(昭和 58 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

向波中を航走する高速艇の縦運動および波浪荷重

正員 藤 野 正 隆* 正員 邱 逢 琛**

Vertical Motions of High-speed Boats in Head Sea and Wave Loads

by Masataka Fujino, *Member* Forng-chen Chiu, *Member*

Summary

In this paper, the authors investigate into vertical motions of a high-speed boat travelling in head sea and wave loads acting on it, taking account of the effects of non-linear hydrodynamic forces and dynamic lift in waves. A series of tests was carried out to measure heave and pitch, bow acceleration, vertical bending moment and shearing force at the midship section of a segmented model. The experimental results were compared with theoretical values predicted in the following three different ways: (A) linear calculation, that is to say, the Ordinary Strip Method applied to the running condition at travelling in a calm water, (B) non-linear calculation in which the effects of time-varying sectional hydrodynamic forces were taken into account, and (C) non-linear calculation taking account of the effects of planing at a high-speed as well as the effects of time-varying sectional hydrodynamic forces. As the result of comparison, it was shown that vertical motions and wave loads of high-speed boats can be evaluated by the method presented in this paper with accuracy enough for practical use, and that the method may be applied to the case of travelling at a higher speed than that considered in this paper if the sectional hydrodynamic forces will be appropriately evaluated when travelling at that speed.

1 緒 言

最近, FRP, 軽金属の利用とともに, 小型漁船の高速化および高速艇型客船の大型化が急速に進みつつある。かつて, その運航範囲がほとんど沿海区域内に限定されていた高速艇も, 近年では外洋に就航するまでとなった¹⁾。その結果, 厳しい海象下で高速航走するときの耐航性能はますます重要なものとなってきている。高速艇には, 排水量型船と大きく異なる動的な揚力が働くため, 排水量型船の耐航性に関する従来の知識をそのまま適用する訳にはいかない。高速艇では, 滑走に伴う衝撃現象が重要であるが, これに関する研究は航空工学の分野で飛行艇の離着水に関して, 1930 年代からさかに行われ, 1960 年代に至り, Savitsky²⁾ は楔形滑走板の流体力に対する実験式を提案し, Hadler³⁾ が実用高速艇へ応用した。また, 国内では村上⁴⁾, 丸尾⁵⁾ の滑走艇に関する研究がある。これらの研究は主に平水中での滑走を対象としていたが, 波浪中での高速艇の挙動を対象にした研究としては, 福田^{6), 7)}, 永井⁸⁾ の研究が挙げられるが, 基礎理論の研究は近年のこと^{9), 10)}, 国外で

は, Martin¹¹⁾ の線形理論, Zarnick¹²⁾ の非線形理論などの研究成果がある。これに対し, 別所¹³⁾ は静止時水面下断面の Lewis form および同幅の平板の定常振動解より得られた流体力係数を用いて, O. S. M. の高速艇船型への適用性を検討し, フルード数の高いところでは実験値と合わないが, 断面流体力に対し, 適当な考慮を施せば, O. S. M. は実用上有益であるという結論を得た。また, 田坂¹⁴⁾ も, 平水中航走時の水面下形状に対する Lewis form 近似および強制動揺実験から求めた流体力係数を用いて, O. S. M. の適用性を検討し, フルード数が 0.8 程度までならば, O. S. M. による計算値は実験値とよく一致することを示すとともに, 変動揚力をとり入れた計算法が必要であることを指摘した。その後, 小型高速艇の衝撃現象について多くの研究が行われ^{15), 16)}, 元良¹⁷⁾ は定常航走時の揚力とモーメントを補正項として, 運動方程式の外力項に加えることにより, 小型高速艇の船底衝撃発生メカニズムの解明にかなりの成果を挙げている。さらに, 元良¹⁸⁾ はその補正項が浸水長の平方根に比例して変動すると仮定して, 高速艇の運動と衝撃圧を計算し, 実験との良好な一致を見た。しかし, 船体の各断面に働く変動揚力を評価していないため, 元良らの方法で波浪荷重を計算することは困

* 東京大学工学部

** 東京大学大学院工学系研究科

Fig. 1 Coordinate system

難である。本論文では、O. S. M. の考え方に従う運動方程式に現われる end terms と定常航走時の揚力との関連から、各断面に働く変動揚力を取り入れて、高速艇が向波中を航走するときの縦運動、縦曲げモーメントおよび縦剪断力の計算法を提案し、具体的な計算例と実験により、本方法の妥当性を検討した。

2 定 式 化

2.1 座標系

以下の定式化には、Fig. 1 に示す座標系を用いる。空間固定座標系を $O-XYZ$ とし、 X 軸を水平面上に、 Z 軸を鉛直下向きにとる。また、船体固定座標系を $o-xyz$ とし、 o は船体重心、 x 軸は基線に平行とする。船体は一定速度 V で $-X$ 方向に上下揺、縦揺をしながら進む。重心の上下変位は下向きを正、重心まわりの回転角は船首上りを正とする。initial trim を τ_i とし、平水中定常航走によるトリム増加量を τ_s 、重心の沈下量を ζ_s とする。また、波浪中では、平水中定常航走姿勢よりの縦揺を θ 、上下揺を ζ とする。さて、空間固定座標系と船体固定座標系との間に次の関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} X &= -(x \cos \tau + Vt) - z \sin \tau \\ Y &= -y \\ Z &= \zeta_s + \zeta + z \cos \tau - x \sin \tau \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

また、縦運動の速度成分 $(V, \dot{\zeta}, \dot{\theta})$ と $(u, w, \dot{\theta})$ との間には、

$$\left. \begin{aligned} u &= V \cos \tau - \dot{\zeta} \sin \tau \\ w &= V \sin \tau + \dot{\zeta} \cos \tau \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

が成り立つ、ただし、 $\tau \equiv \tau_i + \tau_s + \theta$ は基線と水平面との間の角。 u, w はそれぞれ船体重心速度の x 方向、 z 方向の成分である。船体固定座標系からみる波面の上下変位 ζ_w は $\zeta_A \cos(kx \cos \tau + kz \sin \tau + \omega_e t)$ であるが、近似的に、 $\zeta_A \cos(kx + \omega_e t)$ で与えられる。また、副波の上下変位 ζ_e は近似的に、 $\zeta_e = \zeta_A e^{-kz_d \cos \tau} \cos(kx + \omega_e t)$ とする。ここで、 ζ_A : 波の振幅、 k : 波数 $2\pi/\lambda$ 、 ω : 波の円周波数、 ω_e : 波との出会い円周波数 ($\omega_e = \omega + kV$)、 z_d : 断面の各時刻における喫水。

