(昭和 61 年 5 月 日本造船学会春季講演会において講演)

プロペラ上方における変動圧力分布の特性解析

正員 池 畑 光 尚* 正員 船 木 洋**

Analytical Characteristics of Oscillating Pressure Distribution above a Propeller

Mitsuhisa Ikehata, Member Hiroshi Funaki, Member

Summary

The surface force, which is a cause of ship hull vibration, is due to oscillating pressure on the hull induced by a propeller. In the present paper analytical investigation has been performed into characteristics of oscillating pressure on a horizontal plane fixed in the space above a propeller. At first the general formulation of the pressure field around a propeller has been made as the general solution of the Poisson equation. The well-known expression by loading and thickness effects has been deduced by linearized approximation of the solution. The relation between the integral equation of Ishida's theory³⁾ and the general solution has been explained. It has been pointed out that the relative position of the calculation point to back or face sides of propeller blades is an important factor to control the characteristics of the pressure distribution. Numerical examples have been made for a uniform flow and two non-uniform harmonic wake flows, $\cos 2\theta$ and $\cos 5\theta$ wake distributions. The calculated results for a five-bladed propeller have shown the normal distribution of oscillating pressure in case of a uniform flow and $\cos 2\theta$ wake flow but an abnormal distribution in case of $\cos 5\theta$ wake flow. Such calculations have been in good agreement with the measured results by experiments in the towing tank.

1 緒 言

プロペラが誘起する変動圧力は、船尾振動の起振力の一つとして問題にされることがしばしばある。最近のプロペラの大直径低回転化に伴い、チップクリアランスが十分でない場合や、伴流分布の位相とプロペラ翼の回転位置関係が等位相になる場合は、大きな船尾振動を起こすことがある。設計者はプロペラの翼数やスクリューアパーチャーによって振動を防ぐように工夫しているが、それでも振動の可能性のあるときは、ハイスキュープロペラを採用したりして起振力の減少に努力している。

この起振力の原因となる変動圧力すなわちサーフェスフォースは、最新のプロペラ理論による非定常計算によって大体予測できるといわれるが、キャビテーションの影響の捕捉が難しく、その点の研究が急がれている¹⁾。では、キャビテーションの影響以外の問題は解明しつつあったかという点、必ずしもそうとはいえない。従来の理論は、Breslin と Tsakonas の本格的理論研究²⁾以来、それにならって、揚力効果による圧力場と翼厚効

果による圧力場を別々に解いて加え合せるという手順がとられる。これは、解の統一性に欠けるきらいがある。さらに、変動圧力についてその前後の非対称性の原因が主として揚力効果と翼厚効果の位相差にあると説明されているが、左右の非対称性についてはあまり明解ではない。その意味では、変動圧力の分布特性解析は十分なされているとはいえない。実際問題の重要性から、研究の焦点は専ら起振力の大きさに絞られてきたといえる。

本論文では、まずプロペラ周囲の圧力場の一般解を求めて従来の解との関係について考察し、ついで、渦格子揚力面モデルを用いた計算法によって、プロペラブレードと計算点との間の相対位置関係が変動圧力の分布形状に大きく影響することを示し、それが揚力効果の特性であることを明らかにし、分布の特性解析を行った。

2 プロペラ周辺の圧力場の解法

まず、プロペラの圧力場の基本式を求める。座標系は、Fig. 1 に示すように、プロペラ中心に原点をとり、プロペラ軸下流方向に x 軸を、鉛直上方に y 軸を、横方向に z 軸をとる。一樣流 U は x 軸の正方向とする。

任意の点 (x, y, z) における t 時の静圧を p 、流速ベクトルを $u=(u_1, u_2, u_3)$ とおくと、Navier-Stokes の

* 横浜国立大学工学部

** 海上自衛隊 (研究当時、横浜国立大学大学院工学研究科)

Fig. 1 Coordinate system

方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

について、両辺の発散をとると、圧力に関する次の方程式を得る。

$$\nabla^2 p = -\rho \operatorname{div} \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} \right\} \quad (2)$$

ただし、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ 、 ν は動粘性係数。

$\mathbf{u}$ が流体中至るところで与えられれば右辺は既知となるから、(2) 式は Poisson の方程式である。船体、プロペラ、舵の三体が流体中に存在するとした場合、それらの表面を各々 H, P, R で表わし、それらの表面上の面素を dS とし、そして物体の外部の流体中にとった体積要素を dV とすると、この場合の (2) 式の一般解は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= \frac{\rho}{4\pi} \iiint_V \operatorname{div} \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} \right\} \frac{dV}{R_1} \\ &+ \frac{1}{4\pi} \left[\iint_H + \iint_P + \iint_R \right] \left(p \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial p}{\partial n} \right) \frac{1}{R_2} dS \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、第一の体積積分は流体全域の積分を意味し、 R_1 は dV と点 (x, y, z) の間の距離を表わし、第二の面積積分中の n は物体表面上の面素 dS で外向きに立てた法線方向を表わし、 R_2 は dS から点 (x, y, z) までの距離を表わす。(3) 式は連続の条件の

