ分割して解析する必要がある。

3.5 円筒パネル

Fig. 10 に分布横衝撃荷重を受ける円筒パネル¹⁶⁾を示す。境界条件は直線境界で完全固定、円弧境界で単純支持である。問題の対称性より図中の要素分割による1/2解析(206要素, 134節点, 279springs, 総自由度数455)とし、アルミニウム材質($\sigma_0=40,000\text{lb/in}^2$)を仮定した。

Fig. 11 は解析結果であり、(a) 中心線上の2点における横たわみの時刻歴および(b) 永久変形状を示している。文献17)で実験が実施されており、材料定数が本解析で仮定された値と若干異なっているが(例えば $\sigma_0=44,000\text{lb/in}^2$), 参考値として比較のために掲げた。降伏応力値の10%程度の相違を考慮に入れて比較すれば、両者はほぼ同程度の変形量を与えているといえる。細部をみれば、Fig. 11(b)の軸方向断面変形図では実験結果の方がより左右対称に近い崩壊モードを呈しており、また周方向断面変形図では本解析結果の凹凸が激しい(ただし、本解析では半径方向の変化のみをプロットしており、変形図としては若干不正確である)。後者については、三角形要素による有限要素解析¹¹⁾においても同様のモードが観察され、要素間の勾配の不連続を許す本要素モデルではそれがより誇張されている。詳細に比較すれば上述のような相違もみられるが、要素分割も比較的粗く、総体的には妥当な解が得られていると判断される。

4 結 論

三角形平板剛体要素モデルによる薄肉構造の離散化極限解析アルゴリズムを板殻構造の動的崩壊問題に応用し、数種の衝撃崩壊解析例を示した。いずれも定量的にはほぼ十分な精度の解が得られており、弾性ひずみに比し塑性ひずみ量の卓越する動的極限強度問題に対する本アルゴリズムの有用性が確認された。計算時間に関しては、CPU time 1秒 당 実行可能なステップ数とspring数(要素境界線の数)の積として約130spring-time steps(使用計算機はHITAC M-280H)程度の値が得られ、陰公式による過渡応答解析としては十分な計算効率を有する。

総自由度数および解析時間幅が大きい衝撃崩壊問題に対し、直接時間積分による動的崩壊解析が実用的でないとは判断される場合は、本アルゴリズムを用いた静的解析による塑性吸収エネルギーと変形量および崩壊モードの関係の把握などが構造物の実設計上は有用であろう。

参 考 文 献

- 1) 都井, 上田, 川井: 薄肉構造の離散化極限解析(その2)——一般シェル構造解析のための平板剛体要素モデル——, 日本造船学会論文集, 第151号(1982), 211.
- 2) 都井, 川井: 薄肉構造の離散化極限解析(その3)——平板剛体要素モデルによる安定問題のシミュレーション——, 日本造船学会論文集, 第152号(1982), 441.
- 3) W. Johnson: Impact Strength of Materials, Edward Arnold (1972).
- 4) J. A. Zukas et al.: Impact Dynamics, John Wiley & Sons (1982).
- 5) P. G. Hodge Jr.: Plastic Analysis of Structures, McGraw-Hill (1959).
- 6) 川井, 都井: はりおよび平板の横衝撃応答問題に対する新しい離散化解析法, 日本機械学会論文集, 第45巻, 第389号(1979), 73.
- 7) Y. Toi and T. Kawai: A New Discrete Analysis on Dynamic Collapse of Structures, 日本造船学会論文集, 第143号(1978), 257.
- 8) Y. Toi and T. Kawai: A New Discrete Analysis on Dynamic Collapse of Structures (Further report), 日本造船学会論文集, 第145号(1979), 112.
- 9) 都井: 骨組・回転対称シェル構造の動的非線形解析, 日本造船学会論文集, 第147号(1980), 329.
- 10) N. M. Newmark: A Method of Computation for Structural Dynamics, ASCE, 85-EM 3 (1959), 67.
- 11) T. B. Belytschko and C. S. Tsay: Explicit Algorithms for Nonlinear Dynamics of Shells, Nonlinear Finite Element Analysis of Plates and Shells (ed. by T. J. R. Hughes et al.), ASME, Vol. AMD-48 (1981), 209.
- 12) T. J. R. Hughes, W. K. Liu and I. Levit: Nonlinear Dynamic Finite Element Analysis of Shells, Nonlinear Finite Element Analysis in Structural Mechanics (ed. by W. Wunderlich et al.), Springer-Verlag (1981), 151.
- 13) N. Jones, T. O. Ulan and S. A. Tekin: The Dynamic Plastic Behavior of Fully Clamped Rectangular Plates, Int. J. Solids Structures, Vol. 6 (1977), 1499.
- 14) N. Jones: The Influence of Large Deflection of the Behavior Rigid Plastic Cylindrical Shells Loaded Impulsively, J. of Appl. Mech., Vol. 72 (1970), 411.
- 15) E. A. Witmer, H. A. Balmer, J. W. Leech and T. H. H. Pian: Large Dynamic Deformations

