船体パネルの空気音の透過について

正員 真 能 創* 正員 河 辺 寛*
正員 正 岡 孝 治*

Sound Transmission of Ship Structural Panel

by Hajimu Mano, *Member* Hiroshi Kawabe, *Member*
Kouji Masaoka, *Member*

Summary

This paper discuss the behavior of ship structural panels subjected to acoustic excitation. In order to provide a clear understanding of the phenomenon of course of transmission of sound by a flexible panel, two dimensional sound-elastic interaction vibration problem has been examined. We have assumed two vibration models on a panel in an infinity large rigid baffle. The one is a Timoshenko model, the other is a two dimensional elastic model. We have introduced the exact solution of Timoshenko model and have formulated the coupled vibration of sound-elastic interaction model using the boundary element method. Comparing the sound transmission loss between the two models, we have shown that the principal element of the sound transmission is caused by out of plane vibration of panel and the transmission by in plane vibration can be neglected.

1. 緒 言

機関室など船内の音源から居住区または水中へ音が伝搬する経路として次の2つの経路が考えられる。

主機あるいは補機の機械的振動が直接構造を加振し、それに接している空気あるいは水などの媒質を振動させ音波となって伝搬してゆく場合と、音源から放射される空気音がそれをとりまく壁などを加振し、それに接している次の媒質へ音となって透過してゆく場合がある。

構造加振と音の放射の研究は船舶以外でも自動車¹⁾、航空機、機械振動²⁾などの広い分野で研究が行なわれている。筆者らもまた、船体の機械加振と水中放射音の関係について研究し、構造振動と音の放射散乱の相互作用の性質を明らかにした³⁾。

後者の音の壁面透過の研究は、建築物の分野で遮音、室内防音などに関連して、使用する壁材の材質、補強方法と音の透過の性質を調べるため多くの研究がある⁴⁾。この分野では音の透過特性は、質量則とコインシデンス周波数をキーワードとして解析している場合が多い。それによると、

無限に広い壁の音波による剛体ピストン運動と、壁面の曲げ波屈曲運動を対象として音の透過を論じている。しかし、壁面を一つの構造体とすると、音圧による構造体固有の振動応答があり、質量則、コインシデンス周波数だけでは平均的な意味での音の透過特性しかとらえることができない。

本報告は、パネルに音が入射し、これによりパネルが振動し、それに接している媒質へ音が透過する問題を、音響-構造相互連成振動として解析したものである。音の透過特性の基本的な性質を把握するため、2次元の無限剛体バツフルに弾性体を取り付けられ、これに平面波が垂直に入射し、次の媒質へ音が透過する問題を取り扱った。

2. 運動方程式

Fig. 1 のように無限剛体バツフルをはさんで2つの媒質(密度 ρ_0 , 音速 c_0 , および密度 ρ_1 , 音速 c_1)があるとする。剛体バツフルの中に板厚 t , 長さ L , 質量 m の弾性体を取り付けられている。円周波数 ω , 振幅 p_0 の音圧の平面波が図の左側から入射するものとする。これにより弾性体が加振され、散乱, 放射音によるポテンシャルを ϕ とする。これらの物理量は全て円周波数 ω の周期的運動をすることになるので、位置のみの複素関数 $\phi(x, y)$ を用いて次のよ

* 防衛大学校機械工学教室

うに表すことができる。

$$\Phi(x, y, t) = R_e[\phi(x, y)e^{i\omega t}] \quad (1)$$

ここに、 $i = \sqrt{-1}$ 、 $R_e[\quad]$ は実数をとることを意味する。以下の解析ではこの位置のみの複素関数 $\phi(x, y)$ を対象とする。

音波の入射により、弾性体の入射側には単位長さあたりの力が作用する。

- (1) 入射音圧による力： F_{p_0}
- (2) 弾性体を剛体としたときの入射音の反射による力： F_d
- (3) 弾性体が入射波によって振動し、入射側に音を放射する事によって生じる力： F_r