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

を用いて書き直すと、

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= \frac{\rho}{4\pi} \iiint_V \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \frac{dV}{R_1} \\ &+ \frac{1}{4\pi} \left[\iint_H + \iint_P + \iint_R \right] \left(p \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial p}{\partial n} \right) \frac{1}{R_2} dS \end{aligned} \quad (5)$$

のようになる。 α, β の添字の重複は3成分の和をとるものとする。解(3)式あるいは(5)式は、非粘性、

非回転の仮定は必要としない。

ここで、船体と舵を無視してプロペラだけが存在する場合を考える。(3) 式から (5) 式に直す前の式

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= \frac{\rho}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \mathbf{u}) + (\mathbf{u} \cdot \nabla) (\operatorname{div} \mathbf{u}) \right. \\ &+ \left. \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} - \nu \nabla^2 (\operatorname{div} \mathbf{u}) \right\} \frac{dV}{R_1} \\ &+ \frac{1}{4\pi} \iint_P \left(p \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial p}{\partial n} \right) \frac{1}{R_2} dS \end{aligned} \quad (6)$$

に着目し、プロペラ翼は薄く揚力面近似が成り立つと仮定して、揚力面を平均キャンパー面にとり C とおき、その上の面素を dS_C とし、その dS_C 上で背面の向きに立てた法線方向を n_C とする。プロペラ翼を揚力面で近似したので、各翼の中まで流体が存在することになるが、翼厚に相当する排除効果を表わす吹出しの体分布を翼の内部に考えればよい。この吹出しの体分布の密度を τ とし、プロペラ翼葉内の領域を v とすると、

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = \begin{cases} 0 & (\text{プロペラ翼外}) \\ \tau & (\text{プロペラ翼内}) \end{cases} \quad (7)$$

である。さらに、薄翼の仮定にもとづき、プロペラ翼のまわりの流れに境界層近似が成立すると仮定すれば、プロペラ翼面上で、

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

と考えてよい。これらのことを考慮すれば、(6) 式は次のように変形される。

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= \frac{\rho}{4\pi} \iiint_v \left\{ \frac{\partial \tau}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \tau - \nu \nabla^2 \tau \right\} \frac{dV}{R_1} \\ &+ \frac{\rho}{4\pi} \iiint_{V+v} \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \frac{dV}{R_1} \\ &- \frac{1}{4\pi} \iint_C (p_{face} - p_{back}) \frac{\partial}{\partial n_C} \left(\frac{1}{R_2} \right) dS_C \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\nu \nabla^2 \tau$ 、 $\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha}$ は2次の微小量として無視し、さらに次のような線形近似

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \tau \approx U \frac{\partial \tau}{\partial x} \quad (10)$$

を行い、揚力面における上下面の圧力差を Δp とすると、

$$p_{face} - p_{back} = \Delta p \quad (11)$$

結局(9)式は

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= \frac{\rho}{4\pi} \iiint_v \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} + U \frac{\partial \tau}{\partial x} \right) \frac{dV}{R_1} \\ &- \frac{1}{4\pi} \iint_C \Delta p \frac{\partial}{\partial n_C} \left(\frac{1}{R_2} \right) dS_C \end{aligned} \quad (12)$$

となる。 x_1 は dV の x 座標である。

プロペラの回転角を θ とし、角速度を ω とし、回転する翼内の同一点の吹出密度の不変性

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \omega \frac{\partial}{\partial \theta}\right) \tau = 0 \quad (13)$$

を考慮して、 t に関する微分を θ に関する微分に変換し部分積分してから、再度 t に関する微分に戻せば、(12) 式の第 1 項は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \iiint_v \frac{\partial \tau}{\partial t} \frac{dV}{R_1} &= - \iiint_v \omega \frac{\partial \tau}{\partial \theta} \frac{rd\theta dr dx_1}{R_1} \\ &= \iiint_v \omega \tau \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{R_1} \right) r d\theta dr dx_1 \\ &= \iiint_v \omega \tau \frac{\partial}{\partial (\omega t)} \left(\frac{1}{R_1} \right) r d\theta dr dx_1 \\ &= \iiint_v \tau \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{R_1} \right) dV \end{aligned} \quad (14)$$

