波浪中船体応答の時系列解析について

——縦波中における上下揺、縦揺——

正員 齋藤 公男* 東 秀行**

Time Domain Analysis of Ship Responses in Waves
——Heave and Pitch Motions in Longitudinal Waves——

by Kimio Saito, Member Hideyuki Higashi

Summary

Concerning the study of capsizing of a ship and the evaluation of nonlinear wave loads acting on a ship, the numerical simulation method is necessary since the nonharmonic forces are concerned in the problem. To deal with the practical problems, it is recognized that the Strip Theory is useful and in this paper, based on the Strip Theory, the equation of motion described in the time domain with a convolution integral is developed. Numerical results obtained by using it are compared with those of the second order linear differential equation with constant coefficients.

1. ま え が き

ストリップ法による運動方程式は、船の耐航性能を調査する上でその実用計算法として現在広く用いられている。すなわち、定常状態における規則波中船体運動や船の耐航性に関する各種応答を求める上でストリップ法は実用的には確立された計算法となっている。しかし、波浪中における船の転覆現象に関する非周期的外力の下での運動や¹⁾、非線形な流体力を考慮する問題²⁾をより厳密に推定するためには、定常状態だけでなく過渡状態についても十分注意を払う必要がある。

そこで、本研究では流体力をインパルス応答関数を用いて表現し、その結果流体力係数が時間の関数となる運動方程式を導くとともに過渡状態における船体運動を数値計算により求めている。インパルス応答を用いた運動方程式については、山内³⁾をはじめすでに多くの研究者が論じているが、ここでは、耐航性に应用できる過渡応答計算法としてストリップ法と同じ微小振幅の仮定のもとに、その数値計算例を示している。

2. インパルス応答関数を用いて表現された運動方程式

2.1 座標系

Fig. 1 に示すように、船が V の速度で前進しながら上下

揺 z_c 、縦揺 θ (重心 G のまわり) の運動を行なうものとする。また、ここでは運動は小さく微小振幅理論に従うものと仮定し、前後揺の影響は無視して考える。高木⁴⁾によって与えられた、いわゆる New Strip Method (N. S. M.) の導出法にならない、2 次元 Impulse 応答関数を用いた場合の運動方程式を導く。

2.2 Radiation 力

静止空間上の一点 (X, Z) の船体固定座標系に対する (x, z) 座標は、

$$\left. \begin{aligned} z &= Z - z_c + (X - Vt)\theta \\ x &= X - Vt \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

であるから、船体固定座標に対する流体の上下方向速度は

$$U(t) = -\dot{z}_c(t) + x\dot{\theta}(t) - V\theta(t) \quad (2)$$

となる。船体任意断面が任意運動速度で動揺するときの速度ポテンシャルは次式のように動揺速度と Impulse 応答との畳み込み積分によって与えられる^{5)~8)}。

$$\begin{aligned} \phi_{rz} &= \int_0^t I_z(y, z; x, t-\tau) U(\tau) d\tau = \phi_z(y, z; x) U(t) \\ &+ \int_0^t \chi_z(y, z; x, t-\tau) U(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3)$$

Fig. 1 Coordinate system.

* 大阪大学工学部

** 大阪大学大学院工学研究科

ここで、 $\phi_z(y, z; x)$, $\chi_z(y, z; x, t)$ は、2 次元物体に impulse 関数の変位速度が与えられたときの応答、すなわち impulse 応答を

$$I_z(y, z; x, t) = \phi_z(y, z; x) \delta(t) + \chi_z(y, z; x, t) \quad (4)$$

で表わしたときの右辺第 1 項、第 2 項に対応し、それぞれ浮体がインパルス運動している時間内の流場と、インパルス終了後その運動によって与えられた攪乱が時空間を伝播する流場に対応する。また、それらを断面に沿って積分すると、それぞれ次式ようになる。

周波数 ∞ の場合の断面付加質量：

$$M_H(\infty) = -\rho \int_{-b}^b dy \phi_z(y, z; x), \quad (5)$$

断面のメモリー影響関数：

$$K_H(t) = -\rho \int_{-b}^b dy \frac{\partial \chi_z(y, z; x, t)}{\partial t} \quad (6)$$