また、透過側の領域では、

- (4) 弾性体の振動によって透過側の媒質に音を放射する事による力： F_t

が作用する。

したがって、弾性体の運動方程式は次のように表すことができる。

$$-m\omega^2 w = F_{p_0} + F_d + F_r + F_t + F_w \quad (2)$$

ここに、 F_w は弾性体の変形 w に対する弾性体の復原力。

散乱音圧 p_d については、 p_0 、 p_d の速度ポテンシャルを ϕ_0 、 ϕ_d とすると、弾性体上の境界条件は、

$$\frac{\partial}{\partial n}(\phi_0 + \phi_d) = 0 \quad (3)$$

となる。また、圧力については次の関係がある。

$$p_0 + p_d = -i\rho_0\omega(\phi_0 + \phi_d) \quad (4)$$

図のような座標系で、平面波が垂直入射する場合、入射波の速度ポテンシャルは、

$$\phi_0 = c_0 \xi e^{-ik_0 y} \quad (5)$$

ここに、 $k_0 = \omega/c_0$ 、

ξ ：入射側媒質の粒子の振動振幅

と表すことができる。

これを境界条件に代入すると、

$$\phi_d + \phi_0 = c_0 \xi e^{-ik_0 y} \quad (6)$$

よって、弾性体上の圧力は

$$p_0 = p_d \quad (7)$$

となる⁵⁾。

$$F_{p_0} + F_d = 2p_0 \quad (8)$$

放射音による力 F_r は、圧力を p_r 、速度ポテンシャルを ϕ_r とすると、弾性体のたわむ方向に対して圧力は逆の方向に作用する。

$$F_r = -p_r \quad (9)$$

透過側も同様に、

$$F_t = -p_t \quad (10)$$

となる。

よって、運動方程式は、

$$-m\omega^2 w = F_w + 2p_0 - p_r - p_t \quad (11)$$

となる。

Fig. 1 Sound scattering and transmission from elastic body in an infinity rigid baffle.

Fig. 2 Co-ordinate systems for Timoshenko beam

入射側と透過側が同じ媒質であるときは、

$$-m\omega^2 w = F_w + 2p_0 - 2p_t \quad (12)$$

となる⁵⁾。

以下、とくにことわらない限り入射側と反射側は同じ媒質とし、式(12)を対象として解析して行く。

3. 運動方程式の解法

3.1 弾性体を Timoshenko はりとしたとき

弾性体 yang 率 E 、曲げ剛性 I 、質量 m 、質量の慣性モーメント I_ρ 、はりのせん断応力の分布に依存する係数 k の一様断面の真直 Timoshenko はりとする。Fig. 2 のようにはりの一端を原点として、はりの中立軸に長さ方向に x 軸、透過側へ y 軸をとる。はりのたわみを w とすると、運

動方程式は次式となる⁶⁾。

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left(I_p + \frac{EI m}{k} \right) \\ \times \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + I_p \frac{m}{k} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} \\ = 2(p_0 - p_t) + \frac{I_p}{k} \frac{2\partial^2(p_0 - p_t)}{\partial t^2} - \frac{EI}{k} \frac{2\partial^2(p_0 - p_t)}{2x^2} \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、一様な材質のはりの横断面積を A とすると、

$$m = \rho A$$

$$I_p = \rho A k^2$$

x は中立軸まわりの横断面の 2 次半径。

$$k = k' AG$$

G は横弾性係数、 k' は横断面の形に依存する係数で、長方形断面に対して $k' = 2/3$ である。式(13)のたわみ w を Bernoulli-Euler はりの固有関数 ψ_n で展開する。ここに、 a_n は未知定数である。

$$w = \frac{2\bar{p}_0}{\rho \omega^2} \sum_{m=1}^{\infty} a_n \psi_n \quad (14)$$

ここに、 $\bar{p}_0$ は入射波 p_0 の振幅。

ψ_n は、はりの両端の境界条件及び次の方程式

$$\frac{d^4 \psi_n}{dx^4} - \lambda_n^4 \psi_n = 0 \quad (15)$$

ここに、

$$\lambda_n^4 = \frac{\omega_n^2 m}{EI}$$

を満足する。関数形は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \psi_n = A_n \cos \lambda_n x + B_n \sin \lambda_n x \\ + C_n \cosh \lambda_n x + D_n \sinh \lambda_n x \end{aligned} \quad (16)$$

A_n, B_n, C_n, D_n は境界条件によって決まる定数。また、次の直交条件が成り立つ。

$$\int_0^l \psi_n \psi_m dx = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ a_n & n = m \end{cases} \quad (17)$$

同様に、入射波、反射波、透過波も関数 ψ_n を用いて次のようにおく。

$$\begin{aligned} p_0 &= \bar{p}_0 \sum_{n=1}^{\infty} b_n \psi_n \\ p_t &= -i\bar{p} \frac{2\rho_0 c_0}{\rho \omega} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n \zeta_{nm} \psi_m \end{aligned} \quad (18)$$

ここに、 b_n は定数。 $\zeta_{mn} = X_{mn} + iY_{mn}$ は、 n 次の振動モードによって生じる媒質の圧力を ψ_m で展開したときの係数。(付録参照)

これらを運動方程式(13)に代入し、 ψ_n の直交性(17)を利用して整理すると、未知係数 a_n に関する代数方程式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} \left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_j^2} \left\{ 1 - I_p \frac{m}{k} \frac{\omega^2}{\rho t} \right\} \right] a_j \\ + \left(I_p + \frac{EI m}{k} \right) \frac{\omega^2}{\omega_j^2} \frac{1}{\alpha_j} \frac{1}{\rho t} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^l \psi_n'' \psi_j dx \\ - i \frac{\omega^2}{\omega_j^2} \frac{2\rho_0 c_0}{\rho \omega} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \omega^2 \frac{I_p}{k} \right) a_n \zeta_{nj} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + i \frac{\omega^2}{\omega_j^2} \frac{2\rho_0 c_0}{\rho \omega} \frac{1}{\alpha_j} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sum_{m=1}^{\infty} \zeta_{nm} \int_0^l \psi_m' \psi_j dx \frac{EI}{k} \\ = \frac{\omega^2}{\omega_j^2} \left(1 - \omega^2 \frac{I_p}{k} \right) b_j - \frac{\omega^2}{\omega_j^2} \frac{EI}{k} \frac{1}{\alpha_j} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_0^l \psi_n'' \psi_j dx \\ j = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (19)$$

