浮遊式海洋構造物の実海域実験

その 9. 長周期運動のシミュレーションと統計予測

正員 加 藤 俊 司* 正員 斉 藤 昌 勝*
正員 高 瀬 悟*

At-sea Experiment of a Floating Offshore Structure

9. Time Domain Simulations and Statistical Predictions of Slow Drift Motion

by Shunji Kato, *Member* Masakatsu Saito, *Member*
Satoru Takase, *Member*

Summary

This paper is concerned with simulations and statistical prediction of total second order responses, including slow drift motions caused by waves and wind, of a full scale offshore structure "POSEIDON". The at-sea experiment was carried out from June, 1986 till July, 1990 at the Japan Sea. In order to simulate the total second order motion, hydrodynamic and restoring characteristics were examined using data from full scale free oscillation tests. Second order force characteristics have been investigated through comparison between experimental results from cross bispectral analysis of slow drift motion and waves and numerical ones from potential theory. And from multi input analysis of motion, waves, instantaneous wave power and wind fluctuations the contribution rate of wind fluctuation to slow drift motion has also been studied.

Comparisons between measured time series of slow drift motion and simulations on the basis of above investigations have been carried out.

Both a Monte-Carlo simulation model and nonlinear statistical estimate method are newly developed. The former is based on the assumption that the second order force process can be approximated by difference of two gamma processes. The latter is a statistical estimates method taking into account not only second order wave forces but also wind fluctuations and it is an extended method of nonlinear statistical theory suggested previously by authors.

Both measured sample data and statistical values estimated by two new methods are compared.

Main results are as follows:

- 1) In order to simulate total second order motions, in-line and transverse wind fluctuations should be taken into account even though mean wind direction is head. As a wind spectrum representing wind fluctuations, a spectrum form with significant low frequency power compared with Davenport and Hino spectra, e. g. spectrum forms suggested by Ochi-Shin and one of authors, should be used.
- 2) It is confirmed that the linear prediction method based on Longuet-Higgins' significantly underestimates the measured results while the present method estimates them very well.
- 3) Extreme statistics by Monte-Carlo simulation model significantly scatter. Especially, estimates from a simulation data with the number of peaks of about 300, i.e. a five hour simulation, scatter from 2.5 to 5.0 as a value of extreme value/standard deviation. Attention is needed.

* 運輸省船舶技術研究所

1. はじめに

チェーンあるいは索等で緩く係留された浮遊式海洋構造物は、不規則波中において長周期運動と呼ばれる大振幅かつ長周期の水平面内の運動が励起され、係留チェーンの破断といった災害を招く可能性がある。そのため、この運動の予測は、係留系を安全に設計する上で非常に重要であるといわれている。しかし、その実態は、あまり報告されておらず、また、風の影響もあるのではないかと指摘もある。

船舶技術研究所では、昭和61年度より平成2年度まで、ボセイドン号（以下ボ号と略す）を使用した実海域実験を実施したが、この実験計画の重要なテーマの一つとして「長周期運動及び係留ラインに働く張力の最大値予測の研究」がある。本論では、実海域実験から、長周期運動が実際に生じる事、波だけでなく風の影響も大きい事、さらにその運動の最大値は、線形予測理論では予測できないこと等を報告する。

2. 計測方法

実海域実験の概要及び実海域での自然環境及び動揺等の計測方法の詳細については、すでに公表¹⁾されているので、ここでは簡単に紹介する。

2.1 波の計測

ボ号の沖側約180mの海底に3台の超音波式波高計を直線アレイとなるように設置し入射波を計測した。又、同時にボ号船首部と船尾部に超音波式水位計と上下加速度計を設置し、相対水位及び絶対水位を計測した。前者は、入射波の振幅情報として、後者は入射波の位相情報としてそれぞれ後のシミュレーションに使用する。

2.2 風速及び風圧の計測

超音波式3軸風速計をボ号の測風塔の水面から19.5mの位置に設置し、3軸方向の風速を計測した。風圧は、ボ号の前後面及び側面に設置した差圧センサーより計測した (Fig.1 参照)。Fig.1の各圧力孔は、ビニールチューブにより計測室内の2つ差圧センサーに導かれている。Fig.2b)は、定常風圧の観測結果と模型試験結果の比較を示したもので、両者の相関は非常によい。この結果から圧力係数は1.3でほぼ良いことがわかる。また、計測された風圧差から求めた変動風圧の時系列と風速の変動成分から $p = \rho_a C_p \bar{U} u$ により推定した変動風圧の時系列の比較を Fig.2a) に示す。ここで、 $\bar{U}$ は平均風速、 u は変動風速、 ρ_a は大気密度、 C_p は圧力係数 (Fig.2a) から1.3を使用) である。この図から風速から変動圧を推定することが可能である。

