境界要素法による波浪中 2 次元浮体の非線形 シミュレーション法について

正員 谷 澤 克 治* 正員 沢 田 博 史*

A Numerical Method for Nonlinear Simulation of 2-D Body Motions in Waves by means of B. E. M.

by Katsuji Tanizawa*, *Member* Hiroshi Sawada*, *Member*

Summary

A numerical method for the two dimensional full nonlinear Radiation-Diffraction problem is developed to simulate the motions of arbitrary shaped 2-D floating body in waves. The mixed Eulerian-Lagrangian method is utilized for the free surface. To calculate the accurate hydrodynamic pressure on the body surface, that is to calculate the accurate acceleration of body, both the velocity field and the acceleration field combined with the equations of body motions are solved. This method enables us to keep the dynamic equilibrium of forces between fluid and floating body on every time step. The Boundary Element Method (BEM) is used to solve the field equations.

For illustration, two computational examples are presented in comparison with the experimental data: (i) a transient motion of midship section body in an incident wave; (ii) a growth of parametric oscillation of roll motion of flare shaped body in a regular wave. These examples show that the computational results are in excellent agreement with measured body motions.

1. 緒 言

荒天海象下、極限状態におかれた船舶の耐航性能の限界を調べるには、微小振幅を仮定しない非線形数値計算法が有力な手段となる。なかでも境界要素法は流体の粘性が無視できるような対象には実用計算法として有望であるため、非線形波浪や波浪中の船体運動の計算に盛んに応用されてきた。たとえば、Longuet-Higgins ら¹⁾は複素ポテンシャルによる定式化を行うと共に、自由表面の追跡に The Mixed Eulerian-Lagrangian Method を用いて碎波の計算を行った。富田ら²⁾は Longuet-Higgins らの手法に習い、速度ポテンシャルによる定式化で孤立波の計算を行った。また高木ら³⁾は Longuet-Higgins らの手法を碎波の計算、2 次元浮体の過渡水波中での Diffraction 問題および Radiation 問題に応用した。非線形波中の 2 次元浮体の Radiation-Diffraction 問題への応用として Vinje ら⁴⁾の研究がある。Radiation-Diffraction 問題では浮体の運動を正確に追跡するために正確な変動圧の計算が必要である。しかし変動圧は浮体の加速度の影響を受けるため、厳密には

流体の運動方程式と浮体の運動方程式を連立させて解き、時々刻々の流体と浮体の力の釣合を満足させなければならない。しかし、従来は現在と過去のポテンシャル値間の後退差分で変動圧を近似する方法が用いられてきた。Vinje らの業績は速度場と加速度場の双方を解くことで後退差分を不要とし、かつ時々刻々の流体と浮体との力の釣合を保証する手法を開発したことにある。Vinje らの方法は加速度場が線形であることに着目し、加速度場の計算を Heave, Sway, Roll の各運動と速度場からの寄与の 4 モードに分解する点が特徴であるが、各モードの計算の度に境界要素行列を解く必要があるため計算時間を要するのが欠点である。

そこで著者らは Vinje らの方法を一步進め、加速度場の境界要素行列と浮体の運動方程式を連立させ、1 回の行列演算で正確な変動圧を計算する手法を考案した。境界要素法の定式化には 3 次元への拡張性を考慮し、速度ポテンシャルを用いた。また本計算法の有効性を確認するため、計算結果と実験結果の比較を行ったので併せて報告する。

2. 基礎方程式

Fig. 1 に示すように水底および垂直固定壁面 c_b , 造波機

* 運輸省船舶技術研究所

Fig. 1 Definition Sketch

壁面 C_w , 自由表面 C_f , 自由浮体面 C_s からなる境界 c に囲まれた領域 V について考える。静止時の自由表面を X 軸にとり, 静止浮体のセンターラインを垂直上向きに Y 軸にとる。領域 V 内の流体は非粘性・非圧縮であり, 流れ場は非回転であると仮定する。また計算の便宜のため静止浮体の喫水位置での浮体の幅 L を代表長さにとり, 各物理量を流体の密度と重力加速度が1になるように無次元化する。以下では, すべて無次元化された諸量で記述する。

