ジャッキ・アップ・リグのライン・レグ・ モデルによる振動解析 (その2)

正員 坂 田 則 彦* 正員 服 部 陽 一*
正員 松 本 互 平** 高 岡 慎***
正員 山 越 道 郎****

A Vibration Analysis of Jack-up Rig by Line Leg Model (Part 2)

by Norihiko Sakata, *Member* Yoichi Hattori, *Member*
Koohei Matsumoto, *Member* Shin Takaoka
Michio Yamakoshi, *Member*

Summary

A method is proposed to analyze the forced vibration of jack-up rig using a model made by replacing its legs and platform with equivalent beams and a rigid body, respectively, and connecting them by equivalent springs. The exciting forces by waves and currents are calculated by replacing legs with hydrodynamically equivalent cylinders. The transfer matrix method is applied to analyze the dynamic response of the above mentioned model.

The accuracy of this method is studied by comparing the results calculated by this method with tank test results by 1/45 scale model, then it has become clear that the method in this paper gives a practically sufficient results.

1 緒 言

前論文²⁾でジャッキ・アップ・リグのライン・レグ・モデルによる自由振動の解析法を示したが、今回同様なモデルによる強制振動の解析法を検討したのでその結果を報告する。すなわち、プラットフォームを剛体と仮定し、これとライン・レグをバネで結合したモデルを用い、波と潮流による起振外力が作用する場合の強制振動を遷移行列法を適用することによって解析した。また、実機の縮尺 1/45 に相当する模型を用いて行った造波水槽での波浪動的応答実験の結果と本論文の方法による計算結果を対比することにより、本論文の方法が実用上十分な精度を有することを検証した。本論文の方法によれば強制振動振幅の大きさのみならず、ライン・レグに生ずる軸力、剪断力、曲げモーメントおよび振りモーメントの大きさならびに位相を容易に計算できるので、ジャ

ッキ・アップ・リグのレグの疲労強度計算に有用である
と考える。

2 強制振動解析法

2.1 モ デ ル

本論文で用いたモデルは前論文²⁾で用いたものと全く同じである。すなわち、Fig. 1 に示すようにプラットフォームを剛体、レグをライン・レグと仮定し、両者をバネで結合したモデルで、レグ下端にはバネを配置した。また、慣性力、減衰力および波と潮流による起振力はすべて節点に作用するものとした。なお、風力は周期的変動成分が少ないので無視した。

2.2 レグの強制振動

減衰力が作用する場合には、レグの各節点の変位 u , v , w , 回転角 θ , ϕ , ψ , 剪断力 F_x , F_y , 曲げモーメント M_x , M_y , 軸力 N , 振りモーメント T は位相差を生じるので、それぞれ次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} u &= \text{Re}[\bar{u}e^{i\omega t}], \quad v = \text{Re}[\bar{v}e^{i\omega t}], \quad w = \text{Re}[\bar{w}e^{i\omega t}] \\ \theta &= \text{Re}[\bar{\theta}e^{i\omega t}], \quad \phi = \text{Re}[\bar{\phi}e^{i\omega t}], \quad \psi = \text{Re}[\bar{\psi}e^{i\omega t}] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

* 日立造船(株)海洋本部開発設計部

** 日立造船(株)技術研究所

*** 日立造船情報システム(株)

**** 九州大学工学部造船学教室

Fig. 1 Model

$$\left. \begin{aligned} F_x &= Re[\bar{F}_x e^{i\omega t}], & F_y &= Re[\bar{F}_y e^{i\omega t}] \\ M_x &= Re[\bar{M}_x e^{i\omega t}], & M_y &= Re[\bar{M}_y e^{i\omega t}] \\ N &= Re[\bar{N} e^{i\omega t}], & T &= Re[\bar{T} e^{i\omega t}] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(1) 式で一を施した変数は各々の複素振幅で、実数部が $\cos \omega t$ に比例する成分、虚数部の符号を変えたものが $\sin \omega t$ に比例する成分を表わす。また、 ω は起振力の円振動数である。

(1) フィールド行列 U

単位梁 i の上下端における状態量ベクトル Z_x, Z_y, Z_z, Z_ϕ を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} (Z_x)_i^U &= \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{\phi} \\ \bar{M}_y \\ \bar{F}_x \end{Bmatrix}_i, & (Z_y)_i^U &= \begin{Bmatrix} \bar{v} \\ \bar{\theta} \\ \bar{M}_x \\ \bar{F}_y \end{Bmatrix}_i \\ (Z_z)_i^U &= \begin{Bmatrix} \bar{w} \\ \bar{N} \end{Bmatrix}_i, & (Z_\phi)_i^U &= \begin{Bmatrix} \bar{\phi} \\ \bar{T} \end{Bmatrix}_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} (Z_x)_{i+1}^L &= \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{\phi} \\ \bar{M}_y \\ \bar{F}_x \end{Bmatrix}_{i+1}^L, & (Z_y)_{i+1}^L &= \begin{Bmatrix} \bar{v} \\ \bar{\theta} \\ \bar{M}_x \\ \bar{F}_y \end{Bmatrix}_{i+1}^L \\ (Z_z)_{i+1}^L &= \begin{Bmatrix} \bar{w} \\ \bar{N} \end{Bmatrix}_{i+1}^L, & (Z_\phi)_{i+1}^L &= \begin{Bmatrix} \bar{\phi} \\ \bar{T} \end{Bmatrix}_{i+1}^L \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし、右下のサフィックスは節点の番号を表わし、右肩のサフィックス U, L はそれぞれ節点の真上、真下の量であることを意味する。レグの質量および回転慣性モーメントは節点に集中させているので、単位梁 i の上端の状態量ベクトルは下端の状態量ベクトルにフィールド行列 $(U)_i$ を乗ずることによって表わされる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} (Z_x)_{i+1}^L &= (U_x)_i (Z_x)_i^U, & (Z_y)_{i+1}^L &= (U_y)_i (Z_y)_i^U \\ (Z_z)_{i+1}^L &= (U_z)_i (Z_z)_i^U, & (Z_\phi)_{i+1}^L &= (U_\phi)_i (Z_\phi)_i^U \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} (U_x)_i &= \begin{bmatrix} 1 & l & -l^2/(2B_L) & -l^3(1-\zeta)/(6B_L) \\ 0 & 1 & -l/B_L & -l^2/(2B_L) \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ (U_y)_i &= \begin{bmatrix} 1 & -l & -l^2/(2B_L) & -l^3(1-\zeta)/(6B_L) \\ 0 & 1 & l/B_L & l^2/(2B_L) \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ (U_z)_i &= \begin{bmatrix} 1 & l/D_L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, & (U_\phi)_i &= \begin{bmatrix} 1 & l/C_L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\zeta = 6B_L/(S_L l^2) \quad (7)$$

B_L : 単位梁 i の曲げ剛性

S_L : 単位梁 i の剪断剛性

D_L : 単位梁 i の軸剛性

C_L : 単位梁 i の振り剛性

l : 単位梁 i の節点間長さ

(2) ポイント行列 P

節点 i には慣性力 $m\ddot{u}$ 、減衰力 $C_x \dot{u}$ 、起振力 H_x^* 等が作用するので、節点直上の状態量ベクトルと直下の状態量ベクトルの間には以下の関係式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} (Z_x^*)_i^U &= (P_x^*)_i (Z_x^*)_i^L, & (Z_y^*)_i^U &= (P_y^*)_i (Z_y^*)_i^L \\ (Z_z^*)_i^U &= (P_z^*)_i (Z_z^*)_i^L, & (Z_\phi^*)_i^U &= (P_\phi^*)_i (Z_\phi^*)_i^L \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} (Z_x^*)_i^U &= \{(Z_x)_i^U, 1\}^T, & (Z_y^*)_i^U &= \{(Z_y)_i^U, 1\}^T \\ (Z_z^*)_i^U &= \{(Z_z)_i^U, 1\}^T, & (Z_\phi^*)_i^U &= \{(Z_\phi)_i^U, 1\}^T \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} (Z_x^*)_i^L &= \{(Z_x)_i^L, 1\}^T, & (Z_y^*)_i^L &= \{(Z_y)_i^L, 1\}^T \\ (Z_z^*)_i^L &= \{(Z_z)_i^L, 1\}^T, & (Z_\phi^*)_i^L &= \{(Z_\phi)_i^L, 1\}^T \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} (P_x^*)_i &= \begin{bmatrix} (P_x)_i & -(F_x)_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ (P_y^*)_i &= \begin{bmatrix} (P_y)_i & -(F_y)_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ (P_z^*)_i &= \begin{bmatrix} (P_z)_i & -(F_z)_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ (P_\phi^*)_i &= \begin{bmatrix} (P_\phi)_i & -(F_\phi)_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$(P_x)_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (I_\phi \omega^2 - iC_\phi \omega) & 1 & 0 \\ -(m\omega^2 - iC_x \omega) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} (P_y)_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -(I_\theta \omega^2 - iC_\theta \omega) & 1 & 0 \\ -(m\omega^2 - iC_y \omega) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ (P_z)_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -(m\omega^2 - iC_z \omega) & 1 \end{bmatrix} \\ (P_\phi)_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -(I_\phi \omega^2 - iC_\phi \omega) & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} (F_x)_i &= \{0, 0, -(Q_y^*)_i, (H_x^*)_i\}^T \\ (F_y)_i &= \{0, 0, (Q_x^*)_i, (H_y^*)_i\}^T \\ (F_z)_i &= \{0, (V^*)_i\}^T, \quad (F_\phi)_i = \{0, (Q_z^*)_i\}^T \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