2.3 長周期運動の計測

長周期運動計測システムは、2台の送信器及び3台の受信器から構成されている。送信器は、ボ号のフーティング

Fig. 1 Measurement of wind pressures

Fig.2 a) Comparison between measured wind pressures and estimated ones

Fig.2 b) Comparison between model test results and at-sea experimental ones with respect to steady wind pressures

付カラムの下に取り付け、受信器は、約水深40mの海底に設置した。また、波周期に対応した動揺を計測するため船体中央で3軸加速度計による水平面運動、ジャイロによる

回転運動計測も同時に行っている。これらのデータは、長周期運動計測システムによる計測精度のチェックに使用した。Fig.3 の上図に長周期運動 (surge) の観測例を示す。この波形から、短周期 (25 秒以下) 成分を取り出し、加速度計による計測結果と比較したものが、下図である。両者は良く一致しており、長周期運動計測システムは、十分な精度を持っている事が判る。

3. 観測結果

3.1 風による長周期運動

Fig.4 は、sway 方向の風速成分、圧力差及び長周期運動を示したものである。この時の自然条件は、平均風速が 13.8 m/sec, 平均風向が、ボ号船首より左舷側へ 104° , 有義波高が 0.3 m で、風が支配的な状況であった。この図から sway に非常に長い (数分から数十分のオーダー) 変動成分があり、その変動は、風速成分及び風圧差の時系列と良く対応していることが判る。そこで、波が余り卓越してない状態で、風圧差と sway との simple coherency を調べた。Fig.5 はその結果である。図から、100 秒以上の周期成分については、風圧と浮体の長周期運動は、ほぼ線形関係にあり、その範囲では位相が 0 であるから周波数特性を持たな

Fig.3 An example of measured time series of slow drift motion

Fig.4 An example of time series of wind speed in sway direction, wind pressure is sway direction, and sway motion

Fig.5 Simple coherency and phase between wind pressure in sway direction and sway motion

いことがわかる。即ち、変動風によって sway 方向に長周期運動が生じている。

3.2 波、風による長周期運動

波の定常性が仮定できると思われるデータとして、Fig.6 に示す 1989 年 3 月 24~26 日の臨時計測内の 9 時間の連続データを解析対象とした。平均風向及び入射波の主方向は、ボ号に対しほぼ正面である。有義波高は約 3 m, 有義波周期は約 7 秒である。Fig.7 は、波、surge 及び sway のスペクトルを示している。なお、スペクトル解析には、AR モデルによる方法を使用している。この図より、surge のスペクトルには、3 つのピークがあることが判る。一つは 0.12 Hz 付近、2 つは 0.07 Hz 付近、3 つめは 0.0156 Hz (64 秒) 付近にある。sway のスペクトルには 3 つめのピークは認められない。surge 及び sway のスペクトルの第一のピークは、波によるものであり、2 つめのピークは

それぞれ pitch 及び roll の固有周期に一致するので、連成運動によるものである。Fig.8 は surge 及び sway 時系列と風圧差の時系列を示す。surge に関しては一側が入射波に対して drift する方向である。この図から、sway と風圧差の時系列は、よく対応しているが、surge については sway ほど対応はよくないことが判る。また、Fig.9 にこの時の風圧差と sway との simple coherency を示す。100 秒以上の長周期域での coherency は 1 に近いことから、風向が船首方向であっても sway の長周期運動は生じ、この原因は、風向（平均流方向）に対する横方向の変動風によるものである。なお、Fig.10 に surge 方向（即ち平均流方向）と sway 方向の変動風スペクトルを示す。この図から surge 方向及び sway 方向ともに同じ程度のパワーを有し、Davenport や Hino のスペクトル（陸上風のスペクトルを表す代表的なスペクトル）よりもスペクトルピーク周波数は低周波数側にシフトしており、著者ら²⁾が提案した

Fig.8 Time series of surge and sway motions and wind pressures in surge and sway directions when mean wind direction is head

Fig.6 Time series of mean wave direction, mean wind direction, mean wind speed, significant wave height and significant wave period (24th March, 1989~26th March, 1989)

Fig.9 simple coherency between sway motion and wind pressure in sway direction in head wind

Fig.7 wave, surge and sway spectra

Fig. 10 Wind (Gust) spectra

スペクトル形に近いことが判る。なお、海上における変動風スペクトルが低周波数側にシフトしたスペクトル形を有することは最近多数観測されており、Ochi-Shin(1988)は、海上における観測結果(スペクトル)の meanline から、海上風のスペクトルを表す新たな式を提案している。図面は省略するが、著者らの提案したスペクトル形と Ochi-Shin のスペクトルを比較したところ両者はほぼ良く一致した。(詳細は、文献 [3]) を参照されたい)

