溶接継手部のぜい性き裂伝播経路に関する 解析モデルの提案

正員 角 洋 一*

An Analysis of Paths of Brittle Cracks Propagating along Butt Welded Joints

by Yoichi Sumi, *Member*

Summary

In order to preserve the structural integrity against brittle fracture, structural materials should be selected based on the proper evaluations of the fracture toughness of materials and of the near tip field parameters of a crack by an appropriate stress analysis. In welded structures there exist some difficulties in achieving the procedure. The precise evaluation of the fracture toughness of materials is not a simple task, if a welding process induces the spatially distributed inhomogeneous material degradation such as the locally restrained decrease of the fracture toughness in the heat affected zone. Considering a brittle crack initiated and propagating along a welded joint, it sometimes exhibits sharply curved paths and penetrates into the base material, while in other cases it propagates in a straight fashion along the welded joint. It is clear from these observations that the prediction of brittle crack paths is essential for the evaluation of fracture toughness of welded structures.

In the present paper a mathematical model is proposed for the crack path prediction, in which the combined effects of applied stresses, welding residual stresses, and material degradation in the so-called heat affected zone are taken into account. In the present model a homogeneous fracture toughness is assumed in both the base and weld materials, where the crack path is predicted by the local symmetry criterion ($K_{II}=0$) based on the first order perturbation solution of a slightly kinked and curved crack. When a curved crack propagating in a weld material intersects the heat affected zone which is modelled as a line degradation zone, a question arises as to whether the crack extends along the heat affected zone, or whether it penetrates into the base material. Since the local symmetry criterion does not work at this point, the crack growth direction is predicted by the minimum principle of the total potential energy. The relevant energy calculations can easily be performed by using the second order perturbation solution of a kinked crack.

Numerical results show that if brittle fracture occurs under a relatively low applied stress in comparison with the longitudinal welding residual stress, and if the average material degradation along the heat affected zone is small, crack paths tend to deviate from the welded joint. This is the case actually observed for brittle fracture of welded plates made of mild steel, where cracks extend in the base material. It is also shown that cracks tend to propagate along the heat affected zone with increasing the applied stress and materials degradation levels, which may possibly simulate certain brittle fracture of welded plates made of high tensile steel.

1. 序 論

鋼板のぜい性破壊挙動は、ぜい性き裂の発生、伝播および停止という3つの現象に大別して考えることができる¹⁾。近年の破壊力学の進展によって、材料のき裂発生および伝播停止に対するじん性の定量的評価が可能となり、材料の

破壊じん性を表わす各種のパラメータが、降伏応力、引張り強さとともに構造設計に際しての材料選択のひとつの重要な規準となっている^{2),3)}。

船体構造など薄板溶接構造物では、溶接部が主要なぜい性破壊発生の起点になると考えられており、このき裂が溶接線に沿って伝播する現象は、ひとつの極めて危険なぜい性破壊のパターンと考えられている⁴⁾。溶接構造物全体としてのぜい性き裂伝播停止特性を評価するためには、実際

* 横浜国立大学工学部

のき裂伝播経路上におけるき裂停止じん性を定める必要があり、溶接ボンド部、熱影響部のじん性の劣化についても、このような観点から扱う必要があると思われる。即ち、き裂が実際に熱影響部などの劣化域に沿って伝播する場合には、この劣化域におけるき裂停止じん性を何らかの方法で定め、これを基準とした評価が行われるべきであるが、一方もし、溶接残留応力の影響などが強く、実際のき裂伝播経路が劣化域を外れ、母材内を進展する場合には、溶接構造物としてのき裂停止じん性は母材について考えれば十分であり、熱影響部の局部的材質劣化を考慮する必要は無いことになる。このような考え方にもとづく合理的な溶接構造物のじん性評価を行うためには、局部的な材質劣化域のじん性評価技術の確立とともに、外力、残留応力およびき裂伝播経路上のき裂停止じん性の変化の影響を含めたき裂伝播経路の予測技術を確立することが必要であり、これは今日の計算力学の重要な課題のひとつでもある。

