(昭和 62 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

一点係留システムの解析法 (その 1)

〔基礎方程式とSALMブイの運動〕

正員 佐 尾 邦 久* 正員 沼 田 敏 晴*
 菊 野 敏*

Analysis Method for Single Point Mooring (Report 1)

Basic Equation and SALM Buoy Motion

by Kuniyisa Sao, *Member* Toshiharu Numata, *Member*
Satoshi Kikuno

Summary

Single Point Mooring (SPM) Systems are in use worldwide as an FS, FPS or FPSO.

The SPM System is of multi-component structure normally composed of a vessel, yoke or hawser, buoy and mooring chains. It is designed on the basis of model test results, because no suitable mathematical method is available for its motion and structural analysis under the combined loads condition.

In this paper, we have derived a mathematical model of multi-component structure under the combined loads (wind, wave and current), considering higher order motions and hydrodynamic loads with Langley's constraint matrix.

This time, we have applied same model above to SALM buoy and have compared its numerical results with the same from model test.

Following conclusions are obtained through comprehensive discussion ;

- (1) Constraint matrix of multi-body system is effective
- (2) SALM buoy system in small waves can be analyzed in frequency domain.
- (3) SALM buoy system in large waves should be analyzed in time domain considering higher order motions and hydro-dynamic loads.

緒言

現在の文明を支えている石油の約 30% は海洋から生産されている。

海洋石油生産システムは、ジャケット/パイプライン方式とFPSO/シャトルタンカー方式に大別される。FPSOは、Floating Production, Storage and Offloading Systemの略で、石油の生産、一次処理、貯蔵、払い出しの機能を有している。石油の総生産量が小さく、離岸距離の大きい限界採算油田に適用されているが、将来的には大水深、Harsh Environmentに適用されていくものと考えられている。

FPSO の中で実績の多い一点係留システムは、Storage Vessel およびこれを係留するブイシステムから成り、実に様々な概念が発表され、FSO を含めればすでに数十

基の実績がある。それらは力学的にみれば、ヒンジ結合された複合体として扱うことができる。

一点係留システムの研究には、大別すると定常流中での振れ回わりを扱うもの^{1), 2)}、波浪中での周波数応答を扱うもの^{3), 4), 5)}、スラスタなどによる制御を扱うもの^{1), 3), 6)}、実験的に特性を求めるもの^{7)~10)}がある。しかし、一点係留システムは複合連結体の各々が異なった固有周期を持ち、風、波、流れの中で複雑な応答をするため、定常流中あるいは周波数領域の解析では、合理的な設計値を得ることが難しい場合が多い。

したがって、現状では複合外力下における水槽実験結果を統計処理し、設計値としているが、波浪応答と長周期運動が混在する非線形応答の期待値の推定法には、問題が残されている。すなわち、

- ① 複合外力下における時間領域の解析法
- ② 数値シミュレーションあるいは水槽実験によって得られた応答（不規則確率過程）の合理的な統計

* 三井海洋開発(株)技術本部 システムエンジニアリ
ンググループ

処理法

が、一点係留システム解析の大きな課題である。

そこで、本論文では複合体の一般運動方程式について述べ、これを SALM プリシステムに応用した数値計算結果と水槽実験結果とを比較し、連結複合体に関する解析法について議論する。

2 拘束体の一般運動方程式

一点係留システムの中でも実績の多い CALM/RIGID-YOKE/TANKER システムは、Buoy/Yoke/Tanker から成る 3 体問題として扱える。SALM/HAWSER/TANKER システムは、Mooring Chain/Buoy から成る 2 体システムとタンカーとが非線型バネで結合された複合問題として、扱うことができる。

本章ではまず、2 体問題の拘束行列について扱い、さらに多体問題、海底拘束体の場合に拡張し、拘束行列を用いた複合体の運動方程式を示す。ここに示す方法は、R. S. Langley¹¹⁾ によって開発された手法に、遠心力などを考慮して若干の改良を加えたものである。

2.1 2 体問題の拘束行列

2.1.1 拘束行列

Fig. 1 に示すように、ヒンジ結合された 2 個の物体について考察する。座標系を図のように右手系として、

空間固定座標	$O-XYZ$
物体 1 固定座標	$O_1-x_1y_1z_1$
物体 2 固定座標	$O_2-x_2y_2z_2$
連結点固定座標	$Q-n_1n_2n_3$