また、(12) 式の第 2 項も部分積分して、 $\partial/\partial x_1(1/R_1) = -\partial/\partial x(1/R_1)$ の関係を用いると、次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \iiint_v U \frac{\partial \tau}{\partial x_1} \frac{dV}{R_1} &= \iiint_v U \frac{\partial \tau}{\partial x_1} \frac{dx_1 r d\theta dr}{R_1} \\ &= - \iiint_v U \tau \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{R_1} \right) dx_1 r d\theta dr \\ &= \iiint_v U \tau \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R_1} \right) dV \end{aligned} \quad (15)$$

さらに、翼厚を t_h とおき、 v に関する体積積分を揚力面に関する面積積分に書きかえるとともに、吹出しの密度も体分布から面分布に書きかえる。すなわち

$$\tau t_h = \sigma \quad (16)$$

と置く。結局、 R_1 は R_2 と等しくなるので改めて R とおくと、(12) 式は次式のように書ける。

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= \frac{\rho}{4\pi} \iint_c \sigma \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \iint_c \Delta p \frac{\partial}{\partial n_c} \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \end{aligned} \quad (18)$$

この (18) 式は、加速度ポテンシャルと翼厚効果を表わす吹出分布とから導かれる従来の解と一致する。第 1 積分が翼厚効果、第 2 積分が揚力（荷重）効果を表わしている。(18) 式は、(9) 式の一般解の線形近似解に相当していることは、その導く過程から明らかである。

船体の存在を考慮するには、無視した船体表面上の圧力分布の影響項を、(18) 式に加えればよい。

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= \frac{\rho}{4\pi} \iint_c \sigma \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \iint_c \Delta p \frac{\partial}{\partial n_c} \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} \iint_H \left(p \frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial p}{\partial n} \right) \frac{1}{R_3} dS \end{aligned} \quad (19)$$

ただし、 R_3 は船体表面要素 dS と点 (x, y, z) との間の距離である。ここで、船体表面上でも境界層近似と同様 $\partial p/\partial n = 0$ と仮定し、点 (x, y, z) を船体表面上にとることにすると、

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} p - \frac{1}{4\pi} \iint_H p \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R_3} \right) dS \\ &= \frac{\rho}{4\pi} \iint_c \sigma \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \iint_c \Delta p \frac{\partial}{\partial n_c} \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \end{aligned} \quad (20)$$

となって、石田の方法³⁾の積分方程式が導かれる。

船体を水面に平行な平板で置きかえたとしても、左辺の第 2 項の寄与はなくなって、よく知られるように、この平板上の圧力圧布は右辺の 2 倍をとればよいことになる。すなわち、次のよく用いられる解

$$\begin{aligned} p &= 2 \left[\frac{\rho}{4\pi} \iint_c \sigma \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{1}{R} dS_C \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4\pi} \iint_c \Delta p \frac{\partial}{\partial n_c} \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \right] \end{aligned} \quad (21)$$

が得られる。鏡像効果を考慮して (18) 式の 2 倍をとったのと同じになっている。

3 プロペラの渦格子揚力面モデルによる変動圧力の計算

3.1 揚力効果

(21) 式の第 2 積分

$$p_L = 2 \left[- \frac{1}{4\pi} \iint_c \Delta p \frac{\partial}{\partial n_c} \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \right] \quad (22)$$

を計算する。すなわち、船体の平板近似である。 Δp は揚力面上の荷重分布に相当している。

ここで、プロペラ揚力面をスパン方向に 7 分割、コード方向に 8 分割した要素に分けて、Kerwin の渦格子揚力面モデル⁴⁾を用いて揚力分布を解き、それから荷重分布 Δp を求める。彼のモデルでは、各要素の 1/4 弦長位置に束縛渦を置き、その両端から発する自由渦は要素の縁に沿って流出し、後縁から後では shed vortex と合体して鎖状に連なる vortex ring をなして、自由渦の渦面を形成し、roll-up-point で一本の渦系に収束する。揚力の解と荷重分布（圧力差） Δp の求め方は、文献 5) の方法による。 k 番目の翼のスパン方向に i 番目、コード方向に j 番目の要素上の圧力差 Δp^k_{ij} とすると、(22) 式は、

$$p_L = - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta p^k_{ij} \iint_{\Delta C^k_{ij}} \frac{\partial}{\partial n_c} \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \quad (23)$$

となる。要素の平面 ΔC^k_{ij} 内に直交する 2 座標軸 ξ, η をとり、それらに垂直な方向に ζ 軸をとると、この座標系に変換された計算点 (ξ, η, ζ) とこの要素内の任意の点 $(\xi', \eta', \zeta' = 0)$ との間の距離 R は

$$\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2 + (\zeta - \zeta')^2}$$

