水中揚力体に加わる非定常流体力について

(第一報 翼単独の場合)

正員 経塚雄策* 正員 堀 勉*
正員 小寺山 亘*

Unsteady Hydrodynamic Forces on a Lifting Body
(1st Report, Oscillating Wings)

by Yusaku Kyojuka, *Member* Tsutomu Hori, *Member*
Wataru Koterayama, *Member*

Summary

A numerical method has developed to analyze unsteady hydrodynamic forces of 3D lifting surfaces of arbitrary planform, in which velocity potential is expressed by the doublet distribution over wing surface and the wake. The wing surface is divided into a number of meshes and the strength of the doublet on each mesh is assumed to be constant which makes numerical calculation simple. The wake is also divided into strips of semi-infinite length and the strength of the velocity potential within the strip is assumed to vary with x downstream. Velocity potential on wing surface is obtained by the solution of a set of simultaneous equations. Comparison of lift coefficients with existing theories show good agreement in steady and unsteady problems.

Experiments for some rectangular and triangular wings were carried out, where the steady lift with angle of attack and unsteady lift in heaving oscillation were measured. Triangular wing of aspect-ratio of 2 shows good lift characteristics in wide range of angle of attack. Unsteady lifts for whole wings generally show good agreements with linear theories within present experiments, but some nonlinear effects due to dependence of the velocity of uniform flow appeared in added-mass coefficients at low reduced frequency.

1. 緒 言

非定常翼に関する研究は、航空機分野で古くから行われており、突風中を飛行するときの揚力応答やフラッタ等の問題解明で重要な役割を果たした。その理論解析の歴史は1930年代の2次元振動翼に関するKarman, Sears, Theodorsen, Wagner等の論文に始まり、Reissner¹⁾, Lawrence²⁾等による3次元揚力線理論、揚力面理論へと発展し、さらには超音速、遷音速域での解析まで拡張されている。今日ではCFDと称される計算空気力学の主たる関心は、粘性を考慮したより複雑な物体回りの局所的な流れの問題にあるようであるが、ポテンシャル流中では非定常揚力面の計算精度などについて最近でもいくつかの論文を見つけることができる。

一方、船舶分野でもプロペラの理論解析に関して揚力線や揚力面理論の応用が早くから進められており、定常問題は元より、非定常問題についても実用的な計算法が提案されている現状である^{3),4)}。また、直進翼の非定常揚力については、2次元翼ではあるが自由表面の影響を考慮した西山の一連の理論研究⁵⁾がある。さらに、水中翼の応用面についていえばAnti-Rolling Finや、Anti-Pitching Fin⁶⁾、さらには振動翼が発生する推力の利用を狙った一色等の研究⁷⁾、特殊目的の曳航体や新形式船舶^{8),9)}など多くの文献がある。

応用力学研究所では、海洋観測用曳航体の研究開発を行い黒潮と対馬海流の横断計測に成功したが^{10),11),12)}、さらに多様な用途に対処するためにいくつかの新形式の曳航体の開発を計画である。それらの曳航体で用いられる水中翼は一般に長い曳航索に加わる流体力に打ち勝って大深度まで潜航する必要から大きな下向き揚力を発生する必要があ

* 九州大学応用力学研究所

る。従って、荷重度は航空機の翼に比べてかなり大きくなるが、主として運用上の理由からアスペクト比はあまり大きくできないので低アスペクト比翼を大迎角で使うことになり、その状態の揚力特性を精度良く推定することが求められる。また、曳航体の動的特性については、航空機に比べて前進速度が極端に小さいので、主に曳航索を通じて伝わる外乱の周期とから計算される無次元振動数 (Reduced Frequency) によれば、振動翼としての特性を考慮すべき領域となる。

そこで本研究では、Hess-Smith 法¹³⁾のように翼と胴体を一体化して扱え、かつ非定常運動時の流体力の推定を最終目的とするが、その第一歩として任意形状の3次元振動翼に適用できる解析プログラムを開発し、Lawrence の解^{2),15)}と比較すると共に翼単独の場合の実験とも比較検討した。この方法は、花岡¹⁴⁾によれば Box method あるいは Finite panel 法に分類されると思われるが、プログラミングが容易であり、速度ポテンシャルに関する積分方程式を直接解くことができるほか、梯子パネルは Wake 面上だけで使うので、特に非定常問題の計算において自由渦の影響関数の計算回数が一般の Doublet Lattice 法よりも少なくて済むことなどが利点として上げられる。

