複数の柱状体に作用する非線形波力に関する研究

正員 増 田 光 一* 坂 田 親 弘**
正員 加 藤 渉***

Study on Nonlinear Wave Forces on Plural Vertical Cylinder
with Arbitrary Cross-Sections

Koichi Masuda, *Member* Chikahiro Sakata
Wataru Kato, *Member*

Summary

In the present paper, the powerful numerical method for a nonlinear wave forces acting on the plural vertical cylinder with arbitrary cross-sections was proposed.

According to the present method, a second-order wave force can be obtained from a linear radiation potential without solving second-order boundary value problem. The boundary value problems for a linear radiation and diffraction potentials are solved with the hybrid boundary element method^(6),7),10). The two method of numerical integration for a infinite integral on a free surface were showed and examined. One is the approximate integral method, in which infinite region is replaced by finite region and another is the numerical integral method with the Laguerre integration.

The numerical results of maximum and second-order wave forces for the circular and rectangular cylinders obtained by the present method were compared with the experimental results. The property of the two numerical integration and the characteristics of the nonlinear wave forces were discussed.

1 緒 言

海洋構造物を設計する場合、構造物に作用する波力の算定は最も重要な問題であり、より正確な算定法が必要となる。今後、海洋構造物が多く建設されると考えられる浅海域や台風・暴風雨などの荒天時には、波面の非線形性が顕著となり、従来用いられる線形理論では、波力を正確に評価することが困難となる。波の非線形問題を取扱う場合、大別して2つの方法が考えられる。1) 非線形境界条件を数値的に直接解く方法、2) 摂動法による方法の2つである。本論では後者の解析法を用い、2次のオーダーまでの波力を考慮し、それを非線形波力と呼ぶことにする。

ところで、非線形波力を扱った研究は、数多く報告されている。主な研究としては、Chakrabarti¹⁾、山口・土屋²⁾、Molin³⁾、Chen & Hudspeth⁴⁾、Rahman⁵⁾、Garrison⁸⁾ および増田・石塚^(6),7),10) 等による研究がある。

なかでも、Molin, Rahman, 増田・石塚等の研究は、拡張された Haskind の関係を用いることによって、2次の境界値問題を解くことなしに2次の波力を求めている。この方法では2次の波力の算定式において自由表面の無限積分をいかに合理的に行うかが問題である。一方、Garrison⁸⁾ は、source 分布法により円形および矩形のケーソンに作用する非線形波力を求めている。

本論では、Molin, Rahman, Garrison 等の研究が単独の構造物に対するものであることから、任意断面を有する複数の構造物に作用する非線形波力の実用的な数値計算法を示すとともに、計算結果と水槽実験結果との比較から、本手法の妥当性および非線形波力の特性等について考察する。すなわち、本論の計算法では、Molin 等と同様に拡張された Haskind の関係より2次の波力を直接求めており、その際、問題となる自由表面の無限積分に対して近似積分法とラゲール積分法の2つの数値積分手法を示し、それぞれの有用性について検討した。

2 境界値問題

流体は非粘性、非圧縮性の完全流体であり、流体の運

* 日本大学理工学部

** (株)日立造船情報システム (研究当時日本大学大学院)

*** 日本大学

Fig. 1 Coordinate system

動は非回転で速度ポテンシャルの存在が保証される。入射波は、 x 軸の負方向から θ の角度をもって入射する。座標系を Fig. 1 に示す。

速度ポテンシャル Φ は摂動法により摂動パラメーター ε の 2 乗項まで考えると、次のように定義することができる。

$$\Phi(x, y, z, t) = \text{Re}[\varepsilon \tilde{\Phi}^{(1)} e^{-i\omega t} + \varepsilon^2 (\tilde{\Phi}_0^{(2)} + \tilde{\Phi}^{(2)} e^{-2i\omega t})] \\ = \text{Re}[\phi^{(1)} e^{-i\omega t} + \phi_0^{(2)} + \phi^{(2)} e^{-2i\omega t}] \quad (1)$$