このように海上においては陸上と異なり変動風のスペクトルのピークが低周波数側にシフトし、風向によらず変動風のパワーはほぼ同じである。したがって、たとえ平均風向が surge 方向であっても sway 方向に対し surge 方向と同じ変動風が作用し、それによって sway の長周期運動が誘発されたものと解釈される。

一方、surge の長周期運動には、波及び風の影響が入っていると考えられ、それらの外力の長周期運動に対する寄与度を調べるため入射波、瞬時の wave power、変動風を入力、surge を出力とするいわゆる multi-input analysis を行った。multi-input analysis の概念及び応用等についてはすでに山内⁹⁾によって示されているので、ここでは深く立ち入らない。詳細はそちらの文献を参照されたい。Fig.11 に multi-input analysis により求められた gain (周波数応答関数)、partial 及び multi coherency を示す。partial coherency は入力間に相関がたとえあっても、ある入力が出力に対しどの程度寄与するかを示すものであり、また multi coherency はすべての入力の線形和によってどの程度出力を表し得るかを示すものである。multi coherency が高いのは 0.01 Hz 以下の低周波数域と 0.1 Hz 以上の高周波数域である。高周波数側は入射波によるものであることが partial coherency の値から判る。低周波数側では 2 種類の寄与があると考えられる。0.005Hz 以下は風が、0.005 Hz から 0.01 Hz までは瞬時の wave power が寄与していると思われる。wave power すなわち波高の自乗は波漂流力に比例するので、surge の長周期運動は、非常に低周波数の変動風と波漂流力によって生じていると思われる。

ここで得られた結果を確かめるためシミュレーションを行い時系列の場で比較を行ってみる。

Fig. 11 Gain, partial and multi coherencies between surge motion and surface elevation, instantaneous wave power and wind speed

4. シミュレーション結果との比較

4.1 シミュレーションの方法

4.1.1 浮体の流体係数の決定

付加質量及び造波減衰係数は3次元特異点分布法(640メッシュ)から求めた。又、運動方程式を時間領域で解くためにメモリー影響関数を考慮した。なお、メモリー影響関数を求めるためには無限遠までの造波減衰係数が必要であるが、計算可能な周波数(2 rad/sec)まで計算し、それより高周波数の値は線形補外し減衰係数が0となる周波数で打ち切った。

4.1.2 係留復原力特性及び粘性減衰係数の決定

前報⁹⁾の実機の自由動揺試験結果から求めた値を使用した(Fig.12 参照)。surge 及び sway に対し、この係数はクーリガンカーペンター数の関数になっているのでそのままでは、実用的でない。そこで、前報でも示したように粘性減衰力を速度に比例する力と速度の自乗に比例する力に分離し、それぞれの減衰力の係数を一定として計算に使用した。roll 及び pitch についても同様に求めて求めた。heave については判らないので抗力係数を2とする速度の自乗に比例する抗力とした。

復原力特性としては、静水圧からの復原力と実機自由動揺試験解析から求められた係留ラインのばね定数を用いた。各運動モードの値を Table 1 に示す。

4.1.3 外力

外力には、波力と風力を考える。風力に対し通常定常力のみ考慮されるが、前述したように変動風が長周期運動に影響することを考慮して構造物に作用する風荷重を計測された差圧から次のように求めた。

$$\text{主流方向 (surge 方向)} \quad F_1^w(t) = \Delta p_1 S_1$$

$$\text{主流方向に垂直な方向 (sway 方向)} \quad F_2^w(t) = \Delta p_2 S_2$$

ここで、 Δp_1 は主流方向の変動差圧、 Δp_2 は主流方向に垂直な方向の変動差圧である。 $S_i (i=1, 2)$ はそれぞれの方向の投影面積である。風荷重は surge と sway 方向のみ考慮した。

次に波力に対しては、ポテンシャル理論から求められる線形及び2次の波力を考慮する。但し、2次の波力は low frequency 成分のみ考慮し、2次の入射波ポテンシャルによる影響は無視する。さらに、波の非線形性及び波の方向分散性は無視する。入射波の振幅情報は、ボ号前方の海底設置型超音波波高計のデータを、位相情報は、相対水位計と加速度計から求められたものを使用して再合成し、これを入射波の時系列とした。ちなみに、相対水位計と加速度計から求めた絶対水位の位相と入射波の位相差を解析した結果 194 m の距離による位相差が得られた。この値は静穏時の計測結果約 180 m に非常に近かった。

Fig.6 の方向波の解析結果から、波の主方向は船首方向より数度右舷よりの方向である。これは、Fig.7 の sway のスペクトルに波によるパワーが若干生じていることから

Fig.12 Drag coefficient of surge motion (horizontal axis is Keulegan-Carpenter No.)