2.1 速度場の支配方程式と境界条件

仮定により速度ポテンシャル ϕ を導入すると, ϕ は領域 V 内で Laplace の式 $\nabla^2 \phi = 0$ を満足する。自由表面 C_f での境界条件は kinematic condition

$$\left. \begin{aligned} \frac{Dx}{Dt} &= \frac{dx}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial s} + \frac{dy}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial n} \\ \frac{Dy}{Dt} &= \frac{dy}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial s} - \frac{dx}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial n} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

と dynamic condition

$$\frac{D\phi}{Dt} = -y + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 \quad (2)$$

である。左辺の微分は自由表面粒子に着目した実質微分で, n, s は Fig. 1 に示すように境界の外向き法線, および接線方向にとる。また, 自由表面の圧力を0とする。初期条件を静止状態にとり, (1)式により自由表面の位置, (2)式により自由表面上のポテンシャル値を追跡する。浮体表面 C_s および造波機表面 C_w の境界条件は運動により生じる法線方向速度 v_n により

$$\phi_n = v_n \quad (3)$$

で与えられる。固定壁面 C_b では常に $v_n = 0$ である。

2.2 加速度場の支配方程式と境界条件

加速度場では速度ポテンシャル ϕ を時間で偏微分した関数 $\dot{\phi}$ が場を支配する。 $\dot{\phi}$ は線形近似の条件, つまり擾乱流速の自乗以上の項は無視してよい条件ではその勾配が流体の加速度を与えるため, 加速度ポテンシャルと呼ばれるが, 線形近似を行わない場合は $\dot{\phi}$ の勾配は“場の加速度”を意味し, 流体の加速度とは一致しない。そこで本報では誤解を避けるため記号で $\dot{\phi}$ と記述する。時間と空間の微分順序が交換可能であると仮定すると $\dot{\phi}$ もやはり Laplace の方程式 $\nabla^2 \dot{\phi} = 0$ を満足する。そこで加速度場も境界条件が定まれば, 速度場と同様の定式化が可能である。まず, 自

由表面 C_f 上では速度場が解けていれば dynamic condition により

$$\dot{\phi} = -y - \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 \quad (4)$$

が与えられる。造波機面 C_w での境界条件は造波機の運動があらかじめ与えられているので, 形式的に(3)式を時間で偏微分して

$$\dot{\phi}_n = \dot{v}_n \quad (5)$$

となる。固定壁面 C_b では(5)式において $\dot{v}_n = 0$ とすればよい。一方, 浮体表面の境界条件は陽に定めることができない。これは浮体表面では速度場の解から $\dot{\phi}$ および $\dot{\phi}_n$ が陽に計算できないからである。そこで浮体表面では境界値のかわりに浮体の運動方程式と速度場の解を用いて $\dot{\phi}$ と $\dot{\phi}_n$ との関係式を導く。まず浮体の運動方程式は

$$\mathbf{F} = \mathbf{f} + \mathbf{g} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a} \quad (6)$$

である。ここで $\mathbf{F}$ と $\mathbf{a}$ は浮体に働く x, y, θ 方向の一般化外力ベクトルおよび一般化加速度ベクトルで, $\mathbf{M}$ は浮体の慣性テンソルである。 $\mathbf{F}$ は流体力ベクトル $\mathbf{f}$ と, それ以外の外力ベクトル $\mathbf{g}$ から成る。流体力ベクトル $\mathbf{f}$ の各成分は浮体表面の圧力積分で表せて

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \int_{C_s} p \frac{dy}{ds} \cdot ds = \int_{C_s} -\dot{\phi} dy + \int_{C_s} \left\{ -y - \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 \right\} dy \\ &= a_1[\dot{\phi}] + b_1 \\ f_2 &= \int p \left(-\frac{dx}{ds} \right) ds = \int_{C_s} \dot{\phi} dx + \int_{C_s} \left\{ y + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 \right\} dx \\ &= a_2[\dot{\phi}] + b_2 \\ f_3 &= \int_{C_s} (y - y_c) p \frac{dy}{ds} ds + (x - x_c) p \frac{dx}{ds} ds \\ &= \int_{C_s} -(y - y_c) \dot{\phi} dy - (x - x_c) \dot{\phi} dx \\ &\quad + \int_{C_s} -(y - y_c) \left\{ y + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 \right\} dy \\ &\quad - \int_{C_s} (x - x_c) \left\{ y + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 \right\} dx \\ &= a_3[\dot{\phi}] + b_3 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで b_i は速度場の解を用いて陽に計算できる量である。一方, 浮体の一般化加速度 $\mathbf{a}$ と浮体表面加速度の法線方向成分 $\dot{v}_n$ との間には, 一般化した法線方向ベクトルを