1 次、2 次の速度ポテンシャル $\phi^{(1)}$, $\phi^{(2)}$ は入射波ポテンシャル $\phi_I^{(1)}$, $\phi_I^{(2)}$ と散乱波ポテンシャル $\phi_d^{(1)}$, $\phi_d^{(2)}$ の和で、次のように定義できる

$$\left. \begin{aligned} \phi^{(1)} &= \phi_I^{(1)} + \phi_d^{(1)} \\ \phi^{(2)} &= \phi_I^{(2)} + \phi_d^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

入射波ポテンシャル $\phi_I^{(1)}$, $\phi_I^{(2)}$ は、Stokes の第 2 次近似理論により、次式のように定義できる。

$$\phi_I^{(1)} = -i \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{ik(x \cos \theta + y \sin \theta)} \quad (3) \\ \phi_I^{(2)} = -i \frac{3}{8} \frac{a^2 g k}{\omega} \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^4 kh} e^{2ik(x \cos \theta + y \sin \theta)} \quad (4)$$

ここで、 a : 線形理論の波振幅

h : 水深

g : 重力加速度

k : 波数

ω : 円周波数

さらに、円周波数 ω と波数 k の関係は、ストークスの 2 次近似理論の場合、

$$\frac{\omega^2}{g} = k \tanh kh$$

のようになる。

散乱波ポテンシャル $\phi_d^{(1)}$, $\phi_d^{(2)}$ に関する境界値問題は、以下のように定義される。

1 次の境界値問題：

$$\nabla^2 \phi_d^{(1)} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_d^{(1)}}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi_d^{(1)} = 0 \quad \text{on } S_F \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi_d^{(1)}}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_B \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi_d^{(1)}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_I^{(1)}}{\partial n} \quad \text{on } S_H \quad (8)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left\{ \frac{\partial \phi_d^{(1)}}{\partial R} - ik \phi_d^{(1)} \right\} = 0 \quad \text{on } S_R \quad (9)$$

ここで、 $R = \sqrt{x^2 + y^2}$

2 次の境界値問題：

$$\nabla^2 \phi_d^{(2)} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi_d^{(2)}}{\partial z} - \frac{4\omega^2}{g} \phi_d^{(2)} = q \quad \text{on } S_F \quad (11)$$

$$\frac{\partial \phi_d^{(2)}}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_B \quad (12)$$

$$\frac{\partial \phi_d^{(2)}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_I^{(2)}}{\partial n} \quad \text{on } S_H \quad (13)$$

$$\text{radiation condition on } S_R \quad (14)$$

ここで q は、

$$q = -\frac{\partial \phi_I^{(2)}}{\partial z} + \frac{4\omega^2}{g} \phi_I^{(2)} + \frac{1}{g} \left[i\omega (\nabla \phi^{(1)})^2 - \frac{i\omega}{2} \phi^{(1)} \left(\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial z^2} - \frac{\omega^2}{g} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} \right) \right] = q_{Id} + q_{dd} \quad (15)$$

となり、 q_{Id} は $\phi_I^{(1)}$ と $\phi_d^{(1)}$ より構成されている項であり、 q_{dd} は $\phi_d^{(1)}$ のみで構成されている項を示す。

3 波力の算定式

j 方向の波力 F_j は、

$$F_j = \text{Re}[\varepsilon \tilde{f}_j^{(1)} e^{-i\omega t} + \varepsilon^2 (\tilde{f}_{0j}^{(2)} + \tilde{f}_j^{(2)} e^{-2i\omega t})] \\ = \text{Re}[f_j^{(1)} e^{-i\omega t} + f_{0j}^{(2)} + f_j^{(2)} e^{-2i\omega t}] \quad (16)$$

のように定義できる。(16) 式の各項は、次のように与えられる。

$$f_j^{(1)} = i\omega \rho \iint_{S_H} \phi^{(1)} n_j dS \quad (17)$$

$$f_{0j}^{(2)} = -\frac{\rho}{4} \iint_{S_H} \nabla \phi^{(1)} \cdot \nabla \phi^{(1)*} n_j dS \\ + \frac{\rho \omega^2}{4g} \iint_{S_H} \phi^{(1)} \cdot \phi^{(1)*} n_j dS \quad (18)$$

$$f_j^{(2)} = 2i\omega \rho \iint_{S_H} \phi^{(2)} n_j dS - \frac{\rho}{4} \iint_{S_H} (\nabla \phi^{(1)})^2 n_j dS \\ - \frac{\rho \omega^2}{4g} \int_C \phi^{(1)*} n_j dC \quad (19)$$

