衝突荷重下におけるフレーム構造の 弾塑性応答解析

正員 上 田 幸 雄* 正員 村 川 英 一*
正員 宇 野 清 隆** 小 椋 隆***

Dynamic Elastic-Plastic Response of Frame Structures under Collision

by Yukio Ueda, *Member* Hidekazu Murakawa, *Member*
Kiyotaka Uno, *Member* Takashi Ogura

Summary

Offshore structures are exposed to higher probability of collision with ships or icebergs because of their limited mobility. In general, the consequence of the collision is disastrous. It is important to study the behavior of offshore structures under collision to ensure their safety.

In this paper, dynamic elastic-plastic response of frame structures carrying heavy mass on the top is investigated to provide better understandings of the dynamic response. For this purpose, the Plastic Node Method, which is superior to ordinary Finite Element Methods for elastic-plastic problems, is employed. The numerical results show a clear transition in plastic deformation modes. It is also found that these deformation modes can be correlated with equivalent static deformation modes. Considering these characteristics of the phenomena, a simple method based on a modified rigid-plastic model is proposed to estimate the plastic deformation due to collision. Further, it is applied to classify the dynamic response with respect to the mass and the initial velocity of the colliding body.

1 緒 言

通常の船舶と異なり運動性能をほとんど、あるいは全く持たない海洋構造物は、船舶または氷山などの漂流物との衝突事故の危険に常に曝されている。事実、統計¹⁾によれば、1970 年から 13 年間に発生した 560 件の事故中、95 件が衝突によるもので、その中には完全な崩壊に至ったケースも含まれる。さらに、近年におけるサプライボートの大型化を背景として、衝突事故における海洋構造物の安全性に対する関心が高まっており、衝突事故の発生確率の推定、衝突による損傷の予測、および損傷を有する構造物の残留強度評価の分野で多くの研究が報告されている²⁾。

特に、衝突時の損傷予測に関しては、従来、船舶間で

の衝突に対して用いられてきた準静的手法を海洋構造物に対しても適用した報告が多く見られる。すなわち、運動量保存則より衝突エネルギーを算定し、これが衝突物体および海洋構造物の弾塑性変形により吸収されると仮定し、衝突によって生じる変形量を、静的な荷重-変位曲線および衝突エネルギーから求める方法が一般的である。しかし、このような準静的取り扱いの妥当性に関しては、十分な検討が必要である。一方、衝突による損傷を動的問題として捕えた研究³⁾も報告されているが、パイプなどの 1 部材における応答に関するものがほとんどであり、構造物全体の応答および損傷を何らかの形で動的に解析した例は非常に少ない。構造全体の動的応答解析が困難な理由は、対象とする現象が、局所的変形、すなわち、パイプ部材のデント、または、ブレースなどの 1 部材に渡る変形から、全体的変形、すなわち、レグ、プラットフォームなどの変形を含み非常に複雑であり、しかも、材料および幾何学的非線形性を考慮した非線形過渡応答問題として取り扱わなければならない点にあ

* 大阪大学溶接工学研究所

** 日本鋼管(株)(研究当時大阪大学大学院)

*** 日本アイ・ビー・エム(株)(研究当時大阪大学大学院)

る。したがって、有限要素法などの通常的手段を用いた解析は、現在の計算機的能力を超えるもので、事実上不可能である。そこで、このような局所および全体的非線形挙動を考慮し、なおかつ計算効率の良い解析法の開発が模索されている。そのひとつの方向として、1部材もしくは、ある大きさの構造ユニットを1要素とし、その力学的挙動を、精密な理論解析または実験に基づき数学的にモデル化する方法⁹⁾が提案されており、静的解析において、その有効性が認められている。

しかし、何らかの方法で過渡応答が計算できた場合においても、一般に動的現象は、静的現象と比較して非常に複雑であり、個々の数値計算結果から一般性を持ち、しかも設計に反映し得る結論を導き出す過程で、かなりの困難が予想される。したがって、動的現象を整理し、その中から本質を抽出する際に指針となるべき理論的裏付けが、今後ますます必要となってくる。そこで、著者らは、衝突荷重を受けるフレーム構造物を対象として、その弾塑性応答を理論的立場から分析し、現象の大局的把握を試みた。