本研究では、溶接部に発生したぜい性き裂が、溶接線方向に伝播する場合について、外力、溶接残留応力および溶接部近傍の材質劣化を考慮した解析モデルを作り、き裂伝播経路の予測を行う。本解析は、準静的な近似解析であり動的影響など実際の破壊現象をすべて取り入れたものではないが、過去の数値解析例などから考えて本方法によるき裂伝播経路の予測はおおむね実験事実を説明できるものと思われる⁵⁾。本解析モデルでは、母材および溶着金属は様な破壊じん性分布をもつものとし、この領域でのき裂伝播経路の判定は、折れ曲がりき裂の第1摂動解に局所対称性規準 $K_{II}=0$ を適用し定める^{6,7)}。一方、折れ曲がったき裂が材質劣化を伴う熱影響部などと交差する場合には、その後このき裂が、材質劣化域に沿って伝播するか、あるいは劣化域を突きぬけて母材内へ侵入するかを判定しなければならない。この場合には、折れ曲がりき裂の応力拡大係数の第二摂動解⁸⁾を用い、母材および劣化域でのき裂伝播抵抗値に平衡する荷重レベルを定め、これらのうちエネルギーレベルの低い方を実際の伝播形態として定める。

上述の理論モデルに対して、溶着金属の降伏応力に相当する一定の溶接線方向の残留応力下で、これと直交する外応力のレベルおよび母材に対する熱影響部の平均的材質劣化の割合を各種変化させた計算を行い、き裂が残留応力の影響によって折れ曲がり母材内を伝播するか、あるいは劣化域に沿って進展するかを検討した。これらの結果から、溶着金属の降伏応力にくらべ十分小さな応力で低応力ぜい性破壊が発生し、かつ熱影響部の平均的なじん性低下の割合が小さい場合には、き裂は母材内を伝播する傾向が強いこと、また反対に、溶着金属の降伏応力の50%程度の外応力が溶接線に垂直に作用し、かつ熱影響部のじん性劣化が大きい場合にはき裂は熱影響部に沿って伝播し易いことが、外力、残留応力、材質劣化等のパラメータを用いて定量的に明らかとなった。過去に行われた実験によると、軟

鋼の溶接継手の場合溶接線に沿うべく発生させたぜい性き裂は、溶接線から離れた母材内を溶接線に平行に伝播するのに対して、高張力鋼の同様な溶接線に沿うき裂伝播は、しばしば溶接線熱影響部に生じることが知られており^{1,2,4,9,10,11,12,13)}、上述の理論モデルによる解析結果は実験的に知られた傾向を系統的に説明することができるとともに、このような現象に対する定量的予測の可能性を示すものと云える。

2. 溶接継手部のぜい性き裂伝播形態

過去の実験結果をもとに巨視的に溶接継手に沿って伝播するぜい性き裂の伝播形態について考察する。溶接継手部に作用する外力 σ_a 、溶接残留応力 σ_r の分布および代表的なき裂伝播の形態を模式的に Fig. 1 に示す。この図は初期き裂をボンド部に想定したものになっているが、このほか溶着金属内の初期き裂など各種の想定が可能である。

Kihara, *et al*^{11,9)}の軟鋼の溶接継手に対する ESSO 試験の結果によると各種の初期ノッチを溶接継手に沿って設けた場合であっても、そのき裂伝播経路は常に Fig. 1 の図中 (a) に示す経路のように母材側を伝播するタイプになることが観察されている。さらに、このき裂伝播経路の溶接線からの外れは外応力 σ_a の増加とともに減少する。その後行われた中形および大形の試験片を用いた溶接部き裂伝播試験においても同様な伝播形態が確認されている^{11,12)}。軟鋼の場合、溶接熱影響部などの母材に対する平均的なじん性低下はあまり大きくないので、主として溶接線方向に作用する引張り残留応力によってき裂が不安定に屈曲し、上述

Fig. 1 A brittle crack propagating parallel to a welded joint; (a) crack propagation in the base material; (b) crack propagation along the welded joint.

Fig. 2 A mathematical modeling of curved crack propagation along a welded joint.

のような伝播経路をとるものと考えられる⁵⁾。このような場合には、熱影響部に沿って存在すると考えられるじん性劣化域は、溶接構造物としてのき裂伝播停止能力には直接の悪影響を及ぼさぬ可能性が高い。