のごとく定義し、 $O_1-x_1y_1z_1$ および $O_2-x_2y_2z_2$ から $O-XYZ$ への座標変換行列を $[R]_1$, $[R]_2$ と定義する。すなわち、

$$\{XYZ\}^T = [R]_i \{x_i y_i z_i\}^T \quad (1)$$

物体 1 と物体 2 は点 Q で接続されているものとし、各々の座標系における位置ベクトルを r_1 , r_2 と表わすものとする。 $Q-n_1n_2n_3$ を $O_2-x_2y_2z_2$ に平行に定めると、物体 1 および物体 2 の回転は $Q-n_1n_2n_3$ において

$$\text{物体 1 の回転} = [R]_2^{-1} [R]_1 \{\theta^1\} \quad (2)$$

$$\text{物体 2 の回転} = \{\theta^2\} \quad (3)$$

と表わされる。

Fig. 1 Co-ordinate system for connected bodies

物体は 2 個であるので、運動の自由度は本来 12 個であるが、連結点 Q で m 個のモードの回転が自由であるとすると、

$$12 \text{ 行 } (6+m) \text{ 列 } \quad (m=0, 1, 2, 3)$$

の拘束行列 P が次式で定義される。

$$\begin{bmatrix} d^1 \\ \theta^1 \\ d^2 \\ \theta^2 \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} d^1 \\ \theta^1 \\ \theta^{2r} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[P] = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times m} \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & O_{3 \times m} \\ A_{3 \times 3} & B_{3 \times 3} & C_{3 \times m} \\ O_{3 \times 3} & N_{3 \times 3} & M_{3 \times m} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここに、

θ^{2r} = 物体 2 の拘束されていない回転運動モード

d^i = 物体 i の平行変位ベクトル

θ^i = 物体 i の回転変位ベクトル

$$I_{3 \times 3} = \text{単位行列} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$O_{3 \times 3} = \text{零行列} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式 (4) の第 1 式および第 2 式は恒等式であり、第 3 式は物体 2 の平行運動が物体 1 の 6 自由度の運動と、物体 2 の非拘束回転運動で表わされることを、第 4 式は物体 2 の回転運動が、物体 1 の回転運動と物体 2 の非拘束回転運動によって表わされることを示している。

2.1.2 拘束係数 M および N

(1) 完全拘束の場合 ($m=0$)

物体 1 と物体 2 は剛体結合であるから、式 (2) と式 (3) は等しく、

$$\{\theta^2\} = [R]_2^{-1} [R]_1 \{\theta^1\} \quad (6)$$

となり、式 (4) および (5) と比べると、

$$\begin{bmatrix} [N] \\ [M] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R]_2^{-1} [R]_1 \\ [O] \end{bmatrix} \quad (7)$$

が得られる。

(2) 回転自由度 1 の場合 ($m=1$)

式 (2) および (3) を次のように成分表示し、

$$[R]_2^{-1} [R]_1 \{\theta^1\} = \begin{bmatrix} (R_2^{-1} R_1)_i \\ (R_2^{-1} R_1)_j \\ (R_2^{-1} R_1)_k \end{bmatrix} \{\theta^1\} \quad (8)$$

$$\{\theta^2\} = \{\theta_p^2 \ \theta_q^2 \ \theta_r^2\}^T \quad (9)$$

連結点座標系 $Q-n_1n_2n_3$ において、 n_i および n_j 軸回りの回転が拘束され n_k 軸回りの回転が自由とすると、 i 行および j 行については、(8) 式と (9) 式は等しくなるから、

$$\begin{Bmatrix} \theta_p^2 \\ \theta_q^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_2^{-1} R_1)_i \\ (R_2^{-1} R_1)_j \end{bmatrix} \{\theta^1\} \quad (10)$$

となる。一方、式 (4) および (5) より、

$$\{\theta^2\} = [N]\{\theta^1\} + [M]\{\theta^{2r}\} \quad (11)$$

となり、式 (10) と (11) を比較して

$$[N] = \begin{bmatrix} (R_2^{-1} R_1)_i \\ (R_2^{-1} R_1)_j \\ O_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[M] = \{0 \ 0 \ 1\}^T \quad (13)$$

を得る。

(3) 回転自由度 2 の場合 ($m=2$)

連結座標系 $Q-n_1 n_2 n_3$ において n_1 軸回りの回転のみが拘束されているとすると、(2) の場合と同様にして

$$[N] = \begin{bmatrix} (R_2^{-1} R_1)_i \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