ここで、メモリー影響関数 $K_H(t)$ は、周波数 ω で動揺する場合の断面付加質量 $M_H(\omega)$ 及び断面減衰力 $N_H(\omega)$ と

$$K_H(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} [N_H(\omega) + i\omega \{M_H(\omega) - M_H(\infty)\}] \quad (7)$$

の関係のあることが知られている^{5)~8)}。

船体に作用する変動圧力は線形化されたベルヌーイの方程式より

$$p_{rz} = -\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right] \phi_{rz} \quad (8)$$

となる。従って、単位長さの断面に作用する radiation 力は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{dF_z^{(r)}}{dx} &= \int_{-b}^b p_{rz} dy \\ &= -\rho \int_{-b}^b dy \phi_z(y, z; x) [-\dot{z}_c(t) \\ &\quad + x\dot{\theta}(t) - 2V\dot{\theta}(t)] \\ &\quad - \rho \int_{-b}^b dy \left[\int_0^t \frac{\partial \chi_z(y, z; x, t-\tau)}{\partial t} \right. \\ &\quad \left. \{-\dot{z}_c(\tau) + x\dot{\theta}(\tau) - V\theta(\tau)\} d\tau \right. \\ &\quad + V \int_0^t \chi_z(y, z; x, t-\tau) \dot{\theta}(\tau) d\tau \\ &\quad \left. - \rho V \int_{-b}^b dy \frac{\partial \phi_z(y, z; x)}{\partial x} \dot{z}_c(t) \right] \\ &\quad + \rho V \int_{-b}^b dy \frac{\partial \{x\phi_z(y, z; x)\}}{\partial x} \dot{\theta}(t) \\ &\quad - \rho V^2 \int_{-b}^b dy \frac{\partial \phi_z(y, z; x)}{\partial x} \theta(t) \\ &\quad - \rho V \int_{-b}^b dy \int_0^t \frac{\partial \chi_z(y, z; x, t-\tau)}{\partial x} \dot{z}_c(\tau) d\tau \\ &\quad + \rho V \int_{-b}^b dy \int_0^t \frac{\partial \{x\chi_z(y, z; x, t-\tau)\}}{\partial x} \\ &\quad \cdot \dot{\theta}(\tau) d\tau \\ &\quad - \rho V^2 \int_{-b}^b dy \int_0^t \frac{\partial \chi_z(y, z; x, t-\tau)}{\partial x} \theta(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

ここで(7)式の関係を考慮すると、(9)式は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{dF_z^{(r)}}{dx} &= -M_H(\infty) \dot{z}_c(t) - \int_0^t K_H(t-\tau) \dot{z}_c(\tau) d\tau \\ &\quad + V \frac{\partial M_H(\infty)}{\partial x} \dot{z}_c(t) \\ &\quad + V \int_0^t \frac{\partial K_H(t-\tau)}{\partial x} z_c(\tau) d\tau \\ &\quad + \{xM_H(\infty)\} \dot{\theta}(t) + \int_0^t \{xK_H(t-\tau)\} \dot{\theta}(\tau) d\tau \\ &\quad - 2VM_H(\infty) \dot{\theta}(t) - V \frac{\partial \{xM_H(\infty)\}}{\partial x} \dot{\theta}(t) \\ &\quad - V \int_0^t \frac{\partial \{xK_H(t-\tau)\}}{\partial x} \theta(\tau) d\tau - 2V \\ &\quad \times \int_0^t K_H(t-\tau) \theta(\tau) d\tau + V^2 \frac{\partial M_H(\infty)}{\partial x} \theta(t) \\ &\quad + V^2 \int_0^t d\tau \frac{\partial K_H(t-\tau)}{\partial x} \cdot \left[\int_0^t dt \theta(t) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