ここで、 $f_j^{(1)}$ は 1 次の波力、 $f_{0j}^{(2)}$ は 2 次の定常力（漂流力）、 $f_j^{(2)}$ は 2 次の変動波力である。さらに $\nabla \phi^{(1)*}$ 、 $\phi^{(1)*}$ は $\nabla \phi^{(1)}$ 、 $\phi^{(1)}$ の複素共役、 n_j は法線ベクトルの j 方向成分、 ρ は流体の密度、 c は $z=0$ の物体表面の水線である。

(19) 式・第 1 項を求めるには、(10)～(14) 式に示した 2 次の境界値問題を解く必要がある。しかし、その解析は非常に複雑となるため、ここでは拡張された Haskind の関係を用いて、2 次の波力を算定する。したがって (19) 式は、次のように書き変えることができる。

$$\begin{aligned}
 f_j^{(2)} = & 2i\omega\rho \left\{ \iint_{S_H} \left(\phi_I^{(2)} \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi_I^{(2)}}{\partial n} \right) dS \right. \\
 & + \iint_{S_F} q\psi dS \left. \right\} - \frac{\rho}{4} \iint_{S_H} (\nabla \phi)^2 n_j dS \\
 & - \frac{\rho\omega^2}{4g} \int_C \phi^{(1)2} n_j dC \quad (20)
 \end{aligned}$$

(20)式より、直接2次の境界値問題を解かずに、1次の散乱波ポテンシャル $\phi_a^{(1)}$ と 2ω の radiation ポテンシャル ψ によって、2次の波力を算定することができる。なお、本論では、1次の散乱波ポテンシャル $\phi_a^{(1)}$ と 2ω の radiation ポテンシャル ψ は、ハイブリット境界要素法により求めている。詳細は、文献 6), 7), 10) を参照されたい。

4 自由表面の積分

(20)式第3項の自由表面の無限積分を数値的に行うために自由表面 S_F を6節点4辺形要素で分割する。各節点での $\phi_a^{(1)}$, $\phi_I^{(1)}$, ψ 等が求められているとすると、要素のポテンシャル ϕ^e は補間関数 N と節点値 ϕ_i の線形結合により、

$$\phi^e = \sum_{i=1}^6 N_i \phi_i \quad (21)$$

のように定義できる。また、(15)式からわかるように各要素の q を計算するためには、速度ポテンシャルの微分形が必要となる。 z 方向については、物体の形状を柱状体に限定すると双曲線関数で展開できるから、微分形は解析的に求めることができる。 x, y 方向の微分形については(21)式より、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi^e}{\partial x} &= \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial x} \phi_i \\ \frac{\partial \phi^e}{\partial y} &= \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial y} \phi_i \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

となる。ここで、全体座標系 (x, y) と局所座標系 (ξ, η) の関係は、ヤコビアン行列 $[J]$ を用いて、

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{aligned} \right\} = [J]^{-1} \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

のように定義できる (Fig. 2 参照)。(22), (23)式より、速度ポテンシャル ϕ^e の x, y 方向の微分形を求めることができ、さらに要素の q^e を計算することができる。

次に積分範囲であるが、本論においては2つの考え方をういた。1つは、円柱等の基本的な形状について被積分関数 $q\psi$ の挙動を観察し、物体から十分離れた有限の位置 $\bar{r}$ で強制的に積分を打ち切って、積分の近似値を求める方法。ただし、 $\bar{r}$ は数値実験により決定する。もう1つの方法は、 $q\psi$ の無限遠方の挙動を考察し、その減衰の形を指数関数で近似し、ラゲル積分により処理