はり上の圧力は、式(18)より求まる。

音の透過パワー P は、はりの表面の音圧と振動速度のそれぞれの実部の積の時間積分によって求められる。

$$\begin{aligned} P &= \int_0^L \left[\frac{1}{T} \int_0^T [R_e(p_t) \cdot R_e(i\omega w)] dt \right] dx \\ &= \frac{1}{4} \int_0^L \{ p_t \cdot \overline{i\omega w} + \bar{p}_t \cdot i\omega w \} dx \end{aligned} \quad (20)$$

ここに“ $-$ ”は複素共役量を意味する。

式(17)、(18)を式(20)に代入すると次式が得られる。

$$P = \frac{\bar{p}_0^2 c_0 \rho_0}{\rho^2 l^2 \omega^2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} 2R_e[a_n \bar{a}_m] \alpha_m X_{nm} \right] \quad (21)$$

また、入射波のはりに作用するパワー P_0 は、

$$P_0 = \frac{1}{2} \frac{L}{\rho_0 c_0} \bar{p}_0^2 \quad (22)$$

よって、音の透過率 TL は次式となる。

$$\begin{aligned} TL &= 10 \log \left(\frac{P_0}{P} \right) = 20 \log \left(\frac{\rho l \omega}{\rho_0 c_0} \right) \\ &\quad - 10 \log \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} R_e[a_n \bar{a}_m] \frac{\alpha_m}{L} X_{nm} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)の右辺の第一項は、たわみ振動に関係なく、はりの質量と媒質の特性のみによって決まる値であり、これが質量則に相当する項である。右辺第2項は、たわみ振動 a_n に関する項である。したがって、音の透過率は、質量則とたわみ振動項の和であり、構造の振動応答の特性を考慮しなければ正しく評価できない。

透過側への音の放射率 σ は、透過音のパワーをはり表面の機械振動パワーで除したもので与えられる。すなわち、

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{P}{\frac{1}{2} \rho_0 c_0 \int_0^L |i\omega w|^2 dx} \\ &= \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [R_e[a_n \bar{a}_m] \alpha_m X_{nm}]}{\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 \alpha_n} \end{aligned} \quad (24)$$

となる。

入射波の周波数 ω が非常に高くなると、

$$\omega \rightarrow \text{大では、} \quad X_{nm} = \begin{cases} 1 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases}$$

となるので、

$$\sigma \rightarrow 1$$

となる。

3.2 境界要素解

前節の弾性体をはりと見なす解法では、面外にはりがたわむ振動モードのみであり、弾性体の膨張、伸縮の面内振動モード(固体波振動)が考慮されていない。そこで、弾性体をはりモデルではなく、直接 2 次元動的弾性体として境界要素法でモデル化し、音場も同様に境界要素法で離散

Fig.3 Co-ordinate systems for Boundary element method

化し、弾性-音場連成振動問題として解く。座標系を Fig. 3 のようにとるものとする。

文献 8) によると、円周波数 ω で定常振動する弾性体内の点 $Q(x_0, y_0)$ の変位 $u(Q)$, $v(Q)$ は、境界 C 上の点 $P(x_p, y_p)$ の変位 $u(P)$, $v(P)$ および境界力 $\tau_x(P)$, $\tau_y(P)$ によって次式で表される。

$$\begin{aligned} u(Q) &= \int_C [u(P)T_1^j(P, Q) + v(P)T_2^j(P, Q) \\ &\quad - \tau_x(P)U_1^j(P, Q) - \tau_y(P)U_2^j(P, Q)] ds_p \\ v(Q) &= \int_C [u(P)T_1^j(P, Q) + v(P)T_2^j(P, Q) \\ &\quad - \tau_x(P)U_1^j(P, Q) - \tau_y(P)U_2^j(P, Q)] ds_p \end{aligned} \quad (25)$$

ここに、 $U_j^m(P, Q)$, $T_j^m(P, Q)$ はそれぞれ P 点の j 方向の境界力による Q 点の m 方向変位、および P 点の j 方向の変位による Q 点の m 方向変位影響関数を表し、付録に示すような関数である。

境界 C を、音の入射境界 C_1 、透過境界 C_2 およびその他の境界 C_3 とする。

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

境界条件は、入射境界 C_1 上で、

$$\begin{aligned} \tau_x &= 0 \\ \tau_y &= 2p_0 - p_r \end{aligned} \quad (26)$$

透過境界 C_2 上で、

$$\begin{aligned} \tau_x &= 0 \\ \tau_y &= -p_t \end{aligned} \quad (27)$$

となる。

音場も、Fig. 3 のように入射境界および透過境界上に座標系をおくと、それぞれの領域に対して速度ポテンシャルを ϕ_r , ϕ_t とすれば、ポテンシャルの積分方程式表現は次式となる。

$$\begin{aligned} \phi_r(Q) &= - \int_{C_1} \frac{\partial \phi_r(P)}{\partial n_p} S_r(P, Q) ds_p \\ \phi_t(Q) &= - \int_{C_2} \frac{\partial \phi_t(P)}{\partial n_p} S_t(P, Q) ds_p \end{aligned} \quad (28)$$