で与えられるので、(23) 式の積分は、次式から解析的に計算できる。

$$\iint_{\Delta C^k_{ij}} \frac{\partial}{\partial n_c} \left(\frac{1}{R} \right) dS_C = \iint_{\Delta C^k_{ij}} \frac{\partial}{\partial \zeta'} d\zeta'$$

$$\times \left[\frac{1}{\sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2 + (\zeta - \zeta')^2}} \right]_{\zeta'=0} d\eta' d\xi'$$

$$= \iint_{AC_{ij}} \frac{\zeta d\eta' d\xi'}{\{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2 + \zeta^2\}^{3/2}} \quad (24)$$

全翼の全要素について (24) 式を計算し (23) 式に代入して総和をとれば、その時刻の (x, y, z) 点の圧力 p_L が計算できる。(24) 式の形から、各要素の寄与が $\zeta \equiv 0$ の3者の場合で大きく異なることが分る。すなわち、計算点が要素平面の背面側にあるか、その平面上にあるか、その面より正面側にあるかで、その寄与が正負の符号を転じることが分かる。このため、大略、翼葉の背面側、延長上、正面側で、揚力効果は、負から零そして正へ変化するといえる。このことから、レーキ角の有無は変動圧力の分布形状にかなり影響することが予想される。このような分布特性を実際の計算例でみてみよう。計算例は Table 1 の左欄に要目を示す MAU 5-665 プロペラである。

3.1.1 均一流場

Fig. 2 はこの MAU 5-665 プロペラが均一流場で回転するとき、そのうちの1翼が誘起する変動圧力を、tip clearance 15% D ($Y=0.65D$) の平板の中心線上 ($Z=0$) で、前から $-0.4D$, $-0.2D$, $0.0D$ (プロペラ中心直上), $0.1D$ (ほぼ tip 直上), $0.2D$, $0.4D$ と後へ向ってとった6点における計算変動圧力を示す。横軸 (angular position) は、翼の母線と鉛直上向線との間の角度を表わし、正は計算点に近づきつつあることを、負は計算点から遠ざかることを意味している。

均一流場では、 Δp は回転位置に無関係に一定なのでその影響は少なく、(24)式の積分の性質で分布特性は大体支配される。Fig. 2 をみると、tip の直上よりも前方の $-0.4D$ では常に負の圧力であるが、 $-0.2D$ では約 70° から 180° の間で少し正值になれど、その他は負でありとくに -10° 辺に負の最低値をもつ、 $0.0D$ で最低の負値をやはり -10° で示している。tip 直上の $0.1D$ で

Table 1 Principal particulars of model propellers

Type of Propeller	MAU5-665	MAU5-630
Diameter (m)	0.175	0.13724
Boss ratio	0.180	0.1795
Pitch ratio (const)	0.7143	0.7009
Exp. area ratio	0.6649	0.630
Max. blade width ratio	0.3008	0.2846
Blade thickness ratio	0.950	0.0547
Angle of rake	10.0	3.59
Number of blades	5	5
Blade section	MAU-type	MAU-type
Direction of turning	right-handed	right-handed

は、 0° でほぼ圧力も零となり、正の角度 (近づく時) で正圧力、負の角度 (遠のく時) で負圧力を示し、ほぼ反対称の分布を示している。プロペラ後方 $0.2D$ と $0.4D$ では、 $+10^\circ$ で正のピークを示すが、このピークは、 $0.0D$ の負の谷にくらべて半分ぐらいしかない。負の圧力を示す範囲はごく狭い。このように、中心線上では tip 直上で圧力が零に近く、圧力変動のピークは、tip よりも少し前方に発生することが分かる。プロペラ全翼の合成を行ってその変動圧力の翼振動数成分の振幅の前後方向分布曲線を描くと、Fig. 3 の□印の曲線のようになる。tip 位置より前方にピークを持つ山型分布で、 $\pm 0.5D$ ではほとんど零になる。この山を示す $X=0.0D$ の位置で、左右方向の分布曲線を描くと、Fig. 4 の□印のように中心線上にピークを持ち左右対称な山型を示す。Fig. 2 の $0.0D$ の曲線から推測すると、今少し右舷側 (遠ざかる側) に山がずれるかと思われたが、少し意外なこの結果は5翼の合成のためであろう。

3.1.2 不均一流場 ($\cos 2\theta$ 伴流, $\cos 5\theta$ 伴流)

不均一流場の場合、各翼上の要素の圧力差 Δp が回転位置で変化するため、変動圧力の分布特性は流場の影響をうけることになる。不均一流場の典型例としての $\cos 2\theta$ 伴流と、5翼プロペラの翼振動数に共鳴する調和成分の $\cos 5\theta$ 伴流との中において、前節と同じプロペ

Fig. 2 Pressure variation induced by one blade during one rotation in a uniform flow

Fig. 3 Longitudinal distribution of blade frequency amplitude of oscillating pressure in a uniform flow