Table 1 Inertia, damping and restoring force coefficients used for simulations

	inertia	linear damping	nonlinear damping	restoring
unit	kg	N/(m/sec)	N/(m/sec) ²	N/m
surge	7.9×10^5	4.3×10^4	3.0×10^4	6.4×10^3
sway	7.9×10^5	5.4×10^4	3.0×10^4	4.4×10^3
heave	9.5×10^5		1.6×10^5	4.5×10^5
unit	kg·m ²	N·m/(1/sec)	N·m/(1/sec) ²	N·m
roll	7.8×10^7	2.2×10^6	1.0×10^7	8.3×10^6
pitch	1.4×10^8	1.8×10^6	2.7×10^8	2.6×10^7

判る。しかし、直線アレイに配置された波高計からの方向波の精度が、それほど正確ではないし、また、本シミュレーションの目的が、自由動揺試験及びポテンシャル線形理論で得られる係数から、ほぼ正面の波、風による surge の長周期運動を含む運動と変動横風による sway の長周期運動をシミュレートできるかにあり、あえて波の主方向を船首方向とした。

計算で求めた surge 方向の slow drift force の QTF (Quadratic Transfer Function) の振幅を Fig. 13 に示す。 Ω_1 は 2 成分波の平均周波数、 Ω_2 は差の周波数を表す。この結果は、 Ω_1 が 1.7 rad/sec に山があり、その周波数を中心になだらかに変化していることが判る。また、 Ω_2 = 一定の直線で輪切りした結果は、 $\Omega_2 = 0$ で切った結果(定常漂流力特性)と 0.15 rad/sec までは一致した。このことは、 Ω_2 が 0.15 rad/sec までは、通常良く用いられる Newman 近似が適用できることを示している。この計算結果と計測結果を比較するためにクロスバースペクトル解析を行った。解析方法は Dalzell⁶⁾ に従った。クロスバースペクトル解析からは、変位応答の QTF しか得られないので、波力の QTF にするために次のようにした。

$$G_{\xi}^f(\omega_1, \omega_2) = G_2(\omega_1, -\omega_2) / H_1(\omega_1 - \omega_2) \quad (1)$$

ここで H_1 は外力に対する surge の伝達関数で、上述の浮

Fig. 13 QTF (quadratic transfer function) of slow drift force in head sea

体の流体力、慣性力及び復原力特性から求められる。Fig. 14 a) に $\Omega_2=0$ の G_2^L (定常漂流力), b) に $|G_2^L|$ の結果を示す。なお, Fig. 14 a) には模型試験による結果も示す。黒丸は 1/14.3 模型の規則波中 (波高 1 m 以上に相当) の実験結果, 破線は著者ら⁷⁾ が以前に示した波高の 3 乗に比例する粘性漂流力を考慮し実験値を用いて計算結果を補正したものである。Fig. 14 b) の実線はポテンシャルによる計算結果 (ほとんど重なっている) である。この結果から, ポテンシャルによる計算だけでは不十分であることが判る。(事実ポテンシャル計算だけによるシミュレーションをすると応答の振幅は計測結果に比べてかなり小さかった。)そこで, この粘性漂流力を考慮することにした。しかし, この漂流力は非常に不確定な部分を多く含むためここでは簡単にクロスバイスペクトル解析結果の平均をとり, それを新たな QTF とした。(計算結果を倍にした)

最終的なシミュレーション方程式 (yaw は考慮しない) は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \sum_i^5 (M_{ki} + m_{ki}(\infty)) \ddot{X}_i + \int_{-\infty}^t K_{ki}(t-\tau) \dot{X}_i(\tau) d\tau \\ + N_{ki}^{(1)} \dot{X}_i + N_{ki}^{(2)} \dot{X}_i |\dot{X}_i| + (a_{ki} + b_{ki}) X_i \quad (2) \\ = F_k^{(1)}(t) + F_k^{(2)}(t) + F_k^w(t) \end{aligned}$$

ただし, M_{ki} は浮体の質量行列, $m_{ki}(\infty)$ は付加質量行列,

Fig. 14a) QTF of frequency difference $\Omega_2=0$. This means steady drift force.