ここに、 $S_r(P, Q)$, $S_t(P, Q)$ はそれぞれ境界上の P 点の振動による入射側、反射側の領域内の Q 点の速度ポテンシャルの影響関数、 n_p は P 点における外向き法線の方角である。(付録参照)

境界条件は、それぞれの境界上で弾性体の振動速度と媒質の粒子の振動速度とが等しいことより、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_r}{\partial n} &= -i\omega v \quad \text{on } C_1 \\ \frac{\partial \phi_t}{\partial n} &= -i\omega v \quad \text{on } C_2 \end{aligned} \quad (29)$$

となる。

また、透過波ポテンシャル、放射波ポテンシャルと圧力の関係は、

$$\begin{aligned} p_r &= -i\omega\rho_0\phi_r \\ p_t &= -i\omega\rho_0\phi_t \end{aligned} \quad (30)$$

より、式(28)は式(29), (30)より、

$$\begin{aligned} p_t(Q) &= \rho_0\omega^2 \int_{C_1} v(P)S_t(P, Q) ds_p \\ p_r(Q) &= \rho_0\omega^2 \int_{C_2} v(P)S_r(P, Q) ds_p \end{aligned} \quad (31)$$

となる。弾性体の変位の式(25)と音場の式(31)を境界条件(26), (27)のもとで連成させて解けばよい。

弾性体の境界を直線要素で離散化し、その上で変位、境界力は一定とする。また、音場も弾性体の対応する境界要素と同じ長さの要素で離散化する。

C_1 , C_2 , C_3 上の対応する変位境界力を u_1 , v_1 , τ_{x1} , τ_{y1} , u_2 , v_2 , ... とすると、式(25), (31)のマトリックス表現は次式となる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 & A_6 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 & B_6 \\ C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 & D_5 & D_6 \\ E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 & E_6 \\ F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & F_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 & G_4 & G_5 & G_6 \\ H_1 & H_2 & H_3 & H_4 & H_5 & H_6 \\ I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & I_6 \\ J_1 & J_2 & J_3 & J_4 & J_5 & J_6 \\ K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & K_5 & K_6 \\ L_1 & L_2 & L_3 & L_4 & L_5 & L_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_{x1} \\ \tau_{y1} \\ \tau_{x2} \\ \tau_{y2} \\ \tau_{x3} \\ \tau_{y3} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

$$[M]\{v_1\} = \{P_r\}, \quad [N]\{v_2\} = \{p_t\} \quad (33)$$

ここに、 A_j , B_j , C_j , D_j , E_j , F_j は関数 $T_j^m(P, Q)$ に関する積分項。 G_j , H_j , I_j , J_j , K_j , L_j は関数 $U_j^m(P, Q)$ に関する積分項。 M , N は関数 $S(P, Q)$ に関する積分項。

境界条件(26), (27)より、式(33)は、

$$2\{p_0\} - [M]\{v_1\} = \{\tau_{y1}\}, \quad \{\tau_{x1}\} = \{0\} \quad (34)$$

$$[N]\{v_2\} = \{\tau_{y2}\}, \quad \{\tau_{x2}\} = \{0\} \quad (35)$$

となり、これを式(32)に代入すると

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2+G_2M & A_3 & A_4-G_4M & A_5 & A_6 \\ B_1 & B_2+H_2M & B_3 & B_4-H_4M & B_5 & B_6 \\ C_1 & C_2+I_2M & C_3 & C_4-I_4M & C_5 & C_6 \\ D_1 & D_2+J_2M & D_3 & D_4-J_4M & D_5 & D_6 \\ E_1 & E_2+K_2M & E_3 & E_4-K_4M & E_5 & E_6 \\ F_1 & F_2+L_2M & F_3 & F_4-L_4M & F_5 & F_6 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_2 & G_5 & G_6 \\ H_2 & H_5 & H_6 \\ I_2 & I_5 & I_6 \\ J_2 & J_5 & J_6 \\ K_2 & K_5 & K_6 \\ L_2 & L_5 & L_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 2p_0 \\ \tau_{x3} \\ \tau_{y3} \end{Bmatrix} \quad (36)$$

となる。これを支持条件のもとで解けばよい。

弾性体上のたわみが求まると、式(30)より透過側の圧力が計算できる。

放射パワーは式(20)を用いて計算できるが、音波のエネルギーは減衰することなくすべて伝搬してゆくとすると、式(20)の積分は弾性体から十分遠く離れた半径 r の半円 C_r 上の検査面から出て行く音のパワーを計算してもよい。