ラの誘起する変動圧力を計算してみた。

流場は、伴流係数の形で

$$\left. \begin{aligned} w &= 0.3 + 0.3 \cos 2\theta \\ w &= 0.3 + 0.3 \cos 5\theta \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

とする。作動条件は均一流場と合せるために平均前進率で $J=0.45$ とした。

Fig. 2 に相当する図、すなわち 5 翼中の 1 翼が 1 回転する間にプロペラ上方の 6 点 (15% tip clearance, 中心線上, 前後方向に $-0.4D$, $-0.2D$, $0.0D$, $0.1D$, $0.2D$, $0.4D$) で誘起される変動圧力の記録を Fig. 5 ($\cos 2\theta$), Fig. 6 ($\cos 5\theta$) に示す。Fig. 5 は Fig. 3 の均一流中とあまり変わらないように見えるが、詳細に見ると次のような相違点がある。top 付近のピーク (正も負も) の高さが、どの位置でも約 2 倍になっている。 $X=0.1D$ (tip 直上) だけが 1.5 倍で少し倍率が低い。このピーク高の増大は明らかに top 近傍の強い伴流分布の影響で

Fig. 4 Transverse distribution of blade frequency amplitude of oscillating pressure in a uniform flow

ある。 $\pm 90^\circ$ 付近にほとんど変動圧力が零になる位置があるのと、 $\pm 180^\circ$ の bottom に小さいながら山が現われるのは、 $\cos 2\theta$ の伴流分布に対応している。Fig. 6 をみると、tip 直上の $X=0.1D$ の特異な分布を除けば、他の変動圧力は 5 つの周期で変動し、top 付近に最大のピーク (正負とも) を持つ。その位置は、すべて位相が流場にくらべて正側にずれている。場所により 2° から 20° ぐらいも位相の差があるが、この正側への位相ずれは揚力に生じる位相の進み⁵⁾に原因があると思われる。top 付近のピーク高は、 $\cos 2\theta$ ほどではないが、やはり伴流の影響により、均一流中の約 1.4 倍になっている。そして負のピークは $X=-0.2D$ の方がきつくなっている。

全翼について合成した結果、 $\cos 2\theta$ については、中心線上 ($Z=0.0D$) に沿った前後方向分布を Fig. 7 に、左

Fig. 5 Pressure variation induced by one blade during one rotation in $\cos 2\theta$ wake flow

Fig. 6 Pressure variation induced by one blade during one rotation in $\cos 5\theta$ wake flow

Fig. 7 Longitudinal distribution of blade frequency amplitude of oscillating pressure in $\cos 2\theta$ wake flow

Fig. 9 Longitudinal distribution of blade frequency amplitude of oscillating pressure in $\cos 5\theta$ wake flow

Fig. 8 Transverse distribution of blade frequency amplitude of oscillating pressure in $\cos 2\theta$ wake flow

Fig. 10 Transverse distribution of blade frequency amplitude of oscillating pressure in $\cos 5\theta$ wake flow

右方向分布を Fig. 8 に示し、 $\cos 5\theta$ については前後方向分布を Fig. 9 に、左右方向分布を Fig. 10 に示す。□印が揚力（荷重）効果である。ここに示すのは、翼振動数

成分の振幅分布である（均一流中と同じ）。Fig. 7 に示した $\cos 2\theta$ の前後方向分布は Fig. 3 の均一流中の分布とよく似ていて、最大振幅位置は $0.0D$ （プロペラ中心

直上) 辺で, $0.1D$ (tip 直上) は凹みにかかっている。全体に均一流中の約 2 倍の大きさになっているのは 1 翼の場合と同じである。Fig. 8 の左右方向分布は中心線上にピークを持ち $\pm 1.0D$ あたりまで裾野の広がった富士山のような対称形である。Fig. 4 の均一流中の分布とまったく同形で高さが約 2 倍になっている。ここで $\cos 5\theta$ に眼を移すと, Fig. 9 の□印で示す揚力効果の分布形状は, 均一流中, $\cos 2\theta$ とはまったく異なる。プロペラ中心から tip にかけて深い落ち込みをもち, $X=+0.35D$ と $X=-0.30D$ 付近に双峯をもち, $\pm 0.6D$ でもほとんど減衰しないかなりの変動振幅のある分布形状を示している。Fig. 10 の左右方向をみると, 右舷側に大きな落ち込み, 左舷側に山をもつ左右非対称な分布を示し, 均一流中, $\cos 2\theta$ とはまったく様相が異なる。Fig. 6 の 1 翼の変動圧力分布から察すると, $X=0.0D$ より前方 ($X<0$) では, Fig. 10 と同じような左舷側に山, 右舷側に落ち込みのある分布になると思われる。