なお、本研究で取り扱った範囲の翼については、全て Lawrence の低アスペクト比翼に対する近似解法が適用可能であるが、Lawrence の解法は Trailing Edge が一様流の方向と直交していない翼については適用できないので、今後の研究の便のために任意形状の翼が扱える解法を考えた。

2. Doublet 分布による非定常揚力の計算法

2.1 定式化と積分方程式

Fig. 1 において空間固定座標系を (x, y, z) 、物体固定座標系を (ξ, η, ζ) とし、無限流体中で振動する翼に加わる流体力について考える。翼は薄いものとし、微小振幅の運動を考えれば問題は速度ポテンシャル $\phi(x, y, z; t)$ によっ

Fig. 1 Coordinate system

て以下のように記述できる。ここでは、調和振動の線形問題を考え、翼の平均キャンバーが

$$z = \text{Re}\{h(x, y)e^{i\omega t}\} \quad (1)$$

で与えられるとすれば、速度ポテンシャルについても

$$\phi = \text{Re}\{U\phi(x, y, z)e^{i\omega t}\} \quad (2)$$

とおける。ここで、 $\phi(x, y, z)$ は複素数の速度ポテンシャルであり、以下の境界条件を満足しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \phi_z(x, y, 0) &= ikh(x, y) + h_x(x, y) & \text{on } R_a \\ \phi(x, y, 0) &= 0 & \text{on } R_r \\ \phi(x, y, 0) &= \phi(x_r, y_r)e^{-ik(x-x_r)} & \text{on } R_w \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし $k = \omega c / U$: Reduced Frequency

c : Semi-chord, U : Velocity of Flow

(x_r, y_r) : Coordinate of Trailing Edge

$\phi(x, y, z)$ を Fig. 1 の R_a と R_w 上に分布された法線 Doublet で表現すると Green の定理より

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{R_a + R_w} \mu(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{R} \right) d\xi d\eta \quad (4)$$

ただし

$$\begin{aligned} R &= \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2\}^{1/2} \\ \mu &= \{\phi(\xi, \eta, +0) - \phi(\xi, \eta, -0)\} \\ &= 2\phi(\xi, \eta, +0) \end{aligned} \quad (5)$$

また、 ϕ_z については (4) 式を z で微分し、(5) を使うと

$$\phi_z(x, y, z) = \frac{-1}{2\pi} \iint_{R_a + R_w} \phi(\xi, \eta) \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left(\frac{1}{R} \right) d\xi d\eta \quad (6)$$

を得る。

(6) 式の数値計算法としては、Fig. 2 のように R_a と R_w を多数の三角形あるいは四角形のメッシュに分割し、メッシュ内で $\phi(\xi, \eta)$ が一定値をとるものとすれば、ストーク

Fig. 2 Surface meshes and the wake strips

スの定理によってメッシュ内の面積分が周囲の線積分に置きかえることができる。それを I_{ij} とおくと

$$I_{ij}(x_i, y_i) = \iint_{\Delta R_j} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) d\xi d\eta \\ = \int_{C_j} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) d\xi - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) d\eta \right\} \quad (7)$$

ただし、 $r_{ij} = \{(x_i - \xi)^2 + (y_i - \eta)^2\}^{1/2}$

従って、(7)式はビオサバルの定理によって Fig.3 のような線素については

$$w(x, y) = \frac{-\gamma}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (8)$$

のような誘導速度（この例では紙面下方に）を受ける。また、半無限渦糸については(8)式において $\theta_2 = 0$ などと置けばよい。

定常問題では、(3)式において $k=0$ ($\omega=0$) とおけば R_w の半無限区間についても $\phi(x, y_j, 0) = \phi_{wj}$ を一定値とおけるので取扱が簡単で、それを特に I_{wj}^S とおけば、(6)式の離散化表現として次式を得る。

$$\phi_z(x, y, z) = \frac{-1}{2\pi} \left\{ \sum_j \sum_j \phi_{ij} I_{ij} + \sum_j \phi_{wj}(x_{Tj}, y_{Tj}) I_{wj}^S \right\} \quad (9)$$