Fig. 4 Transmission loss of wood panel

Fig. 5 Radiation efficiency of wood panel

速度ポテンシャルの十分遠方の漸近表示は、関数 $S(P, Q)$ の性質から次式となる。

$$\phi(Q) \xrightarrow[r \gg 1]{} \frac{i}{\sqrt{2\pi kr}} F(k, \theta) e^{-ikr + \frac{\pi i}{4}} \quad (37)$$

ここに、

$$F(k, \theta) = - \int_{c_2} \frac{\partial \phi(P)}{\partial n_P} e^{ikx_P \cos \theta} ds_P \quad (38)$$

これを用いると、透過音のパワー P は、

$$P = \frac{\rho_0 \omega}{4\pi} \int_0^\pi F(k, \theta) \overline{F(k, \theta)} d\theta \quad (39)$$

となる。

これから、音の透過損失 TL 、放射率 σ を計算することができる。

4. 数値計算例

4.1 音の透過における振動成分の比較

木製掃海艇の機関室の1フレームスペースのパネルを単位幅取り出し、音の透過特性の計算を行なった。計算に用いた数値は以下のとおりである。

長さ	$L=45 \text{ cm}$
幅	$B=1 \text{ cm}$
板厚	$t=8.5 \text{ cm}$
ヤング率	$E=1.0 \times 10^5 \text{ kg cm}^{-2}$
ポアソン比	$\nu=0.3$
パネルの密度	$\rho=4.08 \times 10^{-7} \text{ kg sec}^2 \text{ cm}^{-4}$
空気の密度	$\rho_0=1.319 \times 10^{-9} \text{ kg sec}^2 \text{ cm}^{-4}$
空気の音速	$c_0=3.6 \times 10^4 \text{ cm sec}^{-1}$

木材は異方性材であるが、定性的な傾向をつかむことが目的であるので等方性弾性体と仮定した。

Fig. 4, 5 に支持条件を両端単純支持としたときの音の透過損失、透過音の放射率を示す。Timoshenko はりモデルでは、項数を10項までとり数値積分の点数ははりを50等分した。境界要素モデルでは、はりの長さ方向を35等分、板厚方向を6等分し、中立軸に対応する1要素を1端を x, y 固定、他端を x 軸にローラー支持とした。図中実線はTimoshenko はりモデル、○印が境界要素モデルである。また、破線は式(23)の右辺第一項の質量則を表している。Fig. 4 で透過損失が負に鋭く切れ込む周波数は、はりのたわみ同調周波数である。音の透過は図に見られるように、質量則によって平均的な傾向が予測できるが、たわみ振動の特に同調周波数周辺の挙動、および低周波数では正しく説明はできない。また、実線と○印がほとんど一致していることより、音の透過の面内振動成分は非常に小さいことがわかる。したがって、透過音の成分は、1) 質量則、2) たわみ振動成分、3) 面内振動成分と順序づけられる。このうち3)の面内振動成分は他と比べて無視できるほど小さい。

入射波の波長とはりの曲げ波の波長が等しくなる、次式によって求まる、Cremer のコインシデンス周波数以上の

Fig. 6 Transmission loss of steel panel ($t=3.2$ mm) Fig. 7 Radiation coefficient of FRP panel ($t=14$ mm)

周波数で音の放射率が1になり、音が非常に透過しなくなると言われている。

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{12\rho}{Et^2}} \quad (40)$$

この材料の場合では、 $f_c=169$ (Hz)であり、この周波数以上では放射率が1となるはずである。しかし、Fig. 5に示すように、放射率が1となる周波数は1000 Hz以上である。玉井等¹¹⁾も指摘しているように、コインシデンス周波数は無限に広い遮音材についてのものであり、有限長の材料ではコインシデンス周波数で必ずしも放射効率がピークにならずもう少し高い周波数にこの現象がずれる。ここでは示さないが、はりの長さを長くした計算結果では、Fig. 5の場合よりも放射効率がピークが低周波数側になっている。

4.2 鋼, FRP パネルの計算例

本計算は2次元問題についてのものであり、実際の有限の大きさの板の音の透過の問題を直接説明できるものではないが、鋼, FRP パネルの音の透過実験と比較を行なう。

(a) 鋼板

川合⁷⁾は1辺が90 cm, 板厚3.2 mmの正方形鋼板について、1/3 オクターブバンドノイズを用いて無響-残響室法で透過損失を測定している。幅を単位幅(1 cm), 長さ90 cm,

板厚3.2 mmの矩形横断面とし、Timoshenkoはりモデルで計算した透過損失と川井の1/3 オクターブバンド中心周波数の実験値との比較をFig. 6に示す。この鋼板のコインシデンス周波数は4347 Hzであり、図中に矢印で示している。計算値, 実験値ともにこの周波数前後で透過損失が急に小さくなる。計算値は2次元計算であるが実験結果をよく説明している。