Fig. 14b) QTF vs. frequency differences Ω_2

K_{ki} はメモリー影響関数, $N_{ki}^{(1)}$ 及び $N_{ki}^{(2)}$ は粘性流体力係数行列で surge 及び sway 等の自由動揺試験から得られたものを使用する。 a_{ki} 及び b_{ki} は静水圧及び係留ラインによる復原力係数行列, surge 及び sway に対しては自由動揺試験結果を使用する。 $F_k^{(1)}$ は線形波力行列, $F_k^{(2)}$ は 2 次の波力行列で surge, heave 及び pitch のみ考慮する。時系列を求めるためには 2 次元逆 FFT が必要になるが, ここでは 2 重和を行って求めている。 F_k^w は風による荷重で, surge 及び sway のみ考慮する。波及び風の方角を船首方向としたため 3 モードの運動しか生じないはずであるが風による sway の運動との連成から 5 モードの運動方程式とした。

4.2 シミュレーション結果

4.1 の方法でシミュレートした結果と実測結果の比較を Fig. 15 に示す。surge 及び sway とともに長周期の運動は両者とも良く一致している。この結果だけでは, wave drift damping の影響はなさそうであるが, 有義波高が 3 m とかなり低いので wave drift damping を考慮しなくても良いとは断言できない。この図はまた, sway の長周期運動が平均流方向に直角な横方向の変動風によって生じていることを良く表している。Fig. 16 にスペクトル解析の結果を示す。surge については, 両者ほぼ良く一致しているが, sway については, 短周期のところで両者はあまり一致していない。これは, シミュレーションの仮定のところで述べたよ

Fig. 15 Comparison between measured time series and simulations

うに波の影響を考慮しなかったためである。

以上長周期運動に関し、シミュレーション結果と実機計測結果は良く一致しており、運動方程式及び外力の各係数はほぼ妥当なものと考えられる。surge については線形な応答まで含めて良く一致している。次にこれらの値を用いて長周期運動の統計的性質及び予測について議論することにする。

5. 長周期運動の統計的性質

模型試験あるいは理論研究によると、長周期運動の分布

Fig. 16 Comparison of spectra of measured time series and simulations

はガウス分布からはずれ、またその運動の最大期待値は線形理論では予測できないと言われている。それが真実かどうかを実測結果と比較することにより調べる。さらに変動風によっても長周期運動が生じるが、風の影響についても言及する。Fig.17 は、surge 及び sway の長周期運動(波周期成分も含む)の瞬時値分布(1時間)の例を示す。図から判るように surge の分布形状は左右非対称であり、破線で示すガウス分布から外れており、分布の裾が drift 方向に広がる傾向がある。図中の実線は、付録 A に示された風、波による長周期運動の非線形予測理論に基づいて求められた瞬時値分布である。実測結果と良く一致している。これに対し sway は、surge ほど明瞭ではないが、やはりガウス分布から若干ずれる傾向がある。

Fig.18 は、surge の drift 方向の極値分布である。極値は、各ピーク値ではなく、狭帯域の仮定つまり、mean up-cross 間の最大ピークを取っている。この結果からも surge の長周期運動の極値分布が、線形過程から得られるレーレ

Fig. 17 Instantaneous probability density functions of total second order motions

Fig. 18 Peak probability density function of total second order motion

一分布からずれ、非線形予測結果と良く一致することがわかる。

Fig. 19 は、長周期運動を含む surge 及び sway の N 波中最大極大値の期待値を示す。図の破線は、Longuet-Higgins

Fig. 19 Extreme statistics of total second order motion

の予測結果⁹⁾、実線は非線形予測結果を示している。この結果から、surge の extreme value は Longuet-Higgins の結果より 1.3 倍くらい大きくなっていることがわかる。これに対し、非線形予測結果は、観測値のほぼ上限を与えている。

このように surge の extreme value は、線形理論では予測できず非線形理論を用いなければならない。

一方 sway について、観測値は、大体 Longuet-Higgins の予測値まわりで変動しており、左舷 (maxima) 方向の extreme value はその予測値を若干上回っている。この原因としては、次が考えられる。

前述したように sway の長周期運動は、風が支配的であり、風速変動の過程は、準正規広帯域過程であることがすでに判明している²⁾。従って、sway の extreme value は、狭帯域仮定から導かれた Longuet-Higgins の予測値以下か同程度である。しかし、長周期運動に対する波の寄与があると surge の時と同様に非線形影響が現れ、線形予測値である Longuet-Higgins の結果を若干上回った。

このことは、波による長周期運動に風による長周期運動

が混入すると、長周期運動のトータルな分散は増加するが、最大極大値と標準偏差との比は、線形理論である Longuet-Higgins の結果に近づくことになる。これを確認するため、付録 A による非線形予測理論で調べた。その結果が Fig.20 である。確かに、風によって分布の非対称性が緩和され、最大極大値の期待値も波だけによる非線形予測結果より低下し Longuet-Higgins の結果に近づくことが判る。