Fig. 2 Quadrate element

する方法である。本論では、前者を近似積分法、後者をラゲル積分法と呼ぶことにする。

これら2つの方法について、数値積分の定式化を試みると次のようになる。

4.1 近似積分法

物体から十分離れた有限位置 ($\bar{r}$) で積分範囲を規定し、その内部を数値積分する。

今、自由表面を M 個の四辺形要素に分割すると、1つの四辺形要素の $q\psi$ の値は、補間関数 N を用いて、

$$q\psi = \sum_{i=1}^6 N_i q^e \psi_i \quad (24)$$

ここで ψ_i は、 ψ の節点値。

のように定義でき、その積分は、

$$\begin{aligned}
 \iint_{S_F} q\psi dS &= \sum_{m=1}^M \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \sum_{i=1}^6 N_i q^e \psi_i |J| d\xi d\eta \\
 &= \sum_{m=1}^M \left[\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(\frac{\eta^2 - \eta}{2} \right) \left(\frac{1 - \xi}{2} \right) q^e \psi_1 |J| d\xi d\eta \right. \\
 &\quad + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (1 - \eta^2) \left(\frac{1 - \xi}{2} \right) q^e \psi_2 |J| d\xi d\eta \\
 &\quad + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(\frac{\eta^2 + \eta}{2} \right) \left(\frac{1 - \xi}{2} \right) q^e \psi_3 |J| d\xi d\eta \\
 &\quad + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(\frac{\eta^2 - \eta}{2} \right) \left(\frac{1 + \xi}{2} \right) q^e \psi_4 |J| d\xi d\eta \\
 &\quad + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (1 - \eta^2) \left(\frac{1 + \xi}{2} \right) q^e \psi_5 |J| d\xi d\eta \\
 &\quad \left. + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(\frac{\eta^2 - \eta}{2} \right) \left(\frac{1 + \xi}{2} \right) q^e \psi_6 |J| d\xi d\eta \right] \quad (25)
 \end{aligned}$$

ここで Gauss の4点積分公式を用いると、

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=1}^M \left[\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\eta_i^2 - \eta_i}{2} \right) \left(\frac{1 - \xi_j}{2} \right) q^e \psi_1 |J| w_j w_i \right. \\
 + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (1 - \eta_i^2) \left(\frac{1 - \xi_j}{2} \right) q^e \psi_2 |J| w_j w_i \\
 + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\eta_i^2 + \eta_i}{2} \right) \left(\frac{1 - \xi_j}{2} \right) q^e \psi_3 |J| w_j w_i \\
 \left. + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\eta_i^2 - \eta_i}{2} \right) \left(\frac{1 + \xi_j}{2} \right) q^e \psi_4 |J| w_j w_i \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\eta_i^2 - \eta_j}{2} \right) \left(\frac{1 + \xi_j}{2} \right) q^e \psi_4 |J| w_j w_i \\
& + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (1 - \eta_i^2) \left(\frac{1 + \xi_j}{2} \right) q^e \psi_5 |J| w_j w_i \\
& + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\eta_i^2 + \eta_j}{2} \right) \left(\frac{1 + \xi_j}{2} \right) q^e \psi_6 |J| w_j w_i \quad (26)
\end{aligned}$$

のように定義できる。

ここで、 w_i , w_j は、Gauss の積分公式の重み関数、 η_i , ξ_j は、 i , j 番目の積分点の座標、 $\psi_1, \dots, \psi_6$ は ψ の各節点の値、 $|J|$ は、ヤコビアン行列式である。

積分領域 $\bar{r}$ は、数値実験により決定する。

4.2 ラゲル積分法

今、(15)式より

$$q\psi = q_{Id}\psi + q_{ad}\psi \quad (27)$$

であるから、それぞれの項の無限遠方における order 評価をする

$$\begin{aligned}
q_{Id} \cdot \psi & \sim O \left[\frac{1}{R} e^{i k (1 + \cos \theta) R + i k_{02} R} \right] \\
q_{ad} \cdot \psi & \sim O \left[\frac{1}{R \sqrt{R}} e^{2 i k R + i k_{02} R} \right] \quad (28)
\end{aligned}$$

