斜波中非線形船体運動/波浪荷重の時間領域における 数値計算法に対する一考察

正員 深 沢 塔 一*

On the Numerical Time Integration Method of Nonlinear Equations for Ship Motions
and Wave Loads in Oblique Waves

by Toichi Fukasawa, *Member*

Summary

It is well known that if numerical time domain simulations are performed with the equations of sway-yaw-roll motions of a ship in oblique waves, the solutions of sway and/or yaw motions are drifting in process of time steps. Because of the coupling effects of the equations, this drifting affects other modes of motions badly, and the steady state solutions cannot be obtained even in the case of regular waves. This fact is emphasized in calculations of wave loads.

When the nonlinearity of the fluid forces acting on a ship's hull is to be taken into account, numerical simulations in time domain are inevitable and a special care is necessary to perform such simulations because of abovementioned drifting. Since this drifting is not physical one but purely numerical one, which is dominated by the eigenvalues of the equations of motions, it would be necessary to eliminate the drifting solutions from numerical simulations.

In the present paper, a scheme, in which the digital filter technique is applied, is proposed to eliminate drifting solutions and obtain steady state solutions in the process of numerical simulations of nonlinear ship motions and wave loads in regular oblique waves. Example calculations are performed for a high-speed container ship using this scheme. Calculated results show that the proposed scheme is effective to obtain stable solutions in the calculation of ship motions and wave loads in regular oblique waves.

1. はじめに

最近の船体構造設計においては、構造物に加わる外力を直接与えて構造部材寸法を決定する、いわゆる直接計算による設計が行われるようになり、さらに信頼性解析に基づく設計法が提唱され、波浪荷重評価過程においては波浪外力解析法の精密化、非線形応答解析機能の充実、波浪データの整備などの要望が高まっている^{1,2)}。このような流れの中で、従来考慮されていなかった波浪荷重の同時性を考慮し、元来非線形である応力クライテリア式を評価するため、また荒天中での非線形性を考慮した応答シミュレーションなど、非線形な船体運動方程式を時間領域で解いて波浪荷重を求める必要が生じてきている。

非線形船体運動方程式の時間領域での解法は heave,

pitch の縦運動についてはすでに行われており、船体の弾性挙動をも考慮して垂直曲げモーメント、垂直剪断力などの縦波浪荷重を求める計算法が確立されてきた^{3,4)}。一方、いわゆる横運動に関しては、heave, pitch と異なり sway, yaw の運動モードに静的復原力が存在しないため、sway, yaw の運動にドリフトを生じるなど数値計算上の安定性が悪いことが知られており、人工的な復原力(バネ)を sway, yaw のモードに加えた模型実験に対応する計算は行われているものの⁵⁾、船体構造設計に必要となる実船に対して有効な時間領域での計算法は未だ確立されていない。

そこで本論文では非線形性を考慮した大波高波浪中での船体運動方程式を時間領域で安定に解き、船体構造設計に用いることのできる波浪荷重を的確に求めることのできる数値計算法について考察する。なお非線形計算法としては藤野・尹によって示された大波高波浪中の船体運動/波浪荷

* 東京大学工学部

重計算法⁵⁾を用いることとする。

2. 規則波中非線形船体運動方程式の時間積分における解の特性

まず、藤野・尹の計算プログラムを用いて大波高波浪中での船体運動/波浪荷重の計算を行い、運動方程式を時間積分した場合の解の挙動について調べてみる。計算対象とする船はSR108コンテナ船の1/58.33スケールモデルとし、載荷状態等は第15, 16回のITTCで行われた比較計算のものを使用することとする⁶⁾。計算された船体運動の時間系列をFigs. 1-a, 1-bに示す。両図とも船速はフルード数 $Fn=0.275$ 、波長船長比 $\lambda/L=1.0$ であり、Fig. 1-aは波を斜め 60° 前方から ($\chi=120^\circ$)、Fig. 1-bは斜め 60° 後方から ($\chi=60^\circ$) を受ける場合の計算である。なお、Fig. 1-aの波高船長比は1/30であるが、Fig. 1-bでは図面を見やすくする都合上1/60とした。また、図は上から heave, pitch, sway, yaw, roll を表わす。これらを見ると、Fig. 1-aでは sway の運動に時間に比例したドリフトが現れているのに対し、Fig. 1-bではまず yaw が、続いて sway が時間に対して指数関数的にドリフトし、これにともなって roll もドリフトを始めている。非線形性を考慮した船体運動方程式は6自由度の運動すべてが連成しているため、sway, yaw のドリ