(10)式を船体全長にわたって積分することにより radiation 力が(11)式で、また、 $(-x)$ を乗じて積分することにより、radiation モーメントが(12)式のように求められる。ただし、ここでは簡単のため、船首尾端部の影響は考慮しないことにする。

$$\begin{aligned} F_{I_R}(t) &= - \int_L dx M_H(\infty) \dot{z}_c(t) \\ &\quad - \int_0^t d\tau \int_L dx K_H(t-\tau) \dot{z}_c(\tau) \\ &\quad + \int_L dx \{xM_H(\infty)\} \dot{\theta}(t) \\ &\quad + \int_0^t d\tau \int_L dx \{xK_H(t-\tau)\} \dot{\theta}(\tau) \\ &\quad - V \int_L dx M_H(\infty) \dot{\theta}(t) \\ &\quad - V \int_0^t K_H(t-\tau) \theta(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} M_{I_R}(t) &= - \int_L dx \{x^2 M_H(\infty)\} \dot{\theta}(t) \\ &\quad - \int_0^t d\tau \int_L dx \{x^2 K_H(t-\tau)\} \dot{\theta}(\tau) \\ &\quad + V^2 \int_L dx M_H(\infty) \theta(t) \\ &\quad + V^2 \int_0^t d\tau \left[\int_L dx K_H(t-\tau) \left[\int_0^t dt \theta(t) \right] \right] \\ &\quad + \int_L dx \{xM_H(\infty)\} \dot{z}_c(t) \\ &\quad + \int_0^t d\tau \int_L dx \{xK_H(t-\tau)\} \dot{z}_c(\tau) \\ &\quad + V \int_L dx M_H(\infty) \dot{z}_c(t) \\ &\quad + V \int_0^t d\tau \int_L dx K_H(t-\tau) z_c(\tau) \end{aligned} \quad (12)$$

いま、周波数 ∞ の断面付加質量及び断面のメモリー影響関数を船体全長にわたって積分したときの値を

$$\left. \begin{aligned} K_{zz}(t) &= \int_L dx K_H(t), K_{z\theta}(t) = K_{\theta z}(t) = \int_L dx \{x K_H(t)\}, \\ K_{\theta\theta}(t) &= \int_L dx \{x^2 K_H(t)\}, a(\infty) = \int_L dx M_H(\infty) \\ d(\infty) &= D(\infty) = \int_L dx \{x M_H(\infty)\}, A(\infty) = \int_L dx \{x^2 M_H(\infty)\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

とおくと (11), (12) 式は次式ようになる。

$$\begin{aligned} F_{IR}(t) &= -a(\infty) \ddot{z}_c(t) - \int_0^t d\tau K_{zz}(t-\tau) \dot{z}_c(\tau) \\ &\quad + d(\infty) \ddot{\theta}(t) \\ &\quad + \int_0^t d\tau K_{z\theta}(t-\tau) \dot{\theta}(\tau) - V a(\infty) \dot{\theta}(t) \\ &\quad - V \int_0^t d\tau K_{zz}(t-\tau) \theta(\tau) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} M_{IR}(t) &= -A(\infty) \ddot{\theta}(t) - \int_0^t d\tau K_{\theta\theta}(t-\tau) \dot{\theta}(\tau) \\ &\quad + V^2 a(\infty) \theta(t) \\ &\quad + V^2 \int_0^t d\tau K_{zz}(t-\tau) \left[\int_0^\tau dt \theta(t) \right] \\ &\quad + D(\infty) \dot{z}_c(t) \\ &\quad + \int_0^t d\tau K_{\theta z}(t-\tau) \dot{z}_c(\tau) + V a(\infty) \dot{z}_c(t) \\ &\quad + V \int_0^t d\tau K_{zz}(t-\tau) z_c(\tau) \end{aligned} \quad (15)$$

一方, N. S. M. による radiation 力は次式で与えられるが, 調和振動する場合には形式的に (14), (15) 式と同じ表現となる (付録 A.1 参照)。