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n} &= (n_1, n_2, n_3) \\ n_1 &= n_x, n_2 = n_y, \\ n_3 &= n_x(y - y_c) - n_y(x - x_c) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(x_c, y_c) は浮体の重心

とすると $\dot{v}_n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{a}$ の関係があり, さらに $\dot{\phi}_n$ と $\dot{v}_n$ の間には(5)式の関係が成り立つため, (5), (6), (7), (8)式より浮体の加速度 $\mathbf{a}$ と流体力 $\mathbf{f}$ を消去して, 浮体表面での $\dot{\phi}$ と $\dot{\phi}_n$ の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\phi}_n &= \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{a}[\dot{\phi}] + \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{g}) \\ \mathbf{a} &= (a_1[\dot{\phi}], a_2[\dot{\phi}], a_3[\dot{\phi}]) \\ \mathbf{b} + \mathbf{g} &= (b_1 + g_1, b_2 + g_2, b_3 + g_3) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

2.3 境界要素法による定式化

2.3.1 速度場の定式化

境界上の速度ポテンシャル ϕ とフラックス ϕ_n の関係は積分方程式

$$\theta(Q)\phi(Q) = \oint_C \left[\phi(P) \frac{\partial}{\partial n} \ln R(P, Q) - \ln R(P, Q) \frac{\partial}{\partial n} \phi(P) \right] dP \quad (10)$$

で表せる。ここで P, Q は境界上の点, $R(P, Q)$ は PQ 間の距離, $\theta(Q)$ は Q 点における境界の内角, 積分は Cauchy の主値積分である。(10) 式を境界要素上の積分で近似, 離散化し, 連立方程式

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n H_{ij} \phi_j &= \sum_{j=1}^n G_{ij} \phi_{nj} \\ \text{行列演算の形で書いて} \\ \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\phi} &= \mathbf{G} \cdot \boldsymbol{\phi}_n \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

を得る。

2.3.2 加速度場の定式化

加速度場では(11)式の ϕ を $\dot{\phi}$ に置換した式

$$\mathbf{H} \cdot \dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{G} \cdot \dot{\boldsymbol{\phi}}_n \quad (12)$$

と, (9) 式を浮体表面の境界要素で離散化した式

$$\left. \begin{aligned} \dot{\phi}_{ni} &= \sum_{j=k}^l A_{ij} \dot{\phi}_j + B_i \\ \text{これも行列演算の形で} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}}_n &= \mathbf{A} \cdot \dot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{B} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

を連立させて解く。ここで k から l は浮体上の節点である。(13) 式の具体的な導出については付録に記す。 $\mathbf{H}, \mathbf{G}$ 行列は, 速度場を解く際に計算した行列と同じであるので, 加速度場を解く際に計算しなおす必要はない。

本報では境界要素として線形要素を用いた。また浮体, 造波機, 垂直壁面と自由表面との交点には, 特異性を避けるため二重節点⁹⁾を配した。

2.3.3 時間積分

時間積分には, $(\Delta t)^2$ の精度を持つ Adams-Bashforth method を用い, 自由表面とそのポテンシャル値は

$$\left. \begin{aligned} x^{n+1} &= x^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ 3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^n - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^{n-1} \right\} \\ y^{n+1} &= y^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ 3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^n - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^{n-1} \right\} \\ \phi^{n+1} &= \phi^n + \frac{\Delta t}{2} \left[3 \left\{ -y + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 \right\}^n - \left\{ -y + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 \right\}^{n-1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

浮体の運動は浮体の姿勢を $X = (x, y, \theta)$ として

$$\left. \begin{aligned} X^{n+1} &= X^n + \frac{\Delta t}{2} \left(3 \dot{X}^n - \dot{X}^{n-1} \right) \\ \dot{X}^{n+1} &= \dot{X}^n + \frac{\Delta t}{2} \left(3 \ddot{X}^n - \ddot{X}^{n-1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