Fig. 1-a Time Histories of Ship Motions
($\chi=120.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$)

Fig. 1-b Time Histories of Ship Motions
($\chi=60.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/60$)

フトの影響が heave, pitch の運動にも現れ、規則波中にもかかわらず定常な解は得られていない。次に、これらの運動に対応する船体中央断面における波浪荷重を Figs. 2-a, 2-b に示す。図は上から垂直剪断力、垂直曲げモーメント、水平剪断力、水平曲げモーメント、ねじりモーメントであるが、sway, yaw のドリフトの影響によって解が安定していないのがわかる。これは Fig. 2-b において特に顕著である。なお、後の都合上 Figs. 1-a, 2-a の計算状態を CASE-A, Figs. 1-b, 2-b のものを CASE-B と呼ぶことにする。なお、これらはすべて、船体中央断面に規則波の谷がくる状態で初期運動変位、速度を零とした初期条件を用いて計算を行ったが、これらの初期条件を変化させても、大きさの大小はあるものの Figs. 1, 2 と同様な性質のドリフトが現れたため、以下ではすべてこの初期条件を用いた計算について示すこととする。

CASE-A と CASE-B とを比較してみると、ドリフトの様子はかなり異なっている。この原因を線形運動方程式を基に考察してみる。一般に船体運動方程式のような線形微分方程式の解は、外力を零とした斉次方程式の一般解と、外力を考慮した非斉次方程式の1つの特解との和で与えられる。運動方程式を周波数領域で解く場合には、解をこの1つの特解のみと仮定して求めることになるため、一般解

Fig. 2-a Time Histories of Wave Loads at Midship ($\chi=120.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$)

がどのようなものであっても求める解に影響はない。しかしながら、時間領域で解く場合には当然のことながら、この1つの特解以外に初期条件で決まる一般解が現れてくる。この一般解の性質は計算の安定性や精度に大きく関わってくる。ここでは、sway-yaw-roll 線形運動方程式の一般解の性質を検討してみることにする。

係数が定数である運動方程式の一般解の性質は、運動方程式の固有値を調べるにより検討することができるが、船体運動方程式のような場合には一般に係数が周波数の関数であるため、固有値をもって議論することはできない。しかしながら、本論文で扱っている方程式のように、流体力が単一の周波数によって決定される場合には運動方程式が定数係数であるとみなすことができるので、ここでは流体力を出会い周波数より求められた値として、運動方程式の固有値を考察する。まず、運動方程式を、

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{f\} \quad (1)$$

と表す。ここで、 $\{q\}$ はsway, yaw, rollの運動変位であり、 $[M]$, $[C]$, $[K]$, $\{f\}$ はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、復原力マトリックス、外力ベクトルを表す。(1)式において、外力ベクトルを零とした斉次方程式の一般解を、

$$\{q\} = \{q_0\}e^{\lambda t} \quad (2)$$

Fig. 2-b Time Histories of Wave Loads at Midship ($\chi=60.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/60$)

とにおいて(1)式に代入すると、特性方程式

$$(\lambda^2[M] + \lambda[C] + [K])\{q_0\} = \{0\} \quad (3)$$

が得られる。(3)式の両辺に左から $[M]^{-1}$ を掛けて整理すると、

$$\begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_0\} \\ \lambda\{q_0\} \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} \{q_0\} \\ \lambda\{q_0\} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