であり、最終的に、 $q_{Id}\psi$ の方が減衰が遅い。したがって、 $q\psi$ の減衰型として (28) 式の第一式を代表させ、その減衰を減衰長 L を伴った指数関数で近似する。すなわち、物体の近傍は、通常の Gauss の求積法で数値積分し、物体から十分離れた距離 $\bar{r}$ より外部をラゲル積分⁹⁾で近似する。 $\bar{r}$ の内部は、4.1 と同じであるから、今、 $\bar{r}$ より外部の領域の積分について考える。

$$\begin{aligned}
\iint_{S_F} q\psi dS &= \sum_{n=1}^N \int_0^\infty \int_{-1}^1 \sum_{i=1}^6 N_i q^e \psi_i |J| d\xi d\eta \\
&= \sum_{n=1}^N \left[\int_0^\infty \int_{-1}^1 \left(\frac{\eta^2 - \eta}{2} \right) \left(\frac{\xi_2 - \xi}{\xi_2} \right) \right. \\
&\quad \times e^{-(\xi/L)} e^{i(\alpha k + k_{02})\xi} q^e \psi_1 |J| d\eta d\xi \\
&\quad + \int_0^\infty \int_{-1}^1 (1 - \eta^2) \left(\frac{\xi_2 - \xi}{\xi_2} \right) \\
&\quad \times e^{-(\xi/L)} e^{i(\alpha k + k_{02})\xi} q^e \psi_2 |J| d\eta d\xi
\end{aligned}$$

Fig. 3 Infinite element

$$\begin{aligned}
& + \int_0^\infty \int_{-1}^1 \left(\frac{\eta^2 + \eta}{2} \right) \left(\frac{\xi_2 - \xi}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{-(\xi/L)} e^{i(\alpha k + k_{02})\xi} q^e \psi_3 |J| d\eta d\xi \\
& + \int_0^\infty \int_{-1}^1 \left(\frac{\eta^2 - \eta}{2} \right) \left(\frac{\xi}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{-(\xi - \xi_2)/L} e^{i(\alpha k + k_{02})(\xi - \xi_2)} q^e \psi_4 |J| d\eta d\xi \\
& + \int_0^\infty \int_{-1}^1 (1 - \eta^2) \left(\frac{\xi}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{-(\xi - \xi_2)/L} e^{i(\alpha k + k_{02})(\xi - \xi_2)} q^e \psi_5 |J| d\eta d\xi \\
& + \int_0^\infty \int_{-1}^1 \left(\frac{\eta^2 + \eta}{2} \right) \left(\frac{\xi}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{-(\xi - \xi_2)/L} e^{i(\alpha k + k_{02})(\xi - \xi_2)} q^e \psi_6 |J| d\eta d\xi \quad (29)
\end{aligned}$$

となり、ここで ξ_2 は、節点 4, 5, 6 の ξ 座標の値を示す。ラゲルの積分公式⁹⁾

$$\int_0^\infty f(\xi) e^{-\xi/L} d\xi \doteq \sum_{i=1}^n w_i f(\xi_i) \quad (30)$$

を用い、(29) 式で $\xi = \frac{\xi}{L}$, $\xi^* = \frac{\xi - \xi_2}{L}$ とおくと

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=1}^N \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\eta_i^2 - \eta_j}{2} \right) \left(\frac{\xi_2 - \xi_j L}{\xi_2} \right) \right. \\
& \quad \times e^{i(\alpha k + k_{02})\xi_j L} q^e \psi_1 |J| w_i w_j \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (1 - \eta_i^2) \left(\frac{\xi_2 - \xi_j L}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{i(\alpha k + k_{02})\xi_j L} q^e \psi_2 |J| w_i w_j \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\eta_i^2 + \eta_j}{2} \right) \left(\frac{\xi_2 - \xi_j L}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{i(\alpha k + k_{02})\xi_j L} q^e \psi_3 |J| w_i w_j \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\eta_i^2 - \eta_j}{2} \right) \left(\frac{\xi_j^* L + \xi_2}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{i(\alpha k + k_{02})\xi_j^* L} q^e \psi_4 |J| w_i w_j \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (1 - \eta_i^2) \left(\frac{\xi_j^* L + \xi_2}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{i(\alpha k + k_{02})\xi_j^* L} q^e \psi_5 |J| w_i w_j \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\eta_i^2 + \eta_j}{2} \right) \left(\frac{\xi_j^* L + \xi_2}{\xi_2} \right) \\
& \quad \times e^{i(\alpha k + k_{02})\xi_j^* L} q^e \psi_6 |J| w_i w_j \quad (31)
\end{aligned}$$

$$(\alpha = 1 + \cos \beta, 4\omega^2/g = k_{02} \tanh k_{02} h)$$

ここで、 L は減衰長、 β は円筒座標の回転角、 w_{ij} はラゲル積分の重み関数、 η_i , ξ_j は積分点、 N は有限位置 $\bar{r}$ 上の要素数をさす。

