(昭和 58 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

ランダム荷重下での疲労挙動に関する研究

(第 2 報)——ランダム荷重下の応力-歪関係と累積被害値との相関について——

正員 八 木 順 吉* 正員 浅 田 雅 文**
 正員 富 田 康 光* 正員 杉 本 隆**
 橋 本 聖 史*

Fatigue Life under Random Loading (2nd Report)-Relationship between Stress-Strain Response under Random Loading and Miner's Cumulative Damage Law-

by Junkichi Yagi, *Member* Masafumi Asada, *Member*
 Yasumitu Tomita, *Member* Takashi Sugimoto, *Member*
 Kiyoshi Hashimoto

Summary

It is well known that Miner's cumulative damage sum at fracture is widely scattered and reason for the scatter of damage sum is not yet made clear. But, at present, Miner's rule is used in most cases to analyze fatigue strength of structural components under random loading conditions in spite of existence of uncertainty for application of the rule.

The purpose of this investigation is to find the above reason and to get the suitable value for critical damage sum at failure.

To achieve the above purpose, the following experiments were performed on plane specimens of mild steel in life range of about 3×10^4 cycles. The experiments are axial reversed fatigue test with a minimum amplitude larger than fatigue limit, and loading conditions are constant loading amplitude, load and strain controlled random loading with exponential and uniform density. The relationship between Miner's cumulative damage sum and the stress-strain response under random loading was discussed.

As a result, it became clear that there existed good correlation between the critical cumulative damage value and the following parameter $(\sigma_{YR}' k_R n_R) / (\sigma_{Yc}' k_c n_c)$, where σ_{Yc}' and σ_{YR}' are yield stresses, and k_c, n_c and k_R, n_R are coefficients in stress-strain response $(S_a/\sigma_Y) = k(\epsilon_a/\epsilon_Y)^n$, S_a, ϵ_a : stress and strain amplitude, σ_Y, ϵ_Y : yield stress and strain, under constant amplitude and random amplitude loading respectively.

1 緒 言

ランダム荷重下の疲労強度解析は、ほとんどの場合、定荷重(定歪)疲労試験結果($S-N$ 線図)と累積被害則(線形累積被害則が多い)を用い、累積被害値がある限界値、例えば1になると破壊するという考え方を基本にしている。ところが、これで求めた限界累積被害値が1を中心に広い範囲にばらつくことはよく知られており、そのために解析法には限界値をいくりにすればよい、どの累積被害則を用いるか、疲労限低下の処理など多くの問題が未解決のままにある。そこで、各分野ではそれぞれの経験を基に対象物に応じて基準を定めるなど

して実際問題に対処しているのが現状である。

著者らはこの解決法として前報¹⁾でランダム荷重下の疲労強度解析をランダム荷重を直接負荷して得られる $S_a(Q)-N$ 線図(定荷重疲労試験の $S-N$ 線図に対応するもので、 $S_a(Q)$ はランダム荷重を特徴づける応力の確率密度関数から定まる超過確率が Q である応力振幅)を求め、この線図を用いて行うことを提案した。しかし、累積被害値のばらつきがいかなる因子によるものか、すなわちどのような場合に累積被害値が0.5で破壊するかなどが明らかにされれば、前述の問題点も解決でき、従来の解析法もより精度が高く有用となる。ところが、これらに関する研究は著者らの知る限りでは無く、問題は未解決のままである。

本研究は累積被害値のばらつきを支配する因子につい

* 大阪大学工学部

** 大阪大学大学院工学研究科

て考察したものの一部である。実験は前報¹⁾で行った応力または歪振幅の密度分布が指数分布である軸力完全両振りランダム荷重疲労試験に、超過確率の異なる指数分布ランダム疲労試験および一様分布のランダム疲労試験を追加した。そして、ランダム荷重試験での制御応力または制御歪とそれぞれに対応する歪または応力との関係、すなわちランダム荷重下での応力-歪曲線を求め、定荷重繰返し荷重下の応力-歪曲線と比較検討すると共にランダム疲労試験結果を Miner 則で求めた累積被害値との関連を考察した。

2 実 験

2.1 試験片

供試材および試験片は前報¹⁾と全く同様で板厚 19mm の軟鋼 SM 41 B から長手方向が圧延方向に一致するように、最小断面の直径が 10 mm で 20 mm の平行部をもつ WES 162-2 号丸棒試験片である。

