深冷船の非満載時の貨物蒸発率について

正員 古 林 義 弘*

On the boil off rate of liquefied cargo of gas carrier during a partially loaded voyage

by Yoshihiro Kobayashi, Member

Summary

Boil off rate (BOR) of cargo is defined as the value at a fully loaded condition of liquefied gas, being 0.1 to 0.25% of total volume per day for conventional LNG carriers. Half of the ships life is, however, ballast condition and a partial loading is also required according to circumstances. In these conditions, since the temperature distributes between cargo temperature and comparatively high temperature inside the tank, method of BOR calculation is not established yet.

Heat gain to the cargo should include the radiation heat from the tank wall of vapor space and conduction heat along the tank wall as well as the heat gain through the insulation over the wetted areas, this means the temperature distribution along the tank height from the cargo level should be verified for an accurate estimation of BOR.

In this paper author analyzed the temperature distribution of tank wall and vapor taking the heat radiation from tank wall to liquid by using an approximate method and the convection heat between tank wall and cargo vapor into account, accordingly conduction heat through tank wall, radiation heat and cargo boil off were calculated at various cargo levels. Since the analytical solutions of spherical shell are not practical, author adopted the Picard's method as an initial value problem and numerical solutions were obtained. For the rectangular tank such as membrane tank and LPG tank analytical solutions were obtained.

As the results of calculation it was found that LNG BOR of membrane tank is as much as several times greater than that of spherical tank especially at the very low cargo level due to the greater radiation heat emitted from the comparatively greater dried area of tank wall and LPG, BOR is governed by the heat gain through the insulation of wetted areas.

1 緒 言

LNG 船を始めとした深冷船では貨物の蒸発量を一定以下に抑え、かつ、タンク周囲の船体構造の温度低下を防ぐ目的でタンク周囲に断熱材が設けられる。断熱性能値を示す尺度としては満載状態での貨物の蒸発率（以下 BOR と記す）が用いられ、LNG 船の場合には 0.1～0.25%/day に採るのが一般的である。

しかるにこの値は貨物を満載した状態での値であって、実際の航行時としては半載状態もあれば、バラスト航海の場合にはさらに小量の積載量となる。部分積載時の貨物の蒸発率およびタンクの温度分布は主機での燃油と LNG の混焼装置の計画、燃油の消費量計画ならびにタンクの冷却計画に重要な意味を持っているが、これらの状態のときの BOR の値はタンクの温度分布が必要な

ため直ちには求まらず現状は経験的数値によっており、算出方法としても確立されたものがない。

本論文では LNG 船の球形タンクおよびメンブレンタンクさらに LPG 船の独立方形タンクのそれぞれについて、先ず部分積載時のタンク内の放射熱、伝導熱および対流熱を考慮した熱平衡式を導き、これを解くことによって求まるタンク温度分布をもとに貨物への諸入熱量を求め BOR を計算する方法を提示した。ここで放射熱については壁面温度の 1 次式で表わす近似法を採用した。また球殻の温度分布については解析解が不可能なために Picard の方法を用いた初期値問題としての取扱いを行い数値解を示した。次にタンク方式別の BOR の相異ならびに BOR の要因別の評価を行った。

なお、航行中の船体動揺による液面変動については大型船での動揺は小さく、BOR に及ぼす影響は数%とみられるために無視した。また蒸発に伴う液面低下によって気相部面積が増加する分は BOR が小さく 1～2 週間

* 三菱重工業(株)

の航海ではわずかであるため無視している。

2 球形タンク

2.1 放射熱の取扱い方

LNG を揚荷してかなりの時間が経過した時点を考えれば、タンク壁は自然昇温し、液面との温度差が大きくなっているためタンク壁から LNG 液面への放射熱による BOR の増加を考慮する必要がある。

いま Fig. 1 に示すようにタンク球面①と部分積載された LNG 液面②から成る閉空間系を考えれば面々形態係数 F_{ik} (i 面から k 面をみた場合) について相互関係および総和関係¹⁾ を適用して次の関係式が得られる。

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{11} + F_{12} &= 1 \\ F_{21} + F_{22} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし平面および、凸面では $F_{ii}=0$ であるから $F_{22}=0$ となる。以上の関係式から形態係数の値は次のように求まる。

$$F_{21}=1, F_{12}=A_2/A_1, F_{11}=1-A_2/A_1 \quad (3)$$

一方各面はその平均温度で代表させて、一様温度であると仮定すれば、閉空間において i 面から出る総放射伝熱量¹⁾ Q_i kcal/h に関して次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= (G_1 - G_2) A_1 F_{12} = (\sigma T_1^4 - G_1) A_1 \frac{\epsilon_1}{1 - \epsilon_1} \\ Q_2 &= (G_2 - G_1) A_2 F_{21} = (\sigma T_2^4 - G_2) A_2 \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし G_i : 面 i の放射度 kcal/m²h, ϵ_i : 面 i の放射率, σ : Stefan Boltzmann's constant 4.88×10^{-8} kcal/m²h⁴K⁴, T_i : 面 i の温度 °K, T_2 : LNG 液面温度 °K, A_i : 面 i の面積 m², である。

これらを整理すれば G_1, G_2 に関する連立方程式が次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} G_1 \left(F_{12} + \frac{\epsilon_1}{1 - \epsilon_1} \right) - G_2 F_{12} &= \frac{\epsilon_1}{1 - \epsilon_1} \sigma T_1^4 \\ -G_1 F_{21} + G_2 \left(F_{21} + \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2} \right) &= \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2} \sigma T_2^4 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで各面の放射率 ϵ については、アルミ合金面では $\epsilon_1=0.1$ とし、LNG 液面については透明度の大きい類似性から水面の値より推定して $\epsilon_2=0.9$ とおき、37m 直径の球形タンクの場合の各液位 hm での形態係数の値を (3) 式から求めると Table 1 となる。