3.2 翼厚効果

(21) 式の第 1 積分

$$p_T = 2 \left[\frac{\rho}{4\pi} \iint_C \sigma \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{1}{R} dS_C \right] \quad (26)$$

を計算すればよい。プロペラ上方では,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R} \right) &= - \frac{x-x'}{\{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\}^{3/2}} \\ &= - \frac{x-x'}{R^3} \end{aligned}$$

の関係から, $|x-x'| \ll R$ とみなしてもよい範囲で考えれば, $-U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{R} \right)$ の項は無視できるので, (26) 式は第 1 項のみとすることにする。すなわち

$$p_T = \frac{\rho}{2\pi} \iint_C \sigma \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{R} \right) dS_C \quad (27)$$

を用いる。今, k 番目のプロペラ翼上の i, j 番の分割要素の吹出分布 σ_{ij}^k が, $1/4$ 弦長点の束縛渦と同じ直線上に, スパン方向に一定の強さの線密度 q_{ij}^k で置換できると考えれば, 線素を dl とすると (27) 式は次のように書ける。

$$p_T = \frac{\rho}{2\pi} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q_{ij}^k \int_0^l \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{R} \right) dl \quad (28)$$

吹出しの線密度 q_{ij} は翼厚 τ の差と平均流入速度 W_i とに比例すると近似すれば,

$$q_{ij} = \int_{x_j}^{x_{j+1}} W_i \frac{d\tau}{dx'} dx' = W_i \{\tau_i(x_{j+1}) - \tau_i(x_j)\} \quad (29)$$

(29) 式を (28) 式に代入すれば, q_{ij} は時間に無関係なので, 時間微分は外に出してもかまわない。結局, 次式を数値微分によって計算した。

$$p_T = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho}{2\pi} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q_{ij}^k \int_0^l \frac{1}{R} dl \right] \quad (30)$$

時間 t は (30) 式に陽に現われていないが, 線素 dl の座標が時間とともに原点のまわりを回転するので, 計算点との間の距離 R が時間についての関数である。時間微分のための時間間隔は, $1^\circ/(360^\circ \times n)$, ただし $n=r.p.s$ とした。

以上のような方法で計算した翼厚効果の結果は, Fig. 3, 4, 7, 8, 9, 10 の図中に○印で示されている。いずれも tip 直上且つ中心線上の点で, 最高値を成し, 前後左右になだらかな裾野をもつ富士山状の振幅分布特性を示している。均一流中 (Fig. 3, 4) では揚力効果より大きい, $\cos 2\theta$ の不均一流場 (Fig. 7, 8) では揚力効果と略々同じオーダーであり, $\cos 5\theta$ の流場 (Fig. 9, 10) では左右方向は揚力効果と同程度だが前後方向には tip 直上付近に集中した分布特性を示している。位相は流場の位相とほぼ同じである。

3.3 合変動圧力

Fig. 3, 4, 7, 8, 9, 10 の図中に*印で示したのが合変動圧力の振幅である。揚力効果 (□印) と翼厚効果 (○印) との間には位相差があるので, 合成した*印は, 両者の単純な足し算にはならない。とくに, Fig. 3 や Fig. 7 の前後方向分布では, プロペラ後方で逆位相に近い関係になるため相互に打消し合って振幅の落ち込みがみられる。Fig. 10 の右舷側にも, やはり逆位相に近いための振幅の落ち込みがみられる。いずれにせよ, 均一流中 (Fig. 3, 4), $\cos 2\theta$ 流場中 (Fig. 7, 8) は, 比較的よく知られた振幅分布とみなせるが, $\cos 5\theta$ 流場中 (Fig. 9, 10) は特異な分布である。このように, 翼振動数と同調する調和伴流成分の不均一流場では, 前後方向に 3 つの山を持ち, 左右方向には非対称な分布が生じることが明らかになった。船尾伴流場を調和解析したとき, 翼数と同次の調和成分がかなり存在する場合は, Fig. 9, 10 の結果のような特異な変動圧力分布が生じる可能性が高いので, 常識的な山型の分布を仮定して Surface Force の起振力を推定するのは注意を要する。そのような場合にはその伴流中で非定常計算を行うのが確かなやり方である。

3.4 前進率, チップクリアランスの影響

これまでの計算例は全部前進率 $J=0.45$ におけるものであった。Fig. 11 に, 均一流中で $J=0.30$ に落した場合の計算例の前後方向分布を示す。揚力効果が Fig. 3 に比べて 50% 増, 合変動圧力で 15% 増になっているが, 分布の様相はほとんど変りない。ここに図は示さないが, 不均一流中で同じように $J=0.30$ に下げても, $\cos 2\theta, \cos 5\theta$ と, それぞれ Fig. 7, Fig. 9 とほとんど変りない結果を得た。すなわち, 不均一流場では, 前進率の影響は $0.45 \sim 0.30$ ぐらいの範囲の変化に対してほとんど見られないということである。左右方向の分布に