(b) FRP パネル

内田¹⁰⁾らは940×1410 mm, 板厚14 mmのFRPパネルの音響放射率の実験を行なっている。鋼板と同様に単位幅で、長さ940 mm, 板厚14 mmのTimoshenkoはりモデルによって計算し実験値と比較をした。結果をFig. 7に示す。図にはMaidanik⁹⁾の方法による放射率の計算とを破線で示している。岩崎³⁾らの円筒殻の計算例と同様に、たわみ振動のモードごとに放射率のピークがあり、同調周波数では放射率が負に鋭く切れ込んでいる。FRP パネルのコインシデンス周波数は1785 Hzであり、この周波数で計算値は実験値と同じく放射率が極大となり、この周波数以上では放射率は1となる。本計算結果は、FRP パネルの実験値とは概ね傾向は一致している。しかし、実験値は、計算値のような振動モードごとの明白なピークは認められない。この原因は、本方法が2次元計算であり、振動モードが長方形板のモードと異なること、および、パネルの支持条件の相違によるものと思われる。

4.3 接水パネルの透過損失

いままでの計算例は、入射側, 透過側ともに同じ媒質の空気の場合である。前節の鋼板について透過側の媒質が水の場合の透過損失を計算する。

Timoshenkoはりで、透過音の圧力を反射音と同様に式(17)と同じ形で、

$$p_t = -i\bar{p}_0 \frac{2\rho_1 c_1}{\rho t \omega} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n \zeta_{nm} \psi_m \quad (41)$$

とおく。

透過音のパワーは、

$$P = \frac{2\bar{p}_0 c_1 \rho_1}{\rho^2 t^2 \omega^2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} R_e(a_n \bar{a}_m) \alpha_m X_{nm} \right] \quad (42)$$

となる。

これより、透過損失は、

$$TL = 10 \log \left(\frac{\rho^2 t^2 \omega^2}{4 \rho_0 \rho_1 c_0 c_1} \right) - 10 \log \left(\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} R_e(a_n \bar{a}_m) \alpha_m X_{nm} \right) \quad (43)$$

となる。

空気と水の音速, 密度の比をそれぞれ、

$$\eta_p = \frac{\rho_1}{\rho_0}, \quad \eta_c = \frac{c_1}{c_0} \quad (44)$$

とおけば、質量則に相当する式(43)の右辺第1項は、

$$10 \log \left(\frac{\rho^2 t^2 \omega^2}{4 \rho_0 \rho_1 c_0 c_1} \right) = 20 \log \left(\frac{\rho t \omega}{2 \rho_0 c_0} \right) - 10 \log(\eta_p \eta_c) \quad (45)$$

Fig. 8. Transmission loss of steel panel ($t=10$ mm, solid line; air to air, dotted line; air to water)

となる。空気と水では、 $\eta_a=770$, $\eta_c=4.1$ であるので、式(45)の右辺第二項は

$$10 \log (\eta_a \eta_c) = 34.96 \quad (46)$$

となる。したがって、透過側の媒質が水の場合、平均的に約 35 db 透過損失が下がり、音が透過しやすくなる。Fig. 8 に、接水鋼板の透過損失の計算結果を示す。上記に示したように接水の場合は透過損失は小さく、音が透過しやすいことがわかる。

5. 結 論

本研究では、船内の音源からの空気音がそれを取りまく壁面を加振し次の媒質へ音が透過して行く問題の基本的性質を知るために、2次元の空気音-構造連性振動問題として定式化し、数値計算を行い、以下のことが明らかとなった。

透過音の成分は、1) 質量則、2) たわみ振動成分、3) 弾性体の膨張収縮振動成分の順に小さく、このうち 3) の膨張収縮振動成分は無視できるほど小さい。

透過損失の特性の平均的傾向は質量則によって予測はできるが、たわみ振動の同調周波数周辺の透過損失は非常に小さくなるので音が透過しやすくなる。したがって、構造振動と音響問題を同時に連成された問題として取り扱わなければ正しく透過音特性を説明できない。

参 考 文 献

- 1) Craggs, A.: An Acoustic Finite Element Approach for Studying Boundary Flexibility and Sound Transmission between Irregular Enclosures, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 30 (3), (1973), pp. 343-357
- 2) 田中俊光, 宇津野秀夫, 増田輝男, 神崎奈津夫: 境界要素法による音場解析, *機械学会論文集 (C 編)*, 53 巻 491 号, (昭 62. 7), pp. 1443-1449
- 3) 岩崎洋一, 真能創, 別所正利, 河辺寛: 船体振動による水中放射音の基礎的研究, *昭日本造船学会論文集*, 第 159 号, (昭 60. 6), pp. 184-192, 第 160 号, (昭 60. 12), pp. 129-139, 第 161 号, (昭 61. 6), pp. 215-225, 第 162 号, (昭 61. 12), pp. 50-60