を得る。

(4) 無拘束の場合 ($m=3$)

物理的考察により、直ちに次式が得られる。

$$[N] = [O_{3 \times 3}] \quad (16)$$

$$[M] = [I_{3 \times 3}] \quad (17)$$

2.1.3 拘束係数 A , B および C

連結点 Q の変位を物体 1 座標系および物体 2 座標系で表示した後、空間固定座標系に変換すれば、両者は同一でなくてはならないから、

$$\begin{aligned} [R]_1(\{d^1\} + \{\theta^1\} \times \{r_1\}) \\ = [R]_2(\{d^2\} + \{\theta^2\} \times \{r_1\}) \end{aligned} \quad (18)$$

という関係が導かれる。

今、微小変位を仮定して、

$$[A]_i = \begin{bmatrix} 0 & c_i & -b_i \\ -c_i & 0 & a_i \\ b_i & -a_i & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\{r_i\} = (a_i \ b_i \ c_i)^T \quad (20)$$

= 物体 i 固定座標系における連結点 Q の座標

と表わすと、式 (19) は

$$\{d^2\} = [R]_2^{-1} [R]_1(\{d^1\} + [A]_1\{\theta^1\}) - [A]_2\{\theta^2\} \quad (21)$$

と、書き換えられる。

この式に式 (11) を代入すると、

$$\begin{aligned} \{d^2\} = [R]_2^{-1} [R]_1\{d^1\} + [R]_2^{-1} [R]_1 [A]_1\{\theta^1\} \\ - [A]_2 [N]\{\theta^1\} - [A]_2 [M]\{\theta^{2r}\} \end{aligned} \quad (22)$$

式 (4), (5) と比較すれば、

$$\left. \begin{aligned} [A] &= [R]_2^{-1} [R]_1 \\ [B] &= [R]_2^{-1} [R]_1 [A]_1 - [A]_2 [N] \\ [C] &= -[A]_2 [M] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

が得られる。

2.2 多体問題の拘束方程式

2 体問題の拘束方程式 (4) 式は、次のような統一した形に書き直せる。

$$\begin{bmatrix} \Phi^1 \\ \Phi^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ C_1^1 & C_2^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi^1 \\ \theta^{2r} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\Phi^i = \begin{bmatrix} d^i \\ \theta^i \end{bmatrix} \quad (\text{物体 } i \text{ の変位ベクトル}) \quad (25)$$

$$C_1^1 = \begin{bmatrix} A_{3 \times 3} & B_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & N_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$C_2^1 = \begin{bmatrix} C_{3 \times m} \\ M_{3 \times m} \end{bmatrix} \quad (27)$$

ここで、式 (26) と (27) により 2 体問題の拘束条件が表わされていると同様の考察から、3 体問題についても物体 2 と物体 3 の拘束条件が、 C_1^2 および C_2^2 のごとき表現で表わされ、その拘束方程式は次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \Phi^2 \\ \Phi^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ C_1^2 & C_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi^2 \\ \theta^{3r} \end{bmatrix} \quad (28)$$

この操作を繰り返すことにより、 n 体問題の拘束方程式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} & [\Phi^1 \ \Phi^2 \ \Phi^3 \ \dots \ \Phi^{n-1} \ \Phi^n]^T \\ &= \begin{bmatrix} I & O & O & \dots & O & O \\ C_1^1 & C_2^1 & O & \dots & O & O \\ C_1^2 C_1^1 & C_1^2 C_2^1 & C_2^2 & \dots & O & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \prod_{i=1}^{n-1} C_1^i & C_2^1 \prod_{i=2}^{n-1} C_1^i & C_2^2 \prod_{i=3}^{n-1} C_1^i & \dots & C_2^{n-1} & O \end{bmatrix} \\ & \times [\Phi^1 \ \theta^{2r} \ \theta^{3r} \ \dots \ \theta^{n-1,r} \ \theta^{nr}]^T \\ &= [S]\{x\} \end{aligned} \quad (29)$$