で計算した。ここで上付き文字の n は時間ステップを意味する。Adams-Bashforth method は単段階陽解法で非常に簡単である反面, 十分小さな時間刻みを用いないと数値的

な不安定が発生する。次章で示す計算には無次元化波周期の $1/100$ の時間刻みを用いている。

3. 数値計算結果と実験結果との比較

数値計算として次の2例を実施した。

- 1) 船体中央横断面形状2次元浮体に規則波が入射し, 数周期の過渡現象を経て定常状態に達するまでの運動。
- 2) フレア部形状2次元浮体の Roll motion が規則波中でパラメータ振動へと移り変わる過程。

著者らは, これらの計算結果と実験データとを比較するため, 船舶技術研究所の動揺水槽に仮設した2次元水路で実験も実施した。Fig. 2 と Table. 1 に実験に用いた2次元浮体の断面形状と主要寸法等を示す。動揺の計測は Fig. 3 に示すような装置を用いて, Heave, Sway, Roll を自由にした状態で行った。ただし装置の計測範囲の制約上, 模型の波下側への漂流を制限するために弱いバネで Sway 方向の運動を拘束している。

数値計算は実験状態を完全にシミュレートするように, バネ, 動揺計測装置の質量, さらに動揺水槽の深さおよび造波装置の形状・寸法等も含めて実験条件と同一条件で行った。

3.1 計算例. 1 (船体中央横断面形状)

Fig. 2 Body Profile of Models

Table. 1 Principal Dimensions and Constants

Model	Midship model	Flare model
Size (L, B, D, d)	990, 740, 420, 250 (mm)	970, 600, 530, 370 (mm)
Mass	18.78 (kg)	4.968 (kg)
Moment of Inertia	1.333 (kgm ²)	0.1849 (kgm ²)
KG	212.8 (mm)	243.6 (mm)
GM	83.25 (mm)	27.80 (mm)
Measuring System		
Mass	0.6136 (kg)	
Spring Constant	28.55 (N/m) x 2

Fig. 3 Measuring System

Fig. 4 に動揺の計算結果と実験結果を比較して示す。入射波の波長は 5.4 m, 波高は 5.0 cm である。運動は入射波の波高と波傾斜で無次元化を行い, 時間は重力加速度と模型の代表長さで無次元化して示してある。Heave の計算結果は実験結果と良く一致している。Roll の計算結果は過渡状態から定常状態に至る傾向と振幅は良く一致しているものの, 位相は実験から外れている。水平運動は Heave や Roll と比較して両者の一致度は悪く, 計算は実験よりも大きな drift を与える結果となった。Sway の振幅は計算値が

Fig. 4 Transient Motions of the Midship Model to an Incident Regular Wave. ($\lambda=5.4$ m, $hw=5.0$ cm)

実験値を少し下まわるものの, ほぼ一致しているのに対し, drift 量は一致していない。この原因を調べるため Swaying force の計算値と実験値とを比較して Fig. 5 に示す。図中の実験値は付録 2 に示す方法で計測したものである。この図から, プラス側の振幅は計算値と実験値で一致しているのに対し, マイナス側の振幅は計算値が実験値より小さくなっていることが分かる。これが drift 量が合わない原因であると思われる。計算では造渦等の影響が考慮されていないからかも知れない。参考のため, 浮体表面の圧力と ϕ の分布を Fig. 6 に示しておく。

3.2 計算例. 2 (フレア部横断面形状)

フレア部のような形状非線形を有する 2 次元浮体では, Heave に伴う GM の変動が顕著であるため, Roll にパラメータ励振が発生し, Roll 角が異常に大きく発達する場合がある。実験でも Roll のパラメータ励振が広い周波数範囲で観測された。そこで本報ではパラメータ励振が最も発生しやすい, 入射波の周期が Roll 固有周期の半分の場合について計算結果と実験結果を比較する。入射波の波長は 2.7 m, 波高は 3.0 cm である。Fig. 7 に運動を比較して示す。Fig. 7 も Fig. 5 と同様の無次元値で示してある。時間は Heave がほぼ定常状態に達した時刻を原点にとって示した。Heave の計算結果はこの例でも実験結果と良く一致している。水平運動の計算結果はやはり drift 量が一致しないが, Sway の振幅は良く一致している。Roll の計算結果は, Roll motion が入射波周期での規則的な運動から倍周期のパラメータ振動へと移り変わる様子を定性的にも定量的にも非常に良くシミュレートしている。Fig. 5 のような

Fig. 5 Swaying Force of the Incident Wave on the Midship Model. ($\lambda=5.4$ m, $hw=5.0$ cm) Fig. 6 An Example of Calculated Pressure and ϕ Distribution on the Midship Model.