2.2 船体断面に働く力の成分

各時刻における z 方向断面喫水 z_d は近似的に

$$z_d = d - x \tan(\tau_i + \theta) + (\zeta_s + \zeta - \zeta_w) / \cos \tau \quad (3)$$

で与えられる。 d は平水中静止状態での断面喫水である。また、平水中定常航走時の断面喫水 d_0 は

$$d_0 = d + \zeta_s / \cos(\tau_i + \tau_s) - x \tan \tau_s \quad (4)$$

で与えられる。波浪中における船体の水との相対速度の x 軸に平行な成分 U_r と垂直な成分 V_r は波の orbital velocity の X 方向の成分を無視し、 Z 方向の成分だけ考慮すると、近似的に次の式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} U_r &= -V \cos \tau + (\dot{\zeta}_e - \dot{\zeta}) \sin \tau \\ V_r &= (\dot{\zeta}_e - \dot{\zeta}) \cos \tau + x \ddot{\theta} - V \sin \tau \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ただし、高速航走時には U_r の第二項は第一項に比べ、無視できる。一方、平水中航走時の船体に対する水の相対速度の x 軸成分 U_0 、 z 軸成分 V_0 は

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= -V \cos(\tau_i + \tau_s) \\ V_0 &= -V \sin(\tau_i + \tau_s) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

である。

以下では、定常航走状態を基準状態として O. S. M. の考え方に従って運動方程式を導くが、最初に、平水中定常航走時に船体に働く力を評価する。船体断面の z 方向付加質量を $\rho S_z^*(x)$ とすれば、運動量理論により船体断面に働く z 方向流体力 f_d は

$$\begin{aligned} f_d &= \frac{d}{dt} (\rho S_z^*(x) \cdot V_0) \\ &= V^2 \cos(\tau_i + \tau_s) \sin(\tau_i + \tau_s) \cdot \frac{\partial \rho S_z^*(x)}{\partial x} \quad (7) \end{aligned}$$

となる。一方、船が向波中を航走するときの相対速度の船体断面に平行な成分 V_r は船体動揺による周期成分と前進速度による成分とに分離できる。

$$\begin{aligned} V_r &= (V_r - V_0) + V_0 \\ &= \{(\dot{\zeta}_e - \dot{\zeta}) \cos \tau + x \ddot{\theta} - V[\sin \tau - \sin(\tau_i + \tau_s)]\} \\ &\quad - V \sin(\tau_i + \tau_s) \end{aligned} \quad (8)$$

これら2成分に対応する z 方向付加質量も出会い周期運動に対応するものと定常直進運動に対応するものを区別することにする。前者を $\rho S_z(x, t)$ 、後者を先のように $\rho S_z^*(x, t)$ と書けば、断面の流体運動量は $\rho S_z(x, t) \cdot (V_r - V_0) + \rho S_z^*(x, t) \cdot V_0$ と表わせる。

以下、波浪中航走時の船体に働く力について述べる。

2.2.1 流体運動量の時間変化による力 f_m :

$$\begin{aligned} f_m &= \frac{d}{dt} \{ \rho S_z(x, t) \cdot (V_r - V_0) \\ &\quad + \rho S_z^*(x, t) \cdot V_0 - \rho S_z^*(x) \cdot V_0 \} \quad (9) \end{aligned}$$

ただし、 $\rho S_z^*(x)$ の下ツキ“0”は平水中定常航走時の喫水状態に対する断面付加質量を意味する。(9)式の f_m は次の5つの成分に分けて考えることができる。

(1) 相対加速度による付加慣性力 f_{ma} :

$$\begin{aligned} f_{ma} &= \rho S_z(x, t) \cdot \frac{d}{dt} V_r \\ &= \rho S_z(x, t) \cdot \{(\ddot{\zeta}_e - \ddot{\zeta}) \cos \tau + x \ddot{\theta} - 2V\dot{\theta} \cos \tau\} \end{aligned} \quad (10)$$

(2) 断面付加質量の長手方向の変化による流体力

(a) 周期運動による成分 f_{mj} :

$$\begin{aligned}
 f_{mj} &= U_r \frac{\partial \rho S_z(x, t)}{\partial x} \cdot (V_r - V_0) \\
 &= -V \cos \tau \cdot \frac{\partial \rho S_z(x, t)}{\partial x} \\
 &\quad \times \{(\zeta_e - \zeta) \cos \tau + x \dot{\theta} - V \theta\} \quad (11)
 \end{aligned}$$

(b) 前進速度による成分 f_{mj}^* :

$$\begin{aligned}
 f_{mj}^* &= U_r \left(\frac{\partial \rho S_z^*(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial \rho S_{z_0}^*(x)}{\partial x} \right) \cdot V_0 \\
 &= V^2 \cos \tau \cdot \sin(\tau_i + \tau_s) \\
 &\quad \times \left(\frac{\partial \rho S_z^*(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial \rho S_{z_0}^*(x)}{\partial x} \right) \quad (12)
 \end{aligned}$$

(3) 断面付加質量の時間的変化による衝撃力

(a) 周期運動による成分 f_{imp} :

$$\begin{aligned}
 f_{imp} &= \frac{\partial \rho S_z(x, t)}{\partial t} \cdot (V_r - V_0) \\
 &= \frac{\partial \rho S_z(x, t)}{\partial t} \cdot \{(\zeta_e - \zeta) \cos \tau + x \dot{\theta} - V \theta\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

(b) 前進速度による成分 f_{imp}^* :

$$\begin{aligned}
 f_{imp}^* &= \frac{\partial \rho S_z^*(x, t)}{\partial t} \cdot V_0 \\
 &= -V \sin(\tau_i + \tau_s) \cdot \frac{\partial \rho S_z^*(x, t)}{\partial t} \quad (14)
 \end{aligned}$$

2.2.2 造波減衰力 f_r :

f_m の場合と同様に、相対速度を周期運動成分と直進運動成分とに分けて考える。すなわち、

$$\begin{aligned}
 f_r &= \rho N_z(x, t) \cdot (V_r - V_0) \\
 &\quad + \rho N_z^*(x, t) \cdot V_0 - \rho N_{z_0}^*(x) \cdot V_0 \quad (15)
 \end{aligned}$$