6. モンテカルロシミュレーションによる結果の比較

極値統計量を時系列から求める場合、統計的な変動により安定な統計量を得ることは非常に難しい。特に、N波中の最大極大値の期待値となると1時系列で1つのサンプルしか得られないのでその統計的な変動はかなり大きいことが予想される。応答が非線形現象を含む場合、統計量の変

Fig. 20a) Effect of wind to instantaneous probability density function

Fig.20b) Effect of wind to extreme statistics

Fig. 21 Comparison between estimates from linear and nonlinear statistical theories and those from Monte-carlo simulation

動を議論するためにはモンテカルロ的な手法で得られる多数のサンプル値から推論せざるを得ない。

ここでは、波力が2つの独立なガンマ過程で近似できるという結果を利用して付録 B で示す方法で行った。対象としたのは、surge の波による長周期運動に対してである。結果を Fig. 21 に示す。シミュレーションは20,000から120,000 データを random に作成しそれを200回繰り返した。時間間隔は0.5 sec とした。この結果から、最大極大値は線形理論である Longuet-Higgins の結果の周りで分布しているようであるが、非線形予測値を超える結果も数例見られる。このことはシミュレーションの1例から最大極大値を推定することは危険であることを意味している。また、本論の非線形予測理論結果は、シミュレーション結果の上限値を与えていることがわかる。これは、非線形予測理論が工学的にシビア条件として応答過程とその速度過程が独立であるという仮定から求められているためであり、上限値を与えていることは理にかなっていると思われる。

従って、波による長周期運動応答が混入しているトータル応答の最大極大値を推定する場合、本論で示した非線形予測理論を用いた方が安全である。

7. 結 論

本論で得られた主要な成果は次の通りである。

- 1) 変動風荷重はすべての方向を考慮し、陸上風のスペクトルとして通常用いられる Davenport あるいは Hino のスペクトルを海上に適用するのではなく、長周期側に比較的パワーを有するスペクトル形（例えば著者あるいは Ochi-Shin 等のスペクトル）を用いるべきである。
- 2) N波中の最大極大値の期待値の予測に関し、線形理論は過小評価を与える。本論で示したような非線形理論

を用いるべきである。

- 3) モンテカルロシミュレーションから得られた最大極大値の推定値はピーク数が600でもかなりばらつく。特に300ピーク(約5時間)を持つシミュレーションからの最大極大値の推定値は、extreme statisticsの値で約2.5~5.0までばらつく。時系列の1例で最大極大値を予測する場合、注意が必要である。

終わりに、本研究は運輸技術研究開発調査費による「海洋構造物の沖合展開のための開発研究」の一貫として、海洋科学技術センターを始め、日本海事協会、民間企業8社との共同研究として実施された。本研究の実施に当たり運輸省に設置された総合研究会元良誠三座長及び浮遊式海洋構造物分科会宝田直之助主査を始め関係各位に御礼申し上げます。また、船舶技術研究所海洋開発工学部井上令作部長には、終始暖かい励ましを頂き、また図面作成及び方向波の解析等で手助け頂いた佐藤宏技官、吉元博文技官に感謝申し上げます。

参考文献

- 運輸省：-運輸技術の研究開発- 海洋構造物の沖合展開のための開発研究 総合研究成果報告書，1991. または浮遊式海洋構造物の実海域実験その1実験の概要，船舶技術研究所報告別冊13号，1992.
- 加藤俊司他：浮遊式海洋構造物の実海域実験その1実験海域における風の特性，日本造船学会論文集第167号，pp 125-135
- 海洋工学委員会性能部会：沿岸海域の自然環境と構造物-沿岸海域における海洋構造物設計上の諸問題-，日本造船学会，1992，pp 2-17
- 山内保文：多入力スペクトル解析法の船の応答研究への応用と非線形応答の一取扱いについて，日本造船学会論文集 第125号，pp 267-281.
- 斉藤昌勝，加藤俊司，大川豊：浮遊式海洋構造物の実海域実験 その8 自由動揺時の流体力特性，日本造船学会論文集第171号，1992.
- Dalzell, J. F.: Cross-Bi-spectral Analysis: Application to Ship Resistance in Waves, J. S. R., vol. 18, 1974.
- S. Kato and T. Kinoshita: Nonlinear response of moored floating structures in random waves and its stochastic analysis, Part 1. Theory and model experiments, Papers of SRI. No. 27 Vol. 4 (1990), pp 1-143
- Cartwright, D. E. and Longuet-Higgins, M. S.: The Statistical Distribution of the Maxima of a Random Function, Proc. of the Royal Society, Vol. 237, 1956
- S. Kato, T. Kinoshita and S. Takase: Statistical Theory of Total Second Order Responses of Moored Vessls in Random Seas, Applied Ocean Research, Vol. 12, 1990
- 津田孝夫：モンテカルロ法とシミュレーション，培風館，1969.
- T. Ozaki: Non-linear Time series Models and

Dynamical Systems, Handbook of Statistics, Vol. 5 1985.