- 4) Maidanik, G.: Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields, *Journal of Acoustic Society of America*, Vol. 34, No. 6, (1962), pp. 809-826
- 5) 伊藤 毅: 音響工学原論 (上, 下巻) コロナ社, (昭 55)
- 6) Y. C. ファン: 固体の理論/力学, 大橋義夫, 村上澄男, 神谷紀生共訳, 培風館, (昭 45)
- 7) 川井孝雄: 一重板の遮音機構の解析 (円形板への平面垂直波入射), *日本音響学会誌*, 29 巻 4 号, (1973), pp. 186-198
- 8) 河辺 寛, 別所正利: 弾性論の境界値問題における特異点法について, (第 4 報) 2 次元動的弾性問題, *関西造船協会誌*, 第 188 号, (昭 58. 3), pp. 123-132
- 9) Abramowitz, M. and Stegun, I.: *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, 1970
- 10) 内田洲治, 山中義夫, 池田皎隆, 服部一男, 中町華都男: 船舶から水中に放射される機械雑音の予測, *日本造船学会誌*, 第 686 号, (1986), pp. 36-45
- 11) 玉井裕, 高萩敏男, 中井幹雄: 有限板のコインシデンス効果に関する研究, *日本機械学会論文集 (C 編)*, 53 巻 491 号, (昭 62. 7), pp. 1435-1442

付 録

(1) ζ_{mn} について

ϕ_n 次の振動モードによる x_0 の位置の振動速度は、
 $-i\omega\phi_n(x_0)$

である。この振動モードによる x の位置の圧力を $p_n(x)$ とする。

$p_n(x)$ は本文の積分方程式 (31) より、

$$p_n(x) = -i\rho_0\omega \int_0^L -i\omega\phi_n(x_0)S(k|x-x_0)|dx_0$$

となり、 $1 \sim \infty$ までの全ての振動モードを考慮したときの x の位置の圧力 $p(x)$ は、

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{2\bar{p}_0}{\rho\omega^2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n p_n(x) \\ &= -i\bar{p}_0 \frac{2\rho_0}{\rho\omega} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^L -i\omega\phi_n(x_0)S(k|x-x_0)|dx_0 \end{aligned}$$

となる。

これを本文の式 (18) で

$$p(x) = -i\bar{p}_0 \frac{2\rho_0 c_0}{\rho\omega} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n \zeta_{nm} \phi_m$$

とおいたので、これらを等値して、 ϕ_n の直交性より、

$$\begin{aligned} c_0 a_m \sum_{n=1}^{\infty} a_n \zeta_{nm} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^L \int_0^L -i\omega\phi_n(x_0)S(k|x-x_0)|dx_0 \phi_m(x) dx \\ \therefore \zeta_{nm} &= \frac{1}{c_0 a_m} \int_0^L \phi_m(x) \int_0^L -i\omega\phi_n(x_0) \\ &\quad \times S(k|x-x_0)|dx_0 dx \end{aligned}$$

となる。

(2) ζ_{mn} の数値計算法

積分方程式の核関数より、

$$S(k|x-x_0|)=\frac{1}{2}\{Y_0(k|x-x_0|)+iJ_0(k|x-x_0|)\}$$

ζ_{mn} を実部 X_{mn} , 虚部 Y_{mn} とする。

$$\zeta_{nm}=X_{nm}+iY_{nm}$$

$$X_{nm}=\frac{\omega}{c_0\alpha_m}\int_0^L\psi_m(x)\int_0^L\psi_n(x_0)J_0(k|x-x_0|)dx_0dx$$

$$Y_{nm}=\frac{\omega}{c_0\alpha_m}\int_0^L\psi_m(x)\int_0^L\psi_n(x_0)Y_0(k|x-x_0|)dx_0dx$$

はりを k 等分し, それぞれの区間の中点を $x_{01}, x_{02}, x_{03}, \dots$ とする。

ある x_j に対して,

$$A_n(x_j)=\sum_{i=1}^k\psi_n(x_{0i})\int_{\Delta x}J_0(k|x_j-x_{0i}|)dx_0$$

$$B_n(x_j)=\sum_{i=1}^k\psi_n(x_{0i})\int_{\Delta x}Y_0(k|x_j-x_{0i}|)dx_0$$

ここに, $\Delta x=L/k$

とする。

したがって,

$$X_{nm}=\frac{\omega}{c_0\alpha_m}\sum_{j=1}^k\psi_m(x_j)A_n(x_j)\Delta x$$

$$Y_{nm}=\frac{\omega}{c_0\alpha_m}\sum_{j=1}^k\psi_m(x_j)B_n(x_j)\Delta x$$

となる。

ただし, Y_{mn} において, $x_0=x$ となる積分区間では, 被積分関数のベッセル関数が無限大となるので, この積分区間では積分を解析的に以下に行なう⁹⁾。

$$\begin{aligned}\int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{\frac{\Delta x}{2}}Y_0(k|x|)dx &= \frac{2}{k}\int_0^{\frac{\Delta x}{2}}Y_0(t)dt \\ &= \frac{\Delta x}{2}\left[Y_0\left(\frac{\Delta x}{2}k\right)+\frac{\pi}{2}\left\{H_0\left(\frac{\Delta x}{2}k\right)Y_1\left(\frac{\Delta x}{2}k\right)-H_1\left(\frac{\Delta x}{2}k\right)Y_0\left(\frac{\Delta x}{2}k\right)\right\}\right]\end{aligned}$$