という標準的な固有値問題が得られる。(4)式の固有ベクトルの上半分が元の運動方程式の変位に対応するもの、下半分が速度に対応するものである。この固有値問題をCASE-A, CASE-Bについて解いた結果をTable 1に示す。ここで運動方程式はO. S. M.に基づく線形ストリップ法を用いた。これを見ると、CASE-Aでは実数固有値が4つ現れ、その内の2つが零、他の2つが負の値となっているのに対して、CASE-Bでは零固有値2つに正負それぞれの固有値が1つずつあらわれている。このような実数固有値を持つ一般解の挙動を以下で整理してみる。実数固有値の最大値を $\lambda_{\max}$ とおき、これに対応する一般解を q_1 とするとき、CASE-Aでは $\lambda_{\max}=0$ であるので、

$$q_1 = C_1 \cdot t + C_2 \rightarrow \infty \text{ (linearly) as } t \rightarrow \infty \quad (5)$$

Table 1 Eigenvalues and Eigenvectors of Equations of Sway-Yaw-Roll Motions by O. S. M.

CASE-A						
EIGENVALUES (REAL)	-1.66628	-4.66862	0.0	0.0	-0.16435	-0.16435
EIGENVALUES (IMAGINARY)	0.0	0.0	0.0	0.0	2.76112	-2.76112
EIGENVECTORS (REAL)	-0.43436	0.09856	1.0	-1.0	-0.00124	-0.00124
	0.25199	0.17924	0.0	0.0	-0.00355	-0.00355
	-0.11240	-0.04499	0.0	0.0	0.03429	0.03429
	0.72375	-0.46015	0.0	0.0	-0.00162	-0.00162
	-0.41988	-0.83682	0.0	0.0	0.02012	0.02012
	0.18729	0.21006	0.0	0.0	0.92808	0.92808
EIGENVECTORS (IMAGINARY)	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.00066	-0.00066
	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.00706	0.00706
	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.33817	0.33817
	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.00354	0.00354
	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.00865	0.00865
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.15025	-0.15025

CASE-B						
EIGENVALUES (REAL)	0.80349	-1.18568	0.0	0.0	-0.21973	-0.21973
EIGENVALUES (IMAGINARY)	0.0	0.0	0.0	0.0	2.75418	-2.75418
EIGENVECTORS (REAL)	0.59737	0.36175	1.0	-1.0	0.00082	0.00082
	0.49980	-0.53459	0.0	0.0	0.00367	0.00367
	0.03210	-0.08542	0.0	0.0	0.33572	0.33572
	0.47998	-0.42168	0.0	0.0	0.00286	0.00286
	0.40156	0.62316	0.0	0.0	0.00297	0.00297
	0.02579	0.09957	0.0	0.0	0.07963	0.07963
EIGENVECTORS (IMAGINARY)	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.00103	0.00103
	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.00137	0.00137
	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.05570	0.05570
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.00247	-0.00247
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.01040	-0.01040
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.96686	-0.96686

となり、一方 CASE-B では $\lambda_{\max} > 0$ であるので、

$$q_1 = C_1 \cdot e^{\lambda_{\max} t} \rightarrow \infty \text{ (exponentially) as } t \rightarrow \infty \quad (6)$$

となる。ここで、 C_1, C_2 は初期条件によって定まる係数である。このような線形固有値を持つ一般解の挙動は、CASE-A ではほぼ時間に比例し、CASE-B で時間とともに指数関数的にドリフトしている非線形計算の結果をよく説明している。これからわかるように、運動方程式の時間積分によって現れる sway, yaw のドリフトは物理的なものではなく、運動方程式固有の一般解によるものであることがわかる。したがって、周波数領域での解法と同様にいわゆる特解のみを求めるのであれば、この一般解は取り除くべき性質のものであり、以下ではこの解を取り除いた時間領域での解法について検討する。

さて、sway-yaw-roll 運動方程式の実数固有値の最大値は零または正となることがわかったが、どの様な場合に正または零となるのかを検討してみる。(4)式よりわかるとおり、固有値は運動方程式の左辺の係数マトリックスのみによって決定されるので、固有値は出会い周波数と前進速度のみに依存することになる。よって、前進速度をパラメータとして、非零の最大実数固有値が出会い周波数に対してどの様に変化するかを見てみる。結果を Fig. 3 に示す。これより、正の固有値は前進速度影響により、出会い周波数が低い場合に現れることがわかる。なお、図中には CASE-A, CASE-B の場合の非零の最大実数固有値も示してあるが、以下では、CASE-A を実数固有値の最大値が零

Fig. 3 Maximum of Non-Zero Real Eigenvalues of Equations of Sway-Yaw-Roll Motions by O. S. M.