これらの数値を用いて (5) 式を解き G_1, G_2 kcal/m²h を求め、さらに (4) 式から Q_1, Q_2 を求め単位面積当りの伝熱量 q_i kcal/m²h ($q_i=Q_i/A_i$) を $q_1=aT_1^4+b$, $q_2=cT_1^4+d$ と表せば各定数は Table 2 となる。

このままではあとの処理が面倒であるため $-162^\circ\text{C} < \theta_s < -50^\circ\text{C}$ の実際の温度範囲で

$$q_1 = k_1 \theta_s + k_2 \quad (6)$$

Table 1 Geometrical factor of spherical tank at different liquid levels.

h (m)	A_1 (mf)	A_2 (mf)	F_{12}	F_{21}
0.5	4,240	60.8	0.014	1.0
1.0	4,180	113	0.027	1.0
2.0	4,070	222	0.055	1.0
10.0	3,140	855	0.272	1.0
18.5	2,150	1080	0.502	1.0

Table 2 Radiation heat of spherical tank at different liquid levels.

h (m)	q_1		q_2	
	a	b	c	d
0.5	5.47×10^{-10}	-0.093	-3.90×10^{-8}	6.67
1.0	9.65×10^{-10}	-0.165	-3.57×10^{-8}	6.14
2.0	1.66×10^{-9}	-0.283	-3.01×10^{-8}	5.14
10.0	3.71×10^{-9}	-0.635	-1.37×10^{-8}	2.33
18.0	4.33×10^{-9}	-0.734	-8.62×10^{-9}	1.47

Table 3 Approximation of radiation heat of spherical tank.

h (m)	k_1	k_2
0.5	0.01	1.62
1.0	0.019	3.08
2.0	0.032	5.18
10.0	0.053	8.59
18.0	0.06	9.72

Fig. 1 Approximation of radiation heat for spherical tank.

の形で近似すれば、それぞれの定数は各液位 h で Table 3 で表わされる。

Fig. 1 に q_1 の値について実線で 4 次式を、点線で 1 次式近似を示したが先の温度範囲内での両者の平均的差はせいぜい $1 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}$ 程度であり、実用上この差は問題ない。

2.2 タンク壁およびペーパーの熱平衡

タンク壁およびタンク内ペーパーの間の熱平衡を考えて、それぞれの温度を支配する基礎方程式を作ることとする。いま Fig. 2 に示すように、一つの球形タンク系に対してタンクの中心に原点を持った球座標系をとり、緯度 ϕ なる位置に、微小角度 $d\phi$ から成るタンク壁の円環および、ペーパーの円柱を想定し、この部分の熱平衡を考える。

いまタンク壁について図示のようにこれら微小部分への熱流および熱容量を示すと、2 次の微小項を無視してそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \kappa(\theta_a - \theta_t) r d\phi \cdot \pi r (2 \sin \phi + d\phi \cos \phi) d\tau \\ &= \kappa(\theta_a - \theta_t) 2\pi r^2 \sin \phi d\phi d\tau \\ Q_2 &= \{\alpha(\theta_t - \theta_v) + k_1 \theta_t + k_2\} 2\pi r^2 \sin \phi d\phi d\tau \\ Q_3 &= -\lambda_t \left(\frac{\partial \theta_t}{r \partial \phi} \right) e \cdot 2\pi r \sin \phi d\tau \\ Q_4 &= -\lambda_t \left(\frac{\partial \theta_t}{r \partial \phi} + \frac{\partial^2 \theta_t}{r^2 \partial \phi^2} r d\phi \right) \\ &\quad \times e \cdot 2\pi r (\sin \phi + d\phi \cos \phi) d\tau \\ &= -2\pi e \lambda_t \left(\frac{\partial \theta_t}{\partial \phi} \sin \phi + \frac{\partial^2 \theta_t}{\partial \phi^2} \sin \phi d\phi \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \theta_t}{\partial \phi} \cos \phi d\phi \right) d\tau \\ Q_5 &= \gamma_t c_t 2\pi r \sin \phi \cdot e \cdot r d\phi \cdot d\theta_t \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ただし、 θ : 温度 $^{\circ}\text{C}$, κ : 断熱材熱貫流率 $\text{kcal/m}^2 \text{ h}$ $^{\circ}\text{C}$, α : 表面熱伝達率 $\text{kcal/m}^2 \text{ h}$ $^{\circ}\text{C}$, λ : 熱伝導率 kcal/m h $^{\circ}\text{C}$, c : 比熱 kcal/kg $^{\circ}\text{C}$, r : 球半径 m , e : 球殻板厚 m , γ : 比重 kg/m^3 , 添字 a : タンク周囲, t : タンク, v : ペーパー, である。

タンク壁の微小円環全体の熱平衡式としては

$$Q_1 + Q_3 - Q_2 - Q_4 - Q_5 = 0 \quad (8)$$

となり、上式に (7) 式を代入し、整理すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{r^2 \gamma_t c_t}{\lambda_t} \frac{\partial \theta_t}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \theta_t}{\partial \phi^2} + \cot \phi \frac{\partial \theta_t}{\partial \phi} - \frac{r^2 (\kappa + d + k_1)}{e \lambda_t} \theta_t \\ &\quad + \frac{r^2 \alpha}{e \lambda_t} \theta_v + \frac{r^2 \kappa}{e \lambda_t} \theta_a - \frac{r^2 k_2}{e \lambda_t} \end{aligned} \quad (9)$$

一方ペーパーについては式の展開を容易にするため図示のように鉛直上方向に x 軸をとり、 x に関する式として表わし、しかる後に x と ϕ の関係から ϕ に関する式に変換する手順をとる。さらにペーパー内は、水平方向には一様の温度分布をしており、深さ方向のみに変化する

Fig. 2 Calculation model of partially loaded spherical tank.

