波浪中の係留浮体の全応答の確率分布 の非正規性について (第 2 報)

正員 木 下 健* 正員 高 瀬 悟**

Non-Normality of Probability Density Function of Total Second Responses
of Moored Vessels in Random Seas (2nd Report)

by Takeshi Kinoshita, *Member* Satoru Takase, *Member*

Summary

New statistical theory was developed by the authors in the previous paper, which gives probability density function (p. d. f.) and extreme values of total second order responses of moored vessels in random seas. It assumes the response represented in the form of two term Volterra functional series and is based on the generalized Laguerre polynomial expansion of p. d. f. of which the first term is a gamma p. d. f. consisting of three parameters.

This paper shows non-normality of surge responses of moored tanker and semi-submersible measured in a wave basin, and determines that the theory estimates it very well. Furthermore effect of time varying wave drift damping and other slow motion hydrodynamic force coefficients on p. d. f. and extreme values are discussed by time domain simulations. This effect cannot be represented in the form of two term Volterra functional series.

1. 序 論

係留浮体に不規則波が入射するときの運動には、波周期の運動 (一次応答) の他に変動漂流力による長周期運動 (二次応答) がある。係留浮体の設計においては、この長周期運動が重要であると認識されるようになってきた。そして、長周期運動を含む運動を統計的に解析することは係留浮体の設計上、大変重要である。

著者らは前報¹⁾で、波浪中の係留浮体の運動の確率密度関数を、二次応答が一次応答に比べて非常に小さい場合を除いて、正しく得られる近似解を Γ 分布を使って導いた。そして、二次応答のみの場合において厳密解と比較することにより、その方法の優れていることを確かめた。また、それを使って一次応答と二次応答の干渉が確率密度関数や極値にどのような影響があるか、さらに減衰力と統計値の関係などを調べた。

本報では、模型を使った水槽実験を行い、実際の現象において統計値の非正規性がどのくらい強く現れるかを調べる。そして系を表すパラメーターと統計値の非正規性との

関係を明らかにすることを目的とする。

また、本手法が実際の物理現象をうまく表現できているかどうかを実験値と理論計算を比較することによって確かめる。

さらに、wave drift damping 等は入射波高に応じて時間変動するが、その事の確率密度関数や極値に及ぼす影響を、時系列シミュレーションによる計算結果を統計的に解析して調べる。

2. 確率密度関数の近似解¹⁾⁻³⁾

前報で示した Γ 分布による解をここに示しておく。

応答が Volterra 汎関数展開の二項までで表されるとする。

$$x(t) = \int g_1(\tau) \zeta(t-\tau) d\tau + \iint g_2(\tau_1, \tau_2) \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (1)$$

$$g_1(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int G_1(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2)$$

$$g_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint G_2(\omega_1, \omega_2) e^{i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)} d\omega_1 d\omega_2 \quad (3)$$

ここで $G_1(\omega)$, $G_2(\omega_1, \omega_2)$ はそれぞれ一次、二次の周波数応

* 東京大学生産技術研究所

** 東京大学大学院工学系研究科

Fig. 1 Model of Semi-submersible

答関数である。(1)式は次のように書き直せる^{4),5)}。

$$x(t) = \sum_j c_j X_j(t) + \sum_j \lambda_j X_j^2(t) \quad (4)$$

ただし、 X_j は互いに独立な標準正規型確率変数である。ここで λ_j , c_j は次の固有値問題から求まる。

$$\int K(\omega_1, \omega_2) \Psi_j(\omega_2) d\omega_2 = \lambda_j \Psi_j(\omega_1) \quad (5)$$

$$K(\omega_1, \omega_2) = \sqrt{S_\zeta(\omega_1)} G_2(\omega_1, -\omega_2) \sqrt{S_\zeta(\omega_2)} \quad (6)$$

$$c_j = \int G_1(\omega) \sqrt{S_\zeta(\omega)} \Psi_j^*(\omega) d\omega \quad (7)$$