$$\begin{aligned} F_R(t) &= -a(\omega) \ddot{z}_c(t) - b(\omega) \dot{z}_c(\tau) + d(\omega) \ddot{\theta}(t) \\ &\quad + e(\omega) \dot{\theta}(t) + g_1(\omega) \theta(t) \\ M_R(t) &= -A(\omega) \ddot{\theta}(t) - B(\omega) \dot{\theta}(t) - C(\omega) \theta(t) \\ &\quad + D(\omega) \dot{z}_c(t) + E(\omega) \dot{z}_c(\tau) + G_1(\omega) z_c(t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$(17)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} a(\omega) &= \int_L dx M_H(\omega), b(\omega) = \int_L dx N_H(\omega), \\ d(\omega) &= \int_L dx \{x M_H(\omega)\}, \\ e_1(\omega) &= \int_L dx \{x N_H(\omega)\}, e(\omega) = e_1(\omega) - V a(\omega), \\ g_1(\omega) &= -V b(\omega), \\ A(\omega) &= \int_L dx \{x^2 M_H(\omega)\}, B_1(\omega) = \int_L dx \{x^2 N_H(\omega)\}, \\ B(\omega) &= B_1(\omega) + \left[\frac{V}{\omega} \right]^2 b(\omega), \\ C(\omega) &= -V^2 a(\omega), D(\omega) = d(\omega), \\ E(\omega) &= e_1(\omega) + V a(\omega), G_1(\omega) = V b(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

2.3 Diffraction 力

船がその運動を拘束した状態で規則波中を航走する場合の diffraction 力を N. S. M. と同じく船体断面と波との相對運動に基づく流体力として求める。

船体任意断面が波粒子速度 $\dot{\xi}_w$ で動揺すると考え, radiation

ポテンシャルの場合と同様に, diffraction ポテンシャルを動揺速度と Impulse 応答との畳み込み積分によって求める。すなわち,

$$\begin{aligned} \phi_{dz} &= \int_0^t I_z(y, z; x, t-\tau) \dot{\xi}_w(x, t) \\ &= \phi_z(y, z; x) \dot{\xi}_w(x, t) \\ &\quad + \int_0^t \chi_z(y, z; x, t-\tau) \dot{\xi}_w(x, \tau) d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

船体に作用する変動圧力は線形化されたベルヌーイの方程式より

$$p_{dz} = -\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right] \phi_{dz} \quad (20)$$

となる。従って, 単位長さの断面に作用する diffraction 力は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{dF_z^{(d)}}{dx} &= \int_{-b}^b p_{dz} dy \\ &= -\rho \int_{-b}^b dy \phi_z(y, z; x) \dot{\xi}_w(x, t) \\ &\quad - \rho \int_{-b}^b dy \int_0^t \frac{\partial \chi_z(y, z; x, t-\tau)}{\partial t} \dot{\xi}_w(x, \tau) d\tau \\ &\quad + \rho V \int_{-b}^b dy \frac{\partial \phi_z(y, z; x)}{\partial x} \dot{\xi}_w(x, t) \\ &\quad + \rho V \int_{-b}^b dy \int_0^t \frac{\partial \chi_z(y, z; x, t-\tau)}{\partial x} \dot{\xi}_w(x, \tau) d\tau \\ &\quad + \rho V \int_{-b}^b dy \int_0^t \chi_z(y, z; x, t-\tau) \frac{\partial \dot{\xi}_w(x, \tau)}{\partial x} d\tau \end{aligned} \quad (21)$$

(21) 式を船体全長にわたって積分し, (5), (6) 式の関係を用いることにより diffraction 力が (22) 式で, また, $(-x)$ を乗じて積分することにより, diffraction モーメントが (23) 式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_{ID}(t) &= \int_L dx M_H(\infty) \dot{\xi}_w(x, t) \\ &\quad + \int_0^t d\tau \int_L dx K_H(t-\tau) \dot{\xi}_w(x, \tau) \\ &\quad + V \int_L dx M_H(\infty) \frac{\partial \dot{\xi}_w(x, t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} M_{ID}(t) &= - \int_L dx x M_H(\infty) \dot{\xi}_w(x, t) \\ &\quad - \int_0^t d\tau \int_L dx x K_H(t-\tau) \dot{\xi}_w(x, \tau) \\ &\quad - V \int_L dx M_H(\infty) \dot{\xi}_w(x, t) \\ &\quad - V \int_L dx x M_H(\infty) \frac{\partial \dot{\xi}_w(x, t)}{\partial x} \\ &\quad - V \int_0^t d\tau \int_L dx K_H(t-\tau) \left[\int_0^\tau dt \dot{\xi}_w(x, t) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