5 実験概要

実験は、日本大学理工学部海洋建築工学科の海洋構造物試験水槽で行った。実験模型は、1 本円柱・角柱、2 本円柱・角柱の 4 タイプとした。円柱の半径は、16 cm とし、角柱の一边は、32 cm とした。波力は、昇降装置に取り付けられた 3 分力計により計測した。実験条件

は、水深 80 cm、波高 4 cm、6 cm とし、周期は 0.7～2.0 sec まで変化させた。

また、計測データはデータレコーダーに収録され、波が定常になってから 5 波分を DATAC-8000 によりサンプリング数 2,048 点で A/D 変換し、FFT により各周波数成分に分離した。最大波力は、1 次の成分と 2 次の成分に対して位相を考慮してたし合わせ、その最大値とした。

実験値に関して、2 次のオーダーまでしか考慮しなかった理由は、第 1 に比較する理論が 2 次のオーダーまで考慮していること、第 2 に 2 次のオーダーまで考慮した波力とそれ以上の高次のオーダーまで考慮した波力を比較した場合、ほとんど差異がないことを確認できたためである。

なお、単独円柱に作用する全波力、1 次の波力、2 次の変動波力、1 次と 2 次を加え合わせた変動波力の実験データの時系列を Appendix 1 に示す。

6 結果および考察

本論では、第 4 章に示した 2 つの数値積分法を用いて具体的に数値計算を行った。

近似積分法の場合、積分領域を規定するパラメーターとして $\bar{r}/r$ (r : 円柱の半径、角柱の場合一辺の長さの半分) を用いる。 $\bar{r}$ は、単独の物体の場合、原点から積分打ち切り点までの距離を示し、複数の場合は、各物体の中心からの距離を示す。本論では、 $\bar{r}/r$ を 8.5 倍と 15 倍の 2 タイプに変えて計算を行っている。 $\bar{r}/r$ を前述の値としたのは、文献 7) での $q\psi$ の挙動の考察を参考にした。2 本円柱の計算で使用した要素分割を Fig. 4 に示す。

一方、ラゲール積分法では、通常、数値積分の範囲 $\bar{r}/r$ と減衰長 L の値を決定する必要がある。本論では、 $\bar{r}/r$ を 8 倍、 $L=3.125$ として計算した。本来、ラゲール

Fig. 4 Free surface mesh for numerical integration

積分法は理論的に reasonable であるが計算時間の面では、ラゲール積分の分だけ余分に時間がかかるものと思われる。

なお、以後の考察で積分の精度および収束は、2 次の波力の計算結果と実験結果の比較によって検討した。最大波力の計算値としては、2 次の波力で良い結果を与えた方の数値を採用した。

6.1 単独円柱および 2 本円柱の場合

Fig. 5～7 に単独円柱および 2 本円柱に作用する 2 次の水平波力の計算値と実験値の比較を示す。最大水平波力および 1 次の水平波力の同様の比較を Fig. 8～10 に示す。横軸は、無次元波数である。Fig. 5～7 でわかるようにラゲール積分法による結果は、 $kr=0.5\sim1.5$ の範囲で 1 本および 2 本の場合とも異常に大きな値を示す周波数がある。すなわち、積分値そのものが収束していない。一方、近似積分法の結果は、1 本および 2 本の場合とも多少大きめの値を示すが、ほぼ実験値の性状を良く説明している。 $\bar{r}/r=8.5$ および 15.0 の積分値は、2 本円柱 (No. 1, 2) の $kr=0.75\sim0.8$ 付近を除いて差異