2.3 拘束運動方程式

n 体問題の場合の各物体の運動方程式は、拘束されていない状態で次のように表わされる。

$$[M^i]\{\ddot{\Phi}^i\} = \{F^i\} \quad (30)$$

ここに、

$[M^i]$ = 付加質量および付加慣性モーメントを含む質量行列

$\{F^i\}$ = 付加質量を除く全流体力および外力ベクトル

(29) 式を (30) 式に代入して、左から $[S]^T$ を施すと、次の拘束運動方程式が得られる。

$$[S]^T [M] [S]\{\ddot{x}\} = [S]^T \{F\} \quad (31)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M^1 & O & O \dots O \\ O & M^2 & O \dots O \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ O & O & O \dots M^n \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} F^1 \\ F^2 \\ \vdots \\ F^n \end{bmatrix} \quad \{x\} = \begin{bmatrix} \phi^1 \\ \theta^{2r} \\ \vdots \\ \theta^{nr} \end{bmatrix} \quad (33), (34)$$

この式は、方程式の数が n 体連結構造の自由度の総数

$$6 + \sum_{i=2}^n m_i$$

に縮約されて、変数の数と同一となり、かつ拘束条件が自動的に満足されて、物体2以下の運動方程式が拘束点回りに変換されている。この方程式を解けば、すべての物体の運動が求められる。

なお、周波数領域の解析では、運動方程式は(30)式および(31)式に対応して、次式のように表わされる。

$$[M^i]\{\ddot{\phi}^i\} + [B^i]\{\dot{\phi}^i\} + [K^i]\{\phi^i\} = \{E^i\} \quad (35)$$

$$[M_R]\{\ddot{x}\} + [B_R]\{\dot{x}\} + [K_R]\{x\} = \{E_R\} \quad (36)$$

ここで、 M_R , B_R , K_R , E_R は n 体問題の場合、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} [Y_R] &= [S]^T [Y] [S] \\ [Y] &= \begin{bmatrix} Y^1 & O & O \dots O \\ O & Y^2 & O \dots O \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ O & O & O \dots Y^n \end{bmatrix} \\ Y &= M, B, K \\ \{E_R\} &= [S]^T \begin{bmatrix} F^1 \\ F^2 \\ \vdots \\ F^n \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

2.4 拘束反力

運動方程式(31)は、物体間で及ぼし合う力については直接的には何の情報も与えないので、物体間拘束力 F_c^i を導入して、運動方程式から、 F_c^i を求める。

無拘束の運動方程式(30)に対して、一点で拘束された物体の完全な方程式は、

$$[M^i]\{\ddot{\phi}^i\} = \{F^i\} + \{F_c^i\} \quad (38)$$

と表わされる。拘束点における力 R_c^i とモーメント M_c^i により、(19)式の $[A^i]$ を用いて拘束力 $\{F_c^i\}$ は次式で表わされる。

$$\{F_c^i\} = \begin{Bmatrix} R_c^i \\ M_c^i + r_i \times R^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ -A^i & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_c^i \\ M_c^i \end{Bmatrix} \quad (39)$$

(38)式と同等な(31)式を用いて、(39)式を R_c^i および M_c^i について解くと、

$$\begin{Bmatrix} R_c^i \\ M_c^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ -A^i & I \end{bmatrix} \{F_c^i\}$$

$$= [Z]([M^i][S_i]\{\ddot{x}\} - \{F^i\}) \quad (40)$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} I & O \\ -A^i & I \end{bmatrix} \quad (41)$$

として、拘束力が得られる。

2.5 海底拘束体

海底または空間の一点に拘束された物体は次の条件を満たさなければならない。

$$\{d^i\} + \{r_i\} \times \{\theta^i\} = 0 \quad (42)$$

すなわち、

$$\{d^i\} = [A^i]\{\theta^i\} \quad (43)$$

具体的には、海底拘束体は物体1として扱うのが便利で、2体問題ならば、拘束方程式(24)に(43)式を付加する。今、

$$[T] = \begin{bmatrix} T'_{6 \times 3} & O \\ O & I_{m_2 \times m_2} \end{bmatrix} \quad [T'] = \begin{bmatrix} A^1 \\ I \end{bmatrix} \quad (44)$$

を定義すると、拘束方程式(24)は次のように変形され、海底拘束条件を満たした拘束行列 $[ST]$ が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \phi^1 \\ \phi^2 \end{Bmatrix} = [S][T] \begin{Bmatrix} \theta^1 \\ \theta^{2r} \end{Bmatrix} \quad (45)$$

3 SALM ブイの波浪中の運動

SALM (Single Anchor Leg Mooring) は、ブイを過剰浮力が作用するように1本のチェーンまたは鋼管で海底ベースに拘束した係留方式で、Tension Leg の特殊な形式である。チェーンを物体1、ブイを物体2とし、チェーンに海底拘束条件を付加すれば、前章に示した拘束運動方程式に従って、両者の運動を記述することができる。