一方, N. S. M. による diffraction 力は

$$\begin{aligned} F_D(t) &= \frac{\omega}{\omega_0} \int_L dx M_H(\omega) \dot{\xi}_w(x, t) \\ &\quad + \int_L dx N_H(\omega) \dot{\xi}_w(x, \tau) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
M_D(t) = & \omega\omega_0 \int_L dx x M_H(\omega) \ddot{\xi}_w(x, t) \\
& - \int_L dx x N_H(\omega) \dot{\xi}_w(x, t) \\
& - V \int_L dx M_H(\omega) \dot{\xi}_w(x, t) \\
& - V \left[\frac{\omega_0}{\omega} \right] \int_L dx N_H(\omega) \bar{\xi}_w(x, t) \quad (25)
\end{aligned}$$

のように表わされ、調和振動する場合には形式的に(22)，(23)式と同じ表現となる（付録 A.2 参照）。

2.4 運動方程式

2.2, 2.3 の radiation 力, diffraction 力に船の質量, 慣性モーメント, 復原力及び復原モーメントを考慮すると上下揺 $z_c(t)$ 及び縦揺 $\theta(t)$ に関する運動方程式が次式のように与えられる。この運動方程式は、流体力係数が動揺速度と Impulse 応答との畳込み積分 (Convolution Integral, 図中 C. I. 略記する) で表わされた運動方程式である。

$$\left. \begin{aligned}
& [m + a(\infty)] \ddot{z}_c(t) + \int_0^t d\tau K_{zz}(t-\tau) \dot{z}_c(\tau) \\
& + \rho g A_w z_c(t) - d(\infty) \ddot{\theta}(t) \\
& - \int_0^t d\tau K_{z\theta}(t-\tau) \dot{\theta}(\tau) + V a(\infty) \dot{\theta}(t) \\
& + V \int_0^t d\tau K_{z\theta}(t-\tau) \theta(\tau) - \rho g M_w \theta(t) = F_z(t)
\end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned}
& [J_\theta + A(\infty)] \ddot{\theta}(t) + \int_0^t d\tau K_{\theta\theta}(t-\tau) \dot{\theta}(\tau) \\
& + \rho g I_w \theta(t) - V^2 a(\infty) \theta(t) \\
& - V^2 \int_0^t d\tau K_{z\theta}(t-\tau) \left[\int_0^\tau dt \theta(t) \right] \\
& - D(\infty) \dot{z}_c(t) - \int_0^t d\tau K_{\theta z}(t-\tau) \dot{z}_c(\tau) \\
& - V a(\infty) \dot{z}_c(t) - V \int_0^t d\tau K_{z\theta}(t-\tau) z_c(\tau) \\
& - \rho g M_w z_c(t) = M_z(t)
\end{aligned} \right\} \quad (27)$$

ただし、 m ：船の質量 J_θ ：縦揺れ質量慣性モーメント
 b ：各断面の半幅 A_w ：水線面積 $= \int_L dx \rho g \cdot 2b$ M_w ：水線面縦 1 次モーメント $= \int_L dx \rho g \cdot 2bx$ I_w ：水線面の縦慣性モーメント $= \int_L dx \rho g \cdot 2bx^2$
 $F_{iz}(t)$, $M_{iz}(t)$ ：波強制力及び強制モーメントで、(22)，(23)式で示された diffraction 力に、いわゆる Froude-Kriloff 力

$$\begin{aligned}
\int_L \frac{dF_z^{(FK)}}{dx} dx &= 2\rho g \int_L b \bar{\xi}_w(x, t) dx, \\
\int_L \frac{dF_z^{(FK)}}{dx} (-x) dx &= -2\rho g \int_L x b \bar{\xi}_w(x, t) dx \quad (28)
\end{aligned}$$