m : 質点 i の質量

I_θ : 質点 i の x 軸まわりの回転慣性モーメント

I_ϕ : 質点 i の y 軸まわりの回転慣性モーメント

I_ϕ : 質点 i の z 軸まわりの回転慣性モーメント

ω : 振動の円振動数

C_x : 変位速度に比例する x 方向減衰係数

C_y : 変位速度に比例する y 方向減衰係数

C_z : 変位速度に比例する z 方向減衰係数

C_θ : 回転角速度に比例する x 軸まわり減衰係数

C_ϕ : 回転角速度に比例する y 軸まわり減衰係数

C_ϕ : 回転角速度に比例する z 軸まわり減衰係数

$(H_x^*)_i$: 節点 i に作用する x 軸方向水平起振力

$(H_y^*)_i$: 節点 i に作用する y 軸方向水平起振力

$(V^*)_i$: 節点 i に作用する z 軸方向水平起振力

$(Q_x^*)_i$: 節点 i に作用する x 軸まわりの起振モーメント

$(Q_y^*)_i$: 節点 i に作用する y 軸まわりの起振モーメント

$(Q_z^*)_i$: 節点 i に作用する z 軸まわりの起振モーメント

(3) 端部条件行列 A

海底地盤の弾性変形の影響を考慮するものとし、レグ下端は垂直バネおよび x, y 軸まわりの回転バネで支持され、水平方向変位と垂直軸まわりの回転は拘束されていると仮定する。したがって、レグ下端の力およびモーメントを未知量とすれば、レグ下端の状態量ベクトル $(Z^*)_1^L$ は端部条件行列 A^* によって (14) 式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} (Z_x^*)_1^L &= A_x^* X_1^*, \quad (Z_y^*)_1^L = A_y^* X_2^* \\ (Z_z^*)_1^L &= A_z^* X_3^*, \quad (Z_\phi^*)_1^L = A_\phi^* X_4^* \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_x^* &= \begin{bmatrix} A_x & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_y^* = \begin{bmatrix} A_y & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ A_z^* &= \begin{bmatrix} A_z & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_\phi^* = \begin{bmatrix} A_\phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} X_1^* &= \{X_1, 1\}^T, \quad X_2^* = \{X_2, 1\}^T \\ X_3^* &= \{X_3, 1\}^T, \quad X_4^* = \{X_4, 1\}^T \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} A_x &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1/K_\phi & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/K_\theta & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ A_z &= \begin{bmatrix} 1/K_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_\phi = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \{(\bar{M}_y)_1^L, (\bar{F}_x)_1^L\}^T, \quad X_2 = \{(\bar{M}_x)_1^L, (\bar{F}_y)_1^L\}^T \\ X_3 &= \{(\bar{N})_1^L\}^T, \quad X_4 = \{(\bar{T})_1^L\}^T \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

K_w : 海底地盤の垂直バネ定数

K_θ : 海底地盤の x 軸まわり回転バネ定数

K_ϕ : 海底地盤の y 軸まわり回転バネ定数

(4) 遷移行列 T

以上で求めたフィールド行列、ポイント行列、端部条件行列を用いれば、Fig. 2 に示すように水面下のレグ節点 $1 \sim m$ に波起振力 F が作用する場合の節点 $i+1$ 直下の状態量ベクトル $(Z^*)_{i+1}^L$ は、レグ下端の未知ベクトル X と遷移行列 T^* によって以下のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} (Z_x^*)_{i+1}^L &= (T_x^*)_i X_1^*, \quad (Z_y^*)_{i+1}^L = (T_y^*)_i X_2^* \\ (Z_z^*)_{i+1}^L &= (T_z^*)_i X_3^*, \quad (Z_\phi^*)_{i+1}^L = (T_\phi^*)_i X_4^* \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} (T_x^*)_i &= \left\{ \prod_{j=1}^i (U_x^*)_j (P_x^*)_j \right\} A_x^* \\ (T_y^*)_i &= \left\{ \prod_{j=1}^i (U_y^*)_j (P_y^*)_j \right\} A_y^* \\ (T_z^*)_i &= \left\{ \prod_{j=1}^i (U_z^*)_j (P_z^*)_j \right\} A_z^* \\ (T_\phi^*)_i &= \left\{ \prod_{j=1}^i (U_\phi^*)_j (P_\phi^*)_j \right\} A_\phi^* \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Fig. 2 Wave Force and Transfer Matrix

$$\left. \begin{aligned} (U_x^*)_j &= \begin{bmatrix} (U_x)_j & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, (U_y^*)_j = \begin{bmatrix} (U_y)_j & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ (U_z^*)_j &= \begin{bmatrix} (U_z)_j & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, (U_\psi^*)_j = \begin{bmatrix} (U_\psi)_j & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

(5) プラットフォームとレグの結合条件

プラットフォームは F 点でバネを介してレグの節点 $n+1$ に結合されているものと仮定する。バネを介してレグに伝達される力およびモーメントを次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} (H_x)_F &= Re[(\bar{H}_x)_F e^{i\omega t}], (H_y)_F = Re[(\bar{H}_y)_F e^{i\omega t}] \\ (V)_F &= Re[(\bar{V})_F e^{i\omega t}] \\ (Q_x)_F &= Re[(\bar{Q}_x)_F e^{i\omega t}], (Q_y)_F = Re[(\bar{Q}_y)_F e^{i\omega t}] \\ (Q_z)_F &= Re[(\bar{Q}_z)_F e^{i\omega t}] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

(22) 式の関係を用いて節点 $n+1$ における力の釣合い条件を表わせば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (\bar{F}_x)_{n+1}^L &= (\bar{F}_x)_{n+1}^U + \{m_{n+1}\omega^2 - i(C_x)_{n+1}\omega\} \\ &\quad \times (\bar{u})_{n+1}^L + (\bar{H}_x)_F \\ (\bar{F}_y)_{n+1}^L &= (\bar{F}_y)_{n+1}^U + \{m_{n+1}\omega^2 - i(C_y)_{n+1}\omega\} \\ &\quad \times (\bar{v})_{n+1}^L + (\bar{H}_y)_F \\ (\bar{N})_{n+1}^L &= (\bar{N})_{n+1}^U + \{m_{n+1}\omega^2 - i(C_z)_{n+1}\omega\} \\ &\quad \times (\bar{w})_{n+1}^L + (\bar{V})_F \\ (\bar{M}_x)_{n+1}^L &= (\bar{M}_x)_{n+1}^U + \{(I_\theta)_{n+1}\omega^2 - i(C_\theta)_{n+1}\omega\} \\ &\quad \times (\bar{\theta})_{n+1}^L + (\bar{Q}_x)_F \\ (\bar{M}_y)_{n+1}^L &= (\bar{M}_y)_{n+1}^U - \{(I_\phi)_{n+1}\omega^2 - i(C_\phi)_{n+1}\omega\} \\ &\quad \times (\bar{\phi})_{n+1}^L + (\bar{Q}_y)_F \\ (\bar{T})_{n+1}^L &= (\bar{T})_{n+1}^U + \{(I_\psi)_{n+1}\omega^2 - i(C_\psi)_{n+1}\omega\} \\ &\quad \times (\bar{\psi})_{n+1}^L + (\bar{Q}_z)_F \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ここで、F 点における変位 u_F, v_F, w_F と回転角 θ_F, ϕ_F, ψ_F を次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} u_F &= Re[\bar{u}_F e^{i\omega t}], v_F = Re[\bar{v}_F e^{i\omega t}] \\ w_F &= Re[\bar{w}_F e^{i\omega t}] \\ \theta_F &= Re[\bar{\theta}_F e^{i\omega t}], \phi_F = Re[\bar{\phi}_F e^{i\omega t}] \\ \psi_F &= Re[\bar{\psi}_F e^{i\omega t}] \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