A 風及び波による長周期運動の非線形統計予測理論

A.1 波による長周期運動確率密度関数の推定⁹⁾

波 $\zeta(t)$ による長周期運動過程 $x(t)$ は次の2項のVolterra 汎関数級数で展開できる。

$$\begin{aligned} x(t) &= \int g_1(\tau) \zeta(t-\tau) d\tau \\ &+ \iint g_2(\tau_1, \tau_2) \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= x^{(1)} + x^{(2)} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 g_1 及び g_2 はそれぞれ線形及び2次のインパルス応答関数と呼ばれている。このインパルス応答関数のフーリエ変換対である応答関数が存在し、外力に対する浮体の伝達特性が等価線形化される場合は、線形及び二次の応答の応答関数 G_1, G_2 はそれぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} G_1(\omega) &= H_L(\omega) G_f(\omega) \\ G_2(\omega_1, -\omega_2) &= H_L(\omega_1 - \omega_2) G_f^2(\omega_1, -\omega_2) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 G_f は線形波力の応答関数、 G_f^2 は2次の波力の応答関数である。また、 H_L は外力に対する運動応答の伝達関数である。

Γ -分布近似理論⁹⁾によると波による長周期運動の瞬時値の確率密度関数は以下のように求められる。

まず次の固有値問題より、固有値 λ_j と

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\omega_1, \omega_2) \Psi_j(\omega_2) d\omega_2 = \lambda_j \Psi_j(\omega_1) \quad (5)$$

ここで、

$$K(\omega_1, \omega_2) = G_2(\omega_1, -\omega_2) \sqrt{S_\zeta(\omega_1)} S_\zeta(\omega_2)$$

であり、線形応答を表すパラメータ c_j は次式より与えられる。

$$c_j = \int_{-\infty}^{\infty} G_1(\omega) \sqrt{S_\zeta(\omega)} \Psi_j^*(\omega) d\omega \quad (6)$$

$S_\zeta(\omega)$ は入射波のtwo side型波スペクトルである。 $\Psi_j(\omega)$ は固有値 λ_j に対する正規直交固有関数である。 $*$ は複素共役を意味する。

固有値 λ_j の組を、その符号により $\lambda_j \geq 0$ と $\lambda_j < 0$ の2つのグループに分け、時間を固定すると長周期運動過程 $x(t)$ は2つの独立なガンマ分布に従う確率変数の差で近似的(線形と2次応答の統計的相互干渉影響を考慮した)に表される⁹⁾。即ち

$$x(t) = \gamma_1(t) - \gamma_2(t) \quad (7)$$

γ_1 を規定する母数等の統計量は

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{4 \sum \lambda_j^3 + 3 \sum \lambda_j c_j^2}{4 \sum \lambda_j^2 + 2 \sum c_j^2} \\ \delta_1 &= \sum \lambda_j - \frac{(2 \sum \lambda_j^2 + \sum c_j^2)^2}{4 \sum \lambda_j^3 + 3 \sum \lambda_j c_j^2} \\ \nu_1 &= \frac{2(2 \sum \lambda_j^3 + \sum c_j^2)^3}{(4 \sum \lambda_j^2 + 3 \sum \lambda_j c_j^2)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

同様に γ_2 を規定する統計量が計算される。 γ_1 と γ_2 は互い

に独立であるから、長周期応答過程の確率密度関数は各母数等の統計量に slow drift approximation を施すと次のように得られる。

$$p_s(x) = \begin{cases} f(\theta_1, \theta_2; \nu_1, \nu_2) \int_0^\infty (z+x-\delta_1+\delta_2)^{(\nu_1/2)-1} \\ \quad z^{(\nu_2/2)-1} e^{-az} dz \\ \quad \cdot \exp\left(-\frac{x-\delta_1+\delta_2}{2\theta_1}\right), x \geq \delta_1 - \delta_2 \\ f(\theta_1, \theta_2; \nu_1, \nu_2) \int_0^\infty (z-x+\delta_1-\delta_2)^{(\nu_2/2)-1} \\ \quad z^{(\nu_1/2)-1} e^{-az} dz \\ \quad \cdot \exp\left(\frac{x-\delta_1+\delta_2}{2\theta_2}\right), x < \delta_1 - \delta_2 \end{cases} \quad (9)$$

$$f(\theta_1, \theta_2; \nu_1, \nu_2) = \frac{1}{(2\theta_1)^{\nu_1/2} (2\theta_2)^{\nu_2/2} \Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \quad (10)$$