一方、木原・池田によれば80キロ級高張力鋼の溶接部に対するディープ・ノッチ試験でき裂発生後のき裂伝播経路に軟鋼の場合とは異った挙動が観察されている。この試験の主目的は破壊の発生特性を定めるためのものであり、伝播経路の相違は副次的に得られたものであるが、その後船体用高張力鋼に対する詳細なき裂伝播試験が日本造船研究協会を中心に行われた^{11),12)}。これらの結果によれば、外応力 σ_a 、溶接条件、初期き裂の位置を各種変化させると、軟鋼の場合と同様に、溶接部から発生したき裂が、母材側へ外れる場合があるだけでなく、溶接線に沿って直進する場合もあることが知られる。これらのぜい性き裂伝播形態の相違には外応力 σ_a と溶接線位置の残留応力 σ_r の最大値との比、溶接条件による熱影響部のじん性劣下の程度の差など、母材および溶着金属の材質、溶接のプロセスに関係した要因が複雑に関係しているものと思われる。一般に高張力鋼の場合、軟鋼にくらべ溶接による熱影響部の母材に対するじん性低下が大きく、また入熱量が大なるほどこのじん性低下は大きいことが知られている。したがって、高張力鋼の場合き裂伝播経路に対する材質劣化の影響と残留応力の影響との関係が軟鋼の場合とは異なる可能性がある。このような場合には、ぜい性き裂が溶接線に沿って伝播し得るので、各種の条件に対してこのような現象が生じる限界を定め、母材を伝播する場合には母材のき裂停止じん性値を、また劣化部に沿って伝播する場合には劣化部のそれを標準とした強度評価を行う必要が生じてくる。

熱影響部のき裂発生に関する破壊じん性の低下についてはニッケル・マレージング鋼あるいは低じん性高張力鋼について母材に対して10%程度の低下がありうることを示

されているが^{14),15)}、船体用構造鋼の溶接部の K_{Ic} 値についても文献[13]に詳細なデータがまとめられている。これらは、き裂の発生に関するじん性値であるが、伝播抵抗値の劣化域における低下については、一旦伝播を開始したき裂を所定の経路に沿うよう伝播・停止させることが実験的に極めて困難なため現状では明確には把握されていないようである。

3. 溶接部のぜい性き裂伝播形態の解析

3.1 解析モデル

前述した過去の実験結果にもとづき解析のための数理モデルを構成する。溶接部に溶接線に平行な初期き裂を仮定し、このき裂にはき裂と直交する方向の外応力 σ_a およびき裂に平行な方向の残留応力の成分が作用するものとする。初期き裂のその後の伝播形態を定めるためにFig. 2に示すき裂先端近傍のモデル化を行う。ここで、初期き裂の長さを $2H$ とし、その右端に原点、き裂の右向き方向に x_1 軸をもつ座標系 (x_1, x_2) を導入する。初期き裂からのき裂伝播は便宜上右端からのみ生じるとし、その非直線状伝播の x_1 軸からの外れを $\lambda(x_1)$ によって表わす。き裂経路が屈曲すると、き裂は熱影響部などの劣化域と交差する。この劣化域は、溶接線の両側に数ミリの幅をもちかつその内部で不均一なじん性分布をもつが本モデルではこれを溶接線に平行な線状の破壊じん性低下域と近似した。また、母材および溶着金属の破壊じん性値に対応する限界エネルギー解放率を一定値 G_c 、劣化域のそれを G^* とし、これらの比 G^*/G_c で無次元化された劣化の割合を表現する。初期き裂と劣化域の距離を L 。とすると、Fig. 2に示すようにき裂は $x_1 = h^*$ において交差角 α^* で線状劣化域と交差する。このき裂先端部近傍の局部モデルでは溶接線方向の残留応力成分 σ_r はほぼ一定と考えてよいので、以下の解析に際しては σ_r は一定値としている。なお、本解析は、準静的弾性き裂進展解析でありき裂伝播に関係する動的影響およびき裂先端の塑性変形の影響は考慮していない。

初期き裂先端部の応力場のパラメータとしては文献[6, 7]で示したようにIrwin-Williamsの展開の最初の数項の係数を用いる。即ち、モードIおよびモードIIの応力拡大係数 k_I, k_{II} 、き裂に平行な一定直応力成分 T 、およびき裂先端からの距離の平方根に比例するモードIおよびモードIIの係数 b_I および b_{II} である。これらの値および同じく文献[7]で定義したき裂進展後の応力拡大係数に及ぼす主き裂サイズなど境界影響を表わす係数 $\bar{k}_{ij}$ はFig. 2に示す外力条件に対して

$$\begin{aligned} k_I &= \sigma_a \sqrt{\pi H}, T = \sigma_r - \sigma_a, b_I = \frac{3}{4} \sigma_a \sqrt{\pi/H}, \\ k_{II} &= b_{II} = 0, \\ \bar{k}_{11} &= \bar{k}_{22} = -\frac{1}{8H}, \bar{k}_{12} = \bar{k}_{21} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