ただし (x_{Tj}, y_{Tj}) は j 番目の Trailing Edge の座標(9)式とクッタの条件

$$\phi_x = 0 \quad \text{at } (x_{Tj}, y_{Tj}) \quad (10)$$

すなわち

$$\phi_{ij} = \phi_{wj} \quad \text{at } (x_{Tj}, y_{Tj}) \quad (11)$$

として(9)、(11)式を連立させて解けば良い。

非定常問題については、翼からの放出渦のために R_w 上のポテンシャルは(3)式から分かるように一定ではないのでそれを考慮して厳密に積分しなければならないが、これには Lawrence²⁾の表現式が利用できる。Lawrence は Reissner¹⁾の渦分布の式を変形して次式を導いた。

$$\phi_z(x, y, 0) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \iint_{R_a} d\xi d\eta \frac{u(\xi, \eta)}{y - \eta} \left(1 + \frac{r}{x - \xi} \right) \\ + \frac{ik}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_b^y d\eta \int_{x_T}^{\infty} d\xi \frac{\phi(x_T, \eta)}{y - \eta} e^{-ik(\xi - x_T)} \\ \times \left(1 + \frac{r}{x - \xi} \right) \quad (12)$$

ただし $r = \{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2\}^{1/2}$

(12)式の右辺第一項は定常問題のものと同じであり、第

2項が放出渦の影響を表現している。これを I_w とおき、Fig.2のように R_w を有限個の馬蹄渦で表現し、それらの区分内で $\phi(x_T, y_T)$ が一定とすれば

$$I_w = \sum_j \phi_j \frac{\partial}{\partial y} \int_{x_T}^{\infty} \int_{y_1}^{y_2} d\eta \frac{e^{-ik(\xi - x_T)}}{y - \eta} \left(1 + \frac{r}{x - \xi} \right) \\ = - \sum_j \phi_j(x_{Tj}, y_{Tj}) \left\{ \frac{1}{y - y_2} P(x, y - y_2, k) \right. \\ \left. - \frac{1}{y - y_1} P(x, y - y_1, k) \right\} \quad (13)$$

ただし

$$P(x, y, k) = \int_{x_T}^{\infty} d\xi e^{-ik(\xi - x_T)} \left\{ 1 + \frac{\sqrt{(x - \xi)^2 + y^2}}{x - \xi} \right\} \quad (14)$$

であり、 $P(x, y, k)$ の数値計算法については Lawrence²⁾が数表および漸近解とともに詳しく述べている。

これから(9)式と同様に非定常問題に対する離散化表現式として次式を得る。

$$\phi_z(x, y, 0) = \frac{-1}{2\pi} \left\{ \sum_j \sum_j \phi_{ij} I_{ij} + \sum_j \phi_{wj}(x_{Tj}, y_{Tj}) I_{wj}^S + ik I_w \right\} \quad (15)$$

この場合のクッタ条件は Trailing Edge で圧力が0の条件から

$$\phi_x + ik\phi = 0 \quad \text{at } (x_T, y_T) \quad (16)$$

であるが、これは Trailing Edge を含む翼面上のメッシュの ϕ とそこでの ϕ_w を使って差分化表現をすれば

$$\frac{\phi_w(x_T, y_T) - \phi(x_T - \Delta x, y_T)}{\Delta x} + ik\phi_w(x_T, y_T) = 0 \\ \therefore \phi_w(x_T, y_T) = \frac{\phi(x_T - \Delta x, y_T)}{1 + ik\Delta x} \quad (17)$$

となるので(17)式を(15)式に代入すれば、翼面上のポテンシャルを未知数とする連立方程式を得る。

これを解けば翼面上の ϕ の分布が求められ、翼の循環は

$$\Gamma(\eta) = \int_{x_T}^{x_L} \gamma d\xi = -2 \int_{x_L}^{x_T} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} d\xi = -2\phi_w(x_T, \eta) \quad (18)$$