の場合、CASE-B を正の場合の代表例として考察を行うこととする。

3. ドリフトを抑える、または取り除く時間積分法

3.1 人工的復原力

第2章で示したような sway, yaw の数値的ドリフトを抑える一番簡単な方法は、これらの運動モードに人工的な復原力を加えることである。実際、模型実験などにおいても sway, yaw のドリフトが生じ(ただし、これらは物理的原因による)、これを抑えるためにバネがよく用いられる⁷⁾。このような人工的な復原力を加えた計算結果を CASE-A について、Figs. 4-a, 4-b, 4-c に示す。Fig. 4-a は Fig. 1-a に対応する運動の時系列、Fig. 4-b は Fig. 2-a に対応する波浪荷重の時系列である。これらを見ると、人工的なバネによってドリフトが抑えられ、船体運動、波浪荷重ともに安定な解が得られているのがわかる。なお、人工的なバネの強さ k は、応答に大きな影響を及ぼさずにドリフトが抑えられる

$$k = (\omega_e/2)^2 \cdot m \quad (7)$$

を用いた⁸⁾。ここで、 ω_e は出会い周波数、 m は sway, yaw それぞれのモードに対する質量または慣性モーメントである。このように、人工的なバネを取り付けることによって若干の運動振幅の減少、位相の変化があるものの^{7,8)}、数値的にドリフトしない解が得られるが、問題は波浪荷重分布である。Fig. 4-c は Fig. 4-b の水平剪断力、水平曲げモーメント、ねじりモーメントの時系列の最後の1周期分について10点を選び、その船長方向分布を示したものであるが、人工的にバネを取り付けた部分でジャンプが生じているのがわかる。実際にバネを用いたガイド装置を取り付けた模型実験に対応する計算を行う場合にはこれでもよいが⁵⁾、実船について船体構造設計に用いる波浪荷重を計算する場合にはこれでは都合が悪い。

Fig. 4-a Time Histories of Ship Motions with Artificial Spring
 $(\chi=120.0^\circ, Fn=0.275, \lambda/L=1.0, H_w/L=1/30)$

Fig. 4-b Time Histories of Wave Loads at Midship with Artificial Spring
 $(\chi=120.0^\circ, Fn=0.275, \lambda/L=1.0, H_w/L=1/30)$

Fig. 4-c Longitudinal Distributions of Horizontal Wave Loads with Artificial Spring
 $(\chi=120.0^\circ, Fn=0.275, \lambda/L=1.0, H_w/L=1/30)$

3.2 デジタルフィルタ

ここで、先に示した線形運動方程式の固有値に立ち戻って考えてみる。Table 1 に示すように、取り除くべきドリフト解の周波数は零であるので(固有値は実数)、これを取り除くためにはある周波数以下の振動成分をカットする、いわゆるフィルタ機能を時間積分法にもたせればよい。フィルタ機能を数値計算に取り入れるには、信号処理で用いられるデジタルフィルタを応用できる。

フィルタを用いてドリフト成分を取り除く場合、最も簡単にはすべての計算をまず行ってしまい、その計算結果に対してフィルタをかけるという方法が考えられる。しかしながら、Figs. 1-a, 1-b, 2-a, 2-b を見てもわかるとおり、sway, yaw のドリフトは計算が進むに連れてすべての運動モードに影響を及ぼし、得られた運動・波浪荷重よりドリフト成分を取り除いても本来求めたい解とは異なってしまう。Figs. 1-a, 1-b, 2-a, 2-b の結果にフィルタをかけても無意味であることは明らかであり、この方法は採用できない。したがってここでは、フィルタに必要な最小限のステップ数のみの計算をまず行い、得られた運動変位・速度成分にフィルタをかけ、荷重がバランスするように加速度を決定し、これらの値を出発値として再びこの操作を繰り返す、という時間積分のアルゴリズムを用いることにする。