ミルシートによる材料の化学成分、機械的性質をそれぞれ Table 1, Table 2 に、試験片形状、寸法を Fig. 1 に示す。

2.2 試験方法

使用した試験機は電気-油圧サーボ式疲労試験機で、その動的容量は ± 25 トン、繰返し速度 0.01~15 ヘルツ、荷重波形はサイン波である。

疲労試験はすべて軸力の完全両振りで、寿命がおおよそ 3×10^4 回までのランダム荷重疲労試験の制御条件は荷重（応力）制御および歪制御の2条件、応力または歪振幅の密度分布は指数分布および一様分布の2条件である。すなわち前報での試験（定荷重および定歪疲労試

験）、応力（歪）振幅の上限値の超過確率 Q が $Q=3.33 \times 10^{-5}$ の荷重制御指数分布ランダム試験（35）、歪制御指数分布ランダム試験（30）に加えて、上限値の超過確率が $Q=3.33 \times 10^{-3}$ の荷重制御指数分布ランダム試験（5）、歪制御指数分布ランダム試験（9）および荷重制御一様分布ランダム試験（6）、歪制御一様分布ランダム試験（8）を行った〔なお、（ ）内の数字は試験した試験片数を表す〕。

密度分布が指数分布の場合の制御応力振幅（制御歪振幅）の上限値は 40.5 kg/mm^2 ($10,000 \mu$)、下限値は 21.5 kg/mm^2 ($1,600 \mu$) で、その間の分割は 1 kg/mm^2 (400μ) ごとに 20(22) ステップである。一様分布では上限値 35.5 kg/mm^2 ($6,800 \mu$)、下限値は指数分布と同様に 21.5 kg/mm^2 ($1,600 \mu$) でその間の分割も同様に 1 kg/mm^2 (400μ) ごとに 15 (14) ステップである。結局、指数分布ランダム試験では 20 (22) 種類の応力振幅（歪振幅）が、一様分布ランダム試験では 15 (14) 種類の応力振幅（歪振幅）が、それぞれの分布に従ってランダムに現われる試験で、波形の模式図を Fig. 2 に示す。

試験中の歪計測にはゲージ長 2 mm のストレインゲージおよびゲージ長 10 mm の axial extensometer を用い、歪制御試験は axial extensometer で行った。試験中の応力-歪関係、すなわちランダム疲労試験での制御応力（制御歪）と対応する歪（応力）の関係は、一部の

Fig. 2 Schematic model of random loading
(S: stress, t: time)

Table 1 Chemical composition (%)

	C	Si	Mn	P	S
SM 41 B	0.12	0.23	0.98	0.015	0.012

Table 2 Mechanical properties

	Yield point (Kg/mm ²)	Tensile strength (Kg/mm ²)	Elongation (%)
SM 41 B	31	45	34

Fig. 1 Size and shape of specimen
(unit mm)

* 本研究では定荷重（定歪）疲労試験で必ずしも正確に疲労限を求めている。ランダム荷重疲労試験での制御下限応力値または歪値を有限寿命域とするため、 $N_f \approx 2 \times 10^6$ を疲労限に対応する繰返し数の一応の目安として、下限値に対する寿命が $N_f \leq 2 \times 10^6$ となるように選びそれぞれ 21.5 kg/mm^2 , $1,600 \mu$ とした。それ故、以後の本文中下限値を疲労限以上と記した意味は下限値を有限寿命域 ($N_f < 2 \times 10^6$) に選んだということである。なお上下限の制御応力と制御歪、例えば上限値の 40.5 kg/mm^2 と $10,000 \mu$ あるいは下限値 21.5 kg/mm^2 と $1,600 \mu$ の間の応力と歪の対応関係はなく、それぞれ独立に選んだ値である。

試験片について試験開始から破断までパーソナルコンピュータ、データレコーダあるいはXYレコーダに記録して解析した。

ランダム疲労試験の繰返し速度は約1ヘルツで行ったが、XYレコーダに応力-歪関係を記録するときの繰返し速度は約0.1~0.5ヘルツで行った。

ランダム荷重の発生法は前報¹⁾と同様である。

3 実験結果および考察

3.1 繰返し中の応力-歪関係

3.1.1 定荷重(定歪)繰返し負荷中の応力-歪関係

定荷重または定歪繰返し負荷中の応力-歪関係はLandgrafらにより提案されたstep test²⁾を用いた。これは試験片1本を用いて繰返し負荷中の応力-歪関係を求めるもので、この応力-歪関係は定荷重(定歪)疲労試験での応力-歪関係に一致するものである。