翼の上下面の圧力差は

$$\Delta p = -2\rho U^2 (\phi_x + ik\phi) \quad (19)$$

によって計算できるので、揚力およびモーメントは

$$L = - \iint_{R_a} \Delta p d\xi d\eta = 2\rho U^2 \iint_{R_a} (\phi_x + ik\phi) d\xi d\eta \\ M = \iint_{R_a} \Delta p \xi d\xi d\eta = -2\rho U^2 \iint_{R_a} (\phi_x + ik\phi) \xi d\xi d\eta \quad (20)$$

となる。

2.2 数値計算精度

Table 1 は、本法による短形翼の定常揚力傾斜の値を Lawrence¹⁵⁾のものと比較した。Lawrence の解は低アスペクト比の翼に対する近似解で、スパン方向の揚力分布を楕円分布と仮定して二次元的に解くもので Trailing Edge が一様流の方向と直交するような翼に対してのみ適用可能であるが、今回取り扱った範囲の翼については良い精度を有

Fig. 3 Induced velocity by a mesh

Table 1 Comparison of Steady Lift-Curve Slopes

λ	$C_{L\alpha}$ by Present Method			$C_{L\alpha}$ Lawrence
	3 × 3	6 × 6	12 × 12	
0.25	0.3915	0.3916	0.3916	0.3916
0.5	0.7727	0.7734	0.7735	0.7733
0.75	1.1302	1.1320	1.1322	1.1312
1.0	1.4563	1.4597	1.4602	1.4580
1.5	2.0132	2.0207	2.0216	2.0168
2.0	2.4619	2.4724	2.4741	2.4680
3.0	3.1309	3.1408	3.1445	3.1405
5.0	3.9567	3.9445	3.9525	3.9636
10.0	4.8976	4.8210	4.8356	4.8828

していることが分かっている。3×3などはコード方向とスパン方向の分割数を表しているが、メッシュの分割と境界条件を合わせる標点はいくらかの試みの結果、コード、スパン両方向ともセミサークル法¹⁶⁾によるものが良い結果を与えていたので非定常の計算についてもこれを採用した。Table 1の結果をみると3×3の分割についても非常に良い一致を示しているのは、定常揚力については(18)、(20)から

$$L = 2\rho U^2 \int_{-b}^b d\eta \int_{-c}^c \phi_x dx$$

$$= 2\rho U^2 \int_{-b}^b \phi_w(c, \eta) d\eta \equiv -\rho U^2 \int_{-b}^b \Gamma(\eta) d\eta \quad (21)$$

によって翼面上での積分をすることなく、翼の循環から直接計算されるためと考えられる。

Fig. 4は、本法の非定常揚力の計算精度についてメッシュ

Fig. 4 Accuracy of calculation as a function of number of meshes (R1 wing at $k=1.0$)

の分割数との相関を調べたものである。ここでは、アスペクト比(λ)が1の矩形翼の $k=1.0$ における結果をLawrence²⁾の非定常揚力の解と比較した。非定常揚力は、航空分野では通常、絶対値と位相差で表示しているようであるが、ここでは

$$L(t) = \rho \nabla C_m \dot{z} + \frac{\rho}{2} A U N_d \dot{z} \quad (22)$$

ただし、

$$\nabla = 2\pi c^2 b \quad (\text{矩形翼}), \quad c: \text{Semi-chord}$$

$$= \frac{2}{3}\pi c^2 b \quad (\text{三角翼}), \quad b: \text{Semi-span}$$

$$A: \text{翼面積}, \quad \lambda = \frac{4b^2}{A}: \text{アスペクト比}$$

で定義される付加質量係数 C_m と減衰係数 N_d によった。誤差は、Lawrenceの解との相対誤差を百分率で定義した。メッシュ分割は、 N^2 のようにコード方向とスパン方向を等分割し、 $N=18$ まで計算した。この結果をみると10×10で減衰係数については1%以下の誤差となっているが、付加質量係数では3%程度の誤差を含んでいる。メッシュ分割の方法と標点の選び方で多少結果が変わるので、付加質量係数と減衰係数が同程度の誤差となる適切な標点位置がありそうだが、今回はこれ以上追求しなかった。非定常の結果は、定常のそれほど精度が良くないので、精度の高い結果が必要な場合には多くの分割数をとらなければならないが、対称翼については対称性から半分のメッシュで計算できる。