Fig. 11 Longitudinal distribution of blade frequency amplitude of oscillating pressure in a uniform flow in case of $J=0.30$

ついても同様である。

これまでの計算は全部 15% tip clearance ($Y=0.65D$) であったが、Fig. 12 に 10% tip clearance ($Y=0.60D$) の均一流中における前後方向分布を示す。Fig. 3 の 15% tip clearance に比べて、全体に約 2 倍になっていること、揚力効果の増加が著しいこと、分布形状は類似していることが分かる。左右方向分布についても同じような比較結果になる。さらに不均一流場中でも 10% tip clearance の方が約 2 倍の変動圧力になること、分布形状は 15% のときと似ていることは、均一流中の傾向と同じであることを確認した (図は省略)。

3.5 2 倍翼振動数変動圧力

揚力の非線形効果によって生じる 2 倍翼振動数変動圧力成分は、元の翼振動数成分に比べて小さい振幅であるが存在する。15% tip clearance, $J=0.45$ の場合, $\cos 5\theta$ の流場で MAU 5-665 プロペラでは、12% に達する。伴流に同調成分のない $\cos 2\theta$ や均一流中でも、7~8% の振幅があることが計算の結果判った。この原因

Fig. 12 Longitudinal distribution of blade frequency amplitude of oscillating pressure in a uniform flow in case of 10% tip clearance

は、誘導速度成分を媒介とする自己干渉効果ではないかと考える。この 2 倍翼振動数変動圧力成分は、振幅比は 7~12% 程度であっても、もし船尾構造の共振点が一致するようなことがあると、問題となる可能性があるから注意を要する。

4 実験と計算の比較

4.1 供試模型プロペラと実験法

実験に使用した模型プロペラは直径 137.24 mm の 5 翼プロペラ MAU 5-630 である。その要目は Table 1 の右欄に示す。プロペラ軸心を 182.44 mm の深度 ($I/D=1.37$) にとり、tip clearance 10% D (13.72 mm) の位置に長 1100 mm × 幅 700 mm × 厚 10 mm のアクリル平板を水平にセットした。この平板上に 360 mm の高さで箱を作り、その一部に圧力変換器収納のための水密区画を設けた。Fig. 13 にその概略図を示す。圧力計測点には、tip 直上を中心に左右へ 0.15 D 間隔で 5 個の穴

Fig. 13 Pressure measuring arrangement

Fig. 14 Measured $(1-w)$ contours in propeller disk

をあげ、そこにシリコンオイルを充填したキャップ付きの圧力変換器（豊田工機 PD 104 K, 0.1 F）を5個セットした。計測の前後位置は、tip 直上, $0.1D$ 前方, $0.2D$ 前方の3カ所で、平板自体を移動して前後位置を調整した。装置の配置上 tip 後方に移動できなかった。伴流

発生用のメッシュスクリーンは、プロペラ中心より 190 mm 前の位置でアクリル平板に設けた間隙から水中へ平板及箱枠とは切り離してセットした。 $\cos 2\theta$ と $\cos 5\theta$ のメッシュスクリーンの後方のプロペラ中心位置で、3mm ϕ 超小型翼車流速計を用いて計測した片舷の伴流分布図 $(1-w)$ を Fig. 14 に示す。 $\cos 2\theta$, $\cos 5\theta$ の伴流場は、調和解析の結果、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} w &= 0.46 + 0.32 \cos 2\theta \\ w &= 0.27 + 0.14 \cos 5\theta \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

で程よく近似できることが分かった。(31)式を計算の不均一流場の入力データとした。

4.2 計算値と実験値

均一流中、不均一流中 ($\cos 2\theta$, $\cos 5\theta$) の3流場における数多くの計測データのうちから、各一例を選び、Fig. 15 (均一流場), Fig. 16 ($\cos 2\theta$ 流場), Fig. 17 ($\cos 5\theta$ 流場) にそれぞれ示す。作動条件としての前進率は、均一と $\cos 5\theta$ は同じで $J=0.467$ であるが、前進速度の設定が甘かったため $\cos 2\theta$ だけ $J=0.482$ と少し違っている。これは平均伴流の相異に起因する。この相違は

Fig. 15 Comparison between calculations and experiments of blade frequency amplitude of oscillating pressure in a uniform flow

Fig. 16 Comparison between calculations and experiments of blade frequency amplitude of oscillating pressure in $\cos 2\theta$ wake flow

Fig. 17 Comparison between calculations and experiments of blade frequency amplitude of oscillating pressure in $\cos 5\theta$ wake flow