本報告では、まず、解析法として採用した塑性節点法の動的問題への展開および有限要素法との比較を示す。次に、ジャッキアップリグなどに見られる重量物を搭載した門型フレームが衝突荷重を受ける時の応答を解析し、時間経過に伴う塑性変形モードの移行および静的応答との対応づけという角度から現象の分析を行い、あわせて、準静的取り扱いの妥当性を検討する。最後に、衝突荷重による損傷量を予測するための簡易解析法を示し、これを用いて衝突物体の質量および初速をパラメータとした現象の分類を試みる。

2 解析理論

動的応答解析の方法として、有限要素法 (FEM) が有力な手段として一般に用いられている。しかし、船舶、海洋構造物、橋梁などにおける衝突事故のように構造物が大きな塑性損傷を被る塑性現象が支配的な問題に対しては、要素分割を非常に細かくしなければ塑性現象を精度良く追跡できないという問題がある。一方、薄肉構造物が弾塑性変形する際には、塑性域の拡がりは限定されており、いわゆる塑性関節が形成される。このような薄肉構造物の塑性変形における特徴を積極的に取り入れた解析法として、塑性節点法 (PNM)^{9)~11)}が提案されている。PNM は、有限要素法に塑性解析の考え方を導入したもので、塑性変形が節点のみに集約できることから、計算効率および現象把握の点で非常に有効な手段と考えられる。

塑性節点法と通常の有限要素法の本質的な差は、塑性変形の取り扱い方の相違にある。すなわち、FEM に

Fig.1 PNM element

いては、塑性歪が要素内に分布するという仮定の基に理論が組み立てられている。一方、PNM では、Fig.1 に示されるように実節点 i, j 間の部分をひとつの要素とし、実節点から無限小距離内側に内節点 I, J を設ける。さらに、これら内節点間は常に弾性挙動するものとし、塑性変形を内節点と実節点間の無限小区間に集約し、その挙動を塑性流れ理論を基に理想化したものが PNM である。以下に動的問題における PNM の理論展開を概説する。なお、その詳細に関しては、文献⁷⁾を参照して頂きたい。

2.1 弾性領域の運動方程式

内節点で挟まれた弾性領域に対しては、梁の弾性たわみ問題に対する通常の FEM における理論が全くそのままの形で適用できる。ただし、弾性領域内の変位は、実節点ではなく内節点上の変位 $\{u\}$, $\{u^e\}$ により規定される点が FEM と異なる。

a) 変位-歪関係：弾性領域内での変形は、Kirchhoff の仮定に従うと仮定すれば、梁のたわみを考慮した変位-歪関係は、次式で与えられる。なお、 u, w は、中性軸上での軸変位およびたわみを表わす。

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \quad (1)$$

b) 応力-歪関係：弾性領域内における応力-歪関係は E をヤング率として、次式で与えられる。

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2)$$

c) 節点力：内節点には、実節点を介して $\{X\}$ なる節点力が働くものとする。

d) 増分形の運動方程式：微小時間増分 Δt の間における変化を線形に近似すれば、(1), (2) 式より時刻 $t + \Delta t$ における増分形の運動方程式が導かれる。すなわち、

$$[K]\{\Delta u^e\} + [M]\{\Delta \ddot{u}^e\} + \{f_o\} + \{f_i\} + \{f_g\} = \{X + \Delta X\} \quad (3)$$

ここで、 $\{X\}$, $\{\Delta X\}$ は、時刻 t における節点力およびその増分であり、 $\{\Delta u^e\}$, $\{\Delta \ddot{u}^e\}$ は、内節点における変位および加速度増分を表わす。一方、 $[K]$, $[M]$ は剛性および質量マトリックス、また $\{f_o\}$, $\{f_i\}$, $\{f_g\}$ は、それぞれ、時刻 t における内部応力、慣性力、および重

力に対応した等価節点力である。

ここで、(3)式で示された運動方程式を詳細に見ると、時刻 t において運動方程式が満足されている場合、

$$\{f_o\} + \{f_i\} + \{f_g\} = \{X\} \quad (4)$$

が成立する。したがって、(4)式が満足されているならば、節点力増分 $\{\Delta X\}$ は、次式で与えられることになる。

$$\{\Delta X\} = [K]\{\Delta u^e\} + [M]\{\Delta \ddot{u}^e\} \quad (5)$$

なお、(3)式は、離散化された運動方程式の一般形を示しており、今回報告する PNM においては、軸変位を1次式、たわみを Hermite の3次式で近似し、質量マトリックスには Consistent Mass を用いた。また、剛性マトリックスを計算する際には、大たわみによるロッキングを回避するため、選択的次數低減積分⁸⁾を用いた。