Fig. 5 Second-order wave forces on a circular cylinder

Fig. 6 Second-order wave forces on No. 1 cylinder of twin circular cylinder

Table 1 Comparison of maximum wave forces $|F_{\max}|/\rho g D^3$ obtained by the present theory with those of Rahman ($D=2r$)

Parameters	H/λ	Linear	Rahman(1)	Rahman(2)	Present method	
					Max.	1.st order
$D/\lambda=0.086$ $h/\lambda=0.136$	0.010	0.06524	0.06609	0.06565	0.06634	0.06419
	0.020	0.13050	0.13670	0.13305	0.14150	0.12840
	0.030	0.19570	0.21445	0.20605	0.22910	0.19260
	0.040	0.26100	0.30020	0.27960	0.33030	0.25680
	0.050	0.32620	0.39500	0.36835	0.44500	0.32090
	0.060	0.39150	0.49785	0.44695	0.57610	0.38510
$D/\lambda=0.080$ $h/\lambda=0.153$	0.010	0.07522	0.07580	0.07545	0.07485	0.07402
	0.020	0.15040	0.15505	0.15225	0.15410	0.14800
	0.030	0.22570	0.24010	0.23140	0.24050	0.22210
	0.040	0.30090	0.33240	0.31395	0.33570	0.29610
	0.050	0.37610	0.43255	0.40025	0.44070	0.37010
	0.060	0.45130	0.54190	0.49155	0.55550	0.44410

Fig. 7 Second-order wave forces on No. 2 cylinder of twin circular cylinder

Fig. 9 Maximum and linear horizontal wave forces on No. 1 cylinder of twin circular cylinder

Fig. 8 Maximum and linear horizontal wave forces on a circular cylinder

Fig. 10 Maximum and linear horizontal wave forces on No. 2 cylinder of twin circular cylinder

が少なくほぼ積分値も収束しているものと思われる。したがって、最大波力の計算値としては、近似積分法の値を採用した。 $F/r=8.5, 15.0$ の場合の最大波力に関する計算値はグラフ上で表わすことのできないくらい一致している。Table 1 で Rahman⁹⁾ の計算値と比較して

も良い一致を示している。さらに、近似積分法による最大水平波力と1次の波力の計算結果は、1本、2本とも実験値と良好な一致を示している。

6.2 単角柱および2本角柱の場合

Fig. 11~13 に2次の水平波力の計算値と実験値の比較を示す。

円柱の場合と同様、ラゲール積分法の計算値は、1本

および2本の場合とも積分値が発散する傾向を示す。近似積分法の結果は、単角柱の場合定性的に実験値と良く一致している。2本角柱の場合、計算値は必ずしも実

Fig. 11 Second-order wave forces on a rectangular cylinder

Fig. 12 Second-order wave forces on No.1 cylinder of twin rectangular cylinder

Fig. 13 Second-order wave forces on No.2 cylinder of twin rectangular cylinder

Fig. 14 Maximum and linear horizontal wave forces on a rectangular cylinder

Fig. 15 Maximum and linear horizontal wave forces on No.1 cylinder of twin rectangular cylinder

Fig. 16 Maximum and linear horizontal wave forces on No.2 cylinder of twin rectangular cylinder

験値の性状を良く説明しているとはいえない。角柱の場合も最大水平波力の計算値として近似積分法の値を採用する。最大波力の計算値と実験値の比較を Fig. 14~16 に示す。各タイプとも $kr > 0.75$ の範囲では計算値と実験値は良い相関を示している。一方、 $kr < 0.75$ では、実験値が計算値より低い値を示す。これは、角柱の場合、長波長域では粘性の影響が円柱の場合より顕著に表われているものと思われる。なお、2本角柱の場合の計算値としては、 $\bar{r}/r=8.5$ の結果のみグラフに示してある。

7 結 論

以上、本論で得られた結果を整理すると以下のようになる。

1) 拡張された Haskind の公式により2次の波力を直接求める方法において、自由表面の無限積分に関して近似積分法とラゲール積分法の2つの方法について示し、その有用性を検討した。