ただし、SALM には次のような独特の要素があり、(32)式を適用する上で種々の工夫が必要である。

(1) ブイとチェーンとの間に初期張力が作用してい

Fig.2 Co-ordinate system for SALM buoy model

る。

- (2) 大波高では、ブイが完全に没水することがあり、浮力を正確に算定する必要がある。
- (3) ブイは拘束されているため、遠心力などの高次項の影響が大きい。

以下、これらを考慮して、運動方程式を記述する。

3.1 基礎的仮定および基本的考え方

- (1) チェーンの重量はブイに比べると、10%程度と小さいので、簡単のため無視する。
- (2) 波の速度ポテンシャルは、次式の浅海ポテンシャルとする。

$$\phi_w = \frac{i\omega\zeta_a}{K} \frac{\cosh K(Z+h)}{\sinh Kh} e^{i(\omega t - KX)} \quad (46)$$

$$K \tanh Kh = \frac{\omega^2}{g}$$

h = 水深, $\omega = \frac{2\pi}{T_w}$, T_w = 波周期, g = 重力加速度,

ζ_a = 波振幅

- (3) 流れ, 風, 平均波漂流力などの定常力は無視する。

- (4) ブイとチェーンとの間は3軸自由とし、チェーンと海底ベースとの間は水平面内の2軸自由とし、チェーン軸回りの回転を拘束する。

3.2 時間領域の運動方程式

時間領域の計算では、ブイの浸水部が大幅に変化することでもできるだけ正確に考慮する。すなわち、ブイの軸心に垂直な波力は、没水容積を考慮してモリソン式により算定し、軸心方向の波力はフルードクリロフ力、ディフラクション力の和とする。

浮力および浮力モーメントは、ブイの運動に対して支配的な要素であるため、フルードクリロフ力は浮力と変動力に分割して算定する。

以上の仮定に基づいて、チェーンおよびブイの自由運動方程式は (30) 式に従い、次式で与えられる。

$$[M^1]\{\dot{\phi}^1\} = \{F^1\} \quad (47)$$

$$[M^2]\{\dot{\phi}^2\} = \{F^2\} \quad (48)$$

ここに、

$$[M^1] = [O] \quad (49)$$

$$\{F^1\} = \{O\} \quad (50)$$

$$[M^2] = \begin{bmatrix} m+m_{11} & 0 & 0 & 0 & mz_G+m_{15} & 0 \\ 0 & m+m_{22} & 0 & -mz_G+m_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m+m_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mz_G+m_{42} & 0 & I_{44}+m_{44} & 0 & 0 \\ mz_G+m_{51} & 0 & 0 & 0 & I_{55}+m_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{66} \end{bmatrix} \quad (51)$$

m = ブイの質量

$$m_{11}=m_{22}=\rho\pi r^2 C_a \int dz$$

$$m_{15}=m_{51}=-m_{24}=-m_{42}=\rho\pi r^2 C_a \int z dz$$

$$m_{44}=m_{55}=\rho\pi r^2 C_a \int z^2 dz$$

$$m_{33} = \frac{8}{3} \rho r^3 \text{ (没水したら2倍にする)}$$

m_{ij} = 付加質量および付加慣性モーメント

C_a = 付加質量係数 (1.0), r = 半径

$$\int dz = \int_{Z_0}^{Z_s} dz \text{ (} Z_0, Z_s \text{ は Fig. 2 に示す } z \text{ 座標)}$$

I_{jj} = 慣性モーメント

Suffix ; 1 から順に, surge, sway, heave, roll, pitch, yaw

$$\{F^2\} = \{F_B^2\} + \{F_G^2\} + \{F_W^2\} + \{F_D^2\} + \{F_L^2\} \quad (52)$$

$\{F_B^2\}$ = 浮力ベクトル

$\{F_G^2\}$ = 重力ベクトル

$\{F_W^2\}$ = 線形波力ベクトル

$\{F_D^2\}$ = 非線形波力 (抗力) ベクトル

$\{F_L^2\}$ = 高次流体力ベクトル (遠心力など)

海底拘束を受ける2体問題の拘束方程式 (45) に、(47) 式および (48) 式を代入して得られる (31) 式を解けば、 $\{\ddot{x}\}$ が得られる。