2.2 塑性変形

a) 節点力：要素両端の実節点 i, j に作用する節点力 $\{X_i\}, \{X_j\}$ は、軸力 N_i, N_j 、剪断力 F_i, F_j および、モーメント M_i, M_j を用いて次のように定義される。

$$\{X_i\} = \begin{Bmatrix} N_i \\ F_i \\ M_i \end{Bmatrix}, \quad \{X_j\} = \begin{Bmatrix} N_j \\ F_j \\ M_j \end{Bmatrix} \quad (6)$$

なお、実節点および内節点における節点力は等しい。

b) 降伏関数および降伏条件：剪断力の降伏条件への影響を無視し、矩形断面梁を仮定すれば、節点 i に対する降伏関数は、次式で定義される (j 節点についても同様)。

$$F_i = (N_i/N_P)^2 + |M_i/M_P| - 1 \quad (7)$$

ただし、 N_P, M_P は、全塑性軸荷重および全塑性曲げモーメントを表わす。また、この降伏関数を用いて各節点の降伏を判定する。すなわち、

$$F_i = 0, F_j = 0 \quad (8)$$

を満足する時、要素はそれぞれの節点で降伏し、塑性変形 $\{\Delta u_i^P\}, \{\Delta u_j^P\}$ が生じる。一方、

$$F_i < 0, F_j < 0 \quad (9)$$

の時、節点は弾性状態に留まり、実節点と内節点が剛節で結ばれた状態となる。

c) 変位増分の分離：塑性負荷状態にある時、実節点における変位増分 $\{\Delta u_i\}, \{\Delta u_j\}$ は内節点における変位増分 (弾性変位増分) $\{\Delta u_i^e\}, \{\Delta u_j^e\}$ と塑性変位増分 $\{\Delta u_i^P\}, \{\Delta u_j^P\}$ の和で表わされる。すなわち

$$\begin{aligned} \{\Delta u_i\} &= \{\Delta u_i^e\} + \{\Delta u_i^P\} \\ \{\Delta u_j\} &= \{\Delta u_j^e\} + \{\Delta u_j^P\} \end{aligned} \quad (10)$$

したがって、節点が弾性状態にある時には次式が成立する。

$$\begin{aligned} \{\Delta u_i\} &= \{\Delta u_i^e\} \\ \{\Delta u_j\} &= \{\Delta u_j^e\} \end{aligned} \quad (11)$$

d) 塑性負荷条件：降伏した節点が塑性負荷する場合、次の条件を満足しなければならない。

$$\begin{aligned} \Delta F_i &= \{\partial F_i / \partial X_i\}^T \{\Delta X_i\} = \{\phi_i\}^T \{\Delta X_i\} = 0 \\ \Delta F_j &= \{\partial F_j / \partial X_j\}^T \{\Delta X_j\} = \{\phi_j\}^T \{\Delta X_j\} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

e) 塑性流れ則：降伏関数を塑性ポテンシャルと見なせば、塑性変位増分は、次式で与えられる。

$$\{\Delta u_i^P\} = \lambda_i \{\phi_i\}, \quad \{\Delta u_j^P\} = \lambda_j \{\phi_j\} \quad (13)$$

f) 節点力増分：(5)式より節点力と節点変位の増分関係を導出するため、まず(5)式中の加速度増分を Newmark の β 法を用いて変位増分で表わす。すなわち、

$$\{\Delta \ddot{u}^e\} = a \{\dot{u}^e\} + b \{\ddot{u}^e\} + c \{\Delta u^e\} \quad (14)$$

なお、Newmark の β 法におけるパラメータとして $\beta = 1/4$ を採用した。したがって、定数 a, b, c は、次のように与えられる。

$$a = -4/\Delta t, \quad b = -2, \quad c = 4/(\Delta t)^2 \quad (15)$$

さらに、(14)式を(5)式に代入することにより、節点力増分は、次式で表わされる。

$$\{\Delta X\} = [K^*]\{\Delta u^e\} + \{q\} \quad (16)$$

ただし、

$$\begin{aligned} [K^*] &= [K] + c[M] \\ \{q\} &= [M](a\{\dot{u}^e\} + b\{\ddot{u}^e\}) \end{aligned} \quad (17)$$