ただし、 $S_\zeta(\omega)$ は入射波のスペクトル密度関数、 Ψ_j は固有ベクトル、 λ_j は固有値であり、 $*$ は複素共役を表す。この λ_j , c_j から確率密度関数 $p_x(x)$ は次のように計算される。

$$p_x(x) = \begin{cases} f(\theta_1, \theta_2; \nu_1, \nu_2) \cdot \int_0^\infty (z+x-\delta_1+\delta_2)^{(\nu_1/2-1)} z^{(\nu_2/2-1)} \cdot e^{-az} dz \exp\left\{-\frac{x-\delta_1+\delta_2}{2\theta_1}\right\} & (x \geq \delta_1 - \delta_2) \\ f(\theta_1, \theta_2; \nu_1, \nu_2) \int_0^\infty z^{(\nu_1/2-1)} \cdot (z-x+\delta_1-\delta_2)^{(\nu_2/2-1)} \cdot e^{-az} dz \exp\left\{\frac{x-\delta_1+\delta_2}{2\theta_2}\right\} & (x < \delta_1 - \delta_2) \end{cases} \quad (8)$$

$$f(\theta_1, \theta_2; \nu_1, \nu_2) = \frac{1}{(2\theta_1)^{\nu_1/2} \Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right) (2\theta_2)^{\nu_2/2} \Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \quad (9)$$

$$a = \frac{1}{2\theta_1} + \frac{1}{2\theta_2} \quad (10)$$

$$\theta_1 = \frac{4\Sigma\lambda_j^3 + 3\Sigma\lambda_j c_j^2}{4\Sigma\lambda_j^2 + 2\Sigma c_j^2} = \frac{4\Sigma\tilde{\lambda}_j^3 + 3\Sigma\tilde{\lambda}_j \tilde{c}_j^2}{4\Sigma\tilde{\lambda}_j^2 + 2\Sigma\tilde{c}_j^2} \quad (11)$$

$$\delta_1 = \Sigma\lambda_j - \frac{(2\Sigma\lambda_j^2 + \Sigma c_j^2)^2}{4\Sigma\lambda_j^3 + 3\Sigma\lambda_j c_j^2} = 2\left\{\Sigma\tilde{\lambda}_j - \frac{(2\Sigma\tilde{\lambda}_j^2 + \Sigma\tilde{c}_j^2)}{4\Sigma\tilde{\lambda}_j^3 + 3\Sigma\tilde{\lambda}_j \tilde{c}_j^2}\right\} \quad (12)$$

$$\nu_1 = \frac{2(2\Sigma\lambda_j^2 + \Sigma c_j^2)^3}{(4\Sigma\lambda_j^3 + 3\Sigma\lambda_j c_j^2)^2} = \frac{4(2\Sigma\tilde{\lambda}_j^2 + \Sigma\tilde{c}_j^2)^3}{(4\Sigma\tilde{\lambda}_j^3 + 3\Sigma\tilde{\lambda}_j \tilde{c}_j^2)^2} \quad (13)$$

$$\lambda_{2j-1} = \lambda_{2j} = \tilde{\lambda}_j \quad (14)$$

Fig. 2 Model of Tanker

Table 1 Principal Particulars

MODEL		Semi-Submersible	Tanker	
Length (Lower Hull)	L	1. 1 5	2. 5	m
Breadth	B	0. 6	0. 3 8 7	m
Draft	d	0. 2	0. 1 3 2	m
Center of Gravity	Xg	0. 0	0. 0 7 1 3	m
	Yg	0. 0	0. 0	m
	Zg	0. 1 7 5	0. 0 1 3 1	m
Metacentric Height	BM	0. 0 2 8 8	0. 0 1 3	m
	BML	0. 0 2 3 7	1. 2 0	m
Radius of Gyration	Pitch	0. 3 5 5 8	0. 6 2 5	m
Displacement	▽	0. 0 3 4 1	0. 1 1 2	m ³
Restoring Force Coeff.	Heave	5 0 4. 9	8 6 4 7. 4	N/m
	Pitch	7. 9 7 4	3 9 0 0. 0	N·m/rad
Spring Constant	k	2 9. 1 2 2	5 8. 8 8 6	N/m