しかるときは、F 点と節点 $n+1$ における変位の間には次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} (\bar{u})_{n+1}^L &= \bar{u}_F - (\bar{H}_x)_F / K_H \\ (\bar{v})_{n+1}^L &= \bar{v}_F - (\bar{H}_y)_F / K_H \\ (\bar{w})_{n+1}^L &= \bar{w}_F - (\bar{V})_F / K_V \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} B_x &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/K_H \\ 0 & 1 & 1/K_M & 0 \\ -(J_x^*)_{n+1}\omega^2 & -(I_\phi^*)_{n+1}\omega^2 & 1 - (I_\theta^*)_{n+1}\omega^2/K_M & (J_x^*)_{n+1}\omega^2/K_H \\ (m_x^*)_{n+1}\omega^2 & (J_x^*)_{n+1}\omega^2 & (J_x^*)_{n+1}\omega^2/K_M & 1 - (m_x^*)_{n+1}\omega^2/K_H \end{bmatrix} \\ B_y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/K_H \\ 0 & 1 & -1/K_M & 0 \\ -(J_y^*)_{n+1}\omega^2 & (I_\theta^*)_{n+1}\omega^2 & 1 - (I_\phi^*)_{n+1}\omega^2/K_M & (J_y^*)_{n+1}\omega^2/K_H \\ (m_y^*)_{n+1}\omega^2 & -(J_y^*)_{n+1}\omega^2 & (J_y^*)_{n+1}\omega^2/K_M & 1 - (m_y^*)_{n+1}\omega^2/K_H \end{bmatrix} \\ B_z &= \begin{bmatrix} 1 & -1/K_V \\ (m_z^*)_{n+1}\omega^2 & 1 - (m_z^*)_{n+1}\omega^2/K_V \end{bmatrix}, B_\psi = \begin{bmatrix} 1 & -1/K_T \\ (I_\psi^*)_{n+1}\omega^2 & 1 - (I_\psi^*)_{n+1}\omega^2/K_T \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} (\bar{\theta})_{n+1}^L &= \bar{\theta}_F - (\bar{Q}_x)_F / K_M \\ (\bar{\phi})_{n+1}^L &= \bar{\phi}_F + (\bar{Q}_y)_F / K_M \\ (\bar{\psi})_{n+1}^L &= \bar{\psi}_F - (\bar{Q}_z)_F / K_T \end{aligned} \right\}$$

ここに、

K_H : 水平方向伸縮バネ定数

K_V : 垂直方向伸縮バネ定数

K_M : x および y 軸まわりの回転バネ定数

K_T : z 軸まわりの回転バネ定数

ここで、節点 $n+1$ から上のレグは弾性変形を無視し直線的に変形するものと仮定すれば、節点 $n+1$ の直上に作用する力は次式より求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} (\bar{F}_x)_{n+1}^U &= \sum_{k=n+2}^{\infty} \{m_k \omega^2 - i(C_x)_k \omega\} \\ &\quad \times \{(\bar{u})_{n+1}^L + (\bar{\phi})_{n+1}^L \xi_k\} \\ (\bar{F}_y)_{n+1}^U &= \sum_{k=n+2}^{\infty} \{m_k \omega^2 - i(C_y)_k \omega\} \\ &\quad \times \{(\bar{v})_{n+1}^L - (\bar{\theta})_{n+1}^L \xi_k\} \\ (\bar{N})_{n+1}^U &= \sum_{k=n+2}^{\infty} \{m_k \omega^2 - i(C_z)_k \omega\} (\bar{w})_{n+1}^L \\ (\bar{M}_x)_{n+1}^U &= \sum_{k=n+2}^{\infty} \{-m_k \omega^2 + i(C_y)_k \omega\} \\ &\quad \times \{(\bar{v})_{n+1}^L - (\bar{\theta})_{n+1}^L \xi_k\} \xi_k \\ &\quad + \sum_{k=n+2}^{\infty} \{(I_\theta)_k \omega^2 - i(C_\theta)_k \omega\} (\bar{\theta})_{n+1}^L \\ (\bar{M}_y)_{n+1}^U &= \sum_{k=n+2}^{\infty} \{-m_k \omega^2 + i(C_x)_k \omega\} \\ &\quad \times \{(\bar{u})_{n+1}^L + (\bar{\phi})_{n+1}^L \xi_k\} \xi_k \\ &\quad + \sum_{k=n+2}^{\infty} \{-(I_\phi)_k \omega^2 + i(C_\phi)_k \omega\} (\bar{\phi})_{n+1}^L \\ (\bar{T})_{n+1}^U &= \sum_{k=n+2}^{\infty} \{(I_\psi)_k \omega^2 - i(C_\psi)_k \omega\} (\bar{\psi})_{n+1}^L \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ここに、 ξ_k は節点 $n+1$ と節点 k の間の垂直距離である。したがって、(23), (25), (26) 式より、節点 $n+1$ 直下の状態量ベクトルは次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (Z_x^*)_{n+1}^L &= B_x^* (Y_1^*)_F, (Z_y^*)_{n+1}^L = B_y^* (Y_2^*)_F \\ (Z_z^*)_{n+1}^L &= B_z^* (Y_3^*)_F, (Z_\psi^*)_{n+1}^L = B_\psi^* (Y_4^*)_F \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} B_x^* &= \begin{bmatrix} B_x & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_y^* = \begin{bmatrix} B_y & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ B_z^* &= \begin{bmatrix} B_z & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_\psi^* = \begin{bmatrix} B_\psi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} (Y_1^*)_F &= \{(Y_1)_F, 1\}^T, (Y_2^*)_F = \{(Y_2)_F, 1\}^T \\ (Y_3^*)_F &= \{(Y_3)_F, 1\}^T, (Y_4^*)_F = \{(Y_4)_F, 1\}^T \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned}
 (Y_1)_F &= \{\bar{u}_F, \bar{\phi}_F, (\bar{Q}_y)_F, (\bar{H}_x)_F\}^T \\
 (Y_2)_F &= \{\bar{v}_F, \bar{\theta}_F, (\bar{Q}_x)_F, (\bar{H}_y)_F\}^T \\
 (Y_3)_F &= \{\bar{w}_F, (\bar{V})_F\}^T, (Y_4)_F = \{\bar{\psi}_F, (\bar{Q}_z)_F\}^T \\
 (m_x^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+1} m_k - i \left\{ \sum_{k=n+1} (C_x)_k \right\} / \omega \\
 (m_y^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+1} m_k - i \left\{ \sum_{k=n+1} (C_y)_k \right\} / \omega \\
 (m_z^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+1} m_k - i \left\{ \sum_{k=n+1} (C_z)_k \right\} / \omega \\
 (J_x^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+2} m_k \xi_k - i \left\{ \sum_{k=n+2} (C_x)_k \xi_k \right\} / \omega \\
 (J_y^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+2} m_k \xi_k - i \left\{ \sum_{k=n+2} (C_y)_k \xi_k \right\} / \omega \\
 (I_\theta^*)_{n+1} &= \left\{ \sum_{k=n+2} m_k \xi_k^2 + \sum_{k=n+1} (I_\theta)_k \right\} \\
 &\quad - i \left\{ \sum_{k=n+2} (C_v)_k \xi_k^2 + \sum_{k=n+1} (C_\theta)_k \right\} / \omega \\
 (I_\phi^*)_{n+1} &= \left\{ \sum_{k=n+2} m_k \xi_k^2 + \sum_{k=n+1} (I_\phi)_k \right\} \\
 &\quad - i \left\{ \sum_{k=n+2} (C_u)_k \xi_k^2 + \sum_{k=n+1} (C_\phi)_k \right\} / \omega \\
 (I_\psi^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+1} (I_\psi)_k - i \left\{ \sum_{k=n+1} (C_\psi)_k \right\} / \omega
 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned}
 (m_x^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+1} m_k - i \left\{ \sum_{k=n+1} (C_x)_k \right\} / \omega \\
 (m_y^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+1} m_k - i \left\{ \sum_{k=n+1} (C_y)_k \right\} / \omega \\
 (m_z^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+1} m_k - i \left\{ \sum_{k=n+1} (C_z)_k \right\} / \omega \\
 (J_x^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+2} m_k \xi_k - i \left\{ \sum_{k=n+2} (C_x)_k \xi_k \right\} / \omega \\
 (J_y^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+2} m_k \xi_k - i \left\{ \sum_{k=n+2} (C_y)_k \xi_k \right\} / \omega \\
 (I_\theta^*)_{n+1} &= \left\{ \sum_{k=n+2} m_k \xi_k^2 + \sum_{k=n+1} (I_\theta)_k \right\} \\
 &\quad - i \left\{ \sum_{k=n+2} (C_v)_k \xi_k^2 + \sum_{k=n+1} (C_\theta)_k \right\} / \omega \\
 (I_\phi^*)_{n+1} &= \left\{ \sum_{k=n+2} m_k \xi_k^2 + \sum_{k=n+1} (I_\phi)_k \right\} \\
 &\quad - i \left\{ \sum_{k=n+2} (C_u)_k \xi_k^2 + \sum_{k=n+1} (C_\phi)_k \right\} / \omega \\
 (I_\psi^*)_{n+1} &= \sum_{k=n+1} (I_\psi)_k - i \left\{ \sum_{k=n+1} (C_\psi)_k \right\} / \omega
 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

したがって、(19) 式と (27) 式より、波起振力がある場合の F 点における状態量ベクトルは次式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned}
 (Y_1^*)_F &= H_1^*(X_1^*)_F, (Y_2^*)_F = H_2^*(X_2^*)_F \\
 (Y_3^*)_F &= H_3^*(X_3^*)_F, (Y_4^*)_F = H_4^*(X_4^*)_F
 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned}
 H_1^* &= (B_x^*)^{-1}(T_x^*)_n, H_2^* = (B_y^*)^{-1}(T_y^*)_n \\
 H_3^* &= (B_z^*)^{-1}(T_z^*)_n, H_4^* = (B_\phi^*)^{-1}(T_\phi^*)_n
 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