g) スカラー量 λ_i, λ_j の決定：(13)式において、 λ_i, λ_j は塑性変形量を定めるスカラー量であり静的問題の場合と同様に、(10), (12), (13), (16)式より全変位増分の線形関数として表わすことができる。

h) 弾性および塑性変位増分： λ_i, λ_j および(13)式より、塑性変位増分と全変位増分の関係は次式で表わされる。

$$\{\Delta u^P\} = [A^P]\{\Delta u\} + \{Q^*\} \quad (18)$$

また、弾性変位増分は、(10), (18)式より決定することができる。すなわち、

$$\{\Delta u^e\} = [A^e]\{\Delta u\} - \{Q^*\} \quad (19)$$

なお、(18), (19)式において、 $\{Q^*\}$ は全変位増分に依存しない項を表わし、 $[A^P], [A^e]$ は次式を満足する。

$$[A^P] + [A^e] = [I] \quad (20)$$

ただし、 $[I]$ は単位行列である。

i) 除荷条件：降伏条件を満足する節点、すなわち、塑性節点において、 λ_i, λ_j が正の場合、その節点は塑性負荷の状態であり、負の場合は除荷と判定する。ただし、塑性負荷中は、塑性変形のため実節点と内節点は、それぞれ異なった速度、加速度を持つのに対し、除荷の瞬間には、両節点が剛節で結ばれた形となり、それらは同一の速度、加速度を持たなければならない。これはあたかも除荷の瞬間において内節点と実節点の間で内的衝突が生じたような状態として理解できる。従って除荷直

後の速度、加速度は、運動量および平衡条件の保存のふたつの条件より定めることができる。

2.3 一要素および構造全体に対する運動方程式

弾性領域の運動方程式および節点における塑性変形を支配する方程式が導出されたので、これらを基に弾性領域および塑性節点を含めた一要素に対する運動方程式を導出する。そのために、まず(3)式で与えられた運動方程式に対して、Newmarkの β 法を適用して弾性加速度増分 $\{\Delta \ddot{u}^e\}$ を変位増分 $\{\Delta u^e\}$ で表わすと次式が得られる。

$$[K^*]\{\Delta u^e\} + \{q\} + \{f_o + f_i + f_g\} = \{X + \Delta X\} \quad (21)$$

これに、(19)式を代入すれば、実節点変位増分と節点力の関係が得られる。すなわち、

$$[\bar{K}]\{\Delta u\} = \{\bar{R}\} + \{\Delta X\} \quad (22)$$

ここで、 $[\bar{K}]$ および $\{\bar{R}\}$ は次式で定義される。

$$\begin{aligned} [\bar{K}] &= [K^*][A^e] \\ \{\bar{R}\} &= [K^*]\{Q^*\} - \{q\} - \{f_o + f_i + f_g\} + \{X\} \end{aligned} \quad (23)$$

なお、 $[\bar{K}]$ は対称行列である。さらに、(23)式で与えられた運動方程式を座標変換し、重ね合わせることで構造全体の運動方程式が得られる。

2.4 衝突条件

物体の衝突による構造物の応答解析において、衝突条件の取り扱いが非常に重要となる。その方法として弾性波の伝播を考慮した取り扱い、また、これを無視し、単に運動量および平衡条件の保存より衝突条件を求める方法などが考えられる⁹⁾。ここでは、弾塑性応答の解析が目的であるので、後者の方法がより適切であり、これを用いて衝突現象の追跡を行った。

3 FEM との比較

3.1 静的問題

ここでは軸方向に拘束されない両端固定梁を例に、PNM および FEM の比較検討を行う。まず、静的問題における比較を目的とし、中央に集中荷重を受ける梁の弾塑性変形を解析し、要素分割数の増加に対する解の収束性を検討した。なお、FEM では要素の長さ方向に4点、深さ方向に10点の Gauss 積分点を、また PNM では、それぞれ3点および2点の積分点を設けた。Fig. 2 は、梁中央のたわみ量と荷重の関係を示す。同図からも明らかのように、FEM では要素分割数が少ない時、計算で得られる最高荷重は塑性解析で求められる全塑性荷重 F_P よりもはるかに大きく、要素分割数の増加とともに F_P に収束するが収束性は悪い。これに対して、PNM では、断面の部分降伏を考慮しないので、全断面降伏まで直線的な弾性挙動を示すが、要素分割数の如何にかか