of Beams, Rings, Plates and Shells, AIAA J., Vol. 1 (1963), 1848.

- 16) T. Belytschko: Computer Methods for Transient Analysis, セミナーテキスト「有限要素法に関する最近の動向」(日本シミュレーション学会主催), (1982), 164.
- 17) L. Morino, J. W. Leech and E. A. Witmer: An Improved Numerical Calculation Technique for Large Elastic-Plastic Transient Deformations of Thin Shells (Part 2), J. of Appl. Mech. (1971), 429.

Appendix (6), (7) 式の積分演算

(6) 式中の $[\bar{m}]$ マトリックスにおける非零成分の具体形を以下に示す。点 5 は要素重心点と仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{m}_{11} &= \rho H \Delta_A \{ (y_A)_1^2 + (y_A)_2^2 + (y_A)_3^2 \} / 12 \\ &\quad + \rho H^3 \Delta_A / 12 \\ \bar{m}_{12} &= \bar{m}_{21} = -\rho H \Delta_A \{ (x_A)_1 (y_A)_1 \\ &\quad + (x_A)_2 (y_A)_2 + (x_A)_3 (y_A)_3 \} \end{aligned} \right\} \quad (A1)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{m}_{22} &= \rho H \Delta_A \{ (x_A)_1^2 + (x_A)_2^2 + (x_A)_3^2 \} / 12 \\ &\quad + \rho H^3 \Delta_A / 12 \\ \bar{m}_{33} &= \bar{m}_{11} + \bar{m}_{22} - \rho H^3 \Delta_A / 6 \\ \bar{m}_{44} &= \bar{m}_{55} = \bar{m}_{66} = \rho H \Delta_A \end{aligned} \right\}$$

(7) 式の接線剛性マトリックス $[k_T]$ を求める積分演算は変数変換:

$$s = 2x'/l_3, \quad t = 2y'/H \quad (A2)$$

および

$$\left. \begin{aligned} (x_A)_P &= h_1(s)(x_A)_1 + h_2(s)(x_A)_3, \\ (y_A)_P &= h_1(s)(y_A)_1 + h_2(s)(y_A)_3, \\ (x_B)_P &= h_1(s)(x_B)_1 + h_2(s)(x_B)_3, \\ (y_B)_P &= h_1(s)(y_B)_1 + h_2(s)(y_B)_3, \\ (z_A)_P &= (z_B)_P = (H/2)t \end{aligned} \right\} \quad (A3)$$

ここに

$$h_1(s) = (1-s)/2, \quad h_2(s) = (1+s)/2$$

を施すことにより, 次式の積分に置換できる。

$$[k_T] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 ([k(s, t)] + [k_G(s, t)]) ds dt \quad (A4)$$