ここで、 Y_F^* と X_F^* を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned}
 Y_F^* &= \{(Y_1^*)_F, (Y_2^*)_F, (Y_3^*)_F, (Y_4^*)_F\}^T \\
 X_F^* &= \{(X_1^*)_F, (X_2^*)_F, (X_3^*)_F, (X_4^*)_F\}^T
 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

しかるときは、

$$Y_F^* = H^* X_F^* \quad (36)$$

ここに、

$$H^* = \begin{bmatrix} H_1^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_2^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_3^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_4^* \end{bmatrix} \quad (37)$$

以上の関係式は F レグに対して求めたが、P および S レグに対しても同様な関係式が成立する。ジャッキ・アップ・リグのレグの構造は同一であり、またレグ下端の海底地盤の固さもよほど特別な着地をしていない限り 3 本のレグの間に差は無いと考えられるので、先に示したフィールド行列、ポイント行列および端部条件行列を掛け合わせたいわゆる遷移行列は 3 本のレグとも等しい。したがって、(37) 式の行列 H^* は通常 3 本のレグで等しくなる。

2.3 プラットフォームおよびレグの強制振動

プラットフォームとレグの結合点 F, P, S において、レグからプラットフォームに作用する力 $H_x, H_y, V, Q_x, Q_y, Q_z$ をそれぞれ右下にサフィックス F, P, S を付け

て区別するものとすれば、減衰を考慮した場合の剛体プラットフォームの運動方程式は前論文²⁾の記号をそのまま使用することにより以下のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned}
 m_0 \ddot{u}_0 + C_{x0} \dot{u}_0 + (H_x)_F + (H_x)_P + (H_x)_S &= 0 \\
 m_0 \ddot{v}_0 + C_{y0} \dot{v}_0 + (H_y)_F + (H_y)_P + (H_y)_S &= 0 \\
 m_0 \ddot{w}_0 + C_{z0} \dot{w}_0 + (V)_F + (V)_P + (V)_S &= 0 \\
 I_{\theta 0} \ddot{\theta}_0 + C_{\theta 0} \dot{\theta}_0 + (Q_x)_F + (Q_x)_P + (Q_x)_S \\
 + (V)_F Y_F + (V)_P Y_P + (V)_S Y_S \\
 - (H_y)_F Z_F - (H_y)_P Z_P - (H_y)_S Z_S &= 0 \\
 I_{\phi 0} \ddot{\phi}_0 + C_{\phi 0} \dot{\phi}_0 - (Q_y)_F - (Q_y)_P - (Q_y)_S \\
 - (V)_F X_F - (V)_P X_P - (V)_S X_S \\
 + (H_x)_F Z_F + (H_x)_P Z_P + (H_x)_S Z_S &= 0 \\
 I_{\psi 0} \ddot{\psi}_0 + C_{\psi 0} \dot{\psi}_0 + (Q_z)_F + (Q_z)_P + (Q_z)_S \\
 - (H_x)_F Y_F - (H_x)_P Y_P - (H_x)_S Y_S \\
 + (H_y)_F X_F + (H_y)_P X_P + (H_y)_S X_S &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

(38) 式で $C_{x0}, C_{y0}, C_{z0}, C_{\theta 0}, C_{\phi 0}, C_{\psi 0}$ はプラットフォーム重心点における振動速度に比例する減衰係数で、 $m_0, I_{\theta 0}, I_{\phi 0}, I_{\psi 0}$ はプラットフォーム全体の質量と X, Y, Z 軸まわりの回転慣性モーメントである。また、 $\dot{u}_0, \dot{v}_0, \dot{w}_0, \dot{\theta}_0, \dot{\phi}_0, \dot{\psi}_0$ および $\ddot{u}_0, \ddot{v}_0, \ddot{w}_0, \ddot{\theta}_0, \ddot{\phi}_0, \ddot{\psi}_0$ はそれぞれ原点 0 におけるプラットフォームの X, Y, Z 軸方向速度と加速度、 X, Y, Z 軸まわりの回転速度と回転加速度である。ここで、 $u_0, v_0, w_0, \theta_0, \phi_0, \psi_0$ を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned}
 u_0 &= Re[\bar{u}_0 e^{i\omega t}], v_0 = Re[\bar{v}_0 e^{i\omega t}], w_0 = Re[\bar{w}_0 e^{i\omega t}] \\
 \theta_0 &= Re[\bar{\theta}_0 e^{i\omega t}], \phi_0 = Re[\bar{\phi}_0 e^{i\omega t}], \psi_0 = Re[\bar{\psi}_0 e^{i\omega t}]
 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

この関係を用いて (38) 式を変数分離すれば次式を得る。

$$(\omega^2 M_0 - i\omega C_0) u_0 + f_F + f_P + f_S = 0 \quad (40)$$

ここに、

$$u_0 = \{\bar{u}_0, \bar{v}_0, \bar{w}_0, \bar{\theta}_0, \bar{\phi}_0, \bar{\psi}_0\}^T \quad (41)$$

$$M_0 = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{\theta 0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\phi 0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\psi 0} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} C_{x0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{y0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{z0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{\theta 0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{\phi 0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{\psi 0} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$f_F = C_F F_F, f_P = C_P F_P, f_S = C_S F_S \quad (44)$$

$$C_F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_F & -Y_F & -1 & 0 & 0 \\ -Z_F & 0 & X_F & 0 & 1 & 0 \\ Y_F & -X_F & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\mathbf{F}_F = \{(\bar{H}_x)_F, (\bar{H}_y)_F, (\bar{V})_F, (\bar{Q}_x)_F, (\bar{Q}_y)_F, (\bar{Q}_z)_F\}^T \quad (46)$$

(44) 式の $\mathbf{C}_P, \mathbf{C}_S, \mathbf{F}_P, \mathbf{F}_S$ は P および S レグに対して
(45) 式, (46) 式と同様に定義する。

$\mathbf{F}_F$ は状態量ベクトル $\mathbf{Y}_F^*$ から力成分のみを抽出し、
荷重項を分離して表わせば次のようになる。

$$\mathbf{F}_F = \mathbf{G}\mathbf{G}_3^* \mathbf{Y}_F^* = \mathbf{G}(\mathbf{H}\mathbf{X}_F - \mathbf{W}_F) \quad (47)$$

ここに、

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\mathbf{G}_3^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}_3^* \mathbf{H}^* \mathbf{G}_4^* \quad (49)$$

$$\mathbf{G}_4^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\mathbf{X}_F = \{(\mathbf{X}_1)_F, (\mathbf{X}_2)_F, (\mathbf{X}_3)_F, (\mathbf{X}_4)_F\}^T \quad (51)$$

$$\mathbf{W}_F = \{(\mathbf{W}_1)_F, (\mathbf{W}_2)_F, (\mathbf{W}_3)_F, (\mathbf{W}_4)_F\}^T \quad (52)$$

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{W}_1)_F &= -\mathbf{B}_x^{-1} \mathbf{G}_5^* (\mathbf{T}_x^*)_n \mathbf{G}_6^* \\ (\mathbf{W}_2)_F &= -\mathbf{B}_y^{-1} \mathbf{G}_5^* (\mathbf{T}_y^*)_n \mathbf{G}_6^* \\ (\mathbf{W}_3)_F &= -\mathbf{B}_z^{-1} \mathbf{G}_7^* (\mathbf{T}_z^*)_n \mathbf{G}_8^* \\ (\mathbf{W}_4)_F &= -\mathbf{B}_\phi^{-1} \mathbf{G}_7^* (\mathbf{T}_\phi^*)_n \mathbf{G}_8^* \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}_5^* &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_6^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{G}_7^* &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_8^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

一方、前論文²⁾と同じ考え方で、座標原点 0 における
変位ベクトル $\mathbf{u}_0$ は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_0 &= \mathbf{D}_F \mathbf{u}_F = \mathbf{D}_F \mathbf{E} \mathbf{G}_3^* \mathbf{Y}_F^* = \mathbf{D}_F \mathbf{E} (\mathbf{H} \mathbf{X}_F - \mathbf{W}_F) \\ &\equiv \mathbf{R}_F \mathbf{X}_F - \mathbf{D}_F \mathbf{E} \mathbf{W}_F \end{aligned} \quad (55)$$

ここに、

$$\mathbf{D}_F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_F & Y_F \\ 0 & 1 & 0 & Z_F & 0 & -X_F \\ 0 & 0 & 1 & -Y_F & X_F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\mathbf{u}_F = \{\bar{u}_F, \bar{v}_F, \bar{w}_F, \bar{\theta}_F, \bar{\phi}_F, \bar{\psi}_F\}^T \quad (57)$$

$$\mathbf{R}_F = \mathbf{D}_F \mathbf{E} \mathbf{H} \quad (58)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

故に、(55) 式より、

$$\mathbf{X}_F = \mathbf{R}_F^{-1} (\mathbf{u}_0 + \mathbf{D}_F \mathbf{E} \mathbf{W}_F) \quad (60)$$

したがって、(47) 式より、

$$\mathbf{F}_F = \mathbf{G} \mathbf{H}_F \mathbf{R}_F^{-1} \mathbf{u}_0 + \mathbf{G} \mathbf{H}_F \mathbf{R}_F^{-1} \mathbf{D}_F \mathbf{E} \mathbf{W}_F - \mathbf{G} \mathbf{W}_F \quad (61)$$

故に、(44) 式より、

$$\mathbf{f}_F = \mathbf{Q}_F (\mathbf{R}_F)^{-1} \mathbf{u}_0 + \mathbf{S}_F \mathbf{W}_F \quad (62)$$

ここに、

$$\mathbf{Q}_F = \mathbf{C}_F \mathbf{G} \mathbf{H}_F, \quad \mathbf{S}_F = \mathbf{Q}_F \mathbf{R}_F^{-1} \mathbf{D}_F \mathbf{E} - \mathbf{C}_F \mathbf{G} \quad (63)$$

同様にして、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_P &= \mathbf{R}_P^{-1} (\mathbf{u}_0 + \mathbf{D}_P \mathbf{E} \mathbf{W}_P) \\ \mathbf{X}_S &= \mathbf{R}_S^{-1} (\mathbf{u}_0 + \mathbf{D}_S \mathbf{E} \mathbf{W}_S) \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{f}_P &= \mathbf{Q}_P (\mathbf{R}_P)^{-1} \mathbf{u}_0 + \mathbf{S}_P \mathbf{W}_P \\ \mathbf{f}_S &= \mathbf{Q}_S (\mathbf{R}_S)^{-1} \mathbf{u}_0 + \mathbf{S}_S \mathbf{W}_S \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Q}_P &= \mathbf{C}_P \mathbf{G} \mathbf{H}_P, \quad \mathbf{Q}_S = \mathbf{C}_S \mathbf{G} \mathbf{H}_S \\ \mathbf{S}_P &= \mathbf{Q}_P \mathbf{R}_P^{-1} \mathbf{D}_P \mathbf{E} - \mathbf{C}_P \mathbf{G}, \quad \mathbf{S}_S = \mathbf{Q}_S \mathbf{R}_S^{-1} \mathbf{D}_S \mathbf{E} - \mathbf{C}_S \mathbf{G} \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

(62), (65) 式を (40) 式に代入して整理すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} (\omega^2 \mathbf{M}_0 - i\omega \mathbf{C}_0 + \mathbf{Q}_F \mathbf{R}_F^{-1} + \mathbf{Q}_P \mathbf{R}_P^{-1} + \mathbf{Q}_S \mathbf{R}_S^{-1}) \mathbf{u}_0 \\ + \mathbf{S}_F \mathbf{W}_F + \mathbf{S}_P \mathbf{W}_P + \mathbf{S}_S \mathbf{W}_S = 0 \end{aligned} \quad (67)$$

(67) 式はプラットフォーム重心点の 6 つの変位成分からなるベクトル $\mathbf{u}_0$ を未知量とする 6 元の連立一次方程式である。したがって、 $\mathbf{u}_0$ は (67) 式を解くことによって容易に求めることが可能である。 $\mathbf{u}_0$ が求めれば、(60) 式および (64) 式に $\mathbf{u}_0$ を代入することにより、レグ下端の未知ベクトル $\mathbf{X}$ を求めることができる。 $\mathbf{X}$ が求めればライン・レグの任意の節点 $i+1$ 直下の状態量ベクトルは次式で求まる。

$$(\mathbf{Z})_{i+1}^L = \mathbf{G}_3^* (\mathbf{T}^*)_i \mathbf{X}^* \quad (68)$$

ここに、

$$\begin{aligned} (\mathbf{Z})^L &= \{(\mathbf{Z}_x)_i^L, (\mathbf{Z}_y)_i^L, (\mathbf{Z}_z)_i^L, (\mathbf{Z}_\phi)_i^L\}^T \\ (\mathbf{T}^*)_i &= \{(\mathbf{T}_x^*)_i, (\mathbf{T}_y^*)_i, (\mathbf{T}_z^*)_i, (\mathbf{T}_\phi^*)_i\}^T \end{aligned} \quad (69)$$

2.4 波起振力

ジャッキ・アップ・リグに強制振動を発生させる起振源と考えられるものは波、潮流、風である。この中で風は一般的に周期性が無いので起振源としては考えないが、潮流は波粒子の速度に大きく影響するので考慮する。ところで、波と潮流によって、ライン・レグの単位長さ当りに作用する波荷重 $p_{we}(Z)$ はモリソンの式を用いれば次式で求まる（付録1参照）。

$$p_{we}(Z) = \sqrt{\Psi^2(Z) + A^2(Z)} \cos(kX' + \omega t - \delta_p) + \Omega(Z) \quad (70)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \Psi(Z) &= -(1/8)\rho\pi D^2 H_w \omega^2 e^{k(Z+d_2)} \\ A(Z) &= -\{8/(3\pi)\}\eta_1 C_2 + \eta_2 C_1 - (4/\pi)\eta_3 C_0 \\ \Omega(Z) &= (1/2)\eta_4 C_2 - (2/\pi)\eta_5 C_1 + \eta_6 C_0 \end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \eta_1 &= (3/8)\{3 \cos \theta_1 - (1/3) \cos(3\theta_1)\} \\ \eta_2 &= \eta_4 = (2/\pi)\{\theta_1 - (1/2) \sin(2\theta_1)\} \\ \eta_3 &= \eta_5 = \cos \theta_1, \quad \eta_6 = (2/\pi)\theta_1 \end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} C_0 &= (1/2)\rho C_D D u_{c0}^2 \{(Z+d_1+d_2)/d_1\}^{2\alpha} \\ C_1 &= -(1/2)\rho C_D D H_w \omega e^{k(Z+d_2)} u_{c0} \{(Z+d_1+d_2)/d_1\}^\alpha \\ C_2 &= (1/2)\rho C_D D (H_w^2/4) \omega^2 e^{2k(Z+d_2)} \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \sin^{-1} [u_{c0} \{(Z+d_1+d_2)/d_1\}^\alpha / \{(H_w/2)\omega e^{k(Z+d_2)}\}] \equiv \sin^{-1} \Xi \\ 0 \leq \Xi \leq 1 \text{ のとき} & \quad 0 \leq \theta_1 \leq \pi/2 \\ 1 \leq \Xi \text{ のとき} & \quad \theta_1 = \pi/2 \\ -1 \leq \Xi \leq 0 \text{ のとき} & \quad -\pi/2 \leq \theta_1 \leq 0 \\ -1 \geq \Xi \text{ のとき} & \quad \theta_1 = -\pi/2 \end{aligned} \quad (74)$$

$$\delta_p = \tan^{-1} \{A(Z)/\Psi(Z)\} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} X' &= X \cos \chi + Y \sin \chi, \quad k = 2\pi/L_w \\ L_w &= gT_w^2/(2\pi) = 2\pi g/\omega^2 \end{aligned} \quad (76)$$

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{4V_0/(\pi h)} \\ C_D &= \left(\sum_{i=1}^n C_{iD} D_i l_i \sin^3 \gamma_i \right) / (Dh) \\ \gamma_i &= \sin^{-1} \sqrt{\sin^2 \beta_i + \cos^2 \beta_i \sin^2 \alpha_i} \end{aligned} \quad (77)$$

H_w : 波高, T_w : 波周期, ω : 波の円振動数

u_{c0} : 表面の潮流速度

α : 潮流速度の深さ方向分布係数

なお、 $\rho, d_1, d_2, V_0, h, C_{iD}, D_i, l_i, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 等については前論文¹⁾に示している。(70)式の $\Omega(Z)$ は周期性を持たない力であり、強制振動に寄与しないので起振力とは考えない。(70)式の $\Omega(Z)$ を無視し、 $\cos \omega t$ に比例する項と $\sin \omega t$ に比例する項に分解すれば、

$$\tilde{p}_{we}(Z) = p_c(Z) \cos \omega t - p_s(Z) \sin \omega t \quad (78)$$

ここに、

$$\begin{aligned} p_c(Z) &= \sqrt{\Psi^2(Z) + A^2(Z)} \cos(kX' - \delta_p) \\ p_s(Z) &= \sqrt{\Psi^2(Z) + A^2(Z)} \sin(kX' - \delta_p) \end{aligned} \quad (79)$$

$p_c(Z), p_s(Z)$ は単位長さ当りの波力であるので、これに波力受圧長さ l_i を乗じたものが節点 i に集中力 $(P^*)_i$ として作用すると仮定する。

$$\begin{aligned} (P^*)_i &= p_c(Z) l_i \cos \omega t - p_s(Z) l_i \sin \omega t \\ &\equiv (P_{cx}^*)_i \cos \omega t - (P_{sx}^*)_i \sin \omega t \end{aligned} \quad (80)$$