3. 実験との比較・考察

3.1 供試模型および実験方法

Fig. 5のように九州大学応用力学研究所の回流水槽(計測断面 $B \times d = 1.5 \text{ m} \times 1.3 \text{ m}$)で水中翼に働く流体力の計測実験を行った。供試模型はFig. 6のような矩形翼と三角翼がそれぞれ2種類で、厚さ10 mmのアクリル板を加工して用いた。Table 2はそれらの主要目を示す。模型は支柱を介して水面下約60 cmの位置におかれ、三分力計によって流体力を計測した。実験は、一様流の流速を0.5、

Fig. 5 Experimental arrangement

Fig. 6 Model wings

Table 2 Principal dimensions of wings

	R1	R2	T1	T2
Chord (m)	0.3	0.2	0.4	0.3
Span (m)	0.3	0.4	0.4	0.6
Area (m ²)	0.09	0.08	0.08	0.09
Aspect Ratio	1.0	2.0	2.0	4.0

0.75, 1.0 m/sec の 3 種類とし、定常流中の揚力試験および迎角 0° の場合の強制上下揺の実験で動揺周期を 1~3 秒、動揺振幅を 4 cm とした。このときのレイノルズ数 (R_n) は翼弦長 ($C=2c$) に対して $R_n=1.16\sim 4.65\times 10^5$ である。

実験結果は、定常流中の揚力試験については次式の無次元化を行った。

$$\left. \begin{aligned} C_L &= \frac{\text{Lift}}{\frac{\rho}{2} AU^2}, & C_{La} &= \frac{C_L}{a} \\ C_D &= \frac{\text{Drag}}{\frac{\rho}{2} AU^2}, & C_M &= \frac{\text{Moment}}{\frac{\rho}{2} ACU^2} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ただし、 C_L : 揚力係数 C_{La} : 揚力傾斜

C_D : 抵抗係数 C_M : モーメント係数

a : 迎角

また、強制動揺実験では、強制動揺変位と非定常揚力は模型および実験装置の慣性力を除いて

$$\left. \begin{aligned} z(t) &= h \cos \omega t \\ F(t) &= -F_c \cos \omega t + F_s \sin \omega t \end{aligned} \right\}$$

とすれば、(22)式によって非定常揚力の絶対値 f 、付加質量係数 C_m 、減衰係数 N_a は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{|F|}{\frac{\rho}{2} AU\omega h} \\ C_m &= \frac{F_c}{\rho V \omega^2 h}, & N_a &= \frac{-F_s}{\frac{\rho}{2} AU\omega h} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

3.2 定常揚力試験結果

Fig. 7 は、アスペクト比が 1 の矩形翼 (R1) について迎角と揚力・抗力・モーメントの関係を示したものである。抗力については、誘導抗力と粘性抗力に分けて細かく計算する方法もあるが¹⁷⁾ここでは単純に揚力傾斜を使って

$$C_D = C_{La} \cdot a^2 \quad (25)$$

によって推定した。実験値との一致度は揚力の場合と同程度と思われる。なお、モーメントについては迎角の大きなところで不自然な傾向を示しているが、この原因は主として実験計測上の問題によるものと思われる。つまり、それほど大きくないモーメントを長い支柱の先の三分力計によって計測するので、支柱に働く流体力の修正分が大きくて十分な計測精度を保つのが難しい。従って、以後は揚力についてのみ言及する。

Fig. 8 はアスペクト比 1 の矩形翼 (R1) の定常揚力特性で、直線は計算値である。実験値は迎角が $\pm 15^\circ$ くらいまでは線形理論解と良く一致していると言えるがそれ以上の大迎角では実験値の方が揚力特性が良くなっており、その場合には Gersten による非線形理論解¹⁸⁾との対応がよい。また、迎角は $\pm 30^\circ$ までしか計測していないが、この範囲ではまだ失速していないようだ。一様流速の違いについては、 $U=0.5$ (m/s) の結果が他のものより多少大きくなっているが、これは他の翼の結果をも参考にとるとレイノルズ数 (R_n) の違いというよりも低速のときの実験精度上の問題ではないかと思われる。