Table 2 Wave Condition

Condition No.	1	2	3	4
Spectrum	JONSWAP	JONSWAP	JONSWAP	JONSWAP
Peak Frequency [rad/sec]	4. 0	5. 0	6. 0	7. 0
Average Period [sec]	1. 2 0 8	0. 9 6 6 6	0. 8 0 5 5	0. 6 9 0 5
Average Period(measured) Semi-sub [sec]	1. 1 2 8	—	0. 8 4 8 4	0. 7 6 7 5
Significant Waveheight (measured) Semi-sub [m]	0. 0 3 8 7	—	0. 0 3 1 2	0. 0 2 7 7
Average Period(measured) Tanker [sec]	1. 0 4 6	0. 9 5 3 8	0. 8 6 9 8	0. 8 0 1 4
Significant Waveheight (measured) Tanker [m]	0. 0 5 2 9	0. 0 5 8 5	0. 0 5 3 4	0. 0 4 6 2

3. 実験概要

模型として Figs. 1, 2 に示すセミサブリグおよびタンカーを使用した。それぞれの主要目を Table 1 に示す。これらの模型を前後方向にバネで係留し、前方から波を入力する。そして、そのときの Surge 運動を非接触型光学式センサーで計測する。それぞれの実験で使用した波を Table 2 に、計測された波のスペクトル密度を Figs. 3, 4 に示す。それぞれの波について、セミサブでは 5 分×1 回、タンカーでは 10 分×4 回実験を行なった。サンプリング周波数は 20 Hz である。長周期運動が設計上重要になる条件から考

Fig. 3 Wave spectrum in experiments of Semi-submersible

Fig. 4 Wave spectrum in experiments of Tanker

えて、今回、入射波は各ピーク周波数の不規則波では碎波限界に近い大波高の波としている。

4. 実験解析

4.1 応答関数

理論計算に使用した応答関数は計測された時系列から計算する。

$$G_1(\omega) = \frac{S_{\xi\xi}(\omega)}{S_{\xi}(\omega)} \quad (15)$$

$$G_2(\omega_1, \omega_2) = \frac{S_{\xi\xi\xi}(\omega_1, \omega_2)}{2S_{\xi}(\omega_1)S_{\xi}(\omega_2)} \quad (16)$$

ここで $S_{\xi\xi}$ はクロススペクトル, $S_{\xi\xi\xi}$ はクロスバイスペクトルである。

クロススペクトルの計算には Blackman-Tukey 法を使用し Hamming ウィンドウを使っている。クロスバイスペクトルは Dalzell⁶⁾の方法によっている。最大ラグ数はクロススペクトルでは 512, クロスバイスペクトルでは 128 である。計算に使用したデータ数はセミサブで 6144, タンカーでは 12288 である。

クロスバイスペクトルより求めた二次の応答関数は値が

激しく振動しているので、後の計算には平滑化して用いる。

4.2 実験値と理論値の比較

実験で測定した Surge の運動の時系列から求めた統計値と、本論文で示した I 分布による解法の理論計算の値とを比較した。ここで比較した統計値は確率密度関数と $1/n$ 最大極大値の期待値である。実験値の確率密度関数は変位の頻度分布を平滑化して求めた。すなわち区間幅 0.002 [m] の頻度分布を求め、前後 5 区間を重みを掛けずに平均している。 $1/n$ 最大極大値は定義に基づき、時系列から極大値を取り出し、そのうちの大きい方から極大値の総数の $1/n$ 個を平均して求めた。なお、タンカーでは 1 つのピーク周波数、有義波高の不規則波についてランダム位相の異なる 4 回の実験を行っており、確率密度関数と $1/n$ 最大極大値は 4 回の平均をとっている。