と定まる。

3.2 一様材質中のき裂伝播経路

初期き裂先端がFig. 2に示すように一様材質中にある場合には、このき裂伝播経路はき裂先端部の局所対称性の条件($K_{II}=0$)から定めることができる^{6,7)}。き裂の経路 $\lambda(x_1)$ を文献[6]と同様に

$$\lambda(x_1) = \alpha x_1 + \beta x_1^{3/2} + \gamma x_1^2 + O(x_1^{5/2}) \quad (2)$$

と近似する。ここに、 α, β, γ は形状パラメータである。ここで文献[6, 7]で定めた非直線状き裂先端の応力拡大係数の第一摂動解を計算し、さらに局所対称性の条件を満足するようにせん断型の応力拡大係数 K_{II} を恒等的に0とすると(2)式の形状パラメータが、

$$\begin{aligned} \alpha &= -2k_{II}/k_I \\ \beta &= \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (T/k_I) \alpha \\ \gamma &= -(k_{II} \bar{k}_{22} + k_I \bar{k}_{21} + \frac{b_{II}}{2}) \frac{1}{k_I} + \left\{ k_I (2\bar{k}_{22} - \bar{k}_{11}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{b_I}{2} \right\} \frac{1}{2k_I} + 4(T/k_I)^2 \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

と定まる。

(1)式を(3)式に代入すると $\alpha=\beta=\gamma=0$ となり、き裂は直進するとの結果を得るが、これはこの力学系がき裂線に関して完全な対称性を有している場合に限る。実際の現象には必ず不完全性を伴うので、き裂経路がこの不完全性に敏感な場合にはき裂の屈曲が生じることになる。いま、この不完全性の要因として外力の不整による初期き裂先端の微小な、しかし非ゼロのせん断型応力拡大係数 k_{II} を仮定する。このとき $|k_{II}| \ll k_I$ であるから(3)式より微小折れ曲がり角 α ($|\alpha| \ll 1$)の屈折がき裂先端に生ずる。き裂の進展に伴い、き裂進展方向が初期き裂の方向へと復原する場合を安定、そうでない場合を不安定と定義すると、き裂伝播経路の安定性はき裂経路の表示式(2)の第2項、第3項の和の符号によって

$$D_s = B_s + C_s \sqrt{h/L_s} \begin{cases} < 0 : \text{stable} \\ > 0 : \text{unstable} \end{cases} \quad (4)$$

と定まる。ここにき裂経路の不安定度を表わすパラメータ B_s および C_s は

$$\begin{aligned} B_s &= \frac{8}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} (T/k_I) L_s^{1/2} \\ C_s &= \left[\left\{ k_I (2\bar{k}_{22} - \bar{k}_{11}) + \frac{b_{II}}{2} \right\} \frac{1}{2k_I} + 4(T/k_I)^2 \right] L_s \end{aligned} \quad (5)$$

と与えられる^{16,17)}。

(1)式を(5)式に代入し、本き裂伝播モデルの外応力および初期き裂長を変化させた場合のき裂経路安定性を検討する。負荷応力と引張り残留応力の最大値との比 σ_a/σ_r を0.25, 0.50とし、初期き裂の半長 H を各種変化させた場合のき裂経路不安定度を表わすパラメータ B_s および C_s の値をFig. 3に示す。両パラメータとも常に正でありき裂経路は不安定であるが、特に負荷応力 σ_a が残留応力

Fig. 3 Crack path destabilizing factors B_s and C_s .

σ_r にくらべて小さく、かつ初期き裂の寸法が小さい場合ほど両パラメータの値が増大する。これは溶接線近傍に存在する小さな初期き裂が、何らかの理由で低応力で伝播を開始した場合には、その後の伝播経路が不安定に屈曲する傾向をもつことを意味している。

3.3 き裂が破壊じん性劣化域と交差する場合の伝播経路

前節の考察から材質を一様と仮定する限り、溶接線に沿うき裂伝播経路は不安定になることが予測されるが、本モデルではこのような非直線状のき裂進展の結果ぜい性き裂が溶接熱影響部を模擬した線状のじん性低下域に交差することになる。き裂がおおむね $\alpha^* = 30^\circ$ 以下の浅い角度で劣化域と交差する場合には、文献[8]で導いた折れ曲がりき裂の先端の応力拡大係数の第二摂動解が有効なので、この解をエネルギー的な破壊条件に適用すると、劣化の程度 G_c^*/G_c とき裂の劣化域との交差角 α^* の関係が得られ、

$$G_c^*/G_c < 1 - \alpha^{*2}/2 \quad (6)$$

なる場合に限りき裂が劣化域を伝播するという条件が定まる。

3.4 解析結果および考察

本節では、3.2および3.3節で述べたき裂伝播経路の判定規準にもとづき、3.1節で示した溶接部を伝播するぜい性き裂のモデルに対して外力、材質劣化の程度、初期き裂の寸法など各種の条件を変化させた場合の伝播経路予測を行い、溶接部におけるぜい性き裂の伝播形態に及ぼす各種要因の影響を定量的に解明する。