を考慮することにより求められる。

一方、高木⁴⁾によって与えられた New Strip Method (N. S. M.) による運動方程式は、よく知られているように

次式で与えられる。この運動方程式は、流体力係数がある一定値に固定された (Constant Coefficient, 図中, C. C. と略記する) 運動方程式である。

$$\left. \begin{aligned}
& [m + a(\omega)] \ddot{z}_c(t) + b(\omega) \dot{z}_c(t) + \rho g A_w z_c(t) \\
& - d(\omega) \ddot{\theta}(t) - e(\omega) \dot{\theta}(t) - g_1(\omega) \theta(t) \\
& - \rho g M_w \theta(t) = F_z(t)
\end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned}
& [J_\theta + A(\omega)] \ddot{\theta}(t) + B(\omega) \dot{\theta}(t) + C(\omega) \theta(t) \\
& + \rho g I_w \theta(t) - D(\omega) \dot{z}_c(t) - E(\omega) z_c(t) \\
& - G_1(\omega) z_c(t) - \rho g M_w z_c(t) = M_z(t)
\end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$F_z(t)$, $M_z(t)$ ：波強制力及び強制モーメントで、(24)，(25) の diffraction 力にいわゆる Froude-Kriloff 力を考慮し、波の orbital motion を近似的に船体中心面内の $z = -Tm$ における副波で代表させると、波強制力及び波強制モーメントの計算式が得られる。すなわち、いま波頂が船体中央を通過する時間を基準として振幅が ζ_A の表面波を考える

$$\left. \begin{aligned}
& \text{表面波：} \\
& \quad \zeta(x, t) = \zeta_A \cos(Kx + \omega t) \\
& \text{副波：} \\
& \quad \bar{\xi}_w(x, t) = e^{-K T m} \cos(Kx + \omega t) \\
& \text{波粒子の上下方向速度：} \\
& \quad \dot{\xi}_w(x, t) = \frac{\partial \Phi_w}{\partial z} = -\omega_0 e^{-K T m} \sin(Kx + \omega t) \\
& \text{波粒子の上下方向加速度：} \\
& \quad \ddot{\xi}_w(x, t) = -\omega_0^2 e^{-K T m} \cos(Kx + \omega t)
\end{aligned} \right\} \quad (31)$$

を得る。これらの関係式を(24)，(25)式に代入すると次式となる。

$$\text{波浪強制力：} F_z(t) \equiv F_{zc} \cos(\omega t) - F_{zs} \sin(\omega t) \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned}
& F_{zc} = 2\rho g \zeta_A \left[\int_L b e^{-K T m} \cos(Kx) dx \right] \\
& - \zeta_A \omega_0 \omega \int_L e^{-K T m} M_H(\omega) \cos(Kx) dx \\
& - \zeta_A \omega_0 \int_L e^{-K T m} N_H(\omega) \sin(Kx) dx
\end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$\left. \begin{aligned}
& F_{zs} = 2\rho g \zeta_A \left[\int_L b e^{-K T m} \sin(Kx) dx \right] \\
& - \zeta_A \omega_0 \omega \int_L e^{-K T m} M_H(\omega) \sin(Kx) dx \\
& + \zeta_A \omega_0 \int_L e^{-K T m} N_H(\omega) \cos(Kx) dx
\end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$$\text{波浪強制モーメント：} M_z(t) \equiv M_{zc} \cos(\omega t) - M_{zs} \sin(\omega t) \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned}
& M_{zc} = -2\rho g \zeta_A \left[\int_L b x e^{-K T m} \cos(Kx) dx \right] \\
& + \zeta_A \omega_0 \omega \int_L e^{-K T m} M_H(\omega) x \cos(Kx) dx \\
& + \zeta_A \omega_0 V \int_L e^{-K T m} M_H(\omega) \sin(Kx) dx \\
& + \zeta_A \omega_0 \int_L e^{-K T m} N_H(\omega) x \sin(Kx) dx \\
& - \zeta_A V \frac{\omega_0}{\omega} \int_L e^{-K T m} N_H(\omega) \cos(Kx) dx
\end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned}
 M_{zs} = & -2\rho g \zeta_A \left[\int_L b x e^{-K T m} \sin(Kx) dx \right] \\
 & + \zeta_A \omega_0 \int_L e^{-K T m} M_H(\omega) x \sin(Kx) dx \\
 & - \zeta_A \omega_0 V \int_L e^{-K T m} M_H(\omega) \cos(Kx) dx \\
 & - \zeta_A \omega_0 \int_L e^{-K T m} N_H(\omega) x \cos(Kx) dx \\
 & - \zeta_A V \frac{\omega_0}{\omega} \int_L e^{-K T m} N_H(\omega) \sin(Kx) dx
 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