と仮定して微小円柱への熱流と熱容量を考えると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} Q_1' &= -\lambda_v \pi r^2 \sin^2 \phi \frac{\partial \theta_v}{\partial x} d\tau \\ Q_2' &= -\lambda_v \pi r^2 \sin^2 (\phi + d\phi) \left(\frac{\partial \theta_v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \theta_v}{\partial x^2} dx \right) d\tau \\ Q_3' &= \gamma_v c_v \pi r^2 \{ \sin^2 \phi + \sin^2 (\phi + d\phi) \} / 2 \cdot dx d\theta_v \\ &= \gamma_v c_v \pi r^2 \{ \sin^2 \phi + d\phi \sin \phi \cos \phi \} dx \\ &\quad \times \left(\frac{\partial \theta_v}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial \theta_v}{\partial x} dx \right) \\ Q_4' &= \alpha (\theta_t - \theta_v) 2\pi r \{ \sin \phi + \sin (\phi + d\phi) \} / 2 \cdot r d\phi d\tau \\ &= \alpha (\theta_t - \theta_v) 2\pi r^2 \{ 2 \sin \phi + d\phi \cos \phi \} d\phi d\tau \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

微小円柱のペーパー全体の熱平衡より次式が成立する。

$$Q_1' - Q_2' + Q_4' = Q_3' \quad (11)$$

(10) 式を (11) 式に代入し、両辺を $\lambda dx d\tau$ で除し、蒸発ペーパーの上昇速度は $v = \partial x / \partial \tau$ で表わされることを考慮すれば

$$\begin{aligned} \sin^2 \phi \frac{\partial^2 \theta_v}{\partial x^2} + 2 \cos \phi \sin \phi \frac{\partial \theta_v}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\alpha}{\lambda_v} (\theta_t - \theta_v) \\ \times 2 \sin \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\gamma_v c_v}{\lambda_v} \sin^2 \phi \left(\frac{\partial \theta_v}{\partial \tau} + v \frac{\partial \theta_v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

となる。さらに

$$x = r - r \cos \phi \quad (13)$$

および蒸発ペーパーの上昇速度 v は、蒸発重量 w を用いて

$$v = \frac{w}{\gamma_v \pi r^2 \sin^2 \phi} \quad (14)$$

と表わされるからこれらの関係を用いて (12) 式を整理すれば、結局次の非定常の基礎方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{r^2 \gamma_v c_v \sin^2 \phi}{\lambda_v} \frac{\partial \theta_v}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \theta_v}{\partial \phi^2} \\ &+ \left(\cot \phi - \frac{w c_v}{\lambda_v \pi r} \frac{1}{\sin \phi} \right) \frac{\partial \theta_v}{\partial \phi} - \frac{2 \alpha r}{\lambda_v} \theta_v + \frac{2 \alpha r}{\lambda_v} \theta_t \end{aligned} \quad (15)$$

LNG を揚荷後十分な時間経過があれば、温度分布は定常状態になっていると考えられるため、 $\partial \theta_{v,t} / \partial \tau = 0$ とし、かつ $\cos \phi = \mu$ なる置き換えを行えば (9) および (15) 式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2) \frac{d^2 \theta_t}{d\mu^2} - 2\mu \frac{d\theta_t}{d\mu} - \frac{r^2 (\kappa + \alpha + k_1)}{e \lambda_t} \theta_t \\ = - \frac{r^2 \alpha}{e \lambda_t} \theta_v - \frac{r^2 \kappa \theta_a - r^2 k_2}{e \lambda_t} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2) \frac{d^2 \theta_v}{d\mu^2} - \left(2\mu - \frac{w c_v}{\pi r \lambda_v} \right) \frac{d\theta_v}{d\mu} \\ - \frac{2 \alpha r}{\lambda_v} \theta_v = - \frac{2 \alpha r}{\lambda_v} \theta_t \end{aligned} \quad (17)$$

(16), (17) 式を連立させて解けばよいが、ペーパーとアルミタンクの熱容量のちがいからペーパー温度は短時

間でタンク温度のレベルまで昇温することが Fig. 3 に示すように液体窒素を用いて種々の液レベルでのタンクおよびペーパーの温度分布を示した 3.3m 直径の球形実験タンクのデータから得られていること、また後述のメンブレンタンクおよび LPG タンクの計算結果からもタンク温度とペーパー温度はほぼ等しいことから、ここでは $\theta_t = \theta_v$ とし基礎式としては全体の伝熱現象を表現している θ_t の (16) 式を用い、本式に蒸発ペーパーの温度上昇に伴う顕熱影響を加えて (7) 式の Q_2 を

$$\begin{aligned} Q_2 = \{ \alpha (\theta_t - \theta_v) + k_1 \theta_t + k_2 \} 2 \pi r^2 \sin \phi d\phi d\tau \\ + w d\tau c_v \frac{\partial \theta}{\partial \phi} d\phi \end{aligned} \quad (18)$$

と表現して定常状態での基礎式を作れば次式を得る。

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2) \frac{d^2 \theta_t}{d\mu^2} - \left(2\mu - \frac{w c_v}{2 \pi e \lambda_t} \right) \frac{d\theta_t}{d\mu} \\ - \frac{r^2 (\kappa + k_1)}{e \lambda_t} \theta_t = - \frac{r^2 (\kappa \theta_a - k_2)}{e \lambda_t} \end{aligned} \quad (19)$$