ただし、 $\rho N_z(x, t)$ および $\rho N_z^*(x, t)$ はそれぞれ周期運動および直進運動に対応する断面造波減衰係数である。

2.2.3 復原力と Froude-Krylov force f_s :

平水中定常航走時の水面下面積を $A_0(x)$ 、波浪中を航走するときの攪乱のない元の入射波の有効波面より下方にある断面面積を $A(x, t)$ とすると、復原力と Froude-Krylov force は

$$f_s = -\rho g (A(x, t) - A_0(x)) \cos \tau \quad (16)$$

で与えられる。

2.2.4 船体慣性力 f_i :

(2)式から、断面の z 方向加速度 $\dot{w}$ は

$$\dot{w} = \ddot{\zeta} \cos \tau - \dot{\zeta} \sin \tau \cdot \dot{\theta} - x \ddot{\theta} + V \cos \tau \cdot \dot{\theta} \quad (17)$$

であり、 z 方向慣性力 f_i は

$$f_i = -\frac{W(x)}{g} (\dot{w} - u \dot{\theta}) = -\frac{W(x)}{g} (\ddot{\zeta} \cos \tau - x \ddot{\theta}) \quad (18)$$

となる。ただし、 $W(x)$ は単位長さ当りの船体重量である。

2.3 縦運動方程式

平水中定常航走時の船体姿勢を初期状態として、それよりの変位 ζ と θ に関する上下揺と縦揺との連成運動方

程式は船体慣性力 f_i の f_{ma} , f_{mj} , f_{mj}^* , f_{imp} , f_{imp}^* , f_r , f_s とのつり合い、

$$\begin{aligned}
 \int_A^F (f_{ma} + f_{mj} + f_{mj}^* + f_{imp} + f_{imp}^* \\
 + f_r + f_i + f_s) dx = 0 \quad (19)
 \end{aligned}$$

および、重心まわりのモーメントのつり合い、

$$\begin{aligned}
 \int_A^F x \cdot (f_{ma} + f_{mj} + f_{mj}^* + f_{imp} + f_{imp}^* \\
 + f_r + f_i + f_s) dx = 0 \quad (20)
 \end{aligned}$$

に、(10)~(16) および (18) 式を代入すれば、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} m_{33} & m_{35} \\ m_{53} & m_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\zeta} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{33} & N_{35} \\ N_{53} & N_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta \\ \theta \end{Bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} C_{33} & C_{35} \\ C_{53} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{33}^* & C_{35}^* \\ C_{53}^* & C_{55}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_s \\ \tau_i + \tau_s \end{Bmatrix} \\
 = \begin{Bmatrix} E_3 \\ E_5 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{33,0}^* & C_{35,0}^* \\ C_{53,0}^* & C_{55,0}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_s \\ \tau_i + \tau_s \end{Bmatrix} \quad (21)
 \end{aligned}$$

式中の諸係数は Appendix A に示す。

2.4 縦波浪荷重

船体運動の場合と同様に、平水中定常航走時の船体に働く縦剪断力、縦曲げモーメントを基準点としたとき、波との出会いによる縦剪断力および縦曲げモーメントの変動をそれぞれ次の式で評価する。

$$\begin{aligned}
 F_V &= \int_A^{\xi} (f_{ma} + f_{mj} + f_{mj}^* + f_{imp} + f_{imp}^* \\
 &\quad + f_r + f_i + f_s) dx \\
 M_V &= \int_A^{\xi} (\xi - x) (f_{ma} + f_{mj} + f_{mj}^* + f_{imp} \\
 &\quad + f_{imp}^* + f_r + f_i + f_s) dx \quad (22)
 \end{aligned}$$

ただし、 F_V と M_V の正方向は Fig. 2 に示す方向とする。(22) 式は次のようにも表わせる。

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} F_V(\xi, t) \\ M_V(\xi, t) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} m'_{33} & m'_{35} \\ m'_{53} & m'_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\zeta} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} N'_{33} & N'_{35} \\ N'_{53} & N'_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta \\ \theta \end{Bmatrix} \\
 &\quad + \begin{bmatrix} C'_{33} & C'_{35} \\ C'_{53} & C'_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C'_{33} & C'_{35} \\ C'_{53} & C'_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_s \\ \tau_i + \tau_s \end{Bmatrix} \\
 &\quad - \begin{bmatrix} C'_{33,0} & C'_{35,0} \\ C'_{53,0} & C'_{55,0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_s \\ \tau_i + \tau_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} E'_3 \\ E'_5 \end{Bmatrix} \quad (23)
 \end{aligned}$$

ただし、式中の諸係数は Appendix B に示した。

2.5 二次元断面流体力係数の評価に関する仮定

実際の計算に際し、次の仮定を設ける。

(1) z 方向に運動する断面の流体力係数は Z 方向に運動する同じ断面の流体力係数と等しい。

(2) 周期運動に対する流体力係数は出会い周波数に

Fig. 2 The positive direction of wave loads

おける値を、直進運動に対する流体力係数は、高速航走の条件より、周波数無限大での値をそれぞれ用いる。

(3) 流体力係数は次の2通りの方法で評価する。

(a) 滑走状態においては、水面が chine より上方にくることがないと仮定する。乱されない波面が chine より上にくる場合も、chine の高さまでの断面に対し、流体力係数を評価する。

(b) hard chine type の高速艇船型であっても、非滑走状態においては、通常の排水量型船と同じように、乱されない波面下の断面に対し、流体力係数を評価する。

2.6 非線形流体力の取り扱い

山本ら¹⁹⁾の手法に従って、次のように取り扱う。

(1) 水面下断面形状の変化による非線形流体力

船体各断面の何種類かの喫水に対して出会い周波数および周波数無限大での付加質量と減衰係数を求めておき、それらを chine より上と下とに分けて、喫水の n 次多項式で表現する。この多項式を利用し、各喫水ごとの付加質量および減衰係数を求める。静水圧による浮力およびそのモーメント、入射波の Froude-Krylov force は有効波面下の船体断面積より各時刻ごとに求める。本論文では、Frank の Close-fit 法で流体力係数を求め、chine の上方と下方に分けて、それぞれ4次多項式で近似した。

(2) 船底露出

船体断面が空中にある場合、その断面に働く流体力はゼロとし、慣性力のみを考慮する。

(3) 衝撃力

船体の流体に対する相対速度が負のときに、衝撃力 f_{imp} 、 f_{imp} は無視できるとし、正の場合のみを考慮する。断面付加質量の時間的な変化率の評価に際しては、水中断面によるフレア衝撃（断面喫水の増加によるもの）と空中にある断面が水中への突入によって生じる船底衝撃（浸水長の増加によるもの）とを分けて考える必要がある。