Figs. 5~10 セミサブの結果であり、Figs. 11~18 がタンカーの結果である。

まずセミサブであるが、Figs. 5, 7, 9 が確率密度関数の図であり Figs. 6, 8, 10 が $1/n$ 最大極大値である。確率密

Fig. 5 P.d.f. of surge motion of Semi-submersible peak frequency of wave=4.0 [rad/sec]

 Fig. 6 $1/n$ th highest expected amplitude of Semi-submersible peak frequency of wave=4.0 [rad/sec]

Fig. 7 P.d.f. of surge motion of Semi-submersible peak frequency of wave=6.0 [rad/sec]

Fig. 10 1/nth highest expected amplitude of Semi-submersible peak frequency of wave=7.0 [rad/sec]

Fig. 8 1/nth highest expected amplitude of Semi-submersible peak frequency of wave=6.0 [rad/sec]

Fig. 11 P.d.f. of surge motion of Tanker peak frequency of wave=4.0 [rad/sec]

Fig. 9 P.d.f. of surge motion of Semi-submersible peak frequency of wave=7.0 [rad/sec]

Fig. 12 1/nth highest expected amplitude of Tanker peak frequency of wave=4.0 [rad/sec]

Fig. 13 P. d. f. of surge motion of Tanker peak frequency of wave=5.0 [rad/sec]

Fig. 16 1/nth highest expected amplitude of Tanker peak frequency of wave=6.0 [rad/sec]

Fig. 14 1/nth highest expected amplitude of Tanker peak frequency of wave=5.0 [rad/sec]

Fig. 17 P. d. f. of surge motion of Tanker peak frequency of wave=7.0 [rad/sec]

Fig. 15 P. d. f. of surge motion of Tanker peak frequency of wave=6.0 [rad/sec]

Fig. 18 1/nth highest expected amplitude of Tanker peak frequency of wave=7.0 [rad/sec]

Fig. 19 1/10th highest expected amplitude vs. damping coefficient.

度関数の図で x 軸の 0 は静止位置を示す。

確率密度関数では、どの場合にも実験と本理論による計算は良い対応を示しており、正規分布との違いがはっきりしている。1/n 最大極大値を見ると n が小さいところを除いて実験値がレーレー分布の値より大きくなっており、理論計算は実験値に近い値を示している。

1/n 最大値では n が小さい時には実験値は本理論の計算よりも小さな値になっているが、その理由の一つとして、本理論の計算で使用した極値分布を求める方法が狭帯域の仮定、および変位と速度が独立であるという仮定を含んでいる事が挙げられる。この仮定では極大値の数がアップクロスの数と等しいとしているので実際よりも過大評価になるからである。 n が大きくなるとこの二つの値は近づくため実験値と理論計算とはよく一致するようになる。

次にタンカーであるが、Figs. 11, 13, 15, 17 が確率密度関数の図であり、Figs. 12, 14, 16, 18 が 1/n 最大極大値である。

確率密度関数はセミサブのときと同じように実験値と本理論による値とは似た形になっている。しかし、Condition 3 のとき 1/n 最大極大値で、理論値が実験値よりかなり小さくなっている。この理由についてはまだよくわからないので、今後研究を続ける必要がある。

4.3 減衰係数について

セミサブとタンカーの結果を比較してみるとセミサブの方がタンカーよりも非正規性が強いことがわかる。特に 1/n 最大極大値の図ではそれがはっきりしている。そのことをもう少し詳しく調べるために、運動方程式を次の形で考える。

$$\ddot{x} + 2\kappa\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = f \quad (17)$$

ここで κ は対数減衰率、 ω_0 は固有角周波数、 f は単位質量当りの強制力である。 κ と ω_0 は本来は ω の関数であるが、長周期応答の周波数で代表させて、定数と考える。