各時間ステップにおける物体固定座標での物体の角速度 ($\omega_x \omega_y \omega_z$) とオイラー角 ($\phi \theta \psi$) との間には、

$$\{\omega_x \omega_y \omega_z\}^T = [U] \{\phi \theta \psi\}^T \quad (54)$$

$$[U] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} \quad (55)$$

の関係があるので、これを逆変換して

$$\{\phi \theta \psi\}^T = [U]^{-1} \{\omega_x \omega_y \omega_z\}^T \quad (56)$$

から得られるオイラー角速度を時間積分すれば、オイラー角が得られる。物体の空間固定座標系における位置は、海底固定点の回りにオイラー角だけ順次回転させて求めれば良い。時間積分には Newmark- β 法を用いた。

3.3 周波数領域の運動方程式

周波数領域の計算では、ブイの線形波力および流体力は浅海ポテンシャル理論によるものとし、この計算に

は、3次元特異点分布法を用いた。

さらに、(53)式のうち高次項 $\{F_L^2\}$ は微小量として省略される。波とブイの相対運動による抗力 $\{F_D^2\}$ は、等価線形化により、波力項と減衰力項に分離され、後者は(35)式の $\{B\}\{\phi^2\}$ となる。 $\{F_B^2\}$ および $\{F_G^2\}$ は、定常釣り合い点回りの復原力項のみが残り、 $[K^1]\{\phi^1\}$ となる。 $[K^1]$ は、初期張力(ブイの余剰浮力) T_0 による項と、ブイの形状復原力による項によって次式のように表わされる。

$$[K^1] = [K_{jk}^1] \quad (i=1, 2; j, k=1, 2, \dots, 6) \quad (56)$$

$$K_{44}^1 = K_{55}^1 = l_0 T_0$$

$$K_{44}^2 = K_{55}^2 = mg \cdot \overrightarrow{GM} + T_0(l_2 + \overrightarrow{O_2 M})$$

$$K_{33}^2 = \rho g \pi r^2$$

$$K_{jk}^1 = 0 \quad (\text{上記以外})$$

4 水槽実験および計算結果との比較

2種類の模型を用いて水槽実験を行った。Table 1 に示した Model 1 は、10万トン級タンカーを係船することを想定したブイシステムの1/58模型、Model 2 は、30万トン級タンカーを係船することを想定したブイシステムの1/50模型である。ブイの外周には防舷材が装備されているため、数値計算では()内に示す等価径を用いた。

模型には Fig. 3 に示すように実機と同様 Universal Joint を装備し、チェーン上方の張力計(歪み計)により張力を、ブイの上部と下部に取付けた点光源により運動を計測した。

前章に示した手法により、実験に対応する数値計算を周波数領域と時間領域で行い、実験結果と比較した。

4.1 周波数応答関数

実験には Model 1 のAを用いた。Fig. 4 にブイの縦揺の周波数応答関数を、Fig. 5 に張力の応答関数を示す。

Table 1 Model description

(Unit: mm)

要目	Model 1		Model 2
	A	B	
$D(=2r)$	75(78)	75(78)	103(109)
L	240	240	305
d	193	172	250
f	47	68	55
a	—	—	55
C	184	126	465
b	368	368	130
h	745	666	900
初期張力 T_0	499 gr	400 gr	1,325 gr
波高	5cm	13.9cm(H_T)	20~40cm
周期	1~2.5sec	1.45sec(T_T)	1.4~2.3sec
種類	規則波	不規則波	規則波

計算値は、実験値におおむね一致している。

波高が比較的小さい場合は、周波数領域の計算も有効であるが、運動や張力の微妙な変化を表わすことはできない。特に、微小振幅理論によっているため、回転による上下変位を考慮できず、したがって張力は上下揺波力そのものとなっている。

張力および運動の周波数応答関数の実験値で、無次元周期 $T_w \sqrt{g/r} = 25$ 近傍に現われる変化は時間領域の計算(T. D. Cal)では再現されているが、周波数領域の計算(F. D. Cal)では説明できない。また、図には示されていないが、この程度の小波高($\zeta_a/r=0.67$)では流体