ここで、

ω_0 : 波周波数, $K = \omega_0^2/g$: 波数, $\omega = \omega_0 + KV$: 出会い円周波数, $Tm = \sigma T$: 平均吃水, T, σ : 任意断面位置における吃水及び断面積係数

である。

3. 数 値 計 算

2. で示した計算法を用いて船体過渡応答の時系列を数値計算により求めた。計算に用いた船は、5,000 GT 級のコンテナ船でその要目を Table 1. に示す¹⁾。計算では船速をフルード数 $F_n = 0.25$ 一定としている。

運動方程式に用いられる流体力係数を Fig. 2～Fig. 5 に示す。Fig. 2(a)(b)～Fig. 4(a)(b) は、それぞれ上下揺、縦揺及び連成運動に対する船全体の付加質量係数、減衰力

Fig. 2(a) Added mass coefficients in heave.

Fig. 2(b) Damping coefficients in heave.

Fig. 3(a) Added mass coefficients in pitch.

Fig. 3(b) Damping coefficients in pitch.

Table 1 Principal particulars of a ship.

L (m)	115.0
B (m)	19.0
d (m)	6.4
C_b	0.705
C_w	0.97

係数の無次元値で、縦軸に周波数を横軸にとって示している。また、Fig. 5～Fig. 7 は、それぞれ上下揺、縦揺及び連成運動に対する船全体のメモリー影響関数の無次元値で、縦軸に時間を横軸にとって示している。

一般に線形微分方程式の解は同次方程式の一般解と強制項を考慮した特解との和で与えられる。従って、船体運動を時系列解析する場合、初期条件で定まる一般解が含まれるので、ここではまず自由動揺について数値計算を行なった。得られた上下揺、縦揺の自由動揺の時系列をそれぞれ Fig. 8 及び Fig. 9 に示している。

次に、波高が船長の 1/50 の規則波中を船が航走する場合における船体過渡応答の時系列を求めた。すなわち、 $t=0$ で正弦型規則波の作用を受けた後の船の上下揺及び縦揺次系列を 2.4 の運動方程式を用いて求めた。Fig. 10(a)(b)(c)(d)(e) は、それぞれ波長 $\lambda/L=1.0$ の向波状態におけ

Fig. 4(a) Coupled added mass coefficients of heave into pitch.

Fig. 4(b) Coupled damping coefficients of heave into pitch.

Fig. 5 Memory effect function in heave.

Fig. 6 Memory effect function in pitch.

Fig. 7 Memory effect function in coupled motion of heave into pitch.

Fig. 8 Free oscillations of heave in still water.

Fig. 9 Free oscillations of pitch in still water.

Fig. 10(a) Time series of incident waves, (head sea condition, \$Fn=0.25, \lambda/L=1.0\$).

Fig. 10(b) Time series of computed wave exciting forces, (head sea condition, $F_n=0.25$, $\lambda/L=1.0$).

Fig. 10(c) Time series of computed wave exciting moments, (head sea condition, $F_n=0.25$, $\lambda/L=1.0$).

Fig. 10(d) Time series of computed heave motions, (head sea condition, $F_n=0.25$, $\lambda/L=1.0$).

Fig. 10(e) Time series of computed pitch motions, (head sea condition, $F_n=0.25$, $\lambda/L=1.0$).

る出会い波、波強制力、強制モーメント、上下揺及び縦揺の時系列を示している。図中、C. I. は(26)、(27)式の運動方程式による計算結果を、また C. C. は(29)、(30)式による計算結果を示している。これらの結果を比較すると、波力の作用を受ける過渡状態を除いて両者の対応の良いことが分かる。

4. あとがき

波浪中船体応答を時間領域で記述するために Impulse 応答関数を用いて表現された運動方程式をストリップ法 (N. S. M.) の導出法にならって求めた。従来の周波数領域で記述された運動方程式との関係については、解析的に考察するとともに規則波中船体運動の時系列を数値計算により求め両者の対応を調べた。さらに、この計算法を用いて船体過渡応答の一つである自由動揺の時系列を数値計算により求めた。

最後に、本研究は文部省科学研究費の補助を受けたことを付記するとともに、本研究を進めるにあたり種々有益な

ご討論を賜った大阪大学浜本剛実教授並びに日立造船(株)高木又男博士に厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 浜本剛実, 秋吉泰三: Study on Ship Motions and Capsizing in Following Seas (1st Report), 日本造船学会論文集, 第 163 号, (昭和 63 年 5 月), p. 173-180.
- 2) 山本善之, 藤野正隆, 深沢塔一: 非線形性を考慮した波浪中の船体縦運動および縦強度, 日本造船学会論文集, 第 143 号, (昭和 53 年 5 月), p. 179-187.
- 3) 山内保文: 船の波浪中動揺応答の解析法について (その 1), 造船協会論文集, 第 109 号, (昭和 36 年 5 月), p. 169-183.
- 4) 田才福造, 高木又男: 規則波中の応答理論および計算法, 日本造船学会, 耐航性に関するシンポジウム (第 1 回), (昭和 44 年 7 月), p. 1-52.
- 5) Cummins, W. E.: The Impulse Response Function and Ship Motions, Schiffstechnik Bd. 9, Heft 47, (1962), p. 101-109.
- 6) Ogilvie, T. F.: Recent Progress Toward the Understanding and Prediction of Ship Motion, Proc. of the 5th Symposium on Naval Hydrodynamics, (1964), p. 3-128.

- 7) Ortmerssen, G. Van: The Motions of a Moored Ship in Waves, Publication No. 510, N. S. M. B., (1967).
- 8) 高木又男, 斎藤公男: 非周期的造波問題の周波数領域での取扱い (第1報), 関西造船協会誌, 第182号, (昭和56年9月), p. 39-48.
- 9) 溝口純敏: 高速コンテナ船の斜波中波浪強制力について, 関西造船協会誌, 第187号, (昭和57年12月), p. 71-83.

[付録] 時間領域と周波数領域で記述された運動方程式の関係

A.1 調和振動する場合の Radiation 力

ここでは, 調和振動を考えた場合, 本文(14), (15)式で求めた Radiation 力が形式的には(16), (17)式と同じ形の運動方程式であることを示す。

まず, (11), (12)式において, $z_c(t)$, $\theta(t)$, $F_{1R}(t)$, $M_{1R}(t)$ のフーリエ変換が存在し $Z(\omega)$, $\Theta(\omega)$, $F_{1R}^*(\omega)$, $M_{1R}^*(\omega)$ とする。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} z_c(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega Z(\omega) e^{i\omega t} \\ \theta(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \Theta(\omega) e^{i\omega t} \\ F_{1R}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega F_{1R}^*(\omega) e^{i\omega t} \\ M_{1R}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega M_{1R}^*(\omega) e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.1})$$

また, (14), (15)式で用いられているメモリ-影響関数は, (7), (13), (18)式より

$$\left. \begin{aligned} K_{zz}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} [b(\omega) + i\omega\{a(\omega) - a(\infty)\}] \\ K_{z\theta}(t) &= K_{\theta z}(t) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} [e_1(\omega) + i\omega\{d(\omega) - d(\infty)\}] \\ K_{\theta\theta}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} [B_1(\omega) + i\omega\{A(\omega) - A(\infty)\}] \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.2})$$

で与えられる。さらにその因果性から, 例えば

$$\int_0^t d\tau K_{zz}(t-\tau) \dot{z}_c(\tau) = e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{-i\omega\tau} K_{zz}(\tau) \dot{z}_c(\tau) \quad (\text{A.3})$$

なる関係式を用いると, (14), (15)式は次式となる。

$$\begin{aligned} F_{1R}^*(\omega) &= \omega^2 a(\omega) Z(\omega) - i\omega b(\omega) Z(\omega) - \omega^2 d(\omega) \Theta(\omega) \\ &\quad + i\omega e_1(\omega) \Theta(\omega) - Vi\omega a(\omega) \Theta(\omega) \\ &\quad - Vb(\omega) \Theta(\omega) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} M_{1R}^*(\omega) &= \omega^2 A(\omega) \Theta(\omega) - i\omega B_1(\omega) \Theta(\omega) \\ &\quad - \left[\frac{V}{\omega} \right]^2 i\omega b(\omega) \Theta(\omega) + V^2 a(\omega) