追波中を高速で航行する船体に働く波浪強制力

正員 吉 野 亥三郎* 正員 藤 野 正 隆**
正員 深 沢 塔 一**

Wave Exciting Forces Acting on a Ship Travelling in Following Waves at High Speed

by Isao Yoshino, *Member* Masataka Fujino, *Member*
Toichi Fukasawa, *Member*

Summary

The so-called strip theory is widely used for calculation of wave exciting forces. But it has been recognized that the numerical result obtained by the strip theory loses the accuracy when the encounter frequency gets very low in following waves. It is known that the broaching-to phenomenon takes place in that circumstance. However, the existing method does not succeed in predicting with enough accuracy the wave exciting yaw moment which is deemed as the main cause of the broaching-to phenomenon.

In the present paper, a theoretical method is described for calculating the diffraction force acting on a ship travelling in following waves at high speed. Yamasaki et al. applied Chapman's theory to manoeuvring problem, and in this paper the method adopted by them is extended to the diffraction problem.

Numerical computations using the present method are carried out and compared with the experiments of wave exciting forces in order to verify its validity. Then it is concluded that this method gives closer results to the experiments than the strip theory and that it can be used for solution of the diffraction problem at very low encounter frequency. Furthermore, numerical values of wave exciting yaw moment obtained by the present method are presented in order to clarify the relation between the magnitude of yaw moment and the position of a ship on the wave surface, travelling in following waves at a low encounter frequency. Then it proves that the magnitude of wave exciting yaw moment becomes maximum when a ship is located on the down slope of the incident wave.

1 緒 言

規則波中での波浪強制力, 波浪荷重および船体運動は, 従来ストリップ法で計算され, 実験値との対応もよいことが知られている。しかし, 追波中で出会い周波数 ω_e が零近傍では, 縦波浪強制力, 縦波浪荷重の推定精度が低下し, また, 斜追波中では横力, 横運動の計算値と実験値の一致度が悪くなる^{1), 2)}。 $\omega_e \neq 0$ での縦波浪強制力, 縦波浪荷重のストリップ法による推定法の改良については, 溝口³⁾, 竹沢ら^{4)~6)}により検討がなされている。

一方, ストリップ法以外の計算法についても様々な研究が行われているが^{7)~9)}, 追波を対象とした Diffraction 問題に関する研究として, 寺尾¹⁰⁾, 柏木¹¹⁾, 大楠¹²⁾の研

究が挙げられる。寺尾は斜追波中を迎角零で前進する平板について, 自由表面の変形を無視し定常翼理論を用いたモデルと自由表面の変形を考慮し, Chapman の方法¹³⁾を用いたモデルの 2 種類のモデルを考え, 定常揚力問題として扱った。これを受けて柏木は, 追波中を高速で航行する場合の低周波数領域における非定常揚力問題として取り扱い, 船体を薄翼で近似し, 平板と Wigley 船型を対象として計算と実験の比較を行った。また, 大楠は $\omega_e = 0$ 近傍において平水中を船体が航走する時の波の攪乱の影響を考慮して計算を行い, ブローチング現象を解析する際に重要となる船首揺モーメントに関して, 大楠の計算値は Froude-Krylov Force の計算値に較べ, 船体が波の下り斜面にある時に最大となることを示した。

ブローチング現象については, 完全には究明されてい

* 三井造船(株) (研究当時, 東京大学工学部在学)

** 東京大学工学部

ないが、船体が斜追波中を高速で航行し、波長船長比が1.5から2.0の状態が発生し、波の下り斜面で舵の保針能力を越える船首揺モーメントが船体に作用することが原因であるとされている¹⁴⁾。そのため、追波中を高速で航行する船体に働く波浪強制力や船体運動の計算法の改良は、耐航性分野における重要な研究課題の1つであると言える。

本論文では追波中 $\omega_e=0$ 近傍における波浪強制力および波浪荷重の計算法について述べる。ただし、船体の運動を考えず Diffraction 問題のみを扱う。追波中 $\omega_e=0$ 近傍では、船体が高速で航行するので前進速度影響が重要であり、また、低周波数領域であるため船体の3次元影響が大きくなると考えられる^{8),9)}。これらの影響を反映できる計算法として Chapman の方法を用いる。

この方法は前進速度影響が自由表面条件を通じて導入でき、個々の計算は2次元平面で行われるにもかかわらず、3次元計算と同等の成果を挙げることができ、前述の寺尾¹⁰⁾や斎藤¹⁵⁾が耐航性分野におけるこの方法の応用計算例を示している。

また、山崎ら^{10)~18)}はこの方法を操縦性分野に適用し、任意形状の船体に対して Radiation 問題を解いた。その結果、実験値に現れる周波数特性や前進速度影響を計算でよく表現できることを明らかにした。本計算法は、山崎らの計算法を Diffraction 問題に適用したものであり、寺尾の計算を3次元物体に適用し、非定常問題に拡張したものと思える。

次に座標系のとり方について記す。山崎らは船体周りの3次元的な流体運動を細長体の仮定を用い、船体長手軸に垂直な空間固定の2次元平面内での非定常な現象として取り扱った。この平面内で船体は時々刻々と形状を変化させ、船体運動とそれに起因する流体運動はこの2次元平面で発展すると考えた。平水中を航行する時に船

体に働く定常力を扱う場合、計算を行う2次元平面として空間固定の平面を用いると非定常な現象を考えることになるが、船体固定の平面を用いれば流体運動を定常のまま捉えることができる。また、波浪強制力のような周期的現象を扱う場合、計算を船体固定の平面で行えば、時間項 $e^{i\omega_e t}$ を除外することができ、定常力と同様に扱うことが可能である。したがって、本論文では計算を船体固定の2次元平面で行うように、船体固定座標系を用いる。

また、計算と実験の比較においては、竹沢らの縦波浪荷重の実験結果⁵⁾および柏木の横波浪強制力の実験結果¹¹⁾を引用した。

2 定 式 化

2.1 支配方程式および境界条件

空間固定座標系 $O-XYZ$ 、船体固定座標系 $o-xyz$ を Fig. 1 のように定める。船体固定座標系における xy 平面は、船体運動がない場合、静水面と一致し、原点 o は F.P., z 軸は鉛直上向きを正とする。また、船体は x 軸の負の方向に速度 U で直進し、規則波が船体後方より x 軸と χ の角度をなし、入射する場合を考える。

流体は理想流体とし、船体固定座標系での速度ポテンシャルを $\Phi(x, y, z; t)$ 、船体形状を $H(x, y, z; t)$ 、自由表面波形を $\zeta(x, y; t)$ 、圧力を $P(x, y, z; t)$ とおくと支配方程式、境界条件は次式で表わせる。

$$[L] \quad \nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{in fluid} \quad (1)$$

$$[H] \quad \frac{DH}{Dt} = 0 \quad \text{on } H(x, y, z; t) = 0 \quad (2)$$

$$[K] \quad \frac{D(z-\zeta)}{Dt} = 0 \quad \text{on } z = \zeta(x, y; t) \quad (3)$$

$$[D] \quad P = \text{const} \quad \text{on } z = \zeta(x, y; t) \quad (4)$$

ここで、 $[L]$ はラプラスの式、 $[H]$ は船体表面条件、 $[K]$ は自由表面の運動学的条件、 $[D]$ は自由表面の動力的条件を示す。この他に放射条件が必要となるが、これについては後述する。

ここで、ポテンシャル Φ を次式で表わし、

$$\Phi(x, y, z; t) = Ux + \varphi(x, y, z; t) \quad (5)$$

(1)~(4) 式を φ の表現にする。ただし、自由表面上において大気圧 P を零とおく。

$$[L] \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{in fluid} \quad (6)$$

$$[H] \quad \frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad \text{on } H(x, y, z; t) = 0 \quad (7)$$

$$[K] \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + U \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = \zeta(x, y; t) \quad (8)$$

Fig. 1 Coordinate system

$$[D] \quad g\zeta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} = 0 \quad \text{on } z = \zeta(x, y, t) \quad (9)$$

ここで、船体は細長体、入射波振幅 a は微小であると仮定する。

$$d/L = O(\varepsilon), \quad B/L = O(\varepsilon) \quad (10)$$

$$a/\lambda = O(\delta) \quad (11)$$

ε は細長体パラメータ、 δ は入射波パラメータである。本論文では、平水中を航行する時の船体に働く流体力を $O(\varepsilon)$ の定常攪乱問題、波浪強制力を $O(\delta)$ の Diffraction 問題として扱い、いずれも線形の範囲で取り扱う。そこでポテンシャル φ を平水中を航行する時の攪乱速度ポテンシャル ϕ_S 、入射波ポテンシャル ϕ_I 、Diffraction Potential ϕ_D に分け、次式で表わす^{19), 20), 24)}。

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z, t) = & \varepsilon \phi_S(x, y, z) \\ & + \delta \{ \phi_I(x, y, z) + \phi_D(x, y, z) \} e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (12)$$

同様に、自由表面波形を

$$\begin{aligned} \zeta(x, y, t) = & \varepsilon \eta_S(x, y) \\ & + \delta \{ \eta_I(x, y) + \eta_D(x, y) \} e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (13)$$

とおく。ここで、入射波ポテンシャル ϕ_I を次式でおく。

$$\phi_I(x, y, z) = \frac{iga}{\omega} e^{Kz} e^{iK(x \cos \chi + y \sin \chi)} \quad (14)$$

すると、

$$\begin{aligned} \eta_I(x, y) e^{i\omega_e t} = & -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_I(x, y, z, t) \Big|_{z=0} \\ = & ae^{iK(x \cos \chi + y \sin \chi)} e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (15)$$

K は波数、 ω_e は出会い周波数であり、 ω を波周波数とすると、次式で示される。

$$\omega_e = \omega - KU \cos \chi \quad (16)$$

(15) 式の実数部をとると

$$\eta_I(x, y) e^{i\omega_e t} \rightarrow a \cos \{ \omega_e t + K(x \cos \chi + y \sin \chi) \}$$

となり、船体固定座標系の原点、つまり F.P. の位置に波頂の来る状態を位相差の基準とする。

ここで、微小波高の仮定より、自由表面上のポテンシャル $\varphi(x, y, \zeta, t)$ を $z=0$ の周りで Tayler 展開し、高次の微小項を省くと、次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, \zeta, t) = & \varepsilon \phi_S(x, y, 0) \\ & + \delta \{ \phi_I(x, y, 0) + \phi_D(x, y, 0) \} e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (17)$$

また、船体は $H(x, y, z, t) = H(x, y, z)$ となり、さらに、細長体の仮定より

$$\frac{\partial H}{\partial x} = O(\varepsilon) \quad (18)$$

とすることができる。

ここで、(12) 式を (6)~(9) 式に代入し、 $O(\varepsilon)$ の

ϕ_S 、 $O(\delta)$ の ϕ_D の各条件式を導く。その際、 $[L]$ の x の偏微分項は、細長体の仮定より他の項に比べ微小であるとして省略する。また、 $[K]$ 、 $[D]$ の自由表面条件は (17) 式を用い、 $z=0$ での表式に改める。さらに、 $[H]$ において (18) 式の仮定を用い、 $U \cdot \partial H / \partial x$ の項を $O(\varepsilon)$ の式に加える。その結果、 ϕ_S 、 ϕ_D に関する式は次のように表わされる。

$$O(\varepsilon) : [L] \quad \frac{\partial^2 \phi_S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_S}{\partial z^2} = 0 \quad \text{in fluid} \quad (19)$$

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_S}{\partial n} = -U \frac{\partial H}{\partial x} \quad \text{on } H(x, y, z) = 0 \quad (20)$$

$$[K] \quad U \frac{\partial \eta_S}{\partial x} - \frac{\partial \phi_S}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (21)$$

$$[D] \quad g\eta_S + U \frac{\partial \phi_S}{\partial x} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (22)$$

$$O(\delta) : [L] \quad \frac{\partial^2 \phi_D}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_D}{\partial z^2} = 0 \quad \text{in fluid} \quad (23)$$

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_D}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_I}{\partial n} \quad \text{on } H(x, y, z) = 0 \quad (24)$$

$$[K] \quad i\omega_e \eta_D + U \frac{\partial \eta_D}{\partial x} - \frac{\partial \phi_D}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (25)$$

$$[D] \quad g\eta_D + i\omega_e \phi_D + U \frac{\partial \phi_D}{\partial x} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (26)$$

ここで、 $\partial / \partial n$ は、船体内向き法線方向微分を示す。 ϕ_S は実数だが、 ϕ_D は複素数として取り扱う。

2.2 船体に働く流体力

船体表面に働く圧力を $P(x, y, z, t)$ とし、(4)、(5) 式よりポテンシャル φ の表式にする。

$$\begin{aligned} P(x, y, z, t) = & -\rho g z - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \rho U \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ & - \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

ただし、以後、静水圧 $\rho g z$ は省略して考える。

圧力 P を (17) 式と同様に表現すると

$$P(x, y, z, t) = \varepsilon p_S(x, y, z) + \delta p(x, y, z) e^{i\omega_e t} \quad (28)$$

ここで、 $p(x, y, z)$ は複素数として扱う。

(17)、(28) 式を (27) 式に代入し、各オーダーごとの圧力の式を求めると

$$O(\varepsilon) : p_S(x, y, z) = -\rho U \frac{\partial \phi_S}{\partial x} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} O(\delta) : p(x, y, z) = & -\rho \left(i\omega_e \phi_I + U \frac{\partial \phi_I}{\partial x} \right) \\ & - \rho i\omega_e \phi_D - \rho U \frac{\partial \phi_D}{\partial x} \\ = & \rho g \eta_I - \rho i\omega_e \phi_D - \rho U \frac{\partial \phi_D}{\partial x} \end{aligned} \quad (30)$$

Fig. 2 Definition of forces and moments

(30) 式で右辺第 1 項が Froude-Krylov Force に対応し、第 2 および第 3 項が Diffraction Force に対応する。

次に、平水中を航行する時、船体に働く流体力について記す。 $x=x$ なる断面に働く z 方向の単位長さあたりの力を $f_{sz}(x)$ とすると、

$$f_{sz}(x) = 2 \int_K^F p_S n_z ds \quad (31)$$

K は船体のキール、 F は船体と静水面の交点を示し、積分は船体表面に沿う線積分を示す。また、船体内向き法線ベクトルの y 成分、 z 成分を n_y 、 n_z で表わす。船体に働く上下力を F_{SH} 、縦揺モーメントを M_{SP} とすると、

$$F_{SH} = \int_0^L f_{sz}(x) dx \quad (32)$$

$$M_{SP} = \int_0^L (x_G - x) f_{sz} dx \quad (33)$$

と表わすことができる。 F_{SH} 、 M_{SP} はいずれも定常力である。ここで、 x_G は船体重心の x 座標である。また、力、モーメントの正の方向を Fig. 2 に示す。Fig. 2 で O' 点は船体重心上、静水面位置を示す。モーメントはすべて O' 点まわりを考える。

次に Diffraction Force について記す。

本計算では、数値計算の際、計算を船体の片側領域で行うため、ポテンシャル ϕ_I 、 ϕ_D を xz 平面について対称な成分、 $\phi_I^{(S)}$ 、 $\phi_D^{(S)}$ および反対称な成分、 $\phi_I^{(A)}$ 、 $\phi_D^{(A)}$ に分けて考える。

$$\phi_I = \phi_I^{(S)} + \phi_I^{(A)} \quad (34)$$

$$\phi_D = \phi_D^{(S)} + \phi_D^{(A)} \quad (35)$$

さらに、

$$\eta_I = \eta_I^{(S)} + \eta_I^{(A)} \quad (36)$$

$$p = p^{(S)} + p^{(A)} \quad (37)$$

(34)~(37) 式を (30) 式に代入すると、

$$p^{(S)}(x, y, z) = \rho g \eta_I^{(S)} - \rho i \omega_e \phi_D^{(S)} - \rho U \frac{\partial \phi_D^{(S)}}{\partial x} \quad (38)$$

$$p^{(A)}(x, y, z) = \rho g \eta_I^{(A)} - \rho i \omega_e \phi_D^{(A)} - \rho U \frac{\partial \phi_D^{(A)}}{\partial x} \quad (39)$$

となる。 $p^{(S)}$ 、 $p^{(A)}$ を用いて、ある時刻 t において、 $x=x$ なる船体断面に作用する上下力 $f_z(x; t)$ 、横力 $f_y(x; t)$ 、振りモーメント $m_x(x; t)$ を求める。いずれも単位長さあたりの力、モーメントである。

$$f_z(x; t) = 2 \int_K^F p^{(S)} n_z ds \cdot e^{i \omega_e t} \quad (40)$$

$$f_y(x; t) = 2 \int_K^F p^{(A)} n_y ds \cdot e^{i \omega_e t} \quad (41)$$

$$m_x(x; t) = 2 \int_K^F p^{(A)} (n_z y - n_y z) ds \cdot e^{i \omega_e t} \quad (42)$$

これより、上下力、縦揺モーメント、左右力、船首揺モーメント、横揺モーメントは、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_H(t) &= R_e \left[\int_0^L f_z(x; t) dx \right] \\ M_P(t) &= R_e \left[\int_0^L (x_G - x) f_z(x; t) dx \right] \\ F_S(t) &= R_e \left[\int_0^L f_y(x; t) dx \right] \\ M_Y(t) &= R_e \left[\int_0^L (x - x_G) f_y(x; t) dx \right] \\ M_R(t) &= R_e \left[\int_0^L m_x(x; t) dx \right] \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

位相差は、位相進みを正とする。

3 数 値 計 算

3.1 計算法の概略

船体が静水面上を直進する時の流れ場、つまり $O(\epsilon)$ の定式化における船体周りの流れ場は、 xz 平面に対して左右対称であるから、Fig. 3 のように船体の片側領域を考えればよい。また、 $O(\delta)$ の Diffraction 問題の場合も Diffraction Potential, ϕ_D を対称ポテンシャル $\phi_D^{(S)}$ 、反対称ポテンシャル $\phi_D^{(A)}$ に分け、それぞれ別

Fig. 3 Boundaries used at numerical calculations

の境界条件を用いれば船体の片側領域のみの問題として扱うことができる。本計算法は、船体前部における波の攪乱が後部に伝播していくという仮定に基づき、船首から船尾にわたり、 x 軸に垂直な船体固定の2次元平面内で境界要素法を用いてラプラスの方程式を解いていく。 $O(\varepsilon)$ の場合は、この仮定を用いても問題はないが、 $O(\delta)$ の場合で、船体後部の攪乱が船体前部に影響を及ぼす場合では、このような仮定を使用することはできない。定式化の際、波方向について規定していないが、この計算法の特徴により、本論文の波浪強制力計算法は、向波および追波中を高速で航行する場合に適用される。

2次元断面内での計算を、 x ステップの計算と呼ぶと、本計算法では、各 x ステップの計算は2次元計算でありながら、自由表面条件、放射条件を通じて、船体前部の攪乱を後部に伝えることにより、前進速度影響や船体形状の3次元性を考慮することができる。

境界要素法では、各境界でポテンシャル値 ϕ または、ポテンシャルの境界外向き法線方向微分値 $\partial\phi/\partial n$ を与え、それぞれの境界で未知数であった $\partial\phi/\partial n$ ないし ϕ が計算される^{21)~23)}。以降の計算法の説明では、 ϕ_s , ϕ_D の代表として ϕ を用いる。同様に、 η_s , η_D の代表として η を用いる。自由表面 Γ_F 、開境界 Γ_{OB} , Γ_{OS} では ϕ 、船体表面 Γ_H では、 $\partial\phi/\partial n$ を各境界条件として与える。また、船体下方部 Γ_K では、対称ポテンシャル、反対称ポテンシャルの違いにより、 ϕ または $\partial\phi/\partial n$ が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} O(\varepsilon) : \frac{\partial\phi_s}{\partial n} = 0 \\ O(\delta) : \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial\phi_D^{(S)}}{\partial n} = 0 \\ \phi_D^{(A)} = 0 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

3.2 自由表面条件式の差分近似

ある断面での自由表面上のポテンシャル値は、1つ前の x ステップで求めたポテンシャル値等を用いて、自由表面条件の差分近似式より求める。その際、定常攪乱波の船幅方向速度は、船速に較べ十分小さいと仮定し、(21), (22), (25), (26) 式中の $\partial\eta/\partial x$, $\partial\phi/\partial x$ は平水中航行時の流線に沿った微分で代用する。この手法を用いれば、船体近傍の微分において、船体に沿った微分をとることができ、船体を貫く流れを想定する必要がない。また、ある点 $(x, y, 0)$ の近傍で流速 $\partial\phi_s/\partial y$ は一定であると仮定し、 $\Delta x/U$ 秒後の流線上の y 方向移動量 $\Delta y^*(x, y)$ を

$$\Delta y^*(x, y) = \frac{\Delta x}{U} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \phi_s(x, y, 0) \quad (45)$$

により求める。つまり Fig. 4 の矢印を流線と考え、この流線に沿って、(21), (22), (25), (26) 式を次式のよう

Fig. 4 Difference scheme of the free-surface condition

$$\begin{aligned} O(\varepsilon) : [K] \quad & \eta_s \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y^*}{2} \right) \\ & = \eta_s \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y^*}{2} \right) \\ & \quad + \frac{\Delta x}{U} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \phi_s(x, y, 0) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} [D] \quad & \phi_s(x + \Delta x, y + \Delta y^*, 0) \\ & = \phi_s(x, y, 0) - g \frac{\Delta x}{U} \\ & \quad \times \eta_s \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y^*}{2} \right) \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} O(\delta) : [K] \quad & \eta_D \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y^*}{2} \right) \\ & a_1 \cdot \eta_D \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y^*}{2} \right) \\ & \quad + \frac{\Delta x}{U} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \phi_D(x, y, 0) \\ & = \frac{\quad}{a_2} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} [D] \quad & \phi_D(x + \Delta x, y + \Delta y^*) \\ & a_1 \cdot \phi_D(x, y, 0) \\ & \quad - \frac{\Delta x}{U} g \eta_D \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y^*}{2} \right) \\ & = \frac{\quad}{a_2} \end{aligned} \quad (49)$$

ここで

$$\begin{cases} a_1 = 1 - \frac{i\omega_e \Delta x}{2U} \\ a_2 = 1 + \frac{i\omega_e \Delta x}{2U} \end{cases} \quad (50)$$

また, (48), (49) 式において

$$\left. \begin{aligned} \eta_D(x, y) &= \frac{1}{2} \left\{ \eta_D \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y^*}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \eta_D \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y^*}{2} \right) \right\} \\ \phi_D \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y^*}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \{ \phi_D(x, y) + \phi_D(x + \Delta x, y + \Delta y^*) \} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

としている。(45)~(51) 式により, $\phi(x + \Delta x, y + \Delta y^*, 0)$ を自由表面上で求め, これからの補間より, $\phi(x + \Delta x, y, 0)$ を定める。

3.3 放射条件

本計算法では, 有限な領域内での流体運動を境界要素法によって解くため, 船体による攪乱波が開境界の外側に伝播してゆくという条件が必要となる。この開境界の条件として, 山崎ら¹⁹⁾と同様の Sommerfeld の放射条件^{19), 25)}を用いる。山崎らは波の攪乱伝播速度を開境界近傍の平均値で代用する手法をとり, さらにこの放射条件に数値的誤差を認めた次式を提案した。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + C \frac{\partial \phi}{\partial l} = E \quad (52)$$

ここで, C は波の攪乱伝播速度, E は数値誤差, l は開境界外向き法線であり, 空間固定座標系での表式となっている。(52) 式を船体固定座標系での表式にし, ϕ_s, ϕ_D で表わすと,

$$O(\epsilon) : U \frac{\partial \phi_s}{\partial x} + C_s \frac{\partial \phi_s}{\partial l} = E_s \quad (53)$$

$$O(\delta) : i\omega_e \phi_D + U \frac{\partial \phi_D}{\partial x} + C_D \frac{\partial \phi_D}{\partial l} = E_D \quad (54)$$

となる。

C_s, C_D は, 平水中航走時および波浪中の攪乱伝播速

Fig. 5 Difference scheme of the open boundary condition

度, E_s, E_D はおのおのの数値的誤差を示す。

ここで, 自由表面条件と同様に, (53), (54) 式を差分近似する。Fig. 5 は, xz 平面の図であり, ○印の既知のポテンシャル値を用い, ●印で示される次の x ステップでの開境界上ポテンシャルを求める。式の簡略化のため, また, 放射条件は Fig. 3 の Γ_{OS}, Γ_{OB} で成立するため, 差分近似は, x, y, z を使用せず, 山崎らと同様 $\phi(\tau, l)$ の形式で表現する。

τ は,

$$\begin{cases} x + \Delta x \longrightarrow \tau + 1 \\ x \longrightarrow \tau \\ x - \Delta x \longrightarrow \tau - 1 \\ x - 2\Delta x \longrightarrow \tau - 2 \\ x - 3\Delta x \longrightarrow \tau - 3 \end{cases}$$

に対応し, $l=1$ は, 開境界上, $l=2, 3, 4$ は内点を表わす。開境界の近傍, Fig. 5 の領域 I, II, III において, 攪乱伝播速度 C と数値的誤差 E は一定とし, 領域 II, III から C と E を求め, これを領域 I に適用し, 次の x ステップでの開境界上ポテンシャル $\phi(\tau, 1, 1)$ を求める。

ここで,

$$\alpha = C \frac{\Delta x}{U \Delta l} \quad (55)$$

$$\beta = E \frac{\Delta x}{U} \quad (56)$$

とおけば, $O(\epsilon), O(\delta)$ 問題の各差分近似式は次式となる。ただし, α, β は各問題に対し添字 S, D をつけて区別した。

$O(\epsilon)$: 領域 I

$$\begin{aligned} \phi_s(\tau+1, 1) &= \phi_s(\tau-1, 2) \\ &\quad + (1-2\alpha_s) \{ \phi_s(\tau, 1) - \phi_s(\tau, 2) \} \\ &\quad + 2\beta_s \end{aligned} \quad (57)$$

領域 II

$$\begin{aligned} \beta_s &= 1/2 \{ \phi_s(\tau, 2) - \phi_s(\tau-1, 2) \\ &\quad + \phi_s(\tau-1, 3) - \phi_s(\tau-2, 3) \} \\ &\quad + \alpha_s \{ \phi_s(\tau-1, 2) - \phi_s(\tau-1, 3) \} \end{aligned} \quad (58)$$

領域 III

$$\begin{aligned} \beta_s &= 1/2 \{ \phi_s(\tau-1, 3) - \phi_s(\tau-2, 3) \\ &\quad + \phi_s(\tau-2, 4) - \phi_s(\tau-3, 4) \} \\ &\quad + \alpha_s \{ \phi_s(\tau-2, 3) - \phi_s(\tau-2, 4) \} \end{aligned} \quad (59)$$

$O(\delta)$: 領域 I

$$\begin{aligned} \phi_D(\tau+1, 1) &= b_1 \beta_D - (b_1 \alpha_D + b_2) \phi_D(\tau, 1) \\ &\quad - (1 - b_1 \alpha_D) \phi_D(\tau, 2) - b_2 \phi_D(\tau-1, 2) \end{aligned} \quad (60)$$

領域 II

$$\begin{aligned} \beta_D &= i \frac{\omega_e \Delta x}{4U} \{ \phi_D(\tau, 2) + \phi_D(\tau-1, 2) \\ &\quad + \phi_D(\tau-1, 3) + \phi_D(\tau-2, 3) \} \\ &\quad + 1/2 \{ \phi_D(\tau, 2) - \phi_D(\tau-1, 2) + \phi_D(\tau-1, 3) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\phi_D(\tau-2, 3) + \alpha_D \{\phi_D(\tau-1, 2) \\
 & -\phi_D(\tau-1, 3)\}
 \end{aligned}
 \quad (61)$$

領域Ⅲ

$$\begin{aligned}
 \beta_D = i \frac{\omega_e \Delta x}{4U} \{ & \phi_D(\tau-1, 3) + \phi_D(\tau-2, 3) \\
 & + \phi_D(\tau-2, 4) + \phi_D(\tau-3, 4) \\
 & + 1/2 \{\phi_D(\tau-1, 3) - \phi_D(\tau-2, 3) \\
 & + \phi_D(\tau-2, 4) - \phi_D(\tau-3, 4)\} \\
 & + \alpha_D \{\phi_D(\tau-2, 3) - \phi_D(\tau-2, 4)\}
 \end{aligned}
 \quad (62)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned}
 b_1 &= \frac{4U}{i\omega_e \Delta x + 2U} \\
 b_2 &= \frac{i\omega_e \Delta x - 2U}{i\omega_e \Delta x + 2U}
 \end{aligned} \right\}
 \quad (63)$$

また、境界として、 y 方向、 z 方向、いずれも喫水の8倍の領域を採用し、全境界上の分割数は、供試船型により異なるが約200個とし、船長方向の計算断面数は、船体を長手方向に400等分し、401個とした。この境界分割で計算を行った一例を、Fig. 6, 7に示す。Fig. 6は平水中を船が航走したときの波形、Fig. 7は規則波中での攪乱波の波形である。Fig. 7の $\tilde{\eta}_D$ は次式で示され、

$$\tilde{\eta}_D(t) = R_e[\eta_D(x, y)e^{i\omega_e t}]$$

$t=0$ における波形、つまり入射波の波頂がF.P.にきたときの波形である。境界の大きさ、要素分割数、船長方向分割数を小さくとりすぎると、自由表面の波形は乱れてしまうが、これらの図では、攪乱波は緩やかに開境

Fig. 6 Transverse free-surface profiles in advancing on calm water (Series 60 model)

Fig. 7 Transverse profiles of diffraction wave (Series 60 model)

Fig. 8 Intersection between hull and free-surface

界の外側に伝播していることがわかる。

3.4 船体と自由表面の交点の取り扱い

船体と自由表面の交点は、特異性を持ち、その交点 i 点での流体の速度が数値計算において発散する傾向がある。ここで ϕ_i は、 i 点での定常攪乱速度ポテンシャル ϕ_s 、または、Diffraction Potential ϕ_D を表わす。この発散を抑えるため、船体表面と自由表面の交点近傍において流体の速度のマッチングを行う。すなわち、Fig. 8に示すように船体近傍の自由表面上の要素の中点を点1、自由表面近傍の船体表面上の要素の中点を点2とする時、次式を仮定する。

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} = \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \quad (64)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y} = \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \quad (65)$$

ただし、自由表面および船体表面の境界外向き法線方向速度 $\partial \phi_1 / \partial z$ 、 $\partial \phi_2 / \partial n$ は既知であり、 ϕ_1 、 ϕ_2 は未知である。一方、 $\partial \phi_2 / \partial y$ は次式で近似する。定常問題の場合は、

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} = U \cdot \frac{y_2(x + \Delta x) - y_2(x)}{\Delta x} \quad (66)$$

とする。ただし、 $y_2(x)$ は点2の座標 y である。

また、Diffraction 問題の場合は、

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} = -\frac{\partial \phi_{2I}}{\partial y} \quad (67)$$

とする。ただし、 ϕ_{2I} は点2での入射波ポテンシャルである。また、(64)式の $\partial \phi_i / \partial z$ 、(65)式の $\partial \phi_i / \partial y$ は、それぞれ次のように境界Ⅱ、境界Ⅰにおいて差分近似する。要素1、2の長さをそれぞれ r_1 、 r_2 とし、船体と鉛直軸とのなす角度を θ とする時、

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} = \frac{\phi_i - \phi_2}{(r_2 \cos \theta)/2} \quad (68)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y} = \frac{\phi_1 - \phi_i}{r_1/2} \quad (69)$$

で近似する。(64), (65), (68), (69) 式より ϕ_i を消去すると,

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{r_2 \cos \theta}{2} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial z} + \frac{r_1}{2} \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \quad (70)$$

となる。境界要素法で計算する際、境界の全要素数を N とすると、 N 個の N 元連立方程式が構成されるが、これに (70) 式を加え、最小 2 乗法を用いて N 個の変数についてのマトリックス計算を行う。

4 実験結果と計算値の比較および考察

本章では、竹沢らの SR 108 コンテナ船を用いた縦波浪荷重の実験結果⁹⁾、および柏木の Wigley 船型を用いた横波浪強制力の実験結果¹¹⁾と本計算法による計算結果との比較を行う。また、Series 60 船型を対象にした本計算法での計算結果も示す。これら SR 108 コンテナ船、Wigley 船型、Series 60 船型各模型船の主要目を Table 1 に示す。

波浪荷重の振幅については垂直剪断力を $\bar{F}_V$ 、垂直曲げモーメントを $\bar{M}_V$ と表わし、また、波浪強制力の振幅については左右力を $\bar{F}_S$ 、船首揺モーメントを $\bar{M}_Y$ 、横揺モーメントを $\bar{M}_R$ として次式により無次元化した。

$$C_{FV} = \frac{\bar{F}_V}{\rho g a L B} \quad (71)$$

$$C_{MV} = \frac{\bar{M}_V}{\rho g a L^2 B} \quad (72)$$

$$C_{FS} = \frac{\bar{F}_S}{\rho g a L B} \quad (73)$$

$$C_{MY} = \frac{\bar{M}_Y}{\rho g a L^2 B} \quad (74)$$

$$C_{MR} = \frac{\bar{M}_R}{\rho g a L^2 B} \quad (75)$$

同様に波浪強制力の単位長さあたり（船長方向）の振幅についても、上下力を $\bar{f}_z$ 、左右力を $\bar{f}_y$ と表わし、次のように無次元化した。

Table 1 Principal particulars of ship models

Items	SR108	Wigley	Series60
Lpp (m)	2.000	2.000	2.000
Breadth (m)	0.290	0.200	0.286
Draft (m)	0.1088	0.125	0.114
Displ't. (kgf)	36.14	—	45.76
Cb	0.5716	—	0.700
Lcb from 艀 (m)	0.028	0.0	-0.010

$$C_{fz} = \frac{\bar{f}_z}{\rho g a B} \quad (76)$$

$$C_{fy} = \frac{\bar{f}_y}{\rho g a B} \quad (77)$$

4.1 縦波浪荷重の計算例

本節では、竹沢らの行った実験⁹⁾のうち、船体固定時の縦波浪荷重の実験について計算との比較を行う。竹沢らが用いた模型船は船体中央で船体を 2 分割したモデルであり、船体前半部が曳航台車に固定され、船体中央での縦波浪荷重が計測された。船速は Froude 数 $F_n = 0.275, 0.4$ の 2 種類、波との出会い角は追波 $\chi = 0^\circ$ である。

Fig. 9~12 にその実験結果および計算結果を示す。竹沢らは数通りの NSM による計算を行ったが、ここで示した NSM は付加質量や減衰係数に丸尾の 3 次元修正を

Fig. 9 Wave-exciting vertical shearing force in following wave (SR 108 model, $F_n = 0.275$)

Fig. 10 Wave-exciting vertical bending moment in following wave (SR 108 model, $F_n = 0.275$)

Fig. 11 Wave-exciting vertical shearing force in following wave (SR 108 model, $F_n = 0.4$)

Fig. 12 Wave-exciting vertical bending moment in following wave (SR 108 model, $F_n = 0.4$)

施していない原型の NSM である。また、溝口の方法による NSM の計算結果も示した^{6), 26)}。なお、Froude-Krylov Force, 原型の NSM の各計算値は実験値同様、文献 5) から引用したものであることを付記しておく。

Froude-Krylov Force (図中、F-K) は、実験値と定性的には一致するが、定量的一致度は不十分であり、また、NSM は $\omega_e \rightarrow 0$ で計算値が発散するだけでなく、 $F_n = 0.4$ では他の領域でも定量的に実験値との一致はよくない。一方、溝口の方法による計算結果は原型の NSM に比べ、実験値と定性的にも定量的にもよく対応する。

一方、本計算法による結果は溝口の方法による計算値と同様、実験値と良い対応を示す。特に、 $\omega_e = 0$ 近傍での定量的一致度はよく、また、 $F_n = 0.275$ と $F_n = 0.4$

の計算結果を較べると、 $F_n = 0.4$ の結果の方が定量的にも実験値との一致度が良い。このことは、本計算法が、船体前部で発生した波の擾乱が船体後部に伝播するという仮定を用いていることに起因すると思われる。

4.2 横波浪強制力の計算例

柏木は Wigley 船型を用い、斜追波中 $\chi = 10^\circ$ の横波浪強制力の計測を行った¹¹⁾。波長・船長比は 1.5~2.0, 船速は波長・船長比により異なるが、 F_n で約 0.15~約 0.37 の範囲である。

本節では、柏木の実験のうち、最高速の $F_n = 0.366$ の実験結果および柏木の計算値と本計算法による計算結果との比較を行う。Fig. 13~15 にその結果を示す。図

Fig. 13 Wave exciting sway force in following wave (Wigley model)

Fig. 14 Wave exciting yaw moment in following wave (Wigley model)

Fig. 15 Wave exciting roll moment in following wave (Wigley model)

中, Kashiwagi's Method, NSM および Froude-Krylov Force (F-K) の各計算値は文献 11) から引用した。Fig. 15 については文献 11) に $\lambda/L=1.5$ および 2.0 の実験値, 計算値しか記載されていないため, これらの実験値, 計算値は, $\lambda/L=1.5$ と 2.0 の値をプロットし, その 2 点を直線で結んだ。

Fig. 13~15 中の Froude-Krylov Force は, 実験値に較べ小さめの推定になっている。一般に, 高速で追波中を航行する場合では, Froude-Krylov Force が支配的になるとされているが, この例では Diffraction Force も無視できず, Froude-Krylov の仮定に基づく計算値だけでは実験結果の説明に不十分であることがわかる。

また, NSM 計算値は, 横揺モーメントの振幅, 船首揺モーメントの位相差を除き, 実験値と概ね一致するが, 振幅についてはすべて小さめの推定となっている。柏木の計算値は位相差の推定に優れているものの, 振幅については大きめの推定値を与えている。一方, 本計算による結果は, 振幅については NSM 計算値と柏木の計算値の間の値をとり, 実験値と最もよく対応している。位相差については, 船首揺モーメントの場合, 若干大きくなるが, 左右力, 横揺れモーメントではよく一致する。

4.3 $\omega_e=0$ 近傍での波浪強制力

本計算法による計算結果が追波中を高速で航行する場合の波浪荷重や波浪強制力の実験結果とよく対応することを 4.1 節, 4.2 節で示した。本節では, 波浪強制力の船長方向分布の計算結果およびブローチング現象が発生しやすいと言われている波浪条件, 航走条件の下での波浪強制力の計算結果を示す。計算に使用した船型は Series 60 である²⁷⁾。

Fig. 16~19 に本計算法による波浪強制力の船長方向

Fig. 16 Longitudinal distributions of wave exciting heave force (Series 60 model, $F_n=0.2$)

Fig. 17 Longitudinal distributions of wave exciting sway force (Series 60 model, $F_n=0.2$)

Fig. 18 Longitudinal distributions of wave exciting heave force (Series 60 model, $F_n=0.609$)

Fig. 19 Longitudinal distributions of wave exciting sway force (Series 60 model, $F_n=0.609$)

分布の計算結果を示す。Fig. 16, Fig. 18 は上下力, Fig. 17, Fig. 19 は左右力の図であり, 船体断面に加わる単位長さあたりの波浪強制力の振幅が, (76) 式, (77) 式により無次元化して示されている。本節では以降, 船体断面での波浪強制力の振幅を単に波浪強制力と記す。Froude-Krylov Force, Diffraction Force についても, これに倣う。また, $\chi=30^\circ$, $\lambda/L=1.75$ では $F_n=0.609$ の船速で ω_e が零となる。

上下力については, Froude-Krylov Force が支配的であり, 波浪強制力と定量的に概ね一致する。しかし, 左右力については, Froude-Krylov Force は Diffraction Force とほぼ同等の大きさとなり, 波浪強制力と定量的に一致しない。

また, $F_n=0.2$, $F_n=0.609$ の計算結果を較べると, 上下力より左右力に前進速度の影響が顕著に現われる。Froude-Krylov Force には前進速度の影響がないため, Diffraction Force が大きく関与する左右力に前進速度影響が現われたと考えられる。なお, 船体全体に加わる波浪強制力についても, 前進速度影響は上下力より左右力に顕著に現われた。

次に, ブローチングが発生しやすい状況での船首揺モーメントの計算結果を示す。 $\chi=30^\circ$, $F_n=0.609$, $\lambda/L=1.5$, 1.75 , 2.0 の場合につき, それぞれの計算結果を Fig. 21~23 に示す。Fig. 20 に示すように, l/λ は波面上での船体位置を示し, $l/\lambda < 0.5$ は船体が波の上り斜面上, $l/\lambda > 0.5$ は波の下り斜面上にあることを意味する。また, 船首揺モーメントは, 波面と平行になるような回頭を受ける方向, つまり, ブローチング現象による回頭を助長する方向のモーメントを負と定義している。以下に, この方向の船首揺モーメントの最大値について主として考察する。

Froude-Krylov Force のみによる船首揺モーメント

Fig. 20 Ship's position on the wave

Fig. 21 Wave exciting yaw moment vs. ship's position on the wave surface (Series 60 model, $\lambda/L=1.5$)

Fig. 22 Wave exciting yaw moment vs. ship's position on the wave surface (Series 60 model, $\lambda/L=1.75$)

Fig. 23 Wave exciting yaw moment vs. ship's position on the wave surface (Series 60 model, $\lambda/L=2.0$)

は, 本計算法による計算結果より小さめの推定となり, 船首揺モーメントが最大になるのは, 船体重心がほぼ波底に位置する時である。一方, 本計算法によれば, 船首揺モーメントは波の下り斜面上で $l/\lambda=7/12$ のときに最

大になる。文献 14) の小型漁船を用いたブローチング現象の実験は、 $\chi=30^\circ$, $F_n=0.505$, $\lambda/L=1.6$ の状況で行われ、船首揺モーメントは $l/\lambda \div 8/12$ のときに最大になった。本計算法では、船首揺モーメントが最大になる位置は、この実験結果ほど波の下り斜面側に移動していないが、この実験結果と比較した文献 12) の大楠の計算値も $l/\lambda \div 7/12$ で船首揺モーメントが最大になり、本計算法による計算結果と同じ傾向を示している。

5 結 言

高速で追波中を航行し、波との出会い周波数が非常に低い場合の Diffraction 問題を山崎らと同様の方法で取扱い、その有効性を検討した。その結果得られた結論を以下に記す。

1) SR 108 コンテナ船型の縦波浪荷重の実験結果と比較したところ、本計算法による計算結果は実験値とよく対応し、いわゆる $\omega_e \rightarrow 0$ における通常のストリップ法の特異性を回避できる。

2) Wigley 船型についての横波浪強制力の実験結果と比較したところ、本計算法による計算結果は実験値とよく対応した。

3) Series 60 船型について、波浪強制力の船長方向分布の特長を本計算法で検討した結果、前進速度影響は、上下力より左右力に顕著に現われることが明らかになった。

4) ブローチング現象の発生に直接関連する、波浪による船首揺モーメントを本計算法で計算した結果、Froude-Krylov Force のみを考慮した場合と異なり、船首揺モーメントが最大となるのは、波の下り斜面に船体が位置したときであることを明らかにした。振幅については今後、実験値と計算の比較をする必要がある。

最後に、本研究に際して日本鋼管の山崎啓市氏、東京大学故川村武男技官はじめ東京大学工学部船舶工学科運動性能研究室の方々には、貴重な御助言と御助力をいただいた。また、横浜国立大学助教授平山次清先生には実験結果および計算結果の引用に際し、多大の御便宜をいただいた。これらの諸氏に心から深甚なる謝意を表します。

なお、本研究の計算には東京大学大型計算機センターの HITAC S-810, M-280 H を使用したこと、および本研究の一部は昭和 61 年文部省科学研究費補助金によるものであることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 小林頭太郎, 小保方準: コンテナ船型の斜波中船体運動及び波浪荷重試験, 住友重機械技報, Vol. 29, No. 86 (1981).

- 2) 藤野正隆: 船体運動および波浪荷重試験の現状, 運動性能研究委員会第 1 回シンポジウム (1984).
- 3) 溝口純敏: 高速コンテナ船の斜波中波浪強制力について (スリップ法による波浪強制力計算における周波数のとり方), 関西造船協会誌, 第 187 号 (1982).
- 4) S. Takezawa, T. Hirayama, K. Nishimoto: A study on longitudinal motions and bending moment of a container ship in following sea, J. S. N. A. Japan, Vol. 150 (1981).
- 5) 竹沢誠二, 平山次清, 西本和生: 追い波中における船体縦運動と垂直波浪荷重について, 日本造船学会論文集, 第 151 号 (1982).
- 6) 竹沢誠二, 平山次清, 西本和生: 高速コンテナ船の波浪中船体縦運動および垂直波浪荷重について, 日本造船学会論文集, 第 157 号 (1982).
- 7) 小林正典: 前進速度を有する任意形状の 3 次元物体に働く流体力について, 日本造船学会論文集, 第 150 号 (1981).
- 8) 松永康二, 丸尾 孟: 前進速度をもつ細長物体の Diffraction 問題について, 日本造船学会論文集, 第 150 号 (1981).
- 9) 斎藤公男, 小林正典: 3 次元物体に働く流体力及び波浪荷重, 運動性能研究委員会第 1 回シンポジウム (1984).
- 10) 寺尾 裕: 追波中を航行する船体に働く流体力について (第 1 報), 日本造船学会論文集, 第 148 号 (1980).
- 11) 柏木 正: 追波中を航行する船に働く波浪強制力について, 日本造船学会論文集, 第 154 号 (1983).
- 12) M. Ohkusu: Prediction of Wave Forces on a Ship in Following Waves with Very Low Encounter Frequency, 第 159 号 (1986).
- 13) Chapman, R. B.: Numerical Solution for Hydrodynamic Forces on a Surface-Piercing Plate Oscillating in Yaw and Sway, Proceedings of 1st. International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics (1975).
- 14) 元良誠三, 藤野正隆ほか: ブローチング現象発生機構に関する考察, 日本造船学会論文集, 第 150 号 (1981).
- 15) K. Saito, M. Takagi: A Solution for the Oscillating Slender Body with Forward-Speed, J. S. N. A. Japan, Vol. 144 (1978).
- 16) 山崎恵一, 藤野正隆, 川村武男: 自由表面上を航行する三次元物体に働く流体力について (第 1 報), 日本造船学会論文集, 第 154 号 (1983).
- 17) 山崎啓市, 藤野正隆: 自由表面上を航行する三次元物体に働く流体力に関する研究 (第 2 報), 第 156 号 (1984).
- 18) 山崎啓市, 藤野正隆: 自由表面上を航行する三次元物体に働く流体力について (第 3 報), 日本造船学会論文集, 第 157 号 (1985).
- 19) 菅 信: 二次元造波理論, 三次元造波理論, 第 2 回耐航性に関するシンポジウム (1977).
- 20) 経塚雄策: 2 次元物体に働く非線形流体力について (第 1 報 散乱問題), 日本造船学会論文集,

- 第148号(1980).
- 21) Brebia, C. A. ほか著, 神谷紀生訳: 境界要素法入門, 培風館.
- 22) Brebia, C. A. ほか著, 神谷紀生訳: 境界要素法の基礎と応用, 培風館.
- 23) 神谷紀生: FORTRAN と有限要素法/境界要素法, 初版, サイエンス社(1983).
- 24) John, F.: On the Motion of Floating Bodies. I. Pure and Applied Mathematics, Vol. 2 (1949).
- 25) 杉浦正憲, 一色 浩: 水波に関する Sommerfeld の放射条件とその数値計算への応用について, 関西造船協会誌, 第156号(1975).
- 26) 西本和生: 波浪中船体縦運動及び垂直波浪荷重推定精度向上に関する研究, 横浜国立大学大学院工学研究科, 昭和56年度修士論文(1982).
- 27) Todd, F. H.: Some Further Experiments on Single Screw Merchant Ship Forms—Serie 60, SNAME (1953).