したがって、 $(P^*)_i$ の X, Y 方向成分は次のようになる。

$$\begin{aligned} (P_{cx}^*)_i &= (P_{cx}^*)_i \cos \omega t - (P_{sx}^*)_i \sin \omega t \\ (P_{cy}^*)_i &= (P_{cy}^*)_i \cos \omega t - (P_{sy}^*)_i \sin \omega t \end{aligned} \quad (81)$$

ここに、

$$\begin{aligned} (P_{cx}^*)_i &= (P_c^*)_i \cos \chi, \quad (P_{sx}^*)_i = (P_s^*)_i \cos \chi \\ (P_{cy}^*)_i &= (P_c^*)_i \sin \chi, \quad (P_{sy}^*)_i = (P_s^*)_i \sin \chi \end{aligned} \quad (82)$$

(81)式の $(P_{cx}^*)_i, (P_{cy}^*)_i$ は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} (P_{cx}^*)_i &= \text{Re} \{ (P_{cx}^*)_i + i(P_{sx}^*)_i e^{i\omega t} \} \\ (P_{cy}^*)_i &= \text{Re} \{ (P_{cy}^*)_i + i(P_{sy}^*)_i e^{i\omega t} \} \end{aligned} \quad (83)$$

したがって、(13)式の複素起振力 $(H_x^*)_i, (H_y^*)_i$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} (H_x^*)_i &= (P_{cx}^*)_i + i(P_{sx}^*)_i \\ (H_y^*)_i &= (P_{cy}^*)_i + i(P_{sy}^*)_i \end{aligned} \quad (84)$$

なお、 $(V^*)_i, (Q_x^*)_i, (Q_y^*)_i, (Q_z^*)_i$ は通常小さいので無視する。

なお、前論文¹⁾の波力算式(74)式には誤りがあったので、本論文の(70)式のように訂正する。

2.5 減衰係数

レグとプラットフォームの振動速度に比例する減衰係数 $C_x, C_y, C_z, C_\theta, C_\phi, C_\psi$ および $C_{x0}, C_{y0}, C_{z0}, C_{\theta0}, C_{\phi0}, C_{\psi0}$ を実際にどのように取り扱うかは、共振域近傍の強制振動の計算精度を高める上で重要である。本論文では主要寸法の異なる4機のリグに対する実験結果より対数減衰率についての次のような関係式を求めた。すなわち、ジャッキ・アップ状態のリグをタグボートで約20 tonfの力で引張り、引張り力を急に弛緩することに

Fig. 3 Measured Free Vibration Response Curve

Fig. 4 Measured Logarithmic Damping Ratio

よってリグ全体に自由減衰振動を発生させ、その波形より対数減衰率を逆算した。NリグとOリグに対して得られた自由減衰振動の波形を Fig. 3 に示す。このような波形より得られた4機のリグに対する対数減衰率を固有振動数を横軸として Fig. 4 に示す。ここで、J. L. Taylor⁵⁾ が船体振動に対して提案した対数減衰率と振動数の関係式を参考にして次のように仮定する。

$$\delta = C f^{0.75} \quad (85)$$

ここに、

δ : 対数減衰率

C : 比例定数

f : 振動数 (Hz)

Fig. 4 に示す実機計測値より平均的 C を求めれば、 $C = 0.59$ となる。故に本論文の実機に対する計算では次のような対数減衰率を用いる。

$$\delta = 0.59 f^{0.75} \quad (86)$$

ところで、実機に対して計測された対数減衰率は水平方向振動に対するもので、他の振動に対するものを計測することは実際上不可能であるので、ここでは減衰係数を以下のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} C_x &= C_y = C_z = m\omega\delta/\pi \\ C_\theta &= I_\theta\omega\delta/\pi, \quad C_\phi = I_\phi\omega\delta/\pi, \quad C_\psi = I_\psi\omega\delta/\pi \\ C_{x0} &= C_{y0} = C_{z0} = m_0\omega\delta/\pi \\ C_{\theta0} &= I_{\theta0}\omega\delta/\pi, \quad C_{\phi0} = I_{\phi0}\omega\delta/\pi, \quad C_{\psi0} = I_{\psi0}\omega\delta/\pi \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

3 模型実験結果との比較による 計算精度の検証

以上示した強制振動解析法の精度を検証するため、著者らが行った模型実験結果³⁾と計算結果を比較した。実験に使用した模型は実機の 1/45 でその主要寸法と水槽内における位置関係を Fig. 5 に示す。この模型に対して行った理論計算の諸元と計算結果の考察を以下に示す。

3.1 理論計算の諸元

(1) レグの剛性

前論文¹⁾で示したレグ剛性近似算式を用いて計算した剛性を Table 1 の上段 (Theoretical) に示す。しかしながら、模型リグに対する打撃試験から得られた固有振動数を用いてレグ剛性を逆算すると理論値の約 70% となる。これはレグ下端の鋼製架台やレグとプラットフォームの取り付けボルトの影響と考えられる。したがって、以下の計算ではレグ剛性は理論値の 70% と仮定し、その値を Table 1 の下段 (Modified) に示す。

(2) レグ下端支持条件

Fig. 5 Configuration of Model in Tank

Table 1 Theoretical and Modified Leg Stiffness

Items	D_L	B_L	S_L	C_L
Theoretical	1.939×10^6	1.846×10^8	1.617×10^5	1.534×10^7
Modified	1.399×10^6	1.292×10^8	1.132×10^5	1.074×10^7
Remarks	E (Aluminum) = 7.0×10^5 kgf/cm ² G (Aluminum) = 2.69×10^5 kgf/cm ² D_L : Axial Stiffness(kgf) B_L : Bending Stiffness(kgf·cm ²) S_L : Shearing Stiffness(kgf) C_L : Torsional Stiffness(kgf·cm ²)			

Table 2 C_D by Experiment for Model

Incident Angle	90°	45°	0°
C_D	6.2	3.7	1.6
Remarks			

Table 3 Measured Logarithmic Damping Ratio

Hammering Direction	L	H	D
δ	0.128	0.130	0.119
Remarks	δ : Logarithmic Damping Ratio 		

レグ下端には球座が設けられており、単純支持に近いので上下方向のパネを無限大とし、回転パネは無限小とした。

(3) 流体力学的等価ライン・レグの各係数

波起振力を計算する場合の等価ライン・レグの直径 D と抗力係数 C_D は前論文⁷⁾に示した方法によって計算した。コードパイプの抗力係数 C_D は 50ϕ の円筒にラックを付けた模型を使って行った大振幅強制動揺試験結果⁴⁾から Table 2 に示すように設定した。ラックが付かないブレースの抗力係数は同様な模型試験から得られた1.5を採用した。これらの数値を使って計算された等価ライン・レグの直径 D と抗力係数は次のようになる。

$$D=54.24 \text{ mm}, C_D=8.538$$

(4) 減衰係数

模型に対する打撃試験における自由減衰振動曲線から求めた前後方向、左右方向、斜め方向振動に対する対数減衰率を Table 3 に示すが、計算では0.128を用いた。

(5) 水深

模型実験を行った水槽は水深の深い曳航水槽であるので、水槽底部に設置した鋼製架台上にリグ模型を置くことで、プラットフォームが水面上に位置するようにしている。したがって、波起振力計算に適用した水深は水槽の底までとした。

(6) 波

実験状態における波高は2 cm から12 cm の範囲にバラついているが、理論計算は以下の諸元を持つ規則波に対して行った。

入射角……0°, 45°, 90°

波 高……3 cm, 7 cm, 11 cm

Fig. 6 Comparison of Calculation with Experiments ($|u_0|/H_w$ for $\chi=0^\circ$) Fig. 7 Comparison of Calculation with Experiments ($|u_0|/H_w$ for $\chi=45^\circ$)

Fig. 8 Comparison of Calculation with Experiments ($|v_0|/H_w$ for $\chi=45^\circ$)

Fig. 9 Comparison of Calculation with Experiments ($|v_0|/H_w$ for $\chi=90^\circ$)

波周期……0.5 sec~3 sec

(7) 水の比重

実験水槽に漲られた水は清水であるので、計算に適用した水の比重は 1 tonf/m^3 とした。

3.2 理論計算値と模型実験結果の比較

上に述べた諸元を用いて計算したプラットフォーム重心点における強制振動片振幅を波高で無次元化したものを波振動数をベースとして Fig. 6 から Fig. 9 に示す。これらの図より以下のことがわかる。

(1) 共振域を外れた範囲では理論値と実験値は実用上十分な精度で一致する。

(2) 共振域において実験値が理論値よりやや大きいのは、主として計算で考慮できない鋼製架台のガタやレグとプラットフォームをつなぐボルトの締付け度の影響によると考えられる。

(3) 今回の模型実験とそれに対応する理論計算結果によれば、共振時のプラットフォーム重心点の強制振動片振幅は波高の 1%~5% であった。

以上の検討により、本論文で示した強制振動に対する理論計算法を用いれば実用上十分な精度で波による強制振動振幅を推定できると思われる。

4 実機に対する数値計算例

4.1 計算対象モデルと諸元

計算の対象としたリグは前論文^{1),2)}で取り上げたものと同じ大型リグで、長さ 70m、幅 76m、深さ 7m のプラットフォームと長さ約 105m のレグからなっており、海象条件が非常に厳しい北海用として設計されたものである。このリグを対象として以下のコンディションに対して数値計算を行った。

(i) 水深=約 38m

(ii) 水面からプラットフォームまでの高さ=約 23.5 m

(iii) 海底地盤バネ定数 (レグ 1 本当たり)

$$K_w = 1.152 \times 10^5 \text{ tonf/m}$$

$$K_\theta = K_\phi = 2.157 \times 10^6 \text{ tonf} \cdot \text{m/rad.}$$

(iv) プラットフォームとレグの結合バネ定数 (レグ 1 本当たり)

$$K_V = 1.284 \times 10^5 \text{ tonf/m}$$

$$K_H = 1.866 \times 10^5 \text{ tonf/m}$$

$$K_M = 9.634 \times 10^6 \text{ tonf} \cdot \text{m/rad}$$

$$K_T = 4.078 \times 10^6 \text{ tonf} \cdot \text{m/rad.}$$

(v) 波データ

波 高=1.0m~31.0m

波周期=3.5 sec~20.0 sec

(vi) 潮流データ

表面潮流速度=1.3m/sec

潮流分布係数=0.55

(vii) 流体力学的等価ライン・レグ・データ (レグ1本当り)

等価直径=2.128m**

等価抗力係数=2.092**

(viii) 対数減衰率 $\delta=0.59 f^{0.75}$

(ix) 波入射角 $=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$

(x) 海水の比重=1.025 tonf/m³

なお, **印の数値は前論文¹⁾の方法で求めたが, ラック付コードパイプの C_D は1.0, ラックが付かない円筒部材であるブレースの C_D は0.5とした。

4.2 計算結果と考察

波高を $L_w/20$ とし, 波入射角 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ に対して計算した強制振動片振幅の無次元応答量を波振動数を横軸として Fig.10 と Fig.11 に示す。また, 減衰係数と潮流の影響を考察するため, $\delta=0$ と仮定した場合および $u_{co}=0$ と仮定した場合に対して計算した無次元応答量を標準状態と比較して Fig.12 に示す。さらに, 波長を一定とし, 波入射角 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ に対して計算した無次元応答量を波高 H_w を横軸として Fig.13 と Fig.14 に示す。

まず, Fig.10 と Fig.11 より以下のことがわかる。

Fig.10 Response Curve for Wave Incident Angle 0° and 90°

Fig.11 Response Curve for Wave Incident Angle 45°

Fig.12 Effect of Damping and Current to Response

Fig. 13 Effect of Wave Height to Response
(out of Resonance Range)

Fig. 14 Effect of Wave Height to Response
(in Resonance Range)

(1) 前論文²⁾で述べているように、ジャッキ・アップ・リグの振動で最も重要な1次および2次振動、すなわち左右振動、前後振動の固有振動数 0.284 Hz, 0.285 Hz 付近にピークが見られる。これら共振によるピーク以外に(3)で述べるハンプ、ホローが多数現われる。

(2) 3次以上の強制振動は無視できるほど小さい。すなわち、ジャッキ・アップ・リグの場合、1次と2次の2つの振動を考えれば十分である。

(3) 3本のレグに対する波の山と谷の相対位置関係により波力の大きさそのものが変動し、ハンプ(HU)、ホロー(HO)が現われる。したがって、ハンプとなる波の周期が1次または2次の固有周期に接近すれば、強制振動振幅は相乗効果により非常に大きくなるので注意を要する。

(4) 90°方向から波が入射する場合、(3)と同じ理由で応答がほとんど0となるホロー点(HO*)が現われる。これはセミサブの運動で現われる波なしに相当するものと考えられる。

(5) 波が45°方向から入射する場合は、入射方向の応答振幅が主である。ただ、共振域で入射方向に直角方向の応答振幅がわずかに現われるがその大きさは小さい。また、Fig. 12より以下のことがわかる。

(6) 共振帯(周期に換算して約1秒間)においては減衰の影響は顕著であるが、これを外れると減衰の影響は急速に小さくなり、減衰を無視してよい。

(7) 潮流の強制振動に与える影響は大きいので無視できない。

さらに、Fig. 13とFig. 14より次のことがわかる。

(8) Fig. 13より共振域を外れた波振動数帯では、無次元応答量は波の方向に対してほぼ一定である。また波高が5m以下では無次元応答量は波高に対してほぼ一定で、波力の大きさがほぼ波高に比例していることを示しており、波力が主として慣性力によって支配されていることがわかる。一方、波高が5m以上では無次元応答量はほぼ波高に対してリニアに増加する。すなわち、波力の大きさはほぼ波高の二乗に比例して大きくなることを示しており、波力が主として抗力によって支配されていることがわかる。

(9) Fig. 14より共振域においては、無次元応答量は45°の時最大で90°,0°の順に小さくなる。ここで示した計算例は波高が2m以下の場合であり、波力は主として慣性力によって支配されている。

5 結 言

前論文²⁾で報告した“ジャッキ・アップ・リグの固有振動解析モデル”を用いて、遷移行列法を適用することによって強制振動解析を行う方法を提案した。本方法に

よる計算結果の精度を模型実験結果との対比で検証し、本方法が実用上十分な精度を有していることを確認した。さらに実機に対する試算を行うことによって、3次以上の強制振動は小さく無視できること、共振によるピーク以外にハンプによるピークが現われること、減衰の影響は共振域においてのみ顕著で他の領域では無視して良いことなどの種々の振動特性を見出した。したがって、本論文の方法によって規則波中における強制振動を解析し、各部材に生じる軸応力の応答関数を求めておけば、短期海面の波スペクトルおよび短期海面の長期の発現確率を導入することによって、発生応力の短期、長期予測が可能で、疲労強度を含めたレグの設計が十分な信頼性を持つて行うことができると考える。

最後に、実機計測にあたり御配慮をいただいた日立造船(株)有明工場黒岩洋一郎ゼネラル・プロジェクト・マネージャーおよび数値計算にあたり御協力をいただいた日立造船情報システム(株)田中直通部長に厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 坂田則彦, 山越道郎: ジャッキ・アップ・リグのライン・レグ・モデルによる強度解析, 日本造船学会論文集, 第155号(昭和59年6月)。
- 2) 坂田則彦, 服部陽一, 松本互平, 山越道郎: ジャッキ・アップ・リグのライン・レグ・モデルによる振動解析(その1), 日本造船学会論文集, 第156号(昭和59年12月)。
- 3) 服部陽一, 石浜高明, 松本互平, 有馬健次, 山本浩司: オイル・リグ波浪動的応答に関する模型実験, 第7回海洋工学シンポジウム(昭和59年6月)。
- 4) 田中紀男, 池田良穂, 西野公夫: 振動する各種二次元柱体に働く粘性流体力, 第6回海洋工学シンポジウム(昭和57年12月)。
- 5) J. L. Taylor: Vibration of Ships (TINA, 1930)。
- 6) 服部陽一, 石浜高明, 松本互平, 有馬健次, 坂田則彦: ジャッキ・アップ・タイプ・オイルリグの振動特性, 日本造船学会論文集, 第149号(昭和56年5月)。
- 7) 服部陽一, 石浜高明, 松本互平, 有馬健次, 坂田則彦, 安藤 彰: ジャッキ・アップ・オイルリグの実機振動実験, 日本造船学会論文集, 第150号(昭和56年11月)。
- 8) 服部陽一, 石浜高明, 松本互平, 有馬健次, 山本隆夫: ジャッキ・アップ・オイルリグの波浪動的応答, 日本造船学会論文集, 第151号(昭和57年5月)。
- 9) Y. Hattori, T. Ishihama, K. Matsumoto, K. Arima, N. Sakata and A. Ando: Full Scale Measurement of Natural Frequency and Damping Ratio of Jack-up Rigs and Some Theoretical Considerations. OTC 4237 (1982).
- 10) Y. Hattori, K. Matsumoto, T. Ishihama, K. Arima, N. Sakata, A. Ando: A Study on the Natural Vibration of the Jack-up Rig (1st Report), 日立造船技報, 第43巻第1号(昭和57年3月)。
- 11) 野村 力, 黒岩洋一郎, 片山泰夫, 三原好人, 坂田則彦, 石浜高明: ジャッキ・アップ・タイプブリグ用センタープレート付きコードパイプ, 西部造船会々報, 第65号(昭和58年3月)。
- 12) 村山健一郎, 井上通正, 坂田則彦, 有馬健次, 浜川幹利, 前田修一: ジャッキ・アップ・リグのレグ延長工法, 西部造船会々報, 第65号(昭和58年3月)。
- 13) 岸本規男: 着底型海洋構造物の振動に関する研究, 広島大学工学部船舶工学科修士論文(1981)。
- 14) Jonas Adland: Response and Strength Analysis of Jack-up Platforms, Norwegian Maritime Research, Vol. 10. 4 (1982)。
- 15) Borgman, L. E.: Ocean Wave Simulation for Engineering Design, Waterways and Harbors Div. Proc. ASCE, Vol. 95, Nov. 1969。
- 16) 栖原寿郎, 光易 恒, 肥山 央, 古賀洋治: 三脚型海上塔の風および波浪中の動的応答計測, 西部造船会々報, 第65号(昭和58年3月)。
- 17) 南 真和, 今井兼久, 遠山泰美, 扇子 健, 同前史朗, 木島政治: 実働状態ジャッキ・アップ・リグにおける振動計測と理論解析, 三井造船技報, 第114号(昭和57年4月)。
- 18) 南 真和, 今井兼久, 安部真一: ジャッキ・アップ・リグの動的応答解析法に関する研究, 第4回海洋工学シンポジウム, (1979-2) p.137。

付録 潮流および波が同時に作用する場合の抗力

$$u(Z) = u_c(Z) + u_w(Z) \\ = u_{c0} \{ (Z + d_1 + d_2) / d_1 \}^{\alpha} - (1/2) H_w \omega e^{k(Z+d_2)} \\ \times \sin(kX' + \omega t) \equiv a - b \sin \theta \quad (A1)$$

$u(Z)|u(Z)|$ を以下のようにフーリエ展開するものとする。

$$(a - b \sin \theta) |a - b \sin \theta| \equiv (1/2) F_0' \\ + F_{c1}' \cos \theta + F_{s1}' \sin \theta + \dots \quad (A2)$$

フーリエ展開を θ の1次の項まで行うものとすれば、各係数は a と b の大小関係より以下のように求まる。

(1) $\Xi \geq 1$ ($\theta_1 = \pi/2$) の時

$$F_0' = (1/\pi) \int_0^{2\pi} \{u(Z)\}^2 d\theta = 2\{a^2 + (1/2)b^2\} \quad (A3)$$

$$\therefore \Omega(Z) \equiv (1/2) \{ (1/2) \rho C_D D F_0' \} \equiv (1/2) C_2 + C_0 \quad (A4)$$

$$F_{c1}' = (1/\pi) \int_0^{2\pi} \{u(Z)\}^2 \cos \theta d\theta = 0 \quad (A5)$$

$$F_{s1}' = (1/\pi) \int_0^{2\pi} \{u(Z)\}^2 \sin \theta d\theta = -2ab \quad (A6)$$

$$\therefore A(Z) \equiv (1/2) \rho C_D D F_{s1}' \equiv C_1 \quad (A7)$$

(2) $0 \leq \Xi \leq 1$ ($0 \leq \theta_1 \leq \pi/2$) の時

$$F_0' = (1/\pi) \int_0^{2\pi} \{u(Z)\}^2 d\theta - (1/\pi) \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_1} \{u(Z)\}^2 d\theta$$

$$\begin{aligned}
 & + (1/\pi) \int_{\pi-\theta_1}^{2\pi} \{u(Z)\}^2 d\theta \\
 & = (1/\pi) \{ (2\theta_1 - \sin 2\theta_1) b^2 + 8ab \cos \theta_1 + 4a^2 \theta_1 \} \\
 & \quad \quad \quad (A8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \Omega(Z) & \equiv (1/2) \{ (1/2) \rho C_D \dot{D} F_0' \} \\
 & \equiv (1/2) C_2 [(2/\pi) \{ \theta_1 - (1/2) \sin \theta_1 \}] \\
 & \quad - (2/\pi) C_1 \cos \theta_1 + (2/\pi) C_0 \{ (2/\pi) \theta_1 \} \\
 & \quad \quad \quad (A9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{c1}' & = (1/\pi) \int_0^{\theta_1} \{u(Z)\}^2 \cos \theta d\theta \\
 & \quad - (1/\pi) \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_1} \{u(Z)\}^2 \cos \theta d\theta \\
 & \quad + (1/\pi) \int_{\pi-\theta_1}^{2\pi} \{u(Z)\}^2 \cos \theta d\theta = 0 \quad (A10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{s1}' & = (1/\pi) \int_0^{\theta_1} \{u(Z)\}^2 \sin \theta d\theta \\
 & \quad - (1/\pi) \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_1} \{u(Z)\}^2 \sin \theta d\theta \\
 & \quad + (1/\pi) \int_{\pi-\theta_1}^{2\pi} \{u(Z)\}^2 \sin \theta d\theta \\
 & = (1/\pi) [b^2 \{ (1/3) \cos 3\theta_1 - 3 \cos \theta_1 \} \\
 & \quad + ab \{ -4\theta_1 + 2 \sin 2\theta_1 \} - 4a^2 \cos \theta_1] \quad (A11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore A(Z) & \equiv (1/2) \rho C_D D F_{s1}' \\
 & \equiv (-1/\pi) C_2 \{ 3 \cos \theta_1 - (1/3) \cos 3\theta_1 \} \\
 & \quad + C_1 (2/\pi) \{ \theta_1 - (1/2) \sin 2\theta_1 \} \\
 & \quad - (4/\pi) C_0 \cos \theta_1 \quad (A12)
 \end{aligned}$$

(3) $\Xi \leq -1$ ($\theta_1 = -\pi/2$) の時

$$\begin{aligned}
 F_0' & = (-1/\pi) \int_{-2\pi}^0 \{u(Z)\}^2 d\theta = -2 \{ a^2 + (1/2) b^2 \} \\
 & \quad \quad \quad (A13)
 \end{aligned}$$

$$\therefore \Omega(Z) \equiv (1/2) \{ (1/2) \rho C_D D F_0' \} \equiv - \{ (1/2) C_2 + C_0 \} \quad (A14)$$

$$F_{c1}' = (-1/\pi) \int_{-2\pi}^0 \{u(Z)\}^2 \cos \theta d\theta = 0 \quad (A15)$$

$$F_{s1}' = (-1/\pi) \int_{-2\pi}^0 \{u(Z)\}^2 \sin \theta d\theta = 2ab \quad (A16)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore A(Z) & \equiv (1/2) \rho C_D D F_{s1}' \equiv -C_1 \quad (A17) \\
 (4) \quad -1 \leq \Xi \leq 0 \quad (-\pi/2 \leq \theta_1 \leq 0) \text{ の時}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_0' & = (-1/\pi) \int_{-2\pi}^{-\pi-\theta_1} \{u(Z)\}^2 d\theta \\
 & \quad + (1/\pi) \int_{-\pi-\theta_1}^{\theta_1} \{u(Z)\}^2 d\theta - (1/\pi) \int_{\theta_1}^0 \{u(Z)\}^2 d\theta \\
 & = (1/\pi) \{ (2\theta_1 - \sin 2\theta_1) b^2 + 8ab \cos \theta_1 + 4a^2 \theta_1 \} \\
 & \quad \quad \quad (A18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \Omega(Z) & \equiv (1/2) C_2 [(2/\pi) \{ \theta_1 - (1/2) \sin \theta_1 \}] \\
 & \quad - (2/\pi) C_1 \cos \theta_1 + (2/\pi) C_0 \{ (2/\pi) \theta_1 \} \\
 & \quad \quad \quad (A19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{c1}' & = (-1/\pi) \int_{-2\pi}^{-\pi-\theta_1} \{u(Z)\}^2 \cos \theta d\theta \\
 & \quad + (1/\pi) \int_{-\pi-\theta_1}^{\theta_1} \{u(Z)\}^2 \cos \theta d\theta \\
 & \quad - (1/\pi) \int_{\theta_1}^0 \{u(Z)\}^2 \cos \theta d\theta = 0 \quad (A20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{s1}' & = (-1/\pi) \int_{-2\pi}^{-\pi-\theta_1} \{u(Z)\}^2 \sin \theta d\theta \\
 & \quad + (1/\pi) \int_{-\pi-\theta_1}^{\theta_1} \{u(Z)\}^2 \sin \theta d\theta \\
 & \quad - (1/\pi) \int_{\theta_1}^0 \{u(Z)\}^2 \sin \theta d\theta \\
 & = (1/\pi) [b^2 \{ (1/3) \cos 3\theta_1 - 3 \cos \theta_1 \} \\
 & \quad + ab \{ -4\theta_1 + 2 \sin 2\theta_1 \} - 4a^2 \cos \theta_1] \\
 & \quad \quad \quad (A21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore A(Z) & \equiv (1/2) \rho C_D D F_{s1}' \\
 & \equiv (-1/\pi) C_2 \{ 3 \cos \theta_1 - (1/3) \cos 3\theta_1 \} \\
 & \quad + (2/\pi) C_1 \{ \theta_1 - (1/2) \sin 2\theta_1 \} \\
 & \quad - (4/\pi) C_0 \cos \theta_1 \quad (A22)
 \end{aligned}$$

以上示したフーリエ展開により抗力は近似的に次式で一般表示できる。

$$\begin{aligned}
 \text{抗力} & = (1/2) \rho C_D D u(Z) |u(Z)| \\
 & = A(Z) \sin(kX' + \omega t) + \Omega(Z) \quad (A23)
 \end{aligned}$$