本解析では、物体形状については初期き裂の半長を $H=100, 200, 300, 400, 500$ mmの5種類、初期き裂と材質劣化部の距離は溶接ビード幅のオーダと考え $L_s=25, 50$ mmの2種類の計10種類を考える。力学的条件としては、外応力 σ_a と残留応力の最大値 σ_r との比を、 σ_r がほぼ降伏応力程度になることを考慮して $\sigma_a/\sigma_r=0.25, 0.50$ の2種類とする。初期不整については、初期き裂の先端に外力の不整による微小なせん断型応力拡大係数 k_{II} が存在し、これによって折れ曲がり角 $\alpha=0.5^\circ, 1.0^\circ, 1.5^\circ, 2.0^\circ, 2.5^\circ, 3.0^\circ$ なる6種類の微小角の初期き裂屈折が生ずるとする。

Fig. 4 Critical relations between the material degradation and the applied stress for various initial crack lengths; cracks penetrate into the base material for the conditions corresponding to the upper left regions with respect to the curves.

Fig. 5 Critical relations between the material degradation and the applied stress for various initial crack lengths; cracks penetrate into the base material for the conditions corresponding to the upper left regions with respect to the curves.

上述の初期条件のもとにその後のき裂進展経路を定めるには(2)、(3)両式を用いればよい。き裂が屈曲し、劣化域と交差する場合、き裂と線状劣化域との交差角 α^* は(2)式を x_1 について微分し、

$$\alpha^* = \lambda'(h^*) \quad (7)$$

と定まる。したがって、劣化域に沿うき裂伝播に対する破壊じん性が(6)式を満たす程度に低下していれば、き裂はその後、この劣化域に沿って伝播することになる。(6)式を満たさぬ場合には当然き裂は高じん性側の母材に侵入する。この考え方にもとづき、き裂が母材へ侵入するか劣化域に沿って伝播するのか限界を与える限界曲線を定めることができる。Fig. 4 および Fig. 5 に $\alpha = 2.5^\circ$ 、それぞれ $L_s = 25, 50$ mm の場合についての限界曲線を示す。この図では外応

力と残留応力の比 σ_a/σ_r を横軸に、母材に対する劣化域の材質劣化の割合 G_c^*/G_c を縦軸にとり、初期き裂長さをパラメータとして表示している。各種の条件がこれらの曲線の右下側に入る場合には、き裂は劣化域に沿って伝播するが、一方これらの曲線の左上側に入る場合には母材に入ることになる。

これらの図から、母材に対する熱影響部などの材質劣化の程度が大きく、かつ外力と溶接線方向の残留応力の最大値との比が大なるほどき裂は劣化域に沿って伝播し易いという定性的な説明が可能になるとともに、この現象に対する力学的および材質に関係するパラメータの相互効果をある程度定量的に表現することも可能になった。2章で述べた軟鋼および高張力鋼で観察される溶接部のき裂伝播形態の相違も、溶接残留応力および劣化部のき裂伝播抵抗値に関する詳細な実験データがあれば本理論によって定量的に説明が出来る可能性がある。

Fig. 4 および Fig. 5 の初期き裂長さを变化させた計算結果を見ると、初期き裂が長いほど劣化域に沿ったき裂伝播の可能性が高く、これは一旦劣化域に沿って伝播し始めたぜい性き裂は母材側へ侵入する可能性が小さいことを示している。

初期折れ曲がり角 α の影響を検討するため $H = 100$ mm, $L_s = 50$ mm の場合について α をパラメータとした限界曲線を Fig. 6 に示す。折れ曲がり角 α が大きくなれば自明のことながらき裂が母材側へ侵入する傾向は強くなる。実際の溶接線において α の値をどの程度にとるべきか、現在のところあまり明確な指針がないので、溶接部におけるき裂伝播経路の実験データを統計的に処理するなどして今後適当な値を定める必要がある。

Fig. 6 Critical relations between the material degradation and the applied stress for various initial small kink angles; cracks penetrate into the base material for the conditions corresponding to the upper left regions with respect to the curves.