Fig. 7 Lift, drag and moment with angle of attack (R1 wing, $U=1.0$ m/s, $R_n=3.49\times 10^5$)

Fig. 8 Steady lift of R1-wing with angle of attack

Fig. 10 Steady lift of T1-wing with angle of attack

Fig. 9 Steady lift of R2-wing with angle of attack

Fig. 11 Steady lift of T2-wing with angle of attack

Fig. 9はアスペクト比2の矩形翼 (R2) の結果であり、線形理論解が良く当てはまる範囲は $\pm 10^\circ$ と狭く、 $\pm 15^\circ$ 付近で失速する。

Fig. 10はアスペクト比2の三角翼 (T1) の結果で、この場合には $\pm 25^\circ$ の範囲で線形理論と良く対応している。また、R2とは同じアスペクト比なので線形理論解もほぼ同等の値をとるが、実験値を比較するとT1の方が $\pm 20^\circ$ を越える迎角では失速が遅れる分だけ良い性能であることが分かる。

Fig. 11はアスペクト比4の三角翼の結果で、実験値は全般的に理論値よりも小さな結果となった。

これらの定常流中の実験結果を通して、一樣流速は大き

い時ほど、従ってレイノルズ数が高いものほど揚力特性が良くなり線形理論値に近付くようにみえる。

3.3 非定常揚力特性

Fig. 12, 13, 14はR1に対する上下揺の非定常揚力の絶対値、付加質量、減衰係数である。まず、絶対値についてはReduced Frequency(k)が1を超える辺りから実験値が理論値よりもやや大きくなっているが全般的には良い一致を示している。これを、付加質量係数でみると実験値は理論値よりやや小さな値をとっている。また、一樣流速(k)による違いは k が小さなきほど大きく、 U が大きいものほど理論値に近づく傾向にある。この原因の一つは、 k が小さいところでは慣性力成分が小さくなるので計測

Fig. 12 Amplitude of unsteady lift of R1-wing in heaving oscillation

Fig. 14 Damping coefficient of R1-wing in heaving oscillation

Fig. 13 Added-mass coefficient of R1-wing in heaving oscillation

Fig. 15 Amplitude of unsteady lift of R2-wing in heaving oscillation

が難しいことが上げられる。減衰力については、理論値はポテンシャル成分しか考えていないが、実験値は全般的に理論値よりも高めで、 k の増加と共に大きくなっている。これについては、粘性抗力成分を考え、適当な抗力係数を使って修正が可能と思われる¹⁹⁾。

Fig. 15, 16, 17 は R2 に対する同様な比較である。絶対

値については、 k と U が共に小さなもののほど理論値よりも小さくなっているが、これについても付加質量と言うよりは主として減衰力が小さくなるためである。この場合も、一樣流速が大きな実験値ほど理論値に近い。付加質量係数の計算値は、アスペクト比の増大とともに 2 次元解に近づくので $k \rightarrow 0$ のとき小さな値をとるが、 $U=0.5$ の実験値

Fig. 16 Added-mass coefficient of R2-wing in heaving oscillation

Fig. 17 Damping coefficient of R2-wing in heaving oscillation

は R1 の結果と同じように k が小さなところで急激に小さくなっている。また、減衰力では $k > 1.0$ の範囲で小さくなっており、ここでは粘性抗力項を考えるべきであると思われる。

Fig. 18, 19, 20 は T1 に対する同様な結果である。R1, R2 と同様な考察が可能であるが、特に付加質量係数に対

Fig. 18 Amplitude of unsteady lift of T1-wing in heaving oscillation

Fig. 19 Added-mass coefficient of T1-wing in heaving oscillation

する一様流速の影響はますます顕著である。

Fig. 21, 22, 23 は T2 の結果であるが、T2 のアスペクト比は今回の模型の中では 4 と、2 次元性が最も強く、理論的にも付加質量係数が低 Reduced Frequency 域で小さくなることになっているが、他の模型と同様に一様流速が小さな実験値はこの傾向が強い。