ディジタルフィルタには IIR フィルタと FIR フィルタの2種類があるが⁹⁾, IIR フィルタには, 入力信号の周波数によって位相遅れが異なるため複数の周波数を有する信号に対しては波形が歪んで出力される, という特性があり, 本論文の目的のためには都合が悪い。よって, 位相特性が直線になる群遅延性を有している FIR フィルタを用いることにするが, このフィルタはすべての周波数帯域で位相遅れが一定となり波形は歪まないものの, 鋭いカットオフを持つ振幅特性を得るためには高次のフィルタを作る必要がある。FIR フィルタによる信号処理は,

$$\{p\}_j = \sum_{i=0}^N h_i \cdot \{p\}_{j-i} \quad (8)$$

と表わすことができる。ここで, N はフィルタの次数, h_i はフィルタの係数であり, $\{p\}_j$ は j ステップ目の信号を表わす。この FIR フィルタには先に述べたように群遅延性があるためすべての信号の位相は $N/2$ ステップだけ遅れて出力される。

さて, ここでは周波数零のドリフト解を取り除くフィルタを用いればよいので, フィルタとしては高周波成分のみを通すハイパスフィルタを採用するのが一般的であるが, FIR フィルタには, 通過域が広く阻止域が狭い場合には鋭いカットオフを持つ振幅特性が得られにくい, という性質があるので, ここでは信号に1度ローパスフィルタをかけて低周波成分を取り出し, これを原信号から差し引くという手法を採用する。したがって, 時間積分法のアルゴリズムは以下になる。

今, 時間ステップ j まで計算されており, 次のステップ $j+1$ での値を求めるものとする。まず,

- ① $j-N/2+1$ ステップの変位, 速度を出発値としてそこから N ステップ先まで時間積分し, 変位, 速度, 加速度を求める。
- ② 計算された $N+1$ 個の変位, 速度にローパスフィルタをかけ, これを①で計算されている $j-N/2+1$ ステップから数えて $N/2$ ステップ目の計算値より差し引く。
- ③ 得られた変位, 速度を運動方程式に代入して加速度を求め, これを $j+1$ ステップでの解とする。
- ④ 時間ステップを1つ進めて①に戻る。

ここで, 運動速度にもフィルタをかけるのはこれにもドリフト成分を含むからである。このアルゴリズムでは, 初期値(第1ステップ)から $N/2$ ステップまでの部分にはフィルタはかからず, $N/2$ から N ステップまでの部分はフィルタのかかっていない計算値を出発値として計算することになる。①の計算中に発散や異常値が発生しない限り安定した解が求まる。

それでは次に, 用いるべきフィルタの次数およびカットオフ周波数について検討してみる。運動方程式を時間積分する場合には精度, 安定性などを考えて, 時間刻み幅は最

小出会い周期の $1/10$ 程度以下とする必要があることが知られている。今, この時間刻み幅を τ とし, 出会い周波数に対する規格化周波数 $N\omega$ を,

$$N\omega = \omega_e \tau / 2\pi \quad (9)$$

で定義する。この規格化周波数は出会い周期に対する時間刻み幅の比が同じであれば同一となる。例えば, 時間刻み幅を出会い周期の $1/10$ とした場合, この規格化周波数は 0.1 となる。フィルタの次数, カットオフ周波数はこの出会い周波数に対する規格化周波数での振幅特性により決定すればよい。ただし, ローパスフィルタとしてはカットオフ周波数ができるだけ高い方が作り易いが, 時間積分法の精度, 安定性のためには時間刻み幅が小さい方がよく, また上述のアルゴリズムを考えるとフィルタの次数はなるべく低い方がよい。すなわち, フィルタに関しては時間刻み幅 τ が大きい方がよく, 時間積分法に関しては小さい方がよいという2律背反になる。本論文では時間刻み幅は出会い周期の $1/20$ としているので, 以下に示す計算に用いるフィルタのカットオフ規格化周波数は 0.01 とした(出会い周波数に対する規格化周波数の $1/5$)。カットオフ規格化周波数が 0.01 であるローパスフィルタで次数 30 から 60 までのものの振幅特性, 位相特性を Figs. 5-a, 5-b に示す。以下の