Fig. 2 Load-displacement curves of beam under static load

わらず、最高荷重は F_P に一致する。これは、PNM と FEM における降伏条件および塑性歪の分布に対する取り扱いの差に由来するものである。したがって、FEM では要素分割数が少ない場合、精度が極端に悪くなるのに対し、PNM では、塑性解析でいう所の塑性関節機構における塑性関節の位置に節点がありさえすれば最小要素分割数でも十分な精度が保証されることが分かる。

一方、主題である衝突現象の場合、時間的変動の激しい荷重よりむしろ歪エネルギーと変位の関係に注目した方が現象の把握が容易と考えられる。そこで、次に述べる動的問題との対照の意味で、全弾性歪エネルギーと荷重点変位の関係を Fig. 3 に示す。なお、両端固定された弾性梁の中央に集中荷重が作用する場合、最大モーメントは梁の両端および中央に生じ、その絶対値が全塑性モーメントに等しくなった時、すなわち塑性崩壊時に梁に貯えられる限界弾性歪エネルギーを E^* として図中の縦軸上に示した。

Fig. 3 Elastic strain energy-displacement curves of beam under static load

Fig. 4 Time-displacement curves of beam under collision (PNM)

Fig. 6 Time history of elastic strain energy (PNM)

Fig. 5 Time-displacement curves of beam under collision (FEM)

Fig. 7 Time history of elastic strain energy (FEM)

3.2 動的問題

静的問題と同じ梁に剛体を衝突させた時の弾塑性応答を PNM および FEM を用いて解き、両者の比較を示す。Fig. 4 および Fig. 5 は、梁中央点および衝突物体の変位の時間変化をそれぞれ実線と破線で、PNM, FEM について示したものである。両者を比較すると、同じ要素分割数であれば、FEM で計算された最大たわみは PNM のそれに比べて常に小さく、解の収束性についても PNM の方が優れている。また、Fig. 6, Fig. 7 に示した弾性歪エネルギーの時間変化は、このことをさらに明瞭に示している。すなわち、PNM で計算した弾性歪エネルギーは要素分割数にかかわらず、0.05s 以降は限界弾性歪エネルギー E^* を中心とし、その近傍で微小な変化を示すのみである。これに対し、FEM においては分割数が少ない場合、弾性歪エネルギーは E^* よりはるかに高い値を示し、分割数の増加と共にその値は減少するが E^* までは下らない。これらは、静的問題において見られ

Fig. 8 Plastic strain energy-displacement curves (PNM)

た特徴と本質的に同じである。

一方、PNM による結果を塑性歪エネルギーと変位の関係で整理すると、Fig. 8 が得られる。同図には静的解析の結果が比較のために一点鎖線で示されており、変形の初期段階では動的効果による差が認められるが、塑性変形が進むに従って応答は静的応答に漸近する。これは、現象が塑性支配であれば、塑性歪エネルギーと変位の関係として整理することにより、動的現象が静的現象と対応づけられることを示唆している。

4 門型構造の弾塑性応答

この章では、ジャッキアップリグなどに見られる、重量物を搭載した門型フレームに船舶などの物体が衝突する問題を想定した基本的モデルに対する解析例を示す。Fig. 9 は、解析モデルおよび解析条件を示す。ただしこの解析では動的応答をいかに把握、整理するかという問題に焦点を絞っていることから、重力は無視しプラットフォームは慣性力に対してのみ寄与するものと仮定する。また、門型フレームは、その下端において単純支持されているとし、Fig. 9 に示されるように 13 個の要素に分割した。この構造物に 5000 t の重量を持つ剛体が 7, 6, 5, 4 kt (knot) の初速でレグの中央に衝突する際の応答を PNM を用いて解析した。Fig. 10 は衝突点および衝突物体の衝突方向変位と時間の関係をそれぞれ実線および破線で示したものである。現象を詳細に分析するため、一例として、6 kt の場合について、各節点で塑性変形により吸収された塑性仕事の時間変化を Fig. 11 に示す。衝突直後の変形は弾性的であり、それに続く塑性変形は点 A, B が塑性関節となるいわゆる高次モードの変形となる。その後、しばらく弾性状態が続く、さらに点 B, C が関節となる低次の塑性変形モードが現われ、最終的には弾性振動となることが分かる。なお、いずれの塑性変形モードも衝突点に集中荷重を与えた時の静的應