これらの実験結果から、Reduced Frequency が小さいとき付加質量が一様流の速度、あるいは前進速度の影響を受けられると思われるが、前述のように力の絶対値から言えばそ

Fig. 20 Damping coefficient of T1-wing in heaving oscillation

Fig. 22 Added-mass coefficient of T2-wing in heaving oscillation

Fig. 21 Amplitude of unsteady lift of T2-wing in heaving oscillation

Fig. 23 Damping coefficient of T2-wing in heaving oscillation

の辺りでは減衰力の占める割合が大きいのです。それほど深刻になることもないとも言える。

R1とT1については、定常揚力試験でも理論値との一致が良かったのが動揺試験についても反映されたと思われるが、R2とT2についてはこれと逆になったものと思われる。

最後に、非定常揚力の3次元影響をみるために2次元翼のTheodorsen関数との比較を行ってみよう。上下揺する

2次元翼の揚力は、良く知られているように²⁰⁾

$$L^{2D}(t) = \rho \pi c^2 \ddot{z} + 2\pi \rho c \operatorname{Re}\{i\omega C(k) h e^{i\omega t}\} \quad (26)$$

ただし、 $z(t) = \operatorname{Re}\{h e^{i\omega t}\}$

$$C(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)} : \text{Theodorsen 関数}$$

(27)

Fig. 24 Comparison of 3D-function of a rectangular wing with Theodorsen function in heaving oscillation

$H_n^{(2)}(k) = J_n(k) - iY_n(k)$: 第2種 Hankel 関数

で与えられるが、これと同形で3次元翼の修正 Theodorsen 関数 $C'(k)$ を

$$L(t) = \rho V C_m(\infty) \dot{z} + \pi \rho A U R e \{ i \omega C'(k) h e^{i \omega t} \} \quad (28)$$

ただし、 $C_m(\infty)$ は $k \rightarrow \infty$ の付加質量係数

のように定義し、いくつかのアスペクト比の矩形翼について計算した結果を複素平面上にプロットしたものが Fig. 24 である。この図で実軸は減衰力、虚軸は付加質量に関係しており、 $k=0$ は定常揚力に等しい。この結果から分かるようにアスペクト比が小さくなってくると3次元の Theodorsen 関数の軌跡は複素平面の左側へ移動し、かつ k による変化が小さくなっていく。例えば、アスペクト比が1のものでは k の変化によらず、ほぼ1点に集中してしまう。これにより3次元翼の非定常揚力に対する3次元影響の表れ方が良く分かり、低アスペクト比の翼については付加質量係数は k が無限大のときの値、減衰力係数は $k=0$ における定常揚力の値を使っておけば良い近似となるといことができる。

4. ま と め

以上のように本研究では、3次元水中振動翼の流体力について、Doublet 分布による揚力面の新しい計算プログラム (Box method) を開発すると共に上下揺の実験を行って比較・検討した結果、

(1) Box method は特に定常揚力の計算精度が良く、少ないメッシュ分割でも良い結果を得ることができる。これは、揚力が積分操作なしに後流渦面の速度ポテンシャルによって直接求められるためと考えられる。

(2) Box method の非定常揚力の計算については定常揚力ほどではないが、実用上十分な精度があり、任意形状の翼に適用できる。梯子形パネルによる計算法との比較す

ると自由渦の影響関数の計算回数が少ないことが利点である。

(3) 定常揚力特性については、アスペクト比が1程度の矩形翼 (R1) では迎角の大きなところで翼端からの渦放出によると思われる非線形影響によって実験値が大きな値をとる。このような翼では失速角が 30° よりも大きいので、揚力については魅力的である。

(4) アスペクト比の等価な矩形翼 (R2) と三角翼 (T1) ではほぼ同等の定常揚力特性を示すが、失速角の点では三角翼の方が有利と思われる。

(5) 非定常揚力特性については、その絶対値は今回の実験範囲で理論値との一致が全般的に良好であったが、なお細かくみれば低 Reduced Frequency 域では定常揚力特性を反映してアスペクト比の大きい翼の実験値が理論値よりも小さくなり、また高 Reduced Frequency 域では粘性抗力の影響で実験値が大きくなっている。

(6) 低 Reduced Frequency のところでは一様流速の影響が表れており、特に付加質量に顕著である。一様流速が大きな実験値は計算値に近づく。等の結論を得た。

なお、始めに述べたように本研究は海洋観測用曳航体の開発のための基礎研究であるので最終的には翼と胴体を一体として扱わなければならないが、次報ではそれら両者の干渉問題などについて報告する予定である。

最後に、この研究は文部省科学研究費の助成を受けたこと、数値計算には応用力学研究所の FACOM M-760/8 を利用したことを記して、関係各位に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Reissner, E.: On the General Theory of Thin Air Foils for Non-Uniform Motion, NACA T. N. No. 946, (1944).
- 2) Lawrence, H. R. and Gerber, F. H.: The Aerodynamic Forces on Low Aspect Ratio Wings Oscillating in an Incompressible Flow, JAS, Vol. 19, No. 11, November, (1952).
- 3) 小山鴻一: 不均一流中のプロペラ揚力面の実用計算法と計算例, 日本造船学会論文集, 第137号, (昭58.6).
- 4) 池畑光尚, 安藤正裕, 丸尾 孟: 渦格子揚力面モデルによる調和伴流中のプロペラ非定常特性解析, 日本造船学会論文集, 第153号, (昭58.6).
- 5) 西山哲男: 水中翼の非定常理論 (其の一〜其の三), 造船協会論文集, 第112, 113号, (昭37.12, 38.6).
- 6) 別所正利, 他: 縦揺れ制止ひれによる船の動揺軽減について, 日本造船学会論文集, 第153号, (昭58.6).
- 7) Isshiki, H. et al.: A Theory of Wave Devouring Propulsion (1st~4th Report), J. Soc. Naval Arch. Japan, Vol. 151 (1982), Vol. 152 (1982), Vol. 154 (1983), Vol. 156 (1984).

- 8) 宮田秀明, 他: 新型双胴水中翼船の開発 (第1報, 第2報), 日本造船学会論文集, 第162, 164号, (昭62.12, 63.12)。
 - 9) 茂里一紘, 他: 翼付半没高速船の開発, 日本造船学会論文集, 第164号, (昭63.12)。
 - 10) 大楠 丹, 他: Towed Vehicle の動力学に関する基礎的研究, 日本造船学会論文集, 第162号, (昭62.12)。
 - 11) 堀 勉, 他: 曳航式音響ドップラー流速計の為の水中曳航体開発, 西部造船会会報, 第76号, (昭63.8)。
 - 12) 小寺山豆, 他: 海洋観測用曳航体の開発研究 (第1報, 第2報), 日本造船学会論文集, 第163, 165号, (昭63.6, 平成元年.12)。
 - 13) Hess, J. L.: Calculation of Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Lifting Bodies, Report No. MDC J5679-01 (1972)。
 - 14) 花岡達郎: プロペラ理論と揚力面理論, 船舶技術研究所報告, 第14巻, 第5号, (昭52.9)。
 - 15) Lawrence, H. R.: The Lift Distribution of Low Aspect Ratio Wings at Subsonic Speeds, JAS, Vol. 18, No. 10, October, (1951)。
 - 16) Lan, C. E.: A Quasi-Vortex-Lattice Method in Thin Wing Theory, J. Aircraft, Vol. 11, No. 9, (1974)。
 - 17) USAF Stability and Control DATCOM, McDonnell Douglas Corporation, (1975)。
 - 18) Schlichting, H., Truckenbrodts, E. and Ramm, H. J.: Aerodynamics of the Airplane, McGraw-Hill International Co., (1981)。
 - 19) 湯浅和昭, 藤野正隆, 元良誠三: 前進速度を有する小アスペクト比振動平板翼に作用する流体力について, 日本造船学会論文集, 第142号, (昭52.12)。
 - 20) Bisplinghoff, R. L., Ashley, H., and Halfman, R. L.: Aeroelasticity, Reading, Mass., Addison-Wesley, (1965)。
-