Fig. 5-a Gain Characteristics of Low-Pass Filter (Cut-off Normalized Frequency : 0.01)

Fig. 5-b Phase Characteristics of Low-Pass Filter (Cut-off Normalized Frequency : 0.01)

計算ではフィルタの次数を, 出会い周波数に対する規格化周波数 (0.05) での振幅特性が -40 dB 以下となるよう 60 とした。

4. 数値計算結果および考察

まず CASE-A について, フィルタを用いた時間積分法により計算を行った結果を Figs. 6-a, 6-b, 6-c, 6-d に示す。Fig. 6-a は運動の時系列であるが, Fig. 1-a と比べて sway, yaw のドリフトが抑えられ, すべての運動が安定しているのがわかる。なお, 図中の 0~1.5 秒 ($1 \sim N/2$ ステップ) はフィルタのかかっていない計算部分, 1.5~3.0 秒 ($N/2+1 \sim N$ ステップ) は 0~1.5 秒までの値を出発値としてフィルタをかけた計算の部分であり, 第 3 章に示した本来のアルゴリズムの部分は 3.0 秒以降である。また, Fig. 6-b は波浪荷重の時系列であり, Fig. 2-a と比べて安定な計算となっている。Fig. 6-c は上から垂直剪断力, 垂直曲げモーメント, Fig. 6-d は水平剪断力, 水平曲げモーメント, ねじりモーメントの船長方向分布であり, いずれも Fig. 6-b の時系列の最後の 1 周期分を示している。当然のことではあるが, 人工的なバネを加えたときのようなジャンプは生じていない。

Fig. 6-a Time Histories of Ship Motions using Filtering Technique
($\chi=120.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$, $N=60$)

次に, 同様な計算を CASE-B について行ったところ, フィルタの次数 60 では第 3 章のアルゴリズムの①の計算中にドリフトが大きくなり, 解が異常になってしまった。こ

Fig. 6-b Time Histories of Wave Loads at Midship using Filtering Technique
($\chi=120.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$, $N=60$)

Fig. 6-c Longitudinal Distributions of Vertical Wave Loads using Filtering Technique
($\chi=120.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$, $N=60$)

Fig. 6-d Longitudinal Distributions of Horizontal Wave Loads using Filtering Technique
($\chi=120.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$, $N=60$)

れは、第2章の考察より CASE-B の最大実数固有値は正の値を持つのでドリフトは指数関数的に生ずるが、FIR フィルタは次数を多くとらなければならないためフィルタに必要なステップの計算中にドリフトが大きくなりすぎたためである。例えば、フィルタの次数を落として、40 次としたときの運動の時系列を Fig. 7-a に、30 次とした時を Fig. 7-b に示す。次数 40 でも計算中に sway, yaw がかなり大きくなっている。次数 30 とするとようやく安定な解が得られるが、Fig. 5-a のフィルタの振幅特性よりわかるとおり出会い周波数に対応する規格化周波数 0.05 で減衰率が -10 dB となっており、出会い周波数成分もかなり減衰していると思われるので、実際には使用できない。

このように、運動方程式の実数固有値の最大値が正の場合には、ドリフトが指数関数的に急激に起こり、第3章に示したアルゴリズムでも安定な解は求められない。よって、ここでは安定な解を求めるために運動方程式を若干変形することを考える。規則波中の線形運動であれば、運動変位は運動加速度を $-\omega_e^2$ で除したものとなる。ここでは、これが非線形運動方程式についても成り立つと仮定して、復原力マトリックスの静的復原力以外の項（前進速度影響項）に $-1/\omega_e^2$ を乗じて質量マトリックスに移項する。このようにして変形された線形運動方程式の sway, yaw, roll の固有値を Table 2 に示す。Table 1 の CASE-B と比較して、