Fig. 3 Configuration of SALM buoy model

Fig. 4 Response amplitude ratio for buoy pitching motion of model 1-A

Fig. 5 Response amplitude ratio for chain tension of model 1-A

力および慣性力の高次項の影響は現われない。

4.2 大波高における張力変動

Fig. 6 に Model 2 の大波高中におけるチェーン張力の変動量の最大値と最小値を示す。周波数領域ではブイの乾舷が無限であるものとして、Fig. 8 に示すような大波高におけるブイの没水は考慮されないにもかかわらず、Fig. 6 の例では、相当の大波高まで計算値と実験値は一致している。この一致は、周波数領域計算の大波高における有効性を示すものではなく、線形波力の過大評価と高次項の無視がバランスしたものと考えられる。時間領域計算は実験値の傾向を良く現わしており、特に、大波高時の張力の頭打ち現象は正確に再現されており、流体力および運動の高次項を計算に取入れることの必要性が示唆されている。ただし、今回の比較では実験点が

Fig. 6 Variation of maximum and minimum chain tension to large wave height of model 2

少なく、波周期の影響に関する情報もないため、時間領域計算の詳細な検討は今後の課題と考えられる。

4.3 時間領域における応答

Fig. 6 の時間領域計算における微小波高 (2.5 cm) と大波高 (30 cm) の時系列を Fig. 7 に、大波高における 1 周期分のプロファイルを示す。

微小波高では応答は正弦的であり、ブイとチェーンは一体となって運動しており、その縦揺および前後揺は波に対してほぼ 90° の位相遅れがあり、上下揺は波に対する位相差がない。チェーン張力も波に追随しており、ほぼ上下揺波力に等しい。これに対して、大波高では全体的な位相関係は微小波高の場合と比べて大きな差はないが、倍周期および分数周期の応答が生じている。このような応答は水槽実験でも観察されており、高次項を考慮した時間領域計算の有効性が示唆される。

Fig. 8 Schematic example of one cycle SALM motion in regular wave $H=30.0\text{cm}$, $T=1.7\text{sec}$

Fig. 7 Comparison of calculated time history for buoy motions and chain tension between in small and large wave height of model 2

4.4 不規則波中の応答

Model 1-B を用いた不規則波中の実験結果を Fig. 9 ~ Fig. 13 に示す。Fig. 9 は、実験および計算に用いた波のスペクトルを示したもので、実験および時間領域計算に用いた波は、設定値 (F. D. Cal) を良く再現している。

Fig. 10, Fig. 11, Fig. 12 は各ブイ下面の前後揺、縦揺、チェーン縦揺を示したもので、時間領域の計算は応答の主要項が実験値に極めて良く一致している。周波数領域の計算では、一致度が若干悪くなっている。時間領域計算結果にみられる高周波域 ($\omega=13$) のピークは、ブイ自身の縦揺固有周期に対応しており、実験では明瞭に

Fig. 9 ISSC irregular wave spectra
 $H_w=13.9$ cm, $T_w=1.45$ sec

Fig. 10 Response spectra for surging motion at buoy bottom of model 1-B

Fig. 11 Response spectra for buoy pitching motion of model 1-B

現われていない。周波数領域の計算では、浅海流体力の計算精度が悪くなるので、応答関数の計算を打ち切っているため、スペクトルには現われていない。なお、このピークは、Fig. 14 (参考文献 10) より抜粋) に示すごとく、実機計測結果ではローサー張力に周期 3.5 秒で明瞭

Fig. 12 Response spectra for chain angle of model 1-B

Fig. 13 Response spectra for chain tension of model 1-B

Fig. 14 Response spectra for wave and hawser tension in field measurement

に現われており、水槽実験で現われていないことは高周波域の計測に問題があったものと考えられる。

Fig. 13 には、チェーン張力のスペクトルを示した。時間領域計算結果は、実験結果と比較してパワー (m_0) とスペクトルの性質 (ϵ) は良く一致しているが、ピークが低く、白色雑音的な応答が重畳されている。この原因は明らかでなく、検討課題である。

5 結 言

Langley の示した拘束行列を応用して、運動の高次項 (遠心力 など) を考慮した連結複合体の運動方程式を示した。これを SALM ブイに応用し、水槽実験結果と比較し次の結論を得た。

(1) 拘束行列は、一点係留システムのような連結複合体の運動方程式を構成する上で有効な方法である。

(2) 拘束体は、運動が大きき場合、遠心力などの運動の高次の項を無視することができない。

(3) SALMブイは、その運動特性が大幅に変動する流体復原力 (浮力および浮力モーメント) と、重力および転倒モーメントによって支配されているため、ブイの姿勢および波面との相対位置を正確に考慮することが必要である。