(a) フレア衝撃：

水中にある断面の喫水の増加に伴う付加質量の時間的な変化率 $\partial \rho S_z(x, t) / \partial t$ 、 $\partial \rho S_z^*(x, t) / \partial t$ はそれぞれ $(\rho S_z(x, t) - \rho S_z(x, t - \Delta t)) / \Delta t$ と $(\rho S_z^*(x, t) - \rho S_z^*(x, t - \Delta t)) / \Delta t$ で評価する。

(b) 船底衝撃：

Fig. 3 に示すように、時間差分の間隔 Δt の間に、浸水長の増加に伴う付加質量の増加量は近似的に

$$\rho S_z \left(\frac{x'_1 + x_1}{2}, t \right) \cdot \Delta x \text{ と } \rho S_z^* \left(\frac{x'_1 + x_1}{2}, t \right) \cdot \Delta x$$

で評価する。よって、その時間的な変化率は

$$\rho S_z \left(\frac{x'_1 + x_1}{2}, t \right) \cdot \Delta x / \Delta t \text{ と } \rho S_z^* \left(\frac{x'_1 + x_1}{2}, t \right) \cdot \Delta x / \Delta t$$

Fig. 3 Increase of added mass at bottom impact

となる。運動や波浪荷重は Δt のとり方に左右されないようにするために、 Δt 時間内にこの浸水長の増加に伴う付加質量の変化率による船底衝撃力は Δx の部分に働くのではなく、 Δx のある断面間隔 h （船長の20分の1）に一樣に働くと考えて平均化する。断面と断面の間にある位置の付加質量は内挿法により求める。

2.7 数値積分法

運動方程式の積分には Newmark- β 法 ($\beta=1/4$ とする) を使用した。また、時間ステップ Δt は出会い周期の300分の1ないし400分の1とした。

3 平水中定常航走時の定常揚力

平水中定常航走状態に対しては、(21)式の運動方程式の左右両辺は等しく、その値は平水中定常航走時の船体に働く動的な垂直力 (hydrodynamic normal force) となる。すなわち、 z 方向の力は

$$F_0 = V^2 \cos(\tau_i + \tau_s) \cdot [\rho S_{z0}^*(x)]_A^F \cdot (\tau_i + \tau_s) \quad (24)$$

となり、重心まわりのモーメントは

$$M_0 = \cos(\tau_i + \tau_s) \cdot \left\{ V^2 \int_A^F \rho S_{z0}^*(x) dx - V^2 [x \cdot \rho S_{z0}^*(x)]_A^F \right\} \cdot (\tau_i + \tau_s) \quad (25)$$

となる。同様に、平水中定常航走時に働く垂直力による縦剪断力 $F_{V_0}(\xi)$ および縦曲げモーメント $M_{V_0}(\xi)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_{V_0}(\xi) &= V^2 \cos^2(\tau_i + \tau_s) [\rho S_{z0}^*(x)]_A^{\xi} \cdot (\tau_i + \tau_s) \\ M_{V_0}(\xi) &= \left\{ V^2 \cos(\tau_i + \tau_s) \int_A^{\xi} \rho S_{z0}^*(x) dx + V^2 \cos(\tau_i + \tau_s) [(\xi - x) \rho S_{z0}^*(x)]_A^{\xi} \right\} \cdot (\tau_i + \tau_s) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

これらの式は O. S. M. の考え方に従って、単純に運動量理論から得られるものであるから、定量的な正確さにおいては不十分なところもあるが、垂直力に対する前進速度とトリムの影響を定性的にはよく表現していることを以下に示す。

まず、Fig. 4 に示すような滑走平板が定常航走する際、平板に働く垂直力を spray の存在を考慮したエネルギー解析、または、運動量解析によれば、次式を得る²⁰⁾。

Fig. 4 Flow conditions under a planing surface

Fig. 5 Momentum changes of the fluid around a planing surface

$$F_p = \rho V^2 \delta \cot \frac{\alpha}{2} \quad (27)$$

次に, Fig. 5 で示した点線の検査面を考え, O. S. M. の考え方に基づく運動量解析によれば,

$$F_p = - \int_A^F \left(\frac{\partial \rho S_z^*(x)}{\partial x} \right) \cdot V \cos \alpha \cdot V \sin \alpha \cdot dx$$

$$= \rho S_z^*(A) \cdot V^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha \quad (28)$$

となる。なお, この結果はエネルギー解析からも同様に得られる。(27) 式と (28) 式から, 同じの大きさの垂直力を生じるための spray の厚さ δ と船尾の断面付加質量 $\rho S_z^*(A)$ との関係は近似的に次式で表わされる。

$$\delta \doteq \alpha^2 S_z^*(A) / 2 \quad (\alpha \text{ が十分小さいとする}) \quad (29)$$

一方, Clayton & Bishop²⁰⁾ によると,

$$\delta = \frac{l}{4} \alpha^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} (C_{FV}) \right\}_{\alpha=0} \quad (30)$$

ただし,

$$C_{FV} \equiv F_p \cos \alpha / \left(\frac{1}{2} \rho V^2 l \right) = F_{V'} / \left(\frac{1}{2} \rho V^2 l \right) \quad (31)$$

l は浸水長,

である。このように, O. S. M. の考え方に従って導いた垂直力に対応する spray の厚さ δ ((29) 式) がトリム α の 2 乗に比例することおよび垂直力 ((28) 式) がトリム α に比例することは Clayton & Bishop が導いた (30) 式, (27) 式と同じである。

4 縦運動, 波浪荷重の計測および計算値との比較

4.1 供試模型

供試模型は hard chine type の高速艇を模した数式船型を有する FRP 製二分割模型で, その主要目を Table 1 に示す。船尾から全長の 75% にわたる部分の断面が一樣断面である。この模型の body plan を Fig. 6 に示す。船体中央で切断された二分割模型は検力計を介

Table 1 Principal particulars of the prismatic model

Length	L	80cm
Breadth	b	20cm
Depth	D	12.5cm
Transom draft	d _a	7.0cm
Initial trim	τ_i	2.5°
Deadrise angle	β	20°
Displacement	W	5.054kg
Longitudinal Position of C.G.	LCG	29.6cm from transom
Vertical Position of C.G.	VCG	7.5cm above K.L.
Longitudinal gyradius	y_K	25.3 % L