2) ラゲール積分法は、近似積分法に比べて理論的に秀れているにもかかわらず今回の計算では、積分値の収束が悪く、今後検討の必要がある。

3) 近似積分法は、無限積分を数値実験により有限積分に置き換えているにもかかわらず、 $\bar{r}/r$ を 8.0 以上に取れば、積分の収束も十分であり実用上問題無い精度の解が得られ、その有用性が確認された。

4) 最大水平波力に関しては、2本角柱の低周波域 ($kr < 0.75$) を除いて、近似積分法により実用上十分な精度で推定が可能となったことがわかった。

5) 2次の波力に関しては、2本角柱の一部の結果を除いて近似積分法により定性的に推定が可能であることを確認した。

最後に、本論では、著者らの当初の予想に反して近似積分法が良い結果を与えた。これは、2次の波力で積分の評価を検討して初めて明らかになったことである。最大波力で検討すると、1次の波力と2次の波力の order がかなり異なると、位相を考慮して加え合わせると無限積分の誤差が最大波力にあまり反映されず、極端な場合には、ある程度 order さえ合っていれば最大波力では極端に異なった性状を示さない。すなわち、文献 11) での結論は最大波力での評価であった。しかし、計算時間等がほぼ同程度であれば、理論的に reasonable な方法が望ましいと思われる。したがって、ラゲール積分法は今後の課題としたい。

謝 辞

本論文作成にあたり、多大なる協力を頂いた日本大学大学院生 宮島 省吾氏、および卒研生 永井 孝志君

に感謝致します。計算機の使用で便宜をはかって頂いた東大生研 前田久明教授に感謝致します。また、本論の数値計算には、東大生研の FACOM-M 380 Q, 日本大学理工学部習志野校舎の FACOM-M 360 R を使用した。

参 考 文 献

- 1) Chakrabarti, C. J.: Nonlinear Wave Forces Vertical Cylinder, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 98, No. HY 11.
- 2) 山口正隆, 土屋義人: 大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線形性の影響, 土木学会論文集, 第 229 号, 1974. 9.
- 3) Molin, B.: Second-order diffraction loads upon Three-Dimensional Bodies, Applied Ocean Research, 1984, Vol. 6, No. 2.
- 4) Chen, M., Hudspeth, R. T.: Nonlinear Diffraction by Eigenfunction Expansion, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 108, No. WW 3, 1982.
- 5) Rahman, M.: Wave Diffraction by Large Off-shore Structures: An Exact Second-Order Theory, Applied Ocean Research 1984.
- 6) K. Masuda, et al.: Nonlinear Wave Forces on Plural Vertical Cylinder with Arbitrary Cross-Sections, Ocean Space Utilization '85.
- 7) 石塚浩毅: 任意断面形状を有する複数本の柱状体に作用する非線形波力に関する研究, 日本大学修士論文, 1985. 3.
- 8) Garrison, C. J.: Nonlinear Wave Loads on Large Structures, Proceeding of 3rd International OMAE Symposium Vol. 2, 1984.
- 9) 加川幸雄: 開領域問題のための有限/境界要素法, サイエンス社, 昭和 57 年 7 月 10 日発行.
- 10) Masuda, K., Kato, W., Ishizuka, H.: Second-order Diffraction Loads on Plural Vertical Cylinder with Arbitrary Cross-Sections, Proceedings of 5th International OMAE Symposium, Vol. 1, 1986.
- 11) 増田光一, 坂田親弘, 大沢弘敏: 大型海洋構造物に作用する波浪外力に及ぼす自由表面の非線形影響, 第 49 回海洋工学懇談会資料, OE 49-07, 1986.

Appendix 1

Fig. A は、波高 6cm, 無次元波数 $kr=1.32$ ($T=0.7$ sec) の場合の単独円柱に作用する水平全波力の時系列の記録である。また、Fig. B は全波力から定常成分を差し引き、変動成分をフーリエ変換して得られた1次の波力、2次の変動波力および1次と2次の成分に関して位相を考慮して加え合わせて得られた波力の時系列の記録である。

Fig. A Time history of horizontal wave force on a fixed vertical circular cylinder obtained by experiments ($h/r=5.0$)

Fig. B Time history of first order, oscillating second-order and total forces on a fixed vertical circular cylinder obtained by experiment