2.3 熱平衡式の解法

(19) 式を解析的に解くことは困難であるため、Picard の方法を用いて初期値問題として取扱い数値解を求める方法を採用する。すなわち θ_t の第 1 近似値を ϕ の微小区間ごとに求め、タンクの頂部 $\phi = \pi$ まで前進させて行き、逐次解を求めて行く。

いま $d\theta_t/d\mu = p$ とおけば (19) 式は次のように、 p に関する 1 階の微分方程式に書き直すことが出来る。

Fig. 3 Temperature of tank wall and LN₂ vapor of 3.3mφ model tank test.

$$\frac{dp}{d\mu} = \frac{2\mu}{1-\mu^2} p - \frac{W}{1-\mu^2} p + \frac{K\theta_t - \Theta}{1-\mu^2} \quad (20)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} W &= wc_v / (2\pi e \lambda_t), \quad K = r^2 (\kappa + k_1) / (e \lambda_t), \\ \Theta &= r^2 (\kappa \theta_a - k_2) / (e \lambda_t) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

p の初期値として, $\mu = \mu_0 : p = p_0, \theta_t = \theta_{t_0}$ とすれば, Picard の方法を用いて, p の第 1 近似式が次式で求まる。

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_t}{d\mu} &= p = p_0 + \int_{\mu_0}^{\mu} \left(\frac{dp}{d\mu} \right)_{p=p_0, \theta_t=\theta_{t_0}} d\mu \\ &= p_0 - p_0 \ln \frac{1-\mu^2}{1-\mu_0^2} + \frac{-Wp_0 + K\theta_{t_0} - \Theta}{2} \\ &\quad \times \ln \left(\frac{1+\mu}{1-\mu} \frac{1-\mu_0}{1+\mu_0} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

一方 p の境界条件としてはタンク形状の対称性からタンク頂部ドーム部 ($\mu = \mu_d$) において次式が成り立つ。

$$\mu = \mu_d : p = \frac{d\theta_t}{d\mu} = 0 \quad (23)$$

(22) 式を (23) 式に代入して p_0 を求めれば

$$p_0 = \frac{(K\theta_{t_0} - \Theta) \ln \left(\frac{1+\mu_d}{1-\mu_d} \frac{1-\mu_0}{1+\mu_0} \right)}{2 \left\{ -1 + \ln \frac{1-\mu_d^2}{1-\mu_0^2} + \frac{W}{2} \ln \left(\frac{1+\mu_d}{1-\mu_d} \frac{1-\mu_0}{1+\mu_0} \right) \right\}} \quad (24)$$

となる。さらに θ_t を求めねばならないが, (22) 式に対して, θ_t の境界条件 (初期値) として各角度刻みにおいて

$$\mu = \mu_0 : \theta_t = \theta_{t_0} \quad (25)$$

とすれば θ_t の第 1 近似式は

$$\begin{aligned} \theta_t &= \theta_{t_0} + \int_{\mu_0}^{\mu} \left(\frac{d\theta_t}{d\mu} \right)_{\theta_t=\theta_{t_0}} d\mu \\ &= \theta_{t_0} + 3p_0(\mu - \mu_0) \\ &\quad - p_0 \ln \left\{ \left(\frac{1+\mu}{1+\mu_0} \right)^{\mu+1} \left(\frac{1-\mu}{1-\mu_0} \right)^{\mu+1} \right\} \\ &\quad + \frac{-Wp_0 + K\theta_{t_0} - \Theta}{2} \ln \left\{ \left(\frac{1+\mu}{1+\mu_0} \right)^{1+\mu} \left(\frac{1-\mu}{1-\mu_0} \right)^{1-\mu} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

となる。ここに LNG の蒸発量 w kg/h は, LNG 液全体の熱収支である次式から求まることになる。

$$wL = Q_{\text{cond}} + Q_{\text{sp}} + Q_{\text{rad}}$$

$$= -\lambda_t A_t \frac{\sin \phi_0}{r} p_0 + Q_{\text{sp}} + Q_{\text{rad}} \quad (27)$$

ただし, L : LNG の蒸発潜熱 kcal/kg, λ_t : タンク壁の熱伝導率 kcal/mh°C, A_t : タンク壁の接液部の断面積 m², Q_{sp} : LNG 液部の断熱材を通しての侵入熱量 kcal/h, Q_{rad} : タンク壁から LNG 液面への放射伝熱量 kcal/h, Q_{cond} : タンク壁に沿った伝導熱量 kcal/h = $\lambda_t A_t (d\theta_t / r d\phi)_{\phi=\phi_0}$ である。この式で p_0 は (24) 式から求まるが, 本式が w の関数となっているために, 最終的に蒸発量を求めるには, w に関する 2 次方程式を解くことになる。いま各液レベル h での具体的数値を記すと Table 4 の通りである。(24) および (26) 式を用いて適当な角度 ϕ の刻み (ここでは 1° とした) で p_0 および θ_t を求め, その値を次のステップの初期値として, 順次 θ_t の値が求まる。各液レベルにおけるタンク壁温度分布 (=タンクペーパー温度分布) および LNG の蒸発量を Fig. 4 に示す。

一つの特例として LNG 液位がゼロの場合で, タンク底部は未だ液温度のままのときの定常温度分布は, 以上の解析において, 蒸発量 $w=0$ すなわち $W=0$ として同様の手順で解くことが出来る。