Fig. 6 Body plan of the prismatic model

して結合し, この検力計によって縦曲げモーメントおよび縦剪断力を計測した。衝撃発生に伴い急速に変化する力を計測するため, 検力計の固有振動数は極力高くなるよう設計した (模型を水に浮かべた状態で, 約 45Hz)。上下揺と縦揺の計測には回転式ポテンシオメーターを使用した。また, 出会い波の計測には容量式波高計を用い, その設置位置は航走中の模型の作る波に影響されないように, 船体重心位置の真横とした。さらに, 加速度計を船首から全長の 10% のところに設置し, 上下加速度を計測した。

波浪中における挙動を計算するためには, 初期値として, 平水中定常航走時の姿勢が必要であるので, 平水中での曳航実験を行った。その実験結果を Fig. 7 に示す。なお, 横軸は速度係数 $C_V (= V/\sqrt{gb})$ である。

実験は模型速度 0.0, 1.0, 2.0, 3.0 m/sec (対応する C_V はそれぞれ 0.0, 0.714, 1.429, 2.143 である) の 4 種類の速度はそれぞれ静止状態, 非滑走状態, 半滑走状態と滑走状態を代表する速度である。

Fig. 7 Trim and sinkage in still water

4.2 計算方法

理論計算は、次の3通りの方法で行った。

(1) 線形計算 (図中には Linear と記す)

平水中定常航走時の姿勢に対して流体力係数および波浪強制力を求めた。通常の O. S. M. の手法による計算。

(2) 非線形計算 I (図中には Present I と記す)

水面下断面形状の時間変化に伴う断面流体力の時間変化を考慮した非線形計算。

(3) 非線形計算 II (図中には Present II (Planing) と記す)

滑走状態では、流体が chine より上方にくることはないと仮定して、断面流体力係数の時間変化を考慮した非線形計算。

4.3 計算と実験との比較

Fig. 8~Fig. 23 に上下揺、縦揺、midship での縦剪断力と縦曲げモーメントの peak to peak 値と波長との関

Fig. 8 Heave response ($C_v=0.0$) Fig. 9 Pitch response ($C_v=0.0$) Fig. 10 Vertical shearing force at midship ($C_v=0.0$) Fig. 11 Vertical bending moment at midship ($C_v=0.0$) Fig. 12 Heave response ($C_v=0.714$) Fig. 13 Pitch response ($C_v=0.714$)

係を示す。横軸の波長係数 C_λ は $(L/\lambda) [C_d/(L/b)^2]^{1/3}$ で定義した ($C_d \equiv W/\rho g b^3$)。運動の入射波に対する位相は重心での出会い波を基準とし、フーリエ解析によって得られた値である。

Fig. 8～Fig. 11 は船速 0 での結果を示す。計算値は通常の線形計算と非滑走状態に対する非線形計算 I の手法により求めた。上下揺、縦揺、縦曲げモーメントとも線形計算値は非線形計算値よりやや大きく、縦剪断力は

やや小さいが、両計算法とも実験値とよく一致している。

Fig. 12～Fig. 15 に、 $C_V=0.714$ の非滑走状態での結果を示す。線形計算と非滑走状態とした非線形計算 I の結果が示されている。船速 0.0 での結果と同様に、剪断

Fig. 14 Vertical shearing force at midship ($C_V=0.714$)

Fig. 15 Vertical bending moment at midship ($C_V=0.714$)

Fig. 16 Heave response ($C_V=1.429$)

Fig. 17 Pitch response ($C_V=1.429$)

Fig. 18 Vertical shearing force at midship ($C_V=1.429$)

Fig. 19 Vertical bending moment at midship ($C_V=1.429$)

力の線形計算値はやや小さいが、上下揺、縦揺の線形計算値は非線形計算よりやや大きい。一方、縦曲げモーメントについては両方法の間に差はほとんど見られない。線形計算による縦剪断力が実験値よりやや小さいことを除けば、両方法とも実験値とよく一致していることがわかる。

Fig. 16~Fig. 19 に、 $C_V=1.429$ の半滑走状態での比較を示す。計算値として、前述の3通りの方法による結果を示した。上下揺、縦揺、縦剪断力のいずれについても、非滑走状態とした非線形計算Ⅰよりは滑走状態を想定した非線形計算Ⅱの方が若干実験値に近付く傾向がある。また、線形計算による縦揺と縦曲げモーメントがかなり小さく、運動の位相が大きく遅れることがわかる。

Fig. 20 Heave response ($C_V=2.143$)

Fig. 21 Pitch response ($C_V=2.143$)

Fig. 22 Vertical shearing force at midship ($C_V=2.143$)

Fig. 23 Vertical bending moment at midship ($C_V=2.143$)

Fig. 24 Time histories of vertical motions and wave loads at midship ($C_V=0.0$, $\lambda/L=2.0$, $H_w/\lambda=1/25$)

このように速度の速い状態に対して衝撃力と変動揚力などの非線形力を考慮しないことは位相の遅れる原因になると思われる。一方、半滑走状態に対しては、非線形計算ⅠおよびⅡの間の優劣はつけ難い。

Fig. 20～Fig. 23 には $C_V=2.143$ の滑走状態での結果を示す。非滑走状態を想定した非線形計算Ⅰの結果は同調付近の上下揺及び縦揺を過大に評価する。これに対し、滑走状態を想定した非線形計算Ⅱの計算はかなり改善されていることがわかる。波長の短い場合の計算による位相が実験値よりも遅れる理由の一つとして、計算では船首船底で前方へ押し出される spray の効果を考慮していないことが挙げられる。spray の存在によって、衝撃を発生する時刻が早くなり、波長が短ければ短いほど、その影響が著しくなる。波に対する位相遅れを除けば、滑走状態を想定した非線形計算Ⅱの結果は実験値とよく一致している。一方、線形計算は速度が増加するにつれて、ますます合わなくなる。

Fig. 24～Fig. 27 には非線形計算法から得られた時間履歴と実験値を合わせて示す。計算結果は速度増加に伴う縦曲げモーメント、縦剪断力、船首加速度、縦揺の時間履歴のパターンの変化をよく表現していることがわかる。速度の速い場合には、波に対する位相の誤差が大きいが、連成運動の間の位相関係については、計算は現象をよく説明しているといつてよい。