実験で求めた応力-歪関係をFig.3に示す。図中の1点鎖線は静引張試験結果(降伏応力33.1 kg/mm², 引張強さ47.1 kg/mm²)で、繰返し中の応力-歪関係(cyclic stress-strain curve)は $S_a/\sigma_{Yc}' = k_c(\epsilon_a/\epsilon_{Yc}')^{n_c}$ で近似できそれを図中に実線で示す。

$$S_a/\sigma_{Yc}' = 1.04(\epsilon_a/\epsilon_{Yc}')^{0.314} \quad (1)$$

ただし、 $S_a \geq 18 \text{ kg/mm}^2$

ここに、 S_a は応力片振幅、 ϵ_a は歪片振幅、 σ_{Yc}' はXYレコーダに記録したヒステリシス・ループにおいて応力-歪関係が直線関係から離れる点の応力で定義した降伏応力で18 kg/mm²、 ϵ_{Yc}' は σ_{Yc}' に対応する降伏歪で 8.5×10^{-4} である。なお、荷重制御と歪振幅の両条件下の繰返し中の応力-歪関係はほぼ一致する。

3.1.2 ランダム荷重下の応力-歪関係

Fig.3 Static and cyclic stress-strain curves

ランダム荷重疲労試験を行ったうちの一部分について繰返しの初めから破断近くまで応力-歪関係を計測した。応力-歪関係は制御応力に対する歪または制御歪に対する応力の関係として得られ、寿命のばらつきに応じてそれぞれ異なったものとなる。

ランダム荷重下の応力-歪関係の一例として平均寿命に近い寿命(後述のTable 3 参照)の試験片で計測した応力-歪関係をFig.4(荷重制御指数分布ランダム荷重, 超過確率 3.33×10^{-5}), Fig.5(歪制御指数分布ランダム荷重, 超過確率 3.33×10^{-5}), Fig.6(荷重制御指数分布ランダム荷重, 超過確率 3.33×10^{-8}), Fig.7(歪

Fig.4 Stress-strain response under load controlled random loading with exponential distribution, $Q=3.33 \times 10^{-5}$

Fig.5 Stress-strain response under strain controlled random loading with exponential distribution, $Q=3.33 \times 10^{-5}$

Fig. 6 Stress-strain response under load controlled random loading with exponential distribution, $Q=3.33 \times 10^{-3}$

Fig. 8 Stress-strain response under load controlled random loading with uniform distribution

Fig. 7 Stress-strain response under strain controlled random loading with exponential distribution, $Q=3.33 \times 10^{-3}$

Fig. 9 Stress-strain response under strain controlled random loading with uniform distribution

制御指数分布ランダム荷重, 超過確率 3.33×10^{-3} , Fig. 8 (荷重制御一様分布ランダム荷重), Fig. 9 (歪制御一様分布ランダム荷重) に示す。図中の1点鎖線は定荷重繰返し荷重下の応力-歪関係である。ランダム荷重下の応力-歪関係では制御値に対する歪または応力は一定値とはならずある範囲内に分布する。それを示したのが Fig. 4 から Fig. 9 のランダム荷重下の応力-歪関係を表わす実線 (後述) 上の横棒線で, 制御応力値 22.5 kg/mm^2 に対する歪は定荷重繰返しではほぼ $1,450 \mu$ の一定値を示すのに対し, 例えば Fig. 4 の荷重制御指数分布ランダム荷重では $1,200 \mu$ から $3,100 \mu$ までの範囲

の値をとることを示し, $\circ$ 印はその平均値である (横棒線上の破線はその間の値は計測されず上限値ないし下限値は計測されたことを示す)。図中の分布図は制御値のおよ上限値, 下限値および中間値に対応する応力または歪の頻度分布図である。

Fig. 4 から Fig. 9 の実線は制御応力と平均の歪またはは制御歪と平均の応力の関係が $(S_a/\sigma_{YR}') = k_R (\epsilon_a/\epsilon_{YR}')^{n_R}$ で表わせるものとし, 最小自乗法で求めた応力-歪関係で以下のように求められる。

荷重制御指数分布ランダム荷重

$$\text{超過確率 } 3.33 \times 10^{-3} \quad S_a/\sigma_{YR}' = 1.31 (\epsilon_a/\epsilon_{YR}')^{0.268} \quad (2)$$

歪制御指数分布ランダム荷重

$$\text{超過確率 } 3.33 \times 10^{-5} \quad S_a / \sigma_{YR}' = 1.43 (\epsilon_a / \epsilon_{YR}')^{0.204} \quad (3)$$

荷重制御指数分布ランダム荷重

$$\text{超過確率 } 3.33 \times 10^{-3} \quad S_a / \sigma_{YR}' = 1.44 (\epsilon_a / \epsilon_{YR}')^{0.237} \quad (4)$$