以上によって, 球形タンク内に残留 LNG があってタンク底部が低温状態のときの放射伝熱の影響を入れた球面壁の定常温度分布を表わす式と, その数値解が得られた。これから LNG の液位別にタンク壁に沿った LNG への伝導熱およびタンク壁からの放射伝熱量が明らかとなり, 液位に応じた LNG の蒸発量を求めることが出来る。LNG への入熱をタンク壁に沿った伝導熱 Q_{cond} , タンク壁面からの放射伝熱 Q_{rad} および断熱材を介しての入熱 Q_{sp} の三つに分解してみると, 実際のバラスト状態に近い 0.5m 程度の極低液位では $Q_{\text{rad}} > Q_{\text{cond}} > Q_{\text{sp}}$ となり, 1~2m の低液位では $Q_{\text{rad}} > Q_{\text{sp}} > Q_{\text{cond}}$, 10m 程度の 1/3 液位になると $Q_{\text{sp}} > Q_{\text{rad}} > Q_{\text{cond}}$, 1/2 液位では $Q_{\text{sp}} > Q_{\text{cond}} > Q_{\text{rad}}$ となる。このように蒸発量を推定する際に低液位では Q_{rad} , Q_{cond} の影響が大きく, したがってペーパー部の球殻温度分布の推定が重要であることが明らかとなった。半載以上では当然ながら Q_{sp} が最大となる。

Table 4 Heat gain and boil off vapor of spherical tank at different liquid levels.

h (m)	ϕ_0 (deg)	μ_0	Q_{sp} (kcal/h)	Q_{rad} (kcal/h)	Q_{cond} (kcal/h)	w (kg/h)	$\left[\frac{d\theta_t}{rd\phi} \right]_{\phi_0}$ (deg/m)
0.5	14	0.9703	1027 (16%)	3936 (61%)	1450 (23%)	53.0	17.7
1	19	0.9455	2053 (20%)	6803 (64%)	1670 (16%)	87.0	15.4
2	27	0.8910	4106 (22%)	12610 (67%)	2100 (11%)	155.5	12.8
10	63	0.4540	20570 (56%)	11914 (33%)	4080 (11%)	302.2	13.3
18.5	90	0	38060 (86%)	1946 (5%)	4150 (9%)	364.9	12.4

Fig. 4 Temperature distribution on a spherical tank and boil off at various LNG levels.

3 メンブレンタンク

3.1 放射熱の取扱い方

2章での放射熱の取扱い方法と同様に、タンクの各壁面の代表温度（平均温度）で温度を表示し、5壁面+1 LNG液面の計6平面からなる閉空間内の各面の総放射伝熱量 Q_i の平衡条件から、各面の射度 G_i に関する6元の連立方程式が得られる。これを解くことによって G_i が求まり、したがって Q_i kcal/h が壁面温度の4乗の関数として求まる。これを前回と同様の手順で、実用温度範囲内で温度の1次式として近似する。

Fig. 5 に示すように各面に付番すれば、形態係数 F_{ik} はタンクの幾何学的形状から、LNGの液位 h に応じて Table 5 のように定まる²⁾。

各面の放射率 ε_i は次の値にとる³⁾。

メンブレン面 36% Ni 鋼: $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_4=\varepsilon_5=0.3$ (薄鍍面の値), LNG液面: $\varepsilon_6=0.9$, 各面の射度 G_i

Fig. 5 Radiation heat model of six planed membrane tank.

kcal/m²h については6元の連立方程式が得られマトリクス表示すれば次頁(28)式のようにになる。

(28)式に ε_i , F_{ik} および LNG液面の温度 $T_6=111$ Kの値を代入し、タンクの各壁面の温度をその平均値で代表させてかつ一様であり、さらに各面同一温度であるとして、 $T_1=T_2=T_3=T_4=T_5=T_w$ において解けば $G_1 \sim G_6$ の値が T_w の関数として Table 6 のように求まる。

Table 5 Geometrical factor of rectangular membrane tank at different liquid levels.

h (m)	$F_{12}=F_{13}$ $=F_{42}=F_{43}$	$F_{14}=F_{15}$ $=F_{44}=F_{45}$	F_{16} $=F_{61}$	$F_{21}=F_{31}$ $=F_{26}=F_{36}$	F_{23} $=F_{32}$	$F_{24}=F_{25}$ $=F_{34}=F_{35}$	$F_{41}=F_{51}$ $=F_{46}=F_{56}$	$F_{42}=F_{43}$ $=F_{52}=F_{53}$	F_{45} $=F_{54}$
0.5	0.14	0.14	0.27	0.28	0.13	0.17	0.28	0.17	0.13
7	0.13	0.13	0.4	0.32	0.12	0.13	0.32	0.13	0.12
11	0.1	0.1	0.52	0.35	0.10	0.12	0.35	0.12	0.10

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} + F_{16} \right) - F_{12} - F_{13} - F_{14} - F_{15} - F_{16} \\ -F_{21} \left(\frac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_2} + F_{21} + F_{23} + F_{24} + F_{26} \right) - F_{23} - F_{24} - F_{25} - F_{26} \\ -F_{31} - F_{32} \left(\frac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3} + F_{31} + F_{32} + F_{34} + F_{35} + F_{36} \right) - F_{34} - F_{35} - F_{36} \\ -F_{41} - F_{42} - F_{43} \left(\frac{\varepsilon_4}{1-\varepsilon_4} + F_{41} + F_{42} + F_{43} + F_{45} + F_{46} \right) - F_{45} - F_{46} \\ -F_{51} - F_{52} - F_{53} - F_{54} \left(\frac{\varepsilon_5}{1-\varepsilon_5} + F_{51} + F_{52} + F_{53} + F_{54} + F_{56} \right) - F_{56} \\ -F_{61} - F_{62} - F_{63} - F_{64} - F_{65} \left(\frac{\varepsilon_6}{1-\varepsilon_6} + F_{61} + F_{62} + F_{63} + F_{64} + F_{65} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \\ G_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\varepsilon_1 \sigma T_1^4}{1-\varepsilon_1} \\ \frac{\varepsilon_2 \sigma T_2^4}{1-\varepsilon_2} \\ \frac{\varepsilon_3 \sigma T_3^4}{1-\varepsilon_3} \\ \frac{\varepsilon_4 \sigma T_4^4}{1-\varepsilon_4} \\ \frac{\varepsilon_5 \sigma T_5^4}{1-\varepsilon_5} \\ \frac{\varepsilon_6 \sigma T_6^4}{1-\varepsilon_6} \end{Bmatrix} \quad (28)$$