4.4 高速艇に働く波浪荷重のメカニズム

衝撃力と変動揚力など非線形流体力を考慮した本論文の計算により、向波中を航走する高速艇の中央に大きな

Fig. 25 Time histories of vertical motions and wave loads at midship ($C_V=0.714$, $\lambda/L=2.0$, $H_W/\lambda=1/39$)

Fig. 26 Time histories of vertical motions and wave loads at midship ($C_V=1.429$, $\lambda/L=3.0$, $H_W/\lambda=1/45$)

Fig. 27 Time histories of vertical motions and wave loads at midship ($C_V=2.143$, $\lambda/L=3.0$, $H_W/\lambda=1/46$)

Fig. 28 Longitudinal peak-value distribution of vertical bending moment calculated by "present II"

Fig. 29 Longitudinal peak-value distribution of vertical shearing force calculated by "present II"

Fig. 30 Longitudinal distribution of vertical bending moment calculated by "present II"

サギングモーメントと正の剪断力が発生することを明らかにした。 $C_v=2.143$, $\lambda/L=3.0$, $H_w=5.2\text{ cm}$ の場合 (Fig. 27 を参照) を例に説明すると、次のとおりである。船の重心が波の下り斜面にあるときに、重心の沈下とともに、急激な船首下げとなる。船首底の波面との衝突による衝撃力が大きな上向きの衝撃加速度を船首に発生させ、船首部分に大きな正の方向の剪断力を、中央断面に大きなサギングモーメントを生じる。

Fig. 28 は各断面に発生した最大曲げモーメントの分布を示す。重量分布にも依存するが、最大曲げモーメントはおおよそ中央断面付近に発生するサギングモーメントである。

Fig. 29 は各断面に発生した最大剪断力の分布を示す。剪断力の分布は重量分布にかなり強く影響されるが、本供試模型のように、船尾にかなり大きな ballast をのせた場合には、船首船底での衝撃発生に伴う船尾部の加速度による慣性力の働きによって、大きな負の剪断力が発生する。一方、船首部には衝撃力によって大きな正の剪断力が発生する。

Fig. 30 は船の波面上の位置変化に伴う曲げモーメント分布の変化を示す。衝撃が発生するときに、船体の広い範囲で大きなサギングモーメントが働き、その時間的変化率もかなり大きい。

Fig. 24～Fig. 27 によれば、速度の増加につれて、衝撃に伴う波浪荷重と船首加速度の立ち上りもするどくなることがわかる。

4.5 Fridsma の実験値²¹⁾との比較

以上に示した通り、本論文の計算法によれば、船速 0 の状態から速度係数 2.14 (フルード数は約 1.1) まで、

Fig. 31 Heave and pitch response of configuration A

Fig. 32 Heave and pitch response of configuration F

Fig. 33 Bow acceleration response of configuration A & F

Fig. 34 Heave and pitch response of configuration G

運動と波浪荷重とも精度よく推定できることを明らかにした。フルード数 1.1 は船長 20m の船で約 30knots, 50m の場合に約 48knots に相当し, 金子ら²²⁾によれば, 現存の大型高速艇の速度範囲を十分カバーできる。しかし, 本計算法の限界を把握するために, Fridsma の実験値との比較計算を行ってみた。

Fig. 31~Fig. 33 に, 速度係数 2.66 (フルード数は約 1.2), 模型状態 A と F の場合につき, 上下揺, 縦揺, 船首衝撃加速度の計算値と計測結果を比較した。計算値は滑走状態を想定した非線形計算 II によるものである。同調時の上下揺の振幅の計算値は実験値に比べやや大きく, 波長の短い場合の位相遅れも幾分大きい。一方, 船首加速度の計算値はやや小さい。これを除けば, 実験値との一致は良好である。

さらに, 速度係数 4.0 (フルード数は約 1.8), 模型状態 G に対して計算をしたが, 同調時の縦揺と上下揺の振幅とも実験値より 50% ぐらい大きい目に出た。そこで Wagner の衝撃理論と同様, 船側での水の盛上りを考慮し, 断面の喫水 z_d が chine の高さより小さければ, z_d に $\pi/2$ を掛けたものを喫水とする断面として流体力を評価し, もし, $z_d \cdot \pi/2$ が chine の高さより大きければ, chine の高さまでの喫水とする断面で流体力係数を評価することにした。この仮定を設けて計算した結果も Fig. 34 に示す。この仮定により, 計算値が大幅に改良されることがわかった。以上の比較計算により, 流体力係数を評価する断面形状の決め方さえ工夫すれば, 本論文の計算法を本論の速度域よりさらに高速な場合に適用することが十分可能であることが示された。

5 結 言

本研究の結果, 以下の結論が得られた。

(1) 変動揚力を考慮して, O. S. M. の考え方に従う本論文の非線形計算法は大型高速艇の運動と波浪荷重を予測するうえで, 実用上有効な方法であることを確認した。

(2) 船速の増加に伴う, 衝撃的な波浪荷重の発生メカニズムを明らかにした。

(3) 高速艇特有の現象を考慮して, 流体力係数を評価する方法を確立すれば, 本論の速度域より更に高速で航走する小型高速艇へも, 本論文の計算手法が適用できらるであろうことを示した。

また, 今後研究すべき課題として, たとえば以下に述べることがらが挙げられる。

(a) 本文中には示さなかったが, (24)式による平水中定常航走時の垂直力は別途実施された計測結果と定量的にも良い一致をみたが, (25)式によるモーメントについては計測結果との一致は必ずしも良くない。波浪中を

航走する際の船体運動および波浪荷重の時刻歴をさらに正確に計算するには、前述の平水中定常航走時のみならず、波浪中での垂直力およびそのモーメントの評価法を改善する必要がある。

(b) 本論の実験と計算を通じて、高速艇の衝撃的な波浪荷重の発生メカニズムを明らかにしたが、今回の実験で用いた模型の重量分布は、模型寸法の関係で実艇高速艇の典型的な重量分布に近いとはいいがたい。このため、高速艇に働く波浪荷重が排水量型船の波浪荷重とどのように相違するかの一般的結論には至っていない。重量分布等のわかっている実艇について、船体運動および波浪荷重を解析する必要がある。

(c) 船底外板と局部構造の損傷が問題となる小型高速艇において、跳躍運動に伴う波浪中での挙動を本論文の方法で検討し、跳躍運動が生ずるような厳しい条件下でも本論文の手法が有効であるか否かを検討する必要がある。