歪制御指数分布ランダム荷重

$$\text{超過確率 } 3.33 \times 10^{-3} \quad S_a / \sigma_{YR}' = 1.52 (\epsilon_a / \epsilon_{YR}')^{0.180} \quad (5)$$

荷重制御一様分布ランダム荷重

$$\epsilon_a / \sigma_{YR}' = 1.36 (\epsilon_a / \epsilon_{YR}')^{0.268} \quad (6)$$

歪制御一様分布ランダム荷重

$$S_a / \sigma_{YR}' = 1.40 (\epsilon_a / \epsilon_{YR}')^{0.251} \quad (7)$$

ここに、 σ_{YR}' は前述の定荷重繰返し荷重下の σ_{Yc}' と同様の定義のランダム荷重下の降伏応力で約 13.5 kg/mm² で、 ϵ_{YR}' は対応する降伏歪で 640 μ である。

図からランダム荷重下の応力-歪関係の特徴は制御値に対する歪または応力が一定値とはならずある範囲内に分布すること、その分布範囲、頻度分布形状は必ずしも同じではないこと、定荷重繰返し荷重下の応力-歪関係に比べ軟化していることなどである。

定荷重繰返し荷重下での応力-歪関係あるいは疲労挙動などが定常状態での材料特性とすれば、ランダム荷重下でのそれらは過渡的な状態での特性である。それ故、過渡状態にあるランダム荷重下の材料の諸特性を定常状態での材料特性から推定することは容易でないといえる。

Fig. 4 から Fig. 9 は繰返しの初期からはほぼ破断までの計測結果であるが、応力-歪関係の平均値およびその分布範囲に注目すると、いずれの荷重状態でも寿命の2割から3割の繰返し数での計測による応力-歪関係が同じ結果となる。長寿命域であるいは他の荷重密度分布で、寿命の何割の計測結果が全寿命の結果に収束するかなどは、本試験結果から明らかでないが、少なくともランダム荷重下の応力-歪関係など材料特性は、ある収束する繰返し数を1ブロックとするランダムブロック荷重で推定可能と考えられる。

次に、制御値に対応する歪または応力はある範囲内に分布しているが、その分布の仕方について検討する。

Fig. 10 は荷重制御指数分布ランダム荷重、超過確率 3.33×10^{-5} の制御値 22.5 kg/mm² に対する歪の頻度分布が 1,200 μ から 3,100 μ の範囲に分布している。斜線部は 35.5 kg/mm² ~ 40.5 kg/mm² の大荷重が負荷された後、30 回の繰返しのうちに 22.5 kg/mm² の応力に対して計測された歪の頻度分布である(大荷重負荷後その影響が何回続くかは明らかでないが、30 回以上になるとその間に再度大荷重が負荷されることがあるので

Fig. 10 Histogram of strain amplitude to stress amplitude 22.5 kg/mm² for load controlled random loading with exponential distribution, $Q = 3.33 \times 10^{-5}$

Fig. 11 Histogram of stress amplitude to strain amplitude 0.002 for strain controlled random loading with exponential distribution, $Q = 3.33 \times 10^{-5}$

一応 30 回とした)。図から明らかなように大荷重負荷後に生じる歪は平均値 1,638 μ より小さい目の値が多い。同様に Fig. 11 は歪制御指数分布ランダム荷重、超過確率 3.33×10^{-5} の制御値 2,000 μ に対する応力の頻度分布である。斜線部は 8,400 μ ~ 10,000 μ の大歪が負荷された後 30 回の繰返しのうちの 2,000 μ の歪に対して計測した応力の頻度分布で平均値 23.9 kg/mm² よりも大きい目の値が多い。このように大荷重負荷後小

Fig. 12 Histogram of strain amplitude to stress amplitude 22.5 kg/mm² for load controlled random loading with uniform distribution

Fig. 13 Histogram of stress amplitude to strain amplitude 0.002 for strain controlled random loading with uniform distribution

さい目の歪あるいは大きい目の応力が生じるのは大荷重の影響で材料が硬化するため、応力-歪関係のうちヤング率 E 、降伏応力 σ_{YR}' は変わらないが、定数 k 、加工硬化指数 n が変化し、軟化、硬化の程度を表わすひとつのパラメータである k_R と n_R の積 $k_R \cdot n_R$ がいずれも大きくなっていることが原因と思われる。