Table 6 Radiation heat of membrane tank as a function of tank wall temperature.

h (m)	0.5	7	11
G_1	$3.07 \times 10^{-8} T_w^4 + 2.73$	$2.72 \times 10^{-8} T_w^4 + 3.28$	$2.43 \times 10^{-8} T_w^4 + 3.70$
$G_2 \sim G_3$	$3.05 \times 10^{-8} T_w^4 + 2.76$	$2.84 \times 10^{-8} T_w^4 + 3.28$	$2.68 \times 10^{-8} T_w^4 + 3.33$
G_6	$0.258 \times 10^{-8} T_w^4 + 7.02$	$0.258 \times 10^{-8} T_w^4 + 7.02$	$0.235 \times 10^{-8} T_w^4 + 7.05$
$q_2 \sim q_5$	$7.84 \times 10^{-9} T_w^4 - 1.19$	$8.79 \times 10^{-9} T_w^4 - 1.33$	$9.43 \times 10^{-9} T_w^4 - 1.43$
q_6	$-2.32 \times 10^{-8} T_w^4 + 3.52$	$-2.32 \times 10^{-8} T_w^4 + 3.52$	$-2.11 \times 10^{-8} T_w^4 + 3.20$

$$G_1 \sim G_6 : \text{Kcal/m}^2 \text{h}, \quad q_2 \sim q_6 : \text{Kcal/m}^2 \text{h}$$

これをもとにして No.1~No.5 のタンク壁面から出る単位面積当りの放射伝熱量 $q_i (=Q_i/\text{面積})$ kcal/m²h を求めると

$$q_i = aT_w^4 + b \quad (29)$$

の形で表わされ、 a , b の値は各液位 h で Table 7 のようになる。 $q_1 \sim q_5$ の値を T_w °K を横軸にとって描くと Fig. 6 になるが、これを -100°C 近辺を中心として

$$q_2 \sim q_5 = k_1 \theta_i + k_2 \quad (30)$$

の形で直線近似すれば k_1 , k_2 は各液位 h で Table 8 の値となる。ただし $\theta_i = T_w - 273$ で壁面温度 (°C) を表わす。直線近似による誤差は -162 < θ < -80°C の範囲で 1kcal/m²h °C 程度であり実用上問題はない。

Table 7 Radiation heat of membrane tank.

h (m)	$q_1 \sim q_5$		q_6	
	a	b	a	b
0.5	7.84×10^{-9}	-1.19	-2.32×10^{-8}	3.52
7.0	8.79×10^{-9}	-1.33	-2.32×10^{-8}	3.52
11.0	9.43×10^{-9}	-1.43	-2.11×10^{-8}	3.20

Table 8 Approximation of radiation heat of membrane tank.

h (m)	k_1	k_2
0.5	0.115	18.7
7.0	0.100	16.2
11.0	0.100	16.2

3.2 タンク壁(メンブレン)およびペーパーの熱平衡

Fig. 7 に示すタンク系の計算モデルを考え、球形タンクの場合と同様に、タンク壁(この場合メンブレン)およびペーパーの微小深さ $dx \times$ 単位幅の部分の熱収支を考えれば、メンブレンとペーパー部分に次の平衡式が得られる。

(1) メンブレン

$$\frac{c_i \gamma_i e_i + (c_i \gamma_i e_i / 2)}{\lambda_i e_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} - \frac{\kappa + \alpha + k_1}{\lambda_i e_i} \theta_i + \frac{\alpha}{\lambda_i e_i} \theta_v + \frac{\kappa}{\lambda_i e_i} \theta_a - \frac{k_2}{\lambda_i e_i} \quad (31)$$

ただし、 e : 板厚 m, 添字 t : メンブレン, i : 断熱材, である。

(2) ペーパー

$$\frac{\gamma_v c_v}{\lambda_v} \frac{\partial \theta_v}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_v}{\partial x^2} - \frac{w c_v}{\lambda_v A} \frac{\partial \theta_v}{\partial x} - \frac{\alpha s}{\lambda_v A} \theta_v + \frac{\alpha s}{\lambda_v A} \theta_i \quad (32)$$

ただし、 A : タンクの水平断面積 m², s : タンクの水平周囲長さ m, である。

定常状態であれば、両式の時間微分項 $\partial \theta / \partial \tau$ はゼロとなりメンブレンおよびペーパー温度の基礎式は

$$\frac{\partial^2 \theta_v}{\partial x^2} - \frac{\kappa + \alpha + k_1}{\lambda_i e_i} \theta_i + \frac{\alpha}{\lambda_i e_i} \theta_v + \frac{\kappa}{\lambda_i e_i} \theta_a - \frac{k_2}{\lambda_i e_i} = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_v}{\partial x^2} - \frac{w c_v}{\lambda_v A} \frac{\partial \theta_v}{\partial x} - \frac{\alpha s}{\lambda_v A} \theta_v + \frac{\alpha s}{\lambda_v A} \theta_i = 0 \quad (34)$$

となる。

Fig. 6 Approximation of heat of radiation for membrane LNG tank.