終りに臨み、本研究を実施するにあたりご指導いただいた東京大学名誉教授 元良誠三先生および貴重なお助言を賜った深沢塔一、桜井和之の両氏に厚くお礼申し上げます。また実験に協力いただいた小柳雅志郎助手、和田 喙、石井裕司、川村武男技官その他運動性能研究室の諸氏に心から感謝致します。なお、計算には、東京大学大型計算機センターの HITAC M 200 H/280 H を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 鷺尾祐秀, 高鍋久人, 井上克明: 大型高速艇の実艇実験による波浪外力に関する研究, 造船協会会報, 58 号 (1979).
- 2) Savitsky, D.: Hydrodynamic Design of Planing Hulls, SNAME, MT, Vol.1, No.1 (Oct. 1964).
- 3) Hadler, J.B.: The Prediction of Power Performance on Planing Craft, SNAME Transactions, Vol.74, (1966).
- 4) 村上勇次郎: 滑水体の不安定現象について, 造船協会論文集, 88 号 (1955).
- 5) 丸尾 孟: 滑走艇の流体力学的研究 (第 1, 2, 3 報), 造船協会論文集, 91, 92, 105 号 (1956, 1957, 1959).
- 6) 福田淳一, 柴田 実, 豊田久夫, 星隈明吉: 規則波中の高速艇に働く曲げモーメント, 造船協会論文集, 112 号 (1962).
- 7) 福田淳一, 柴田 実, 豊田久夫: 海洋波中の高速艇に働く曲げモーメント, 造船協会論文集, 114 号 (1963).
- 8) 永井 保, 門田道雄, 福田隆一, 百海頭二: 荒天中における船体の運動縦曲げモーメントおよび船首船底水圧の実船計測例, 造船協会論文集, 120 号 (1966).
- 9) 別所正利, 小松正彦: 水面で動揺する 2 次元平板に働く流体力について, 関西造船学会誌, 154 号, 163 号 (1974, 1976).
- 10) 別所正利: 動揺する 2 次元滑走板に働く流体について, 関西造船学会誌, 165 号 (1977).
- 11) Martin, M.: Theoretical Predictions of Motions of High-speed Planing Boats in Waves, DTNSRDC Report 76-0069 (Apr. 1976).
- 12) Zarnick, E. E.: A Nonlinear Mathematical Model of Motions of a Planing Boat in Regular waves, DTNSRDC Report 78-0032 (Mar. 1978).
- 13) 別所正利, 小松正彦, 安生正明: 高速艇の規則波中縦運動の研究, 日本造船学会論文集, 135 号 (1973).
- 14) 田坂鋭一, 元良誠三, 小柳雅志郎, 橋本州史, 深沢塔一: 高速艇の海水打込みについて, 日本造船学会論文集, 144 号 (1978).
- 15) 菅井和夫, 吉野泰平, 山本徳太郎, 大松重雄: 高速艇の船底波浪衝撃水圧に関する模型実験, 日本造船学会論文集, 144 号 (1978).
- 16) 小柳雅志郎, 江口純弘, 寺尾 裕, 内田 守, 元良誠三: 高速艇の船底衝撃圧の実船計測結果について, 関西造船協会誌, 172 号 (1979).
- 17) 元良誠三, 藤野正隆, 寺尾 裕, 尼子清夫, 桜井和之: 高速艇の船底衝撃圧発生のメカニズムについて, 日本造船学会論文集, 144 号 (1978).
- 18) Matora, S., Fujino, M. and Sakurai, K.: On the Mechanism of the Occurrence of Wave Impacts on High Speed Boats, The 2nd Int. Symp. on Small Fast Warships and Security Vessels, London, RINA (1982).
- 19) 山本善之, 藤野正隆, 深沢塔一: 非線形性を考慮した波浪中の船体縦運動および縦強度, 日本造船学会論文集, 143 号 (1978).
- 20) Clayton, B. R. and Bishop, R. E. D.: Mechanics of Marine Vehicles, Chapter 6, 1st Published, E. & F. N. Spon Ltd., London (1982).
- 21) Fridsma, G.: A Systematic Study of the Rough-water Performance of Planing Boats, Davidson Laboratory, Stevens Institute of Technology Report 1275 (Nov. 1969).
- 22) Kaneko, Y. and Baba, E.: Structural Design of Large Aluminium Alloy High-speed Craft, The 2nd Int. Symp. on Small Fast Warships and Security Vessels, London, RINA (1982).

Appendix A

$$\begin{aligned}
 m_{33} &= \cos \tau \int_A^F \left(\frac{W(x)}{g} + \rho S_z \right) dx \\
 N_{33} &= \cos \tau \int_A^F \rho N_z dx + \cos \tau \int_A^F \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx \\
 &\quad - V \cos^2 \tau [\rho S_z]_A^F \\
 C_{33} &= 0 \\
 m_{35} &= - \int_A^F x \cdot \rho S_z dx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{35} &= V \cos \tau \int_A^F \rho S_z dx - \int_A^F x \cdot \rho N_z dx \\
&\quad - \int_A^F x \cdot \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx + V \cos \tau [x \cdot \rho S_z]_A^F \\
C_{35} &= V \int_A^F \rho N_z dx + V \int_A^F \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx - V^2 \cos \tau [\rho S_z]_A^F \\
m_{53} &= - \int_A^F x \cdot \rho S_z dx \\
N_{53} &= -V \cos \tau \int_A^F \rho S_z dx - \int_A^F x \cdot \rho N_z dx \\
&\quad - \int_A^F x \cdot \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx + V \cos \tau [x \cdot \rho S_z]_A^F \\
C_{53} &= 0 \\
m_{55} &= \frac{1}{\cos \tau} \int_A^F x^2 \cdot \left(\frac{W(x)}{g} + \rho S_z \right) dx \\
N_{55} &= \frac{1}{\cos \tau} \int_A^F x^2 \cdot \rho N_z dx + \frac{1}{\cos \tau} \int_A^F x^2 \cdot \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx \\
&\quad - V [x^2 \cdot \rho S_z]_A^F \\
C_{55} &= -V^2 \int_A^F \rho S_z dx - \frac{V}{\cos \tau} \int_A^F x \cdot \rho N_z dx \\
&\quad - \frac{V}{\cos \tau} \int_A^F x \cdot \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx + V^2 [x \cdot \rho S_z]_A^F \\
E_3 &= \cos \tau \int_A^F \rho S_z \cdot \frac{\partial \dot{\zeta}_e}{\partial t} dx + \cos \tau \int_A^F \rho N_z \cdot \dot{\zeta}_e dx \\
&\quad + \cos \tau \int_A^F \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} \cdot \dot{\zeta}_e dx - V \cos^2 \tau [\rho S_z \cdot \dot{\zeta}_e]_A^F \\
&\quad - \rho g \left(\int_A^F A dx - \int_A^F A_0 dx \right) \cos \tau \\
E_5 &= - \int_A^F x \cdot \rho S_z \cdot \frac{\partial \dot{\zeta}_e}{\partial t} dx - \int_A^F x \cdot \rho N_z \cdot \dot{\zeta}_e dx \\
&\quad - \int_A^F x \cdot \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} \cdot \dot{\zeta}_e dx + V \cos \tau [x \cdot \rho S_z \cdot \dot{\zeta}_e]_A^F \\
&\quad - V \cos \tau \int_A^F \rho S_z \cdot \dot{\zeta}_e dx \\
&\quad + \rho g \left(\int_A^F x \cdot A dx - \int_A^F x \cdot A_0 dx \right) \\
C_{33}^*, C_{35}^*, C_{53}^*, C_{55}^* &\text{はそれぞれ } C_{33}, C_{35}, C_{53}, C_{55} \text{ の } \rho S_z \\
&\text{と } \rho N_z \text{ の代わりに, } \rho S_z^* \text{ と } \rho N_z^* \text{ を用いることより得} \\
&\text{られる。} C_{33,0}^*, C_{35,0}^*, C_{53,0}^*, C_{55,0}^* \text{ はそれぞれ } C_{33}, C_{35}, \\
&C_{53}, C_{55} \text{ の } \rho S_z \text{ と } \rho N_z \text{ の代わりに, } \rho S_{z,0}^* \text{ と } \rho N_{z,0}^* \text{ を} \\
&\text{用いることより得られる。}
\end{aligned}$$