実部が正であった固有値は実部が負の固有値に変化し、実数固有値の最大値は零になったことがわかる。なお、実部が負に変化した固有値には虚部が現れ、見かけ上の固有周波数を生じているが、この周波数は小さく零に近いので、この固有値を持つ解を取り除く場合でも第3章に示したアルゴリズムは有効である。

CASE-B についてこのような運動方程式の変形を行った後、第3章に示すフィルタを用いたアルゴリズムによって時間積分を行った結果を Figs. 8-a, 8-b, 8-c, 8-d に示す。Fig. 8-a は運動の時系列、Fig. 8-b は波浪荷重の時系列、Fig. 8-c は縦波浪荷重の船長方向分布、Fig. 8-d は横波浪荷重の船長方向分布である。なお、この場合の波高船長比は CASE-A と同様に $1/30$ としてある。いずれの図も CASE-A について示した Figs. 6-a, 6-b, 6-c, 6-d と同じく計算が安定していることがわかる。先に述べたように、このような運動方程式の変形は線形運動については同値となるが、非線形運動については厳密には成り立たない。しかしながら、規則波中の非線形運動においても運動変位においてはほぼ出会い周波数成分が支配的であり、またこのマトリックスの変形の対象となっているのは前進速度影響項のみで

Fig. 7-a Time Histories of Ship Motions using Filtering Technique
($\chi=60.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/60$, $N=40$)

Fig. 7-b Time Histories of ship Motions using Filtering Technique
 $(\chi=60.0^\circ, Fn=0.275, \lambda/L=1.0, H_w/L=1/60, N=30)$

Table 2 Eigenvalues and Eigenvectors of Equations of Motion by O. S. M. with Matrices Manipulation

CASE-B (Modified)						
EIGENVALUES (REAL)	-0.14361	-0.14361	0.0	0.0	-0.21910	-0.21910
EIGENVALUES (IMAGINARY)	1.03738	-1.03738	0.0	0.0	2.75475	-2.75475
EIGENVECTORS (REAL)	-0.22421	-0.22421	1.0	-0.70711	-0.00101	-0.00101
	-0.44164	-0.44164	0.0	-0.70711	-0.00130	-0.00130
	0.05335	0.05335	0.0	0.0	-0.03116	-0.03116
	-0.36298	-0.36298	0.0	0.0	0.00251	0.00251
	-0.35576	-0.35576	0.0	0.0	0.01091	0.01091
	-0.07514	-0.07514	0.0	0.0	0.94018	0.94018
EIGENVECTORS (IMAGINARY)	0.38094	-0.38094	0.0	0.0	-0.00083	0.00083
	-0.28180	0.28180	0.0	0.0	-0.00386	0.00386
	0.06505	-0.06505	0.0	0.0	-0.33682	0.33682
	-0.28729	0.28729	0.0	0.0	-0.00261	0.00261
	-0.41768	0.41768	0.0	0.0	-0.00274	0.00274
	0.04601	-0.04601	0.0	0.0	-0.01159	0.01159

あることを考慮すると、このような変形による誤差は大きくないと考える。なお、実際の船舶には波浪中で物理的原因によるドリフトが生じ、これを舵を用いることで防ぎながら航行している。より実際に近い波浪荷重を求めるためにはこのような効果を取り入れるべきであるが、設計に用いる波浪荷重推定には操船の影響は考慮しないとの考え方が一般的であるので^{1,2)}、本論文では、数値的ドリフトを取り除くことのみを試みた。