変動圧力の分布特性をみるのに支障はない。これら3図いずれも、翼振動数成分の変動圧力振幅を調和解析により抽出してその分布特性を示した図であって、上段に tip 直上における左右方向分布を、下段に中心線上における前後方向分布を示す。

計算値は(31)式で表わされる調和伴流中で、実験と同じ回転数(均一流場: 12r. p. s., $\cos 2\theta$ 流場: 8r. p. s., $\cos 5\theta$ 流場: 12r. p. s.)にて回転するプロペラによって誘起される変動圧力を前節と同じ方法で計算した結果である。実験値がいずれも低く($\cos 5\theta$ の右舷 $-0.15D$ の点は例外)出ているのは、圧力変換器に冠せたシリコンオイル入りのキャップによって応答が悪くなったのが主原因だろうと思う。それにしても、前後、左右の分布特性は傾向的に実験と計算とでよく合っている。 $\cos 5\theta$ の左右方向の非対称性分布も、実験の落ち込みが若干緩やかなことを除けば、よく合っているといえよう。

このように、キャビテーションの非発生時の場合は、実験によって本論文の計算法がかなりの精度でサーフェ

スフォースの推定に役立つものであることが実証された。

よくやられるように、tip 直上の圧力変動を最大値として、左右に対称な富士山型分布を仮定することは、場合によっては実際の現象にそぐわないこともあるということが、計算と実験の両面から示された。

5 結 言

本研究によって明らかになった事項を列記する。

(1) プロペラ周辺の圧力場の一般解を示し、その線形近似解は従来の加速度ポテンシャルと翼厚効果の和をとる方法による解と一致することを示した。また、船体表面圧力に関する石田の解法もその一般解から導かれることを示した。

(2) 線形近似解に、渦格子揚力面モデルによる揚力分布(圧力差分布)を代入すれば、容易に揚力効果が計算でき、翼厚効果と合わせれば、サーフェスフォースの計算も容易に行えることを示した。

(3) プロペラ上方の水平平面壁における変動圧力は、計算例の5翼プロペラの場合(rake 角 10°)、tip 直上よりも $0.05D \sim 0.1D$ 前方に変動振幅の最大値が現われることを示した。これは、均一、 $\cos 2\theta$, $\cos 5\theta$ の流場に関係なく共通の特性であることも分かった。またその理由が翼葉の背面側と正面側の圧力の相違に因ることを明らかにした。このことから、変動圧力振幅の前後方向分布に与える rake 角の影響はかなりのものと推測される。

(4) 翼振動数と同調する $\cos 5\theta$ 流場では、前後方向分布に3つの山が生じ、裾野もなだらかな広い分布特性であることが分かった。

(5) 左右方向の変動圧力の分布は、均一流と $\cos 2\theta$ 流場とでは、ほぼ対称な富士山形であるが、翼振動数と同調する $\cos 5\theta$ 流場では左舷に最大値をもち右舷に落ち込みをもつ非対称分布となることが分かった。

(6) 上記(3)~(5)に示した変動圧力分布の特性について、実験と計算との比較によって確かめた。

(7) tip 直上の変動圧力振幅が必ずしも最大値ではなく、分布形状も流場との関係で非対称な特性になることもあるなど、今回明らかになったことから、サーフェスフォースの推定には線形解による計算が非常に有効であり精度も十分あるといえる。非キャビテーション時の tip 直上の変動圧力振幅を簡易推定法⁹⁾によって計算して用いる方法は実用的には有効な場合が多いが、伴流分布に翼振動数成分が強い場合には注意を要する。

終りに、本研究の遂行にあたり常に熱心な助言と激励を賜った丸尾 孟教授に心から感謝申し上げる。さら

に、変動圧力の計測実験と解析を卒業研究として担当された、平田純一、水潤英紀の両君をはじめ、装置の製作などに協力いただいた横浜国立大学水槽の田草川喜助、岡田 功の両氏に深甚の謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 石田駿一，小山鴻一：プロペラ起振力の推定法，船型設計のための抵抗・推進理論シンポジウムテキスト第4章，日本造船学会（昭和54年7月）。
- 2) J. P. Breslin & S. Tsakonas : Marine Propeller Pressure Field due to Loading and Thickness Effects, Transaction of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, Vol.67 (1959).
- 3) 石田駿一：プロペラにより誘起される Surface Force の計算法について，日本造船学会論文集，第138号（1975）。
- 4) J. E. Kerwin & C. S. Lee : Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting-Surface Theory, Transaction of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, Vol.86 (1978).
- 5) 池畑光尚，安藤正裕，丸尾 孟：渦格子揚力面モデルによる調和伴流中のプロペラ非定常特性解析 日本造船学会論文集，第153号（1983）。
- 6) 例えば，谷口 中：プロペラ近傍の圧力変動，西部造船会々報，第16号（1958）。