Fig. 7 Calculation model of partially loaded membrane tank.

ここで、LNG の蒸発量 w の値が必要になるが、これはタンクボトムからの侵入熱を Q_{btm} 、タンク壁からの放射熱を Q_{rad} とすればメンブレンに沿った伝導熱は板厚が 0.7mm と薄いため無視でき次式から求まる。

$$wL = Q_{btm} + Q_{rad} \quad (35)$$

3.3 熱平衡式の解法

(33) および (34) の両式を連立させて解けば θ_i および θ_v の解が求まるが、いま (34) 式の θ_i を (33) 式に代入すれば θ_v に関する 4 階の線形微分方程式を得る。

$$\frac{d^4\theta_v}{dx^4} - p \frac{d^3\theta_v}{dx^3} - i \frac{d^2\theta_v}{dx^2} + j \frac{d\theta_v}{dx} + k\theta_v = l \quad (36)$$

ただし、

$$p = \frac{wc_v}{A\lambda_v}, \quad i = \frac{\kappa + \alpha + k_1}{\lambda_t e_t} + \frac{\alpha s}{A\lambda_v},$$

$$j = \frac{\kappa + \alpha + k_1}{\lambda_t e_t} \cdot \frac{wc_v}{A}, \quad k = \frac{\alpha s}{A\lambda_v} \frac{\kappa + k_1}{\lambda_t e_t},$$

$$l = \frac{\kappa}{\lambda_t e_t} \frac{\alpha s}{A\lambda_v} \theta_a - \frac{\alpha s}{A\lambda_v} \frac{k_2}{\lambda_t e_t}$$

いま次の 4 次式で表わされる特性方程式

$$D^4 - pD^3 - iD^2 + jD + k = 0 \quad (37)$$

の根を s_1, s_2, s_3 および s_4 とすれば、本題の場合 4 実根 (2 正根, 2 負根) となり、(36) 式の解は積分定数を C_1, C_2, C_3, C_4 として

$$\theta_v = C_1 e^{s_1 x} + C_2 e^{s_2 x} + C_3 e^{s_3 x} + C_4 e^{s_4 x} + \frac{l}{k} \quad (38)$$

となるが、 x が大きくなるにつれて θ_v, θ_i の値が断熱要目と放射伝熱から決まる温度 $(\kappa\theta_a - k_2)/(\kappa + k_1) = l/k$ に収斂するためには、発散項は除かねばならないため s の正根は除く。したがって θ_v は

$$\theta_v = C_1 e^{s_1 x} + C_2 e^{s_2 x} + \frac{l}{k} (s_1, s_2 < 0) \quad (39)$$

と表わされる。(38) 式を (34) 式に代入し、 θ_i を求めれば次式を得る。

$$\theta_i = C_1 \frac{-s_1^2 + ps_1 + q}{q} e^{s_1 x} + C_2 \frac{-s_2^2 + ps_2 + q}{q} e^{s_2 x} + \frac{l}{k} \quad (40)$$

ただし、

$$q = \alpha s / A\lambda_v$$

境界条件は

$$x=0: \theta_i = \theta_v = \theta_L \quad (= \text{LNG 温度}) \quad (41)$$

となり、これから積分定数 C_1, C_2 が求まって θ_i, θ_v の最終解は

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \frac{\theta_L - l/k}{q(s_1 - s_2)(p - s_1 - s_2)} \\ &\quad \times \{s_2(s_2 - p)(-s_1^2 + ps_1 + q)e^{s_1 x} \\ &\quad - s_1(s_1 - p)(-s_2^2 + ps_2 + q)e^{s_2 x}\} + \frac{l}{k} \\ \theta_v &= \frac{\theta_L - l/k}{(s_1 - s_2)(p - s_1 - s_2)} \\ &\quad \times \{s_2(s_2 - p)e^{s_1 x} - s_1(s_1 - p)e^{s_2 x}\} + \frac{l}{k} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

となる。ここでタンク壁面での表面熱伝達率の値としては蒸発ペーバーの上昇速度が 10^{-4}m/sec のオーダーと小さく主流速度としては無視できるため、自然対流乱流熱伝達とみなして Jacob の式を使って算出した。

$$Gr = 1.97 \times 10^{14}, \quad pr = 0.85,$$

$$(Gr pr)^{1/3} = 7102$$

$$Nu_u = 0.129$$

$$\therefore \alpha = Nu_u \lambda / l = 3.3 \text{ kcal/m}^2 \text{ h } ^\circ \text{C}$$

〔数値計算例〕

数値計算結果を Fig. 8 に示すが放射熱による蒸発量 w_{rad} , 断熱材を通しての伝熱による分 w_{ins} および合計 w_t は各液位 h で Table 9 のようになる。

液レベルが 0.5m と極めて小さく、実際のバラスト状態に近いときには LNG 蒸発量に占める放射伝熱による割合が 42% と大きく、液レベルが大きくなるにつれてその割合が小さくなり、逆に断熱材を通しての入熱による蒸発量の割合が大きくなる。

しかしながら $h=11m$ と半載の場合でも放射伝熱影響が 18% であり、球形タンクの場合の半載時に 4% であることと比べると非常に高い割合を占める。これはペーパー部のタンク表面積が大きいからと思われる。またメンブレンタンクについて全レベル域で比較しても球形タンクの場合に比べて、0.5m レベルで約 10 倍、半載時にも約 2 倍と大きいことが分かる。

Fig. 8 Temperature distribution of membrane and vapor of membrane tank and boil off at various LNG level.