5. 結 論

大波高波浪中の非線形船体運動方程式を時間領域で安定に解き、船体構造設計に用いることのできる波浪荷重を求める数値計算法について考察し、以下の結論を得た。

(1) sway-yaw-roll 線形運動方程式を固有値解析すると、零、または正の実数固有値が得られる。この固有値を持つ解は時間とともにドリフト（発散）するが、非線形運動方程式を時間領域で解く場合にもこのような解が現れ、sway, yaw 運動にドリフトを生ずる。このドリフトは運動方程式の連成効果により他の運動モードに影響を及ぼし、特に波浪荷重において安定した解が得られない。

(2) このような sway, yaw のドリフトを取り除く 1 つの方法として、この運動モードに人工的なバネを加える方法がある。この方法ではバネの強さを決定するのが難しく、また運動振幅や位相に若干の影響を及ぼすが、時間積分によっても安定な解が得られる。しかしながら、波浪荷重にはバネを取り付けた影響が著しく現れるため、

Fig. 8-a Time Histories of Ship Motions with Matrices Manipulation using Filtering Technique
 $(\chi=60.0^\circ, Fn=0.275, \lambda/L=1.0, H_w/L=1/30, N=60)$

Fig. 8-b Time Histories of Wave Loads at Midship with Matrices Manipulation using Filtering Technique ($\chi=60.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$, $N=60$)

Fig. 8-c Longitudinal Distributions of Vertical Wave Loads with Matrices Manipulation using Filtering Technique ($\chi=60.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$, $N=60$)

Fig. 8-d Longitudinal Distributions of Horizontal Wave Loads with Matrices Manipulation using Filtering Technique ($\chi=60.0^\circ$, $Fn=0.275$, $\lambda/L=1.0$, $H_w/L=1/30$, $N=60$)

船体構造設計には用いることができない。

(3) 本論文で示したフィルタ機能を取り入れた時間積分法のアルゴリズムを用いると、規則波中の非線形船体運動方程式を時間領域で安定に解き、船体構造設計に用いることのできる波浪荷重を計算することができる。ただし、追い波中の高速航行のように出会い周波数が小さくなる場合には線形運動方程式の最大実数固有値が正となるため、第4章に示したようなマトリックスの変形を行っておく必要がある。

終わりに臨み、本研究に対して貴重な御討論をいただいた、東京大学教授藤野正隆先生にお礼を申し上げます。なお、本研究の一部は昭和63年度の東京大学卒業論文のための研究として行われたことを付記するとともに、当時卒生であった相良裕司君(協和銀行)、宮田恵君(住友信託銀行)に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 日本造船研究協会：波浪荷重解析法の実用化に関する調査研究，第210研究部会第2分科会WG1，昭和62，63年度内部報告書，昭和63年3月，平成元年3月。
 - 2) 堀徹，S. M. H. Rashed：信頼性に基づく船体構造設計の現状と問題点，造船設計における構造解析と信頼性工学シンポジウム，日本造船学会船体構造委員会，平成2年1月。
 - 3) 山本善之，藤野正隆，深沢塔一：非線形性を考慮した波浪中の船体縦運動および縦強度(第1報～第4報)、日本造船学会論文集 第143, 144号(昭和53年6月, 12月), 第145号(昭和54年6月), 第150号(昭和56年12月)。
 - 4) 大坪英臣，黒岩隆夫，山本善之：大波高波浪中の船体構造応答，日本造船学会論文集 第157号(昭和60年6月)。
 - 5) 藤野正隆，尹範相：大波高波浪による船体の波浪荷重に関する研究(第1報～第3報)，日本造船学会論文集 第156号(昭和59年12月), 第157, 158号(昭和60年6月, 12月)。
 - 6) 日本造船研究協会：波浪荷重推定法の比較検討に関する調査研究，第200研究部会第12分科会，昭和58年3月。
 - 7) 竹沢誠二，小林顕太郎，小保方準：斜波中曳航船体運動および波浪荷重試験，日本造船学会論文集 第149号(昭和56年6月)。
 - 8) 宮田恵，相良裕司：Sway-Yaw-Roll連成運動方程式の時間積分法に関する研究，東京大学卒業論文，平成元年2月。
 - 9) 三谷政昭：デジタルフィルタデザイン，昭晃堂，昭和62年。
-