Fig.7 Parametric Roll Oscillation of the Flare Model in a Regular Wave. ($\lambda=2.7$ m, $hw=3.0$ cm)

Rollの位相のズレも、この例では見られなかった。計算例の最後に造波機が発生する波のシミュレーションを Fig. 8 に示す。これは、計算例. 2 で用いた波である。図中の黒丸は節点で、1 波長中に約 10 個の節点を配している。

4. 結 言

境界要素法を用いた自由浮体の非線形 Radiation-Diffraction 問題の数値シミュレーション法を開発し、計算結果と実験結果の比較検討を行った結果、次の結論を得た。

Fig.8 An Example of Calculated Wave Profile. ($\lambda=2.7$ m, $hw=3.0$ cm)

(1) Radiation-Diffraction 問題のシミュレーション法として、速度場と加速度場の双方を解く計算法は、時々刻々の流体と浮体の動的な力の釣合を厳密に満足させるため、原理的に変動圧の計算精度が高いことが期待できる。またこの精度は時間刻みに依存しない。

(2) この長所は運動の計算精度も高いことを意味するが、実験との比較の結果、一部を除いて高い精度で実験結果をシミュレートしていることが分かった。

(3) 加速度場を解く際に、浮体の運動方程式を連立させて解く本計算法は、速度場だけを用いた解法に比して、わずかな計算時間の増加(約 1.5 倍)で高精度の計算結果が得られる実用的な計算法であるとする。

今回は、計算法の検証を行うため、波高の低い場合の計算を実施し、一部の Roll の位相や drift 量の不一致などの問題点を明らかにした。今後はこれらの問題点を解決し、本計算法が真価を発揮する大波高時の計算を行い、Roll のパラメータ励振などの興味深い現象を含め、実験で得ている膨大なデータとの詳細な比較検討を行いたい。

最後に、本稿を終えるに当たり、終始熱心な討論と適切な助言を頂いた船舶技術研究所運動性能部の富田宏博士と渡辺巖博士に謝意を表します。

計算には船舶技術研究所の中央電算機、ACOS IV+SAP を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Longuet-Higgins, M. S. and Cokelet, E.: The Deformation of Steep Surface Waves on Water, Proc. Roy. Soc. ser. A 350(1976)
- 2) H. Tomita and K. Tanizawa: Numerical Investigation into Nonlinear Water Waves by means of the Boundary Element Method, Papers of SRI No. 69(1983)
- 3) 高木健, 内藤林, 中村彰一: 境界要素法による 2 次元浮体に働く非線形流体力の計算, 関西造船協会誌, 第 197 号, (1985)
- 4) T. Vinje and P. Brevig: Nonlinear Ship Motions, Proc. of the 3rd. Int. Conf. on Num. Ship Hydro., (1981)
- 5) 谷澤克治: 境界要素法による楔の着水問題の相似解, 関西造船協会誌, 第 196 号, (1980)
- 6) W. M. Lin, J. N. Newman and D. K. Yue: Nonlinear Forced Motions of Floating Bodies, Proc. of 15th Symp. on Naval Hydrodynamics, (1984)
- 7) D. G. Dommermuth and D. K. Yue: Numerical simulation of nonlinear axisymmetric flows with a free surface, J. Fluid Mech. vol. 178(1987)
- 8) Odd M. Faltinsen: Numerical Solutions of Transient Nonlinear Free-surface Motion Outside or Inside Moving Bodies., Proc. of 2nd Int. Conf. on Num. Ship Hydro., (1977)
- 9) D. Sen, J. S. Pawlowski, J. Lever and M. J. Hinchey: Two-Dimensional Numerical Model-

ling of Large Motions of Floating Bodies in Waves., Proc. of 5th Int. Conf. on Num. Ship Hydro., part 1, (1989)