4. 結 論

溶接部を伝播するぜい性き裂の数値モデルを構成し、き裂伝播形態を支配するいくつかの力学的・材質的要因をパラメトリックに変化させた解析を行った。得られた結論は以下の通りである。

(i) 初期き裂に垂直な方向に作用する外応力、溶接線に平行な方向に作用する残留応力および熱影響部などの材質劣化が、き裂伝播経路に及ぼす影響を解析するためのモデルを提案し、き裂が劣化域に沿って伝播する場合と母材に侵入する場合の限界を定量的に定めた。

(ii) 母材に対する熱影響部のじん性低下が大きく、かつ外応力と溶接残留応力の比が大なるほどき裂は劣化域に沿って伝播する傾向が強い。この傾向は、軟鋼と高張力鋼の溶接部のぜい性き裂伝播形態の相違と密接に関係していると思われる。

(iii) 初期き裂が長いほどき裂の直進性は強まるので、一旦溶接線材質劣化部に沿って伝播を開始したぜい性き裂が屈曲し母材側に侵入する可能性は小さい。

(iv) 本理論によるき裂伝播経路は不整量として採用した初期折れ曲がり角に関係するので、今後実際の溶接継手においてどの程度の値を用いて伝播経路の予測を行うべきか検討を要する。

(v) 本理論によるき裂伝播経路予測法が確立すれば、溶接継手のき裂停止じん性として母材のそれを採用すべきか、材質劣化部のそれを採用すべきかが明確となり、より合理的な溶接構造物設計の展開が期待できる。

謝 辞

本研究に際して貴重な御助言をいただいた横浜国立大学教授板垣浩先生にお礼申し上げます。また、論文の取りまとめの際に御協力いただいた本学道山俊一技官、卒業研究として3.4節の数値計算を手伝っていただいた高橋学・藤家達の両君に謝意を表します。

参 考 文 献

- Hall, W. J., Kihara, H., Soete, W., and Wells, A. A.: *Brittle fracture of welded plate*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs(1967).
- Munse, W. H.: Brittle fracture in weldments, in *Fracture Vol. IV*, Academic Press, New York (1969), pp. 371-438.
- 金沢・越賀：脆性破壊2，培風館，東京(1977)。
- 木原・池田：脆性破壊の発生に関する研究(第3報)，造船協会論文集，第120号(1966)，pp. 207-220.
- 角・大橋：溶接残留応力場におけるき裂伝播経路の数値予測とぜい性破壊挙動に関する考察，日本造船学会論文集，第162号(1987)，pp. 415-423.
- 角：き裂成長形態の予測に関する基礎研究(その1)，日本造船学会論文集，第149号(1981)，pp. 219-225.
- Sumi, Y.: A note on the first order perturbation solution of a straight crack with slightly branched and curved extension under general geometric and loading condition, *Engng. Fracture Mech.* 24(1986), pp. 479-481.
- 角：非直線状き裂の第二摂動解とき裂伝播経路，日本造船学会論文集，第165号(1989)，pp. 245-251.
- Kihara, H., Yoshida, T., and Oba, H.: Initiation and propagation of brittle Fracture in welded steel plate, *IIW Document No. X-217-59*(1959).
- 池田：新しい鋼材の脆性破壊の諸問題，造船協会誌，第460号(1967)，pp. 415-421.
- 日本造船研究協会第147研究部会報告書，研究資料208(1974)，229(1975)，244(1976)。
- 日本造船研究協会第153研究部会報告書，研究資料234(1975)，249(1976)，267(1977)。
- 日本造船研究協会第169研究部会：船体構造の破壊管理制御設計指針，(1983)。
- Kies, J. A., Smith, H. L., Romine, H. E., and Bernstein, H.: Fracture testing of weldments, *ASTM STP 381*(1965), pp. 328-353.
- Wessel, E. T. and Hays, L. E.: Fracture characteristics of some high-strength, weldable, structural steels, *Welding Journal*, 42(1963), Res. Suppl., p. 512-S.
- 角・籠橋：き裂成長形態の予測に関する基礎研究(その2)，日本造船学会論文集，第152号(1982)，pp. 397-404.
- Sumi, Y.: Crack path stability in tapered DCB specimens, in *Fracture control of engineering structures Vol. II*, EMAS, Warley (1987), pp. 1413-1422.