性変形モードとは異なるが、このような動的応答は、Fig. 12 に示される形の静的問題に対応させることができる。すなわち、(1) プラットフォームの変位が慣性的のため拘束された状態で衝突点に荷重が加わり弾性的に

Fig. 10 Displacements at impact point of frame and colliding body

Fig. 11 Time history of plastic strain energy absorbed at nodes

Fig. 9 Frame model under collision

Fig. 12 Equivalent static deformation modes

変形する弾性状態、(2) 同じ拘束下で塑性的に変形が進む高次モードの塑性変形状態、(3) プラットフォームが動き始めることによる除荷および変形モードの移行段階、さらに(4) プラットフォームの慣性力が荷重として作用する低次モードの塑性変形状態に対応させることができる。このような塑性変形モードの移行は、全塑性歪エネルギーと衝突点変位の関係を示す Fig. 13 においても明瞭に現われている。同図中の一点鎖線は、先に述べた高次モードの塑性変形を静的に生じさせた時の曲線であり、動的応答と定量的にも良い一致が見られる。一方、図中の二点鎖線はプラットフォームを拘束しない状態で衝突点に強制変位を与えた時の静的解を示し、動的応答と全く異なった挙動を示す。

なお、前節でも述べたように PNM では、本来塑性関節が生じるべき位置に節点が配置されておれば、最小限の要素数で十分な精度の解析が可能である。たとえば、ここで示した門型フレームの場合、衝突点およびプラットフォームとレグの接合点の3点のみに関節が形成さ

Fig. 13 Plastic Strain energy-displacement curves for frame under collision

Fig. 14 Influence of mesh division (PNM)

Fig. 15 Influence of mesh division (FEM)

れ、これらを節点として持つ最小の要素分割は、4分割である。そこで、6kt の場合について、13分割および4分割を用いて、それぞれ PNM, FEM で計算し、その結果を比較する。Fig. 14, 15 は、PNM および FEM で計算した弾性および塑性吸収エネルギーの時間変化を示す。なお、図中の E_H^* , E_L^* は後に述べる高次モードおよび低次モードの塑性変形における限界弾性歪エネルギーを示す。これらより明らかなように、FEM では要素分割数が塑性挙動に大きく影響するが、PNM による解析では要素分割数による差がほとんど見られない。したがって、以降における解析では、4要素分割の PNM を用いる。

5 簡易解析法

前章では、門型フレームの塑性変形モードが高次および低次モードに分離でき、しかも、それらは静的応答に対応づけられることが明らかとなった。したがって、任意の衝突条件に対して各塑性変形モードにより吸収されるエネルギー量が推定できれば、静的解析を用いて、Fig. 13 のような変位-塑性歪エネルギー曲線を描くことができる。そこで、この節では、吸収される塑性歪エネルギーを単純な計算で推定する方法を示す。

5.1 剛塑性モデル

まず、高次モードの塑性変形における一般的傾向を把握するため、最も粗い近似として、次のような仮定に基づく剛塑性モデルによる近似解析法を考える。

仮定 1 衝突直後に生じる高次モードの変形においては、プラットフォームの変位量は小さく、衝突を受けない側のレグの弾性反力も小さいと考えられるので、これを無視し、衝突側のレグおよびプラットフォームのみ考慮する。

仮定 2 衝突側のレグは、下端で単純支持、上端で回

Fig. 16 Simplified rigid-plastic model

転が拘束されているとし、衝突点および上端が剛塑性関節で接合された2本の剛体棒として単純化する。

仮定3 レグに相当する剛体棒の質量を無視する。

以上の仮定より、系の運動は、Fig. 16に示されるように、衝突点の変位 u_1 およびプラットフォームの変位 u_2 で記述され、衝突点およびレグ上端の関節における角変位量 θ_1, θ_2 は、 L をプラットフォームの高さとして、次式で表わされる。

$$\begin{aligned}\theta_1 &= 2(2u_1 - u_2)/L \\ \theta_2 &= 2(u_1 - u_2)/L\end{aligned}\quad (24)$$

一方、塑性変形中に衝突物体およびプラットフォームに作用する抗力は、関節に全塑性モーメント M_P が働くとして塑性解析により定められ、衝突物体とプラットフォームの運動方程式は、次のように表わされる。

$$m\ddot{u}_1 = -6M_P/L, \quad M\ddot{u}_2 = 4M_P/L \quad (25)$$

この、運動方程式を解くことにより各関節における塑性角変位量およびそれらの速度が求まる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned}\theta_1 &= \frac{4}{L} V_0 t - \frac{4M_P}{L^2} \left(\frac{3}{m} + \frac{1}{M} \right) t^2, \\ \dot{\theta}_1 &= \frac{4}{L} V_0 - \frac{8M_P}{L^2} \left(\frac{3}{m} + \frac{1}{M} \right) t, \\ \theta_2 &= \frac{2}{L} V_0 t - \frac{2M_P}{L^2} \left(\frac{3}{m} + \frac{2}{M} \right) t^2, \\ \dot{\theta}_2 &= \frac{2}{L} V_0 - \frac{4M_P}{L^2} \left(\frac{3}{m} + \frac{2}{M} \right) t,\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

ここで、 V_0 は衝突物体の初速であり、 t は時間を表わす。

なお、塑性変形は、角変位速度がゼロになれば停止することから、(26)式より各関節が除荷する時刻 t_1, t_2 が求まる。すなわち、

$$t_1 = \frac{LV_0}{2M_P} \left/ \left(\frac{3}{m} + \frac{1}{M} \right) \right., \quad t_2 = \frac{LV_0}{2M_P} \left/ \left(\frac{3}{m} + \frac{2}{M} \right) \right. \quad (27)$$

ただし、(27)式から明らかなように、関節2がまず除荷し、その後、関節1が除荷する。しかし、(25)式で示された運動方程式では、時間差を有する除荷を考慮していないので、ここでは、関節2が除荷する時刻 t_2 において関節1も同時に除荷するものと仮定すれば、塑性角変位量 θ_1, θ_2 は、 t_2 を(26)式に代入することにより求められる。さらに、高次モードにより吸収される塑性歪エネルギー E_H^P は、次式により定められる。

$$E_H^P = M_P(\theta_1 + \theta_2) = E_0 \left\{ 1 - \frac{4\alpha(1+\alpha)}{(3+2\alpha)^2} \right\} \quad (28)$$

ここで、 E_0 は衝突物体の初期エネルギーを、また、 α はプラットフォームと衝突物体の質量比を表わす。すなわち、

$$E_0 = \frac{1}{2} m V_0^2, \quad \alpha = \frac{m}{M} \quad (\text{ただし、} \alpha > 0) \quad (29)$$

また、高次モードで吸収されるエネルギーの初期エネルギーに対する比をとれば、次式を得る。

$$E_H^P/E_0 = 1 - \frac{4\alpha(1+\alpha)}{(3+2\alpha)^2} \quad (30)$$

ここで明らかなように、 E_H^P と E_0 の比は、質量比にのみ依存し、初速には依存しない。また、(30)式は、 α に関する単調減少関数であることから、小さい質量を持つ物体による衝突の場合には、より大きな割合のエネルギーが高次モードにより吸収されることが分かる。なお、これらの結論は、前述の仮定条件をほぼ満足し得る問題、すなわち、衝突物体の質量がレグの質量に対して非常に大きく、また、初期エネルギー量が限界塑性歪エネルギーと比較して十分大きい場合には、現象を良く説明し得るが、その他の場合には何らかの修正が必要である。そこで、初期エネルギーおよび衝突物体の質量比が較的小さい場合の修正を考慮した擬弾塑性モデルに示す。

5.2 擬弾塑性モデル

擬弾塑性モデルでは、前述の仮定3を修正するとともに仮定4を導入する。すなわち、

仮定3' レグの質量の1/4がその上端に集中しプラットフォームと一体として運動し、また、1/2が衝突点に集中すると仮定する。

仮定4 変形過程を弾性段階と塑性段階に分け、弾性段階ではプラットフォームの運動を無視し、弾性的に吸収されるエネルギーが限界値に達した後、塑性機構としての運動を始めとする。

まず、仮定3'より、プラットフォームの質量にレグの質量の1/4を加算したものをプラットフォームの見掛の質量 M' とする。また、衝突点に置かれたレグの1/2に相当する質量は、衝突後、衝突物体と一体となり運動するので、両者の質量の和を衝突物体の見掛質量 m' とする。なお、衝突直後の速度は運動量保存則により定め

Fig. 18 Comparison of equivalent static response and dynamic response (6000 t-6 kt)

Fig. 19 Comparison of equivalent static response and dynamic response (8000 t-5 kt)

(3) プラットフォームに強制変位を与え、塑性歪エネルギーが $E_H^P + E_L^P$ に達するまで変形させる。(図中の、N-V-VI, なお、低次モードの塑性変形が始まる点Vでは、高次モードの変形により生じた残留応力のために、ふたつの関節のうち、関節Cが先に降伏する)

Fig. 18 および Fig. 19 から明らかなように、衝突荷重を受ける門型フレームの応答が、異なった境界条件における静的応答の組み合わせに対応づけられ、定量的にもほぼ良い一致が得られる。このことから、擬弾塑性モデルは、弾性挙動を限界弾性歪エネルギーの形で考慮するという粗い近似に基づいてはいるが、現象を良く説明していることがわかる。ただし、初期エネルギーが小さく、弾性現象が支配的な領域では、現象の定量的予測は不可能であり、このような領域に含まれる問題の解析に

関しては、PNM のような、より精密な解析法に頼らざるを得ないと考えられる。

6 結 言

動的応答解析に対して PNM を適用し、その理論展開を示した。さらに、これを用いて衝突荷重下における梁および門型フレームの弾塑性応答を解析し、次の結論を得た。

(1) PNM はフレーム構造の弾塑性応答解析手段として FEM より優れており、本来塑性関節が生じるべき位置に節点が配置されておれば、最小の要素数で十分な精度の解析が可能である。また、塑性歪エネルギー分布の把握が容易であり、現象を理解する上で有利である。

(2) 変位-エネルギー関係に注目した現象の整理は、動的応答を把握し、さらには静的応答との比較を行う上で有効である。

(3) 衝突荷重下における門型フレームの弾塑性応答において、塑性変形モードの移行現象が明らかになった。この種の動的問題は、静的問題に直接置き換えることはできないが、個々の変形モードについては静的問題に対応づけが可能である。

(4) 上記(3)の考察を基に、擬弾塑性モデルによる近似解法を導き、これを用いた簡易計算により、現象の分類を行った。一般的傾向として、小さい質量による衝突の場合、高次モードで吸収されるエネルギーの比は大きく、低次モードの塑性変形は生じ難い。また、動的応答が、静的応答の組み合わせとして再現でき、定量的にも良い一致が得られた。

(5) 非常に単純なフレーム構造を対象としているが、本研究で得られた成果は、より現実的な構造物における衝突現象を解明して行く上での、ひとつの指針を与えるものである。

謝 辞

今回の報告は、大阪大学工学部造船学科修士課程における一連の研究成果をまとめたものであるが、一部、補足的な数値計算を修士課程在学中の大野浩二氏に担当して頂いた。末尾ではあるが、同氏の協力に対し感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) A. S. Veritec : Worldwide Offshore Accident Databank (WOAD). Annual Statistical Report 83, Oslo, Norway, May 1984.
- 2) C. P. Ellinas and S. Valsgard : Collisions and Damage of Offshore Structures a State-of-the-art, Proc. of the 4th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering

- Symposium, Vol.2 (1985), pp.475~495.
- 3) T. H. Soreide and J. Amdahl: Deformation Characteristics of Tubular Members with Reference to Impact Loads from Collisior and Dropped Objects, Norwegian Maritime Research, Vol.2 (1982), pp.3~12.
 - 4) Y. Ueda, S. M. H. Rashed, and K. Nakacho: New Efficient and Accurate method of Non-linear Analysis of offshore Tubular Frames (The Idealized Structural Unit Method), Proc. of the 3rd International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium, Vol.1 (1984), pp.260~268.
 - 5) 上田, 赤松, 近江: マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析 (その2), 日本造船学会論文集, 126号 (1969), pp.253~262.
 - 6) 上田, 中長, 藤久保, 石川: 塑性節点法の熱弾塑性および動的問題への応用, 日本造船学会論文集, 153号 (1983), pp.200~209.
 - 7) 上田, 村川, 藤久保, 小椋: 塑性節点法を用いたフレーム構造の被衝突時における動的弾塑性応答解析, 第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集 (1985).
 - 8) 菊地, 相澤: 大たわみ問題におけるロッキングの例, 日本鋼構造協会第17回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集(1983), pp.31~36.
 - 9) T. J. R. Hughes, R. L. Taylor, J. L. Sackman, A. Curnier, and W. Kanoknukulchai.: A Finite Element Method for a Class of Contact-Impact Problems, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 8 (1976), pp. 249~276.
-