Appendix B

$$\begin{aligned}
m'_{33} &= -\cos \tau \int_A^\xi \left(\frac{W(x)}{g} + \rho S_z \right) dx \\
N'_{33} &= -\cos \tau \int_A^\xi \rho N_z dx - \cos \tau \int_A^\xi \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx \\
&\quad + V \cos^2 \tau [\rho S_z]_A^\xi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C'_{33} &= 0 \\
m'_{35} &= \int_A^\xi x \cdot \left(\frac{W(x)}{g} + \rho S_z \right) dx \\
N'_{35} &= -V \cos \tau \int_A^\xi \rho S_z dx + \int_A^\xi x \cdot \rho N_z dx \\
&\quad + \int_A^\xi x \cdot \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx - V \cos \tau [x \cdot \rho S_z]_A^\xi \\
C'_{35} &= -V \int_A^\xi \rho N_z dx - V \cdot \int_A^\xi \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx \\
&\quad + V^2 \cos \tau [\rho S_z]_A^\xi \\
m'_{53} &= -\cos \tau \int_A^\xi (\xi - x) \left(\frac{W(x)}{g} + \rho S_z \right) dx \\
N'_{53} &= V \cos^2 \tau \int_A^\xi \rho S_z dx - \cos \tau \int_A^\xi (\xi - x) \rho N_z dx \\
&\quad - \cos \tau \int_A^\xi (\xi - x) \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx \\
&\quad + V \cos^2 \tau [(\xi - x) \rho S_z]_A^\xi \\
C'_{53} &= 0 \\
m'_{55} &= \int_A^\xi (\xi - x) x \left(\frac{W(x)}{g} + \rho S_z \right) dx \\
N'_{55} &= \int_A^\xi (\xi - x) x \cdot \rho N_z dx + \int_A^\xi (\xi - x) x \cdot \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx \\
&\quad - V \cos \tau [(\xi - x) x \cdot \rho S_z]_A^\xi \\
&\quad - V \cos \tau \int_A^\xi (\xi - x) \rho S_z dx - V \cos \tau \int_A^\xi x \cdot \rho S_z dx \\
C'_{55} &= V^2 \cos \tau \int_A^\xi \rho S_z dx - V \int_A^\xi (\xi - x) \rho N_z dx \\
&\quad - V \int_A^\xi (\xi - x) \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} dx + V^2 \cos \tau [(\xi - x) \rho S_z]_A^\xi \\
E'_3 &= \cos \tau \int_A^\xi \rho S_z \cdot \frac{\partial \dot{\zeta}_e}{\partial t} dx + \cos \tau \int_A^\xi \rho N_z \cdot \dot{\zeta}_e dx \\
&\quad + \cos \tau \int_A^\xi \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} \cdot \dot{\zeta}_e dx - V \cos^2 \tau [\rho S_z \cdot \dot{\zeta}_e]_A^\xi \\
&\quad - \cos \tau \cdot \rho g \int_A^\xi (A - A_0) dx \\
E'_5 &= \cos \tau \int_A^\xi (\xi - x) \rho S_z \cdot \frac{\partial \dot{\zeta}_e}{\partial t} dx + \cos \tau \int_A^\xi (\xi - x) \rho N_z \\
&\quad \times \dot{\zeta}_e dx + \cos \tau \int_A^\xi (\xi - x) \frac{\partial \rho S_z}{\partial t} \cdot \dot{\zeta}_e dx \\
&\quad - V \cos^2 \tau [(\xi - x) \rho S_z \cdot \dot{\zeta}_e]_A^\xi - V \cos^2 \tau \int_A^\xi \rho S_z \cdot \dot{\zeta}_e dx \\
&\quad - \cos \tau \cdot \rho g \int_A^\xi (\xi - x) (A - A_0) dx \\
C'_{33}, C'_{35}, C'_{53}, C'_{55} &\text{はそれぞれ } C'_{33}, C'_{35}, C'_{53}, C'_{55} \text{ の } \rho S_z \\
&\text{と } \rho N_z \text{ の代わりに, } \rho S_z^* \text{ と } \rho N_z^* \text{ を用いることより得} \\
&\text{られる。} C'_{33,0}, C'_{35,0}, C'_{53,0}, C'_{55,0} \text{ はそれぞれ } C'_{33}, C'_{35}, \\
&C'_{53}, C'_{55} \text{ の } \rho S_z \text{ と } \rho N_z \text{ の代わりに, } \rho S_{z,0}^* \text{ と } \rho N_{z,0}^* \text{ を} \\
&\text{用いることより得られる。}
\end{aligned}$$