$$a = \frac{1}{2\theta_1} + \frac{1}{2\theta_2} \quad (11)$$

A.2 風及び波による長周期運動確率密度関数の推定

風による長周期運動は変動風の low frequency 成分に起因するものである。変動風過程は準正規過程であることが既に著者等²⁾によって示されているので、ここでは変動風は平均 m , 分散 σ の正規過程と考える。

$$p_w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (12)$$

この時風による長周期運動の平均と分散は次式から推定できる。

$$\bar{x} = S_1 \Delta \bar{p}_1 H_L(0)$$

$$\sigma_x^2 = \int |H_L(\omega)|^2 S_1^2 S_{\Delta p_1}(\omega) d\omega$$

ただし、 Δp_1 は、surge 方向の変動差圧であり、 $S_{\Delta p_1}(\omega)$ はそのスペクトルである。

波による長周期運動と風による長周期運動とは独立と考えられるので、風及び波による長周期運動の瞬時値の確率密度関数は、次の畳み込み積分によって得られる。

$$p_x(x) = \int p_s(z-x) p_w(z) dz \quad (13)$$

A.3 最大極大値の期待値の予測

運動応答とその速度応答が独立であるという工学的にシビアな条件を課すと最終的に N 波中での最大極大値の期待値は次式から求められる。

$$E[z_N] = \int_0^\infty Z p_p(Z) N\{1 - P_p(Z)\}^{N-1} dZ \quad (14)$$

$$p_p(y) = -\frac{d}{dy} \left\{ \frac{p_x(y + E[x])}{p_x(E[x])} \right\}$$

B. モンテカルロシミュレーション

(7)に示したように波による長周期運動過程は時間を固定した場合、ガンマ分布に従う2つの独立な確率変数の差で与えられる。このことは、2次までの非線形波力に対しても成立する。

また、パラメータ α, β を持つガンマ過程は次の確率微分方程式 (SDE) を満たすことが知られている。

$$dy = \{(\alpha - 0.5)\beta - \gamma\} dt + \sqrt{2\beta\gamma} dW \quad (15)$$

この方程式は一見通常の微分方程式のようであるが外力 W が確率過程 (Wiener 過程) であり、いたるところ時間微分が不可能である。(数学的には両辺を時間で積分したものが真の意味をもつが、形式的にこのような微分形で表す)

この方程式と(2)式を連立させれば長周期運動の SDE が得られる。その SDE の解とその見本過程の推移確率密度と同値、即ち、SDE の解を求めることは、推移確率密度の支配する方程式 (Fokker-Planck 方程式) を解くことと同値である。しかし、我々の興味は、推移確率密度 (結合確率密度の時間変化) ではなく、N 波中の極大値の期待値であるので、モンテカルロシミュレーションによる SDE の解から極大値を予測する手法について考える。

非線形波力を生成するのはガンマ過程であるが、その過程を生み出すのは Wiener 過程である。形式的に、Wiener 過程の微分過程は白色雑音であるので、正規乱数から白色雑音過程を作成することができ、それから Wiener 過程を作ることが可能である。本論では、2つの独立な正規乱数の発生には Box-Muller 法¹⁰⁾を用い、それに必要な一様乱数は乗積合同法¹⁰⁾を用いた。

次に three parameter を持つ2つのガンマ過程を次式により作成する。これは Ozaki¹¹⁾による方法を応用したものである。

$$\gamma_t = (\beta q_t)^2 / 2\beta$$

$$q_{t+\Delta t} = q_t + \Delta t \{(\alpha - 0.5)/q_t - q_t/2\} + \sqrt{\Delta t} \epsilon_{t+\Delta t} \quad (16)$$

ここで、 ϵ_t は、white noise 過程であり、正規乱数を用いてシミュレートできる。

次に、slow drift approximation を導入する。これは、ガンマ過程及びそのパラメータを次のように変更することに対応する。

$$\alpha \rightarrow \nu$$

$$\beta \rightarrow 2\theta$$

$$\gamma_t \rightarrow \gamma_t - 2\delta$$

最終的には乱数によって作成された2つのガンマ過程の差を外力として(2)をルンゲ-クッタ法等の常微分方程式を解くルーチンを用いて解く。

微分方程式を解く際に初期値の与え方が問題となるが、ここで考えている SDE はマルコフ過程であり平衡分布を持つことが示せるので長時間のシミュレーションを行えば初期値に依存しなくなる。得られたシミュレーション時系列に対し極値統計解析を行い、mean up crossing 個数と最大極大値を求める。

以上の手順を繰り返す。

計算を行ったのは 20,000 から 120,000 データを random に作成し、それを 200 回繰り返した。時間刻みは固有周期の約 1/150 (0.5 sec) とした。