ここに, H_0, H_1 はそれぞれ 0 次, 1 次のストループ関数。

(3) 2次元動的弾性問題の境界要素法の核関数

$$\begin{aligned}U_i^m(P, Q) &= \frac{i}{4G}\left[H_0^{(2)}(k_T R)\delta_{im}\right. \\ &\quad \left.+\frac{1}{k_T^2}\frac{\partial^2}{\partial x_p\partial x_{pm}}\{H_0^{(2)}(k_T R)-H_0^{(2)}(k_L R)\}\right] \\ T_1^i(P, Q) &= \frac{i}{4}\left[\left(\frac{\partial y_p}{\partial n_p}\right)^2\frac{\partial}{\partial n_p}H_0^{(2)}(k_T R)\right. \\ &\quad \left.+\left(\frac{\partial x_p}{\partial n_p}\right)^2\frac{\partial}{\partial n_p}H_0^{(2)}(k_L R)\right. \\ &\quad \left.+\frac{\partial x_p}{\partial n_p}\frac{\partial y_p}{\partial n_p}\frac{\partial}{\partial s_p}\{H_0^{(2)}(k_T R)-H_0^{(2)}(k_L R)\}\right]\end{aligned}$$

$$-\frac{i}{2k_T^2}\frac{\partial^3}{\partial s_p\partial x_p\partial y_p}\{H_0^{(2)}(k_T R)-H_0^{(2)}(k_L R)\}$$

$$\begin{aligned}T_2^i(P, Q) &= -\frac{i}{4}\left[\left(\frac{\partial y_p}{\partial s_p}\right)^2\frac{\partial}{\partial s_p}H_0^{(2)}(k_T R)\right. \\ &\quad \left.+\left(\frac{\partial x_p}{\partial s_p}\right)^2\frac{\partial}{\partial s_p}H_0^{(2)}(k_L R)-\frac{\partial x_p}{\partial s_p}\frac{\partial y_p}{\partial s_p}\frac{\partial}{\partial n_p}\right. \\ &\quad \left.\times\{H_0^{(2)}(k_T R)-H_0^{(2)}(k_L R)\}\right]+\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial s_p} \\ &\quad \times\left[H_0^{(2)}(k_T R)+\frac{1}{k_T^2}\frac{\partial^2}{\partial x_p^2}\{H_0^{(2)}(k_T R)\right. \\ &\quad \left.-H_0^{(2)}(k_L R)\}\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_1^i(P, Q) &= \frac{i}{4}\left[\left(\frac{\partial x_p}{\partial s_p}\right)^2\frac{\partial}{\partial s_p}H_0^{(2)}(k_T R)\right. \\ &\quad \left.+\left(\frac{\partial y_p}{\partial s_p}\right)^2\frac{\partial}{\partial s_p}H_0^{(2)}(k_L R)+\frac{\partial x_p}{\partial s_p}\frac{\partial y_p}{\partial s_p}\frac{\partial}{\partial n_p}\right. \\ &\quad \left.\times\{H_0^{(2)}(k_T R)-H_0^{(2)}(k_L R)\}\right]-\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial s_p} \\ &\quad \times\left[H_0^{(2)}(k_T R)+\frac{1}{k_T^2}\{H_0^{(2)}(k_T R)\right. \\ &\quad \left.-H_0^{(2)}(k_L R)\}\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_2^i(P, Q) &= \frac{i}{4}\left[\left(\frac{\partial x_p}{\partial n_p}\right)^2\frac{\partial}{\partial n_p}H_0^{(2)}(k_T R)\right. \\ &\quad \left.+\left(\frac{\partial y_p}{\partial n_p}\right)^2\frac{\partial}{\partial n_p}H_0^{(2)}(k_L R)-\frac{\partial x_p}{\partial n_p}\frac{\partial y_p}{\partial n_p}\right. \\ &\quad \left.\times\frac{\partial}{\partial s_p}\{H_0^{(2)}(k_T R)-H_0^{(2)}(k_L R)\}\right] \\ &\quad +\frac{i}{2k_T^2}\frac{\partial^3}{\partial s_p\partial x_p\partial y_p}\{H_0^{(2)}(k_T R)-H_0^{(2)}(k_L R)\}\end{aligned}$$

ここに,

$$P\equiv(x_p, y_p)$$

$$Q\equiv(x_q, y_q)$$

$$R=\overline{PQ}=[(x_p-x_q)^2+(y_p-y_q)^2]^{1/2}$$

$$k_T=\frac{\rho\omega^2}{G}: \text{横波の波数}$$

$$k_L=\sqrt{\frac{G}{\lambda+G}}k_T: \text{縦波の波数}$$

(4) パッフル付き半無限領域の音場の核関数

$$S_r(P, Q)=\frac{i}{2}H_0^{(2)}(kR)$$

$$k=\frac{\omega}{c_0}$$

$$P\equiv(x_p, y_p)$$

$$Q=(x_q, 0)$$

$$R=\overline{PQ}=[(x_p-x_q)^2+y_p^2]^{1/2}$$