一方、密度分布が一様分布の場合、同様の図を荷重制御について Fig. 12 に、歪制御について Fig. 13 に示す。図は制御値 22.5 kg/mm² および 2,000 μ に対する歪および応力の頻度分布で斜線部は最大値 (35.5 kg/

mm², 6,800 μ) 負荷後1回目の値である。指数分布の場合と異なって、大荷重後も分布範囲内にはほぼ一様に分布している。これらの差は大荷重負荷以前の荷重履歴によるものと考えられる。指数分布では大荷重負荷前後で小荷重が負荷されていて、大荷重の影響が残るのに比べ、一様分布では大小の荷重が均等に現われ、それらの影響が均一化されるためと思われる。以上から制御値に対して応力、歪がある分布をするとしても、それぞれの値の出現の様子は荷重密度あるいは超過確率に依存すると考えられる。

これまでランダム荷重下の応力-歪関係については Polak ら³⁾、菊川ら⁴⁾の研究が報告されている程度である。Polak らは低炭素鋼 (0.2% C) について歪制御指数分布ランダムブロック荷重下の応力-歪関係を調べ定荷重繰返し荷重下に比べ軟化する結果を得ている。菊川らは炭素鋼 (S 20 C, S 40 C) についてガウス性定常ランダム荷重下の応力レンジベアと塑性歪レンジベアについて調べており、応力レンジベアが低い領域で軟化、高い領域で硬化するという結果を得ている。さらに著者らは高強度材料 (引張強さ 163 kg/mm²) についても同様のランダム試験を行い、応力-歪関係は軟鋼の場合とは異なり両荷重下で同じ結果を得ている⁶⁾。

以上から、ランダム荷重下の応力-歪関係は荷重密度分布、制御条件あるいは材料などにより軟化の程度、制御値に対する応力または歪の分布範囲、頻度分布形および各値の出現確率などが異なることが明らかで、これらは定常的な材料応答を示す荷重条件から推定することは容易でなく直接ランダム荷重試験あるいはある種のランダムブロック荷重試験が必要と思われる。

3.2 ランダム荷重疲労試験下の累積被害値

本研究では疲労限低下の問題、一般のランダム荷重の計数法が必ずしも明確になっていないことなどの不確定性を避けるため、負荷荷重振幅の下限値を疲労限以上とし、また平均応力が零のランダム荷重を対象とした。

ランダム荷重疲労試験での累積被害値を Miner 則で求めた。必要な S_a-N_f 線図および $\Delta\epsilon-N_f$ 線図、ここに S_a : 応力片振幅、 $\Delta\epsilon$: 歪全振幅、 N_f : 破断寿命、は今回若干の追加試験を行い前報のデータも含めて次のように求めた。

定荷重疲労試験結果の S_a-N_f 線図はより実験点に合うよう (8) 式で表わした。 S_a-N_f 線図を Fig. 14 に実線で示す。図中の破線は前報での S_a-N_f 線図である。

$$S_a > 23.5 \text{ kg/mm}^2$$

$$\log S_a = 0.0173(\log N_f)^2 - 0.236(\log N_f) + 2.15$$

$$23.5 \geq S_a \geq 21.5 \quad (8)**$$

$$S_a = 50.52 N_f^{-0.0594}$$

Fig. 14 S_a - N_f diagram (S_a : stress amplitude, N_f : fracture life)

Fig. 15 $\Delta\epsilon$ - N_f diagram ($\Delta\epsilon$: total strain range, N_f : fracture life)

定歪疲労試験結果の $\Delta\epsilon$ - N_f 線図は前報では $\Delta\epsilon = \Delta\epsilon_e + \Delta\epsilon_p = aN_f^b + cN_f^d$, $\Delta\epsilon_e$: 弾性歪全振幅, $\Delta\epsilon_p$: 塑性歪全振幅, から定めたが, 解析を容易にするため (9) 式で表わした。 $\Delta\epsilon$ - N_f 線図を Fig. 15 に実線で示す。図中の破線は前報での $\Delta\epsilon$ - N_f 線図である。

$$\Delta\epsilon \geq 0.0026$$

$$\log \Delta\epsilon = 0.0638(\log N_f)^2 - 0.892(\log N_f) + 0.477 \quad (9)**$$

荷重制御ランダム疲労試験では, 制御応力 S_{at} に対する歪はある範囲内に分布する。そこで制御応力振幅 S_{at} (21.5 kg/mm², 22.5 kg/mm², ...) に対して生じて

** (8) 式, (9) 式の表示法は通常の表示法ではなく一般性があるとはいえないが, S_a - N_f 線図は実験点により適合するように, $\Delta\epsilon$ - N_f 線図は N_f に対して陽関数表示とする理由で用いた。(8) 式, (9) 式を通常の表示法 (例えば前報での式) としても後述の Fig. 16 の定性的な結果は同じである。なお, (8) 式の第 1 式, (9) 式は極小値を有する形であるから式の適用範囲を明示する必要がある。また, (8) 式, (9) 式の定数は最小自乗法で求めた。