(4) 周波数領域の計算は小波高で有効であるが、上記 (2), (3) の理由により、大波高では時間領域の計算が有効である。

謝 辞

本研究は、石油公団との共同研究「一点係留型浮遊式生産システム最適化プログラム」の一部として実施したもので、ここに発表の機会を与えられたことに深く感謝の意を表する。

研究過程で討論に参加していただいた東京大学 藤野正隆教授をはじめ、SPM 研究会のメンバー、実機計測の共同研究¹⁰⁾を通じてブイの運動特性の議論をしていただいた高山知司氏 (運輸省港湾技術研究所海洋水理部波浪研究室長)、平石哲也氏 (同波浪研究室)、実験および計算に協力いただいた三井海洋開発(株)技術本部広瀬峰夫君、奥野直哉君、竹野 廣君に厚く御礼申し上げる。

参 考 文 献

- 1) 小保方 準：一点係留システムの基本計画法について (その 1), 造船学会論文集, 1987 年 6 月。
- 2) J. E. W. Wichers and M. F. van Sluijs: The Influence of Waves on the Low-Frequency Hydrodynamic Coefficients of Moored Vessels, OTC 3625.
- 3) O. M. Faltinsen, O. Kjærland, N. Liapis and H. Walderhaug: Hydrodynamic Analysis of Tankers at Single-Point-Mooring Systems,

BOSS' 79.

- 4) R. S. Langley and C. L. Kirk: Random Dynamic Analysis of an Offshore Single Anchor Leg Storage System, Applied Ocean Research, 1982, Vol.4, No. 4.
- 5) Odd A. Olsen, et al.: Slow and High Frequency Motions and Loads of Articulated Single Point Mooring Systems for Large Tankers, Norwegian Maritime Research, No. 2/1978.
- 6) Hans-Roar Sørheim, Steinar Gregersen and N. A. Jensen: Dynamic Positioning in Single-Point Mooring, OTC 4606.
- 7) J. A. Pinkster and G. F. M. Remery: The Role of Model Tests in the Design of Single Point Mooring System, OTC 2212.
- 8) E. Huse: Influence of Mooring Line Damping upon Rig Motions, OTC 5204.
- 9) 佐尾邦久, 奥野直哉, 安藤定雄, 大川 豊: SALM システムの水槽実験, Ocean Age, 1984 年 1 月。
- 10) 高山知司, 平石哲也, 古川正美, 佐尾邦久, 立野信一郎: タンカー係留時の一点係留ブイの運動と係船索張力に関する現地観測, 第 32 回海岸工学講演会論文集 (1985).
- 11) R. S. Langley: Random Dynamic Analysis of Multi-Body Offshore Structures, Ocean Engineering, Vol.11, No. 4, p. 381-401, 1984.

記 号 一 覧

$O-XYZ$	空間固定座標
$O_i-x_i y_i z_i$	物体 i 固定座標
$Q-n_1 n_2 n_3$	連結点固定座標
$[R]_i$	物体 i 座標から空間固定座標への変換行列
$\{r_i\}$	物体 i 座標系での連結点の位置ベクトル
$\{d^i\}$	物体 i の平行変位ベクトル
$\{\theta^i\}$	物体 i の回転変位ベクトル
$\{\theta^{nr}\}$	物体 n の自由回転変位ベクトル
$[I]$	単位行列
$[O]$	零行列
$[P]$	2 体問題の拘束行列
$[M], [N], [A], [B], [C]$	拘束係数
$[A]_i$	式 (19) に示す行列
$[S]$	n 体問題の拘束行列
$\{x\}$	拘束運動変位ベクトル
$[M^i]$	付加質量および付加慣性モーメントを含む質量行列
$\{F^i\}$	付加質量を除く全流体力および外力ベクトル
$[B^i]$	減衰係数行列

$[K^i]$	復原力係数行列		ーメント
$\{F_c^i\}$	物体間拘束力	z_G	重心の z 方向位置ベクトル
$\{R_c^i\}$	拘束点における力	C_a	付加質量係数
$\{M_c^i\}$	拘束点におけるモーメント	r	ブイの半径
$[I]$	海底拘束行列	$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	角速度
ϕ_w	入射波ポテンシャル	ϕ, θ, ψ	オイラー角
m	質量	$[U]$	オイラー角速度変換行列
I_{ij}	慣性モーメント	T_0	ブイの初期張力
m_{ij}	付加質量および付加慣性モ		