Table 9 Boil off vapor of membrane tank.

h (m)	W_{rad} (kg/h)	W_{ins} (kg/h)	W_t (kg/h)
0.5	261 (42%)	355 (58%)	616
7	203 (26%)	592 (74%)	795
11	159 (18%)	707 (82%)	866

4 LPG タンク

LPG の方形タンクの場合、タンクの形状から言えば LNG メンブレンタンクと同等であるがタンク構造上は骨がタンクの内側に多数設けられているためにこれらの影響を加味する必要がある。また断熱材がタンクの外側に設けられていることと、タンク自体が構造材となって板厚が大きいことは球形タンクと同様である。それ以外はメンブレンタンクと同様である。

一方 LPG タンク特有の内骨方式であるため、伝熱上次の 3 項目を考慮しなければならない。

(1) Fin 効果によるタンク壁面の伝熱面積増加

$$\eta_a = \left(A_p + \sum_{i=1}^n \phi_i A_{fi} \right) / A_p \quad (43)$$

(2) Fin による熱容量増加

$$\eta_h = \left(W_s + \sum_{i=1}^n W_i \right) / W_s \quad (44)$$

(3) 垂直部材による垂直方向の伝熱面積増加

$$\eta_v = \left(A_s + \sum_{i=1}^n A_{vi} \right) / A_s \quad (45)$$

ただし、 A_p : 板材面積 m^2 , A_{fi} : 骨材の表面積 m^2 , ϕ_i : Fin 効率, W_s : 板材重量 kg , W_i : 骨材重量 kg , A_s : 板材断面積 m^2 , A_{vi} : 垂直部材の断面積 m^2 , である。したがって次の修正を施せば、メンブレンの場合の解析手順と式および諸元をそのまま使うことができる。

タンクの水平方向周囲長さ $m \cdots \cdots s \rightarrow \eta_a s$

タンク板厚 $m \cdots \cdots e_t \rightarrow \eta_v e_t$

Fig. 9 に液レベル $h=0.5m$ の場合のメンブレンタンクと同様の考え方で求めた放射伝熱の近似直線を示した。タンク表面の熱伝達率 α の値としてはメンブレンタンクと同じく Jacob の式を用いて $Nu=5,940$ となり、
 $\alpha = Nu \lambda / l = 3.5 \text{ kcal/m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C}$

とした。

〔数値計算例〕

Fig. 10 に $h=0.5m$ の場合のタンクおよびペーパーの温度分布を示す。このときのプロパン蒸発量は 479 kg/h となり、要因別の割合は放射伝熱 2%, 断熱材を介する伝熱 95%, タンク壁面に沿った伝導熱 3% となり、タンク壁とプロパン液との温度差が LNG の場合に比べて小さいため、放射熱、壁面伝導熱の影響は数%のオーダーに過ぎない。液レベルが上るにつれてこの比率はさらに小さくなり、したがって LPG タンクの場合には、バラスト状態の場合でも液が接しているタンク断熱部からの入熱が支配的であることが分かる。

5 結 論

深冷船で液化ガスを満載していない場合の各液位での

Fig. 9 Approximation of radiation heat for LPG tank.

Fig. 10 Temperature distribution of tank and vapor and boil off at very low LPG level, 0.5m.

貨物の蒸発率を LNG 船では MOSS 型球形タンクおよびメンブレンタンク, LPG 船では独立タンクの計 3 方式について求めた。

手順としてまず、タンク壁から液面への放射熱を求めるためにタンク壁と液面から成る閉空間系を考え、内部の各壁面からの放射熱を壁温の一次式として近似した。次にタンク壁面とベーパー温度に関する伝熱式を先の放射熱も考慮の上作りこれらを定常状態において解いた。

球殻の温度分布は解析的には解けないため初期値問題として Picard の方法によって数値解を求め、メンブレンタンクおよび LPG タンク の場合には解析解を求めた。これらの温度分布をもとにして、貨物への伝導熱、放射熱を計算し総合入熱量から蒸発量を求めた。

その結果 LNG タンクでは 1~2m の液位までは放射伝熱の影響が最大で、1/2 液位以上になると断熱材を通しての入熱が最大となること、メンブレンタンクでは 1/2 液位以上になると断熱材を通しての入熱が最大となること、メンブレンタンクでは 1/2 液位でも放射伝熱がかなりの割合を占めていること、球形タンクとメンブレンタンクの蒸発率を比較した場合メンブレンタンクの方が 0.5m 液位では約 10 倍、半載時にも約 2 倍と大きいこと等が分かった。これはタンクの幾何学的形状すなわち同一容積に対する表面積の大きさの差によるもので、SPB 方式のような方形独立タンクの LNG 船についてもメンブレンと同様の傾向になるものと推定される。一方 LPG タンクでは液温が LNG に比べて高いため、低液位であっても放射伝熱の影響は小さく、90% 以上が断熱材からの入熱により、したがって蒸発率はほぼ液位に比例していると見てよいことが分かった。

なお、本研究の実施に際して種々貴重な御討論を頂きました九州大学工学部造船学教室の山崎隆介教授および福地信義教授には心より感謝申し上げます。また、長崎総合科学大学船舶工学科中山建吾教授には有益な御助言を賜わり、あわせて厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 甲藤好郎：伝熱概論，養賢堂，昭和 47 年，p.375~382.
- 2) 日本機械学会：伝熱工学資料，改訂第 2 版，1966 年，p.88.
- 3) W. H. McAdams：Heat Transmission, Third edition, McGraw-Hill (1954), p.472~478.