いる歪振幅を 50 μ ごとに頻度解析を行った。例えば $S_a = 22.5$ kg/mm² の場合, 歪振幅は 1,200 μ から 3,100 μ の間の値となるが, それを 1,200 $\mu \sim 1,250 \mu$ が a 回, 1,251 $\mu \sim 1,300 \mu$ が b 回, ... というように新しく歪振幅 ϵ_{aj} (間隔の中央値をとる。1,200 $\mu \sim 1,250 \mu$ なら 1,225 μ とする) の頻度を求めた。歪制御ランダム疲労試験では, 制御歪振幅 ϵ_{at} (1,600 μ , 2,000 μ , ...) に対して生じている応力振幅を 0.5 kg/mm² ごとに頻度解析を行った。以上から荷重制御試験では制御応力 S_{at} の頻度, 対応する平均の歪振幅 $\bar{\epsilon}_{at}$ (Fig. 4, Fig. 6, Fig. 8 の○印の値) の頻度および前述の歪振幅 ϵ_{aj} の頻度が得られ, 歪制御試験では制御歪 ϵ_{at} の頻度, 対応する平均の応力振幅 $\bar{S}_{at}$ (Fig. 5, Fig. 7, Fig. 9 の○印の値) の頻度および応力振幅 S_{aj} の頻度が得られる。

累積被害値 f を荷重制御ランダム疲労試験に対し S_{at} , $\bar{\epsilon}_{at}$, ϵ_{aj} の頻度を基に, 歪制御ランダム疲労試験に対し ϵ_{at} , $\bar{S}_{at}$, S_{aj} の頻度を基に計算した。荷重制御試験において ϵ_{aj} を基にした累積被害値 $f_{\epsilon_{aj}}$ と $\bar{\epsilon}_{at}$ を基にした累積被害値 $f_{\bar{\epsilon}_{at}}$ との差および歪制御試験での $f_{S_{aj}}$ と $f_{\bar{S}_{at}}$ との差は約 1 割程度であった。それ故, 荷重制御試験で歪振幅に基づく累積被害値あるいは歪制御試験で応力振幅に基づく累積被害値の計算はランダム荷重下の平均的な応力-歪関係でよいものと思われる。

Table 3 にランダム荷重疲労試験の平均寿命および累積被害値 $f_{S_{at}}$, $f_{\bar{S}_{at}}$, $f_{\epsilon_{aj}}$, $f_{\bar{\epsilon}_{at}}$ の平均値を示す。なお, $f_{\bar{S}_{at}}$, $f_{\bar{\epsilon}_{at}}$ の計算は平均寿命に近い試験片での応力-歪関係をすべてに用いた (荷重制御指数分布ランダム試験の $f_{S_{at}}$ が前報では 0.222 で本報と異なるのは S_a - N_f 線図の差による)。

ランダム荷重下あるいはブロック荷重下の累積被害値に関しては極めて多数の研究があり, かなり広い範囲にばらつくことが知られている。本研究でも Table 3 から明らかなように, 同じ上下限荷重振幅, 同一荷重密度分布でも超過確率が異なれば累積被害値も異なり, ま

Table 3 Mean values of fatigue life and Miner's cumulative damage sum at fracture

		SAMPLE SIZE	FATIGUE LIFE	CUMULATIVE DAMAGE SUM AT FRACTURE	
				$f_{S_{at}}, f_{\bar{S}_{at}}$	$f_{\epsilon_{aj}}, f_{\bar{\epsilon}_{at}}$
EXPONENTIAL DISTRIBUTION	LOAD CONTROLLED $Q = 3.33 \times 10^{-5}$	35	2.98×10^4	0.179	0.315
	STRAIN CONTROLLED $Q = 3.33 \times 10^{-5}$	30	2.58×10^4	0.326	0.599
	LOAD CONTROLLED $Q = 3.33 \times 10^{-3}$	5	9.39×10^3	0.291	0.271
	STRAIN CONTROLLED $Q = 3.33 \times 10^{-3}$	6	7.50×10^3	0.246	0.401
UNIFORM DISTRIBUTION	LOAD CONTROLLED	9	6.28×10^3	0.747	0.792
	STRAIN CONTROLLED	8	6.71×10^3	0.781	0.817