- 10) C. Yang, Y. Z. Lin: Time-Domain Calculation of the Nonlinear Hydrodynamics of Wave-Body Interaction., Proc. of 5th Int. Conf. on Num. Ship Hydro., part 1 (1989)

付録1 (13)式の導出

(13)式の具体的な計算手順を示す。まず、(7)式の境界積分を浮体表面の各境界要素上の積分で離散化する。浮体表面の節点番号を k から l とし、節点 i での圧力を p_i とすると、(7)式の積分は台形則およびシンプソン則などの適当な積分公式を用いて離散化できて、行列演算の形で

$$\mathbf{f} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{p} \quad (\text{A-1})$$

と書き表せる。ここで $\mathbf{p} = (p_k, p_{k+1}, \dots, p_l)$, $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)$ で、 $\mathbf{E}$ は圧力・流体力変換行列である。さらに圧力 p を $-\dot{\phi}$ と $-y - (\nabla\phi)^2/2$ に分解し、

$$\mathbf{f} = \mathbf{E} \cdot (-\dot{\phi} - \mathbf{q}) = -\mathbf{E} \cdot \dot{\phi} - \mathbf{b} \quad (\text{A-2})$$

を得る。ここで $\dot{\phi} = (\dot{\phi}_k, \dot{\phi}_{k+1}, \dots, \dot{\phi}_l)$, $\mathbf{q} = (q_k, q_{k+1}, \dots, q_l)$, $q_1 = -y_1 - (\nabla\phi_1)^2/2$, $\mathbf{b} = \mathbf{E} \cdot (-\mathbf{q}) = (b_1, b_2, b_3)$ である。 $\mathbf{q}$ および $\mathbf{b}$ は速度場の解より陽に計算できる。

一方、本文(5)式により、浮体加速度 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ と $\dot{\phi}_n$ との関係は浮体表面の一般化法線方向ベクトルを $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ として

$$\dot{\phi}_n = \mathbf{n} \cdot \alpha \quad (\text{A-3})$$

となる。(A-3)式は浮体表面の各節点で成り立つので

$$\dot{\phi}_n = \mathbf{N} \cdot \alpha \quad (\text{A-4})$$

が得られる。ここでも $\dot{\phi}_n = (\dot{\phi}_{nk}, \dot{\phi}_{nk+1}, \dots, \dot{\phi}_{nl})$ であり、 $\mathbf{N}$ は各節点での法線方向を示す法線方向行列である。

(A-2), (A-4)と本文の(6)式により、

$$\dot{\phi}_n = \mathbf{N} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot (-\mathbf{E} \cdot \dot{\phi} - \mathbf{b} + \mathbf{g}) \quad (\text{A-5})$$

となる。ここで

$$\mathbf{A} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot (-\mathbf{E}) \quad (\text{A-6})$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot (-\mathbf{b} + \mathbf{g})$$

とおいて

$$\dot{\phi}_n = \mathbf{A} \cdot \dot{\phi} + \mathbf{B} \quad (\text{本文 13 式})$$

を得る。

付録2 水平方向の流体力の計測法

実験では Fig. 3 に示したように模型と動揺計測装置をつなぐ Heave lod の中間に水平方向の力を計測する検力計を取り付けて、Heave lod を通して動揺計測装置を伝達される力を計測している。この系に働く力を Fig. A-1 に示す。 M を模型の質量、 m を動揺計測装置の質量、 f を水平方向の流体力、 g を動揺計測装置のバネ、摩擦等の外力、 f' を検力計で計測される荷重とする。計測系は十分剛であると仮定し、模型と動揺計測装置の水平方向加速度 a は一致するものとする、系全体の運動方程式は

$$f + g = (M + m) \cdot a \quad (\text{A-6})$$

また動揺計測装置の運動方程式は

$$f' + g = m \cdot a \quad (\text{A-7})$$

となる。これから g を消去して流体力

$$f = M \cdot a + f' \quad (\text{A-8})$$

を得る。加速度 a は本報では Sway を時間で微分して求めた。

Fig. A-1