Fig. 19 は著者らが前報で示した、二次元モデルでの x

と極値との関係である。この図のように、 κ が大きくなると非正規性が増すことを前報では示した。今回の実験における κ の値はセミサブでは 0.082, タンカーでは 0.0071 であり前報の結果と一致している。

5. 時系列シミュレーションの統計解析

長周期運動では wave drift damping が重要な役割を演ずることが知られている。また、長周期運動に対する付加質量も波の影響を受けることが最近明らかになった⁷⁾。そこでこれらの長周期流体力の不規則波中での時間変動が確率密度や極値に与える影響を、時系列シミュレーションの結果を用いて調べる。なお、流体力が時間変動する場合には (1) 式は厳密には成り立たない。

まず、運動方程式を次の形に仮定する⁷⁾。

$$(M + M_a)\ddot{x} + \frac{1}{2}\rho S C_d |\dot{x} - u|(\dot{x} - u) + D_w \dot{x} + kx = F \quad (18)$$

ここで M は浮体の質量、 M_a は付加質量、 ρ は水の密度、 S は浮体の断面積、 C_d は抗力係数、 u は波粒子速度、 D_w は wave drift damping、 k は復元力係数、 F は波強制力である。

本章ではシミュレーション計算における付加質量 M_a と wave drift damping D_w の時間変動の影響を調べるために、それぞれの時間変動を考慮した場合と、一定値で代表された場合とでセミサブのシミュレーションを行い、得られた時系列から統計値を計算して比較する。比較したものは次の 3 つである。

- 1) 付加質量, wave drift damping とともに時間変動を考慮
- 2) wave drift damping の時間変動を考慮, 付加質量は一定値
- 3) 付加質量の時間変動を考慮, wave drift damping は一定値

これらに加えて、実験値または本理論による結果もあわせて比較する。

Fig. 20 Added mass of a Semi-submersible by forced surging tests

Fig. 21 Wave drift damping of a Semi-submersible by forced surging tests

Fig. 23 Effect of time varying slow motion hydrodynamic force coefficient on highest expected amplitude peak frequency of wave = 5.0 [rad/sec]

Fig. 22 Effect of time varying slow motion hydrodynamic force coefficient on p.d.f. peak frequency of wave = 5.0 [rad/sec]

Fig. 24 Effect of time varying slow motion hydrodynamic force coefficient on p.d.f. peak frequency of wave = 6.0 [rad/sec]

計算に使用した M_a と D_w の値を Figs. 20, 21 に示す。図中の M_{pv} は入射波がないときの付加質量であり、 ζ_a は入射波の振幅である。なお、この値は強制動揺試験より求めた値の平均値である⁷⁾⁸⁾。時間変動は、波漂流力における Hsu and Blenkarn⁹⁾ の方法を応用して、ゼロクロス の点で半波長ごとの規則波の連なりに分解し、その半波長の波高と周期から求める。一定値のものは、有義波高と平均周期から求めた値で代表させる。

計算に使用した波は JONSWAP スペクトルを持つ不規則波である。まず、シミュレーション結果をピーク周波数 ω_p が 5.0, 6.0 [rad/sec] で有義波高が 5 [cm] のものについて実験値と比較した。その結果を Figs. 22~25 に示す。実験値と 1) とは、よく一致していることから、1) のシミュレーション計算は現象をよく表現しているといえる。

$\omega_p = 5.0$ [rad/sec] のとき (Figs. 22, 23) は 2) が他より大

Fig. 25 Effect of time varying slow motion hydrodynamic force coefficient on highest expected amplitude peak frequency of wave = 6.0 [rad/sec]

Fig. 26 Effect of time varying slow motion hydrodynamic force coefficient on p.d.f. peak frequency of wave=3.5 [rad/sec]

Fig. 27 Effect of time varying slow motion hydrodynamic force coefficient on highest expected amplitude peak frequency of wave=3.5 [rad/sec]