$f_{S_{at}}, f_{\bar{S}_{at}}$: cumulative damage sum using S_a - N_f diagram
 $f_{\epsilon_{aj}}, f_{\bar{\epsilon}_{at}}$: cumulative damage sum using $\Delta\epsilon$ - N_f diagram

た、荷重密度分布によっても異なった値となる。しかも、荷重振幅の下限値が疲労限以上でも累積被害値の平均はいずれも 1 より小さい。これらの理由として、普通は荷重履歴の影響すなわちある大きさの荷重 P_i の負荷によりそれ以下の荷重 P_j による被害が定荷重疲労試験に比べて変化すること、いわゆる Corten-Dolan 提案の $S-N$ 線図的な解釈がある。しかし、ある大きさ P_i の荷重に対する歪もそれ以下の荷重 P_j の影響を受け、その結果被害も定荷重疲労試験と比べ変化している可能性があること、あるいは高強度材料では同様なランダム荷重疲労試験で 1 に近い値を得ていることなどから、必ずしも上述の解釈が適切とはいえない。後述のようにランダム荷重下の応力-歪関係が定荷重繰返し荷重下の応力-歪関係より軟化する度合が大きくなれば累積被害値が 1 より次第に小さくなるという結果を得ているものの、著者らもこの理由に関しては未解決のままである。

累積被害値のばらつきに関する理論的解明は実用的な観点からも極めて重要な課題であり、今後の研究が望まれる。

3.3 ランダム荷重下の応力-歪関係と累積被害値との関連

稼動中にランダムな実働荷重を受ける構造物、機械要素などの寿命予測あるいは許容応力の設定は実際問題として重要で、今のところは問題を有しながらも線形累積被害則の Miner 則もしくは修正 Miner 則が用いられることがほとんどである。そして、その問題点とは主として限界累積被害値のばらつきにある。すなわち、たとえば限界値が 1 でなくても、ある値にさえ収束すれば実用的には十分である。ところが累積被害値は広い範囲、例えば 0.1~10 程度にばらつきはよく知られていても、それがどんな条件下でもその程度ばらつくのか一軟鋼材のある溶接構造要素が指数分布ランダム荷重下で稼動しているときなどは明らかでない。したがって、各分野ではそれぞれ限界値の設定に苦慮している。しかし、もしこの限界値のばらつきを支配する因子が明らかになれば、その因子に注目することにより限界値を設定できることになり、線形累積被害則はさらに有用となる。

いま Fig. 4 から Fig. 9 の応力-歪関係および Table 3 の累積被害値をみると、ランダム荷重下の応力-歪関係が定荷重繰返し荷重下の応力-歪関係に近いと累積被害値は 1 に近く、軟化の程度が大きくなるに従い 1 より小さくなる傾向にある。この様子をグラフに示したのが Fig. 16 である。応力-歪関係の軟化または硬化度を特徴づけるパラメータとしては、表示式 $(S_a/\sigma_Y') = k(\epsilon_a/\epsilon_Y')^n$ のうちの降伏応力 σ_Y' 、係数 k 、指数 n およびそれらの種々の組合せがある。累積被害値との関連を考察

Fig. 16 Relation between Miner's cumulative damage sum at fracture and parameter $(\sigma_{YR}' \cdot k_R \cdot n_R) / (\sigma_{Yc}' \cdot k_c \cdot n_c)$ (σ_{Yc}' , σ_{YR}' : yield stress under cyclic and random loading conditions, k_c , n_c ; k_R , n_R : coefficient in stress-strain response $(S_a/\sigma_Y) = k(\epsilon_a/\epsilon_Y)^n$ under cyclic and random loading respectively, S_a : stress amplitude, ϵ_a : strain amplitude, σ_Y : yield stress, ϵ_Y : yield strain)

する場合、今のところいかなるパラメータが意味を有するかを理論的に明らかにしていないので、軟化、硬化の様子をよく表わし、しかも基本的と考えられる上述のパラメータの積の形で考察する。Fig. 16 は、応力-歪関係の軟化度を表わすパラメータとして $(\sigma_{YR}'/\sigma_{Yc}') \cdot k_R \cdot n_R$ を選び定荷重繰返し荷重下の値で無次元化した $(\sigma_{YR}' \cdot k_R \cdot n_R) / (\sigma_{Yc}' \cdot k_c \cdot n_c)$ を横軸に、縦軸には荷重制御ランダム試験では制御応力 S_{ai} に対する累積被害値 $f_{S_{ai}}$ 、歪制御ランダム試験では制御歪 ϵ_{ai} に対する $f_{\epsilon_{ai}}$ を表わした。図中白抜きの印は荷重制御ランダム試験、塗りつぶした印は歪制御ランダム試験で、○、●印は超過確率 3.33×10^{-5} の指数分布、△、▲印は超過確率 3.33×10^{-3} の指数分布、□、■印は一様分布である。

図から本試験結果の範囲では累積被害値 f と応力-歪関係のパラメータ $(\sigma_{YR}' \cdot k_R \cdot n_R) / (\sigma_{Yc}' \cdot k_c \cdot n_c)$ との間にはよい線形の相関がある。こういった図を利用すればあるランダム荷重下の応力-歪関係を実験で求めることにより Miner 則から計算される累積被害値の限界値を求めることができ、限界値を定めるひとつの方法として可能性があるものと考えられる。Fig. 16 で荷重制御と歪制御が別な直線関係にあるのは、累積被害値が応力または歪を基にした値であることにもよるものと考えられるが明らかでなく、累積被害値と応力-歪関係の相関をより統一的に評価できるパラメータを求めることが重要である。

今後は定荷重繰返し荷重下とランダム荷重下の応力-

歪関係が一致すれば累積被害値は1になるのか、ランダム荷重下の応力-歪関係が硬化したとき1以上になるのかなど一般のランダム荷重下(荷重振幅の下限値は零に近く、平均応力もランダムに変化する荷重)にも拡張、平滑材に加えその切欠材についても研究を続け、より適切なパラメータの考察と共に、Fig. 16 に検討を加えるつもりである。

4 結 言

本研究は線形累積被害則の Miner 則などで計算されるランダム荷重下の累積被害値のばらつきを支配する因子について考察したものである。研究の第一歩として荷重振幅の下限値が疲労限以上でしかも平均応力が零のランダム荷重を対象とし、試験片には軟鋼丸棒平滑試験片を選んだ。そして、荷重振幅の密度分布が指数分布と一様分布の2種類について寿命が 3×10^4 回までの疲労試験を荷重制御と歪制御で行い、応力-歪関係および累積被害値を求め両者の相関について考察した。得られた結果は次のようである。

(1) ランダム荷重下の応力-歪関係は制御応力または制御歪に対する歪または応力は一定値とはならずある範囲に分布する。

(2) ランダム荷重下の応力-歪関係は定荷重繰返し荷重下の応力-歪関係に比べ軟化する。

(3) ランダム荷重下の応力-歪関係は荷重密度分布、制御条件あるいは材料などにより軟化の程度、制御値に対する応力または歪の分布範囲、頻度分布形状および各値の出現確率などが異なる。

(4) 累積被害値はランダム荷重下の応力-歪関係が定荷重繰返し荷重下のそれと比べ軟化するに従い1より小さくなる。

(5) 累積被害値 f と 応力-歪関係のパラメータ

$(\sigma_{YR}' \cdot k_R \cdot n_R) / (\sigma_{Yc}' \cdot k_c \cdot n_c)$ とはよい相関がある。

今後はさらに種々の試験条件下で累積被害値 f と応力-歪関係との相関について研究を継続する予定である。

最後に本研究は本学造船学科 長田元宏君(現 新日本製鉄(株))の協力に負うところが多いことを記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 八木順吉, 富田康光, 橋本聖史, 長田元宏, 浅田雅文: ランダム荷重下の疲労挙動に関する研究(第1報), 日本造船学会論文集, 第152号(1982) p. 341.
- 2) Landgraf, R. W., Morrow, JoDean and Endo, T.: Determination of the Cyclic Stress-Strain Curve, Journal of Materials, Vol. 4, No. 1 (1969), p. 176.
- 3) J. Polak, M. Kleusil: Cyclic Plasticity and Low Cycle Fatigue life in Variable Amplitude Loading, Fatigue of Engineering Materials and Structure, Vol. 1 (1979), p. 123.
- 4) 菊川 真, 大路清嗣, 城野政弘, 溝口孝遠: 引張圧縮定常ランダム荷重による疲れについて 第1報, 日本機械学会論文集, 35巻, 278号(1965), p. 2020.
- 5) 菊川 真, 城野政弘, 石野喜信, 溝口孝遠: 引張圧縮定常ランダム荷重による疲れについて 第2報, 日本機械学会論文集, 35巻, 278号(1965), p. 2032.
- 6) 飯田國廣, 他: ワイヤロープの引張り疲労強度と繰返し応力-歪応答, 日本造船学会論文集, 第154号(1983), p. 439.
- 7) A. Buch: The Damage Sum in Fatigue of Structure Components, Eng. Fracture Mech., Vol. 10 (1978), p. 233.