きく、 $\omega_p=6.0$ [rad/sec] のとき (Figs. 24, 25) は 3) が大きい。つまり付加質量、あるいは wave drift damping という流体力を一定として計算したものは時間変動を考慮したものより過大評価になり易いといえる。

次にシミュレーション結果を本理論による計算と、ピーク周波数が 3.5, 5.5 [rad/sec] で有義波高が 10 [cm] のものについて比較した。その結果を Figs. 26~29 に示す。

$\omega_p=3.5$ [rad/sec] のとき (Figs. 26, 27) はどの計算例も本論理推定値と近い値になっている。しかし、3) は 1) に比べて過大評価の傾向にあり、2) も傾きが 1) より大きいので、 n が大きくなれば 2) の方が大きくなると思われる。 $\omega_p=5.5$ [rad/sec] のとき (Fig. 28, 29) には時間変動を考慮したものに比べて、流体力を一定にしたもの、特に 2) の場合では過大評価となっている。本理論は 1) に対して Fig. 27 では非常に良い推定値を与えている。Fig. 29 では

Fig. 28 Effect of time varying slow motion hydrodynamic force coefficient on p.d.f. peak frequency of wave=5.5 [rad/sec]

Fig. 29 Effect of time varying slow motion hydrodynamic force coefficient on highest expected amplitude peak frequency of wave=5.5 [rad/sec]

Rayleigh 分布を仮定した従来の方法も n の大きいところでは近い値を与えている。ただし従来法は危険側の推定となっている。

6. 結 論

模型実験を行い、本理論による計算と比較した結果、本理論の確率密度関数は実際の現象を正確に表現し、極値の推定にも応用できることを確かめた。

また、セミサブの場合、対数減衰率が大きいのでタンカーよりも確率密度関数の非正規性が強く表れ、したがって極値はレーレー分布を仮定した場合より大幅に大きくなることを確かめた。

次に、長周期流体力の時間変動の影響を調べるために、時系列シミュレーションの統計的な解析を行った。その結果、流体力を一定として計算すると統計値が過大評価にな

りやすいことがわかった。

参 考 文 献

- 1) 木下健, 加藤俊司, 高瀬悟: 波浪中の係留浮体の全二次応答の確率分布の非正規性について, 日本造船学会論文集, 第164号, (1988)
- 2) S. Kato, T. Kinoshita and S. Takase: Statistical Theory of Total Second Order Responses of Moored Vessels in Random Seas, Journal of Applied Ocean Research. (in print)
- 3) T. Kinoshita, S. Kato and S. Takase: Statistical Analysis of Total Second-order Responses of Moored Floating Structures, Proc. of TECNO-OCEAN Symposium Vol. 1, 1988.
- 4) E. Neal: Second Order Hydrodynamic Forces due to Stochastic Excitation. Proc. of 10th ONR Symposium (1974), pp. 517-537.
- 5) M. Kac and A. J. F. Siegert: On the Theory of Noise in Radio Receivers with Square Law Detector, Journal of Applied Physics, Vol. 18 (1947). pp. 383-397.
- 6) J. F. Dalzell: Application of Cross-Bispectral Analysis of Ship Resistance in Waves, Report SIT-DL-72-1606, Davidson Lab., Stevens Ins. of Tech., 1972.
- 7) 木下健, 高岩千人, 村上高宏, 増田光一: 波漂流減衰力と長周期付加質量を考慮した浮遊式海洋構造物の波浪中長周期シミュレーションについて, 日本造船学会論文集, 第166号, (1989)
- 8) 木下健, 高岩千人: 係留浮体の波浪中強制動揺試験について(第2報), 日本造船学会論文集, 第164号, (1988)
- 9) F. A. Hsu and K. A. Blenkarn: Analysis of Peak Mooring Forces by Slow Vessel Drift Oscillation in Random Seas, OTC paper No. 1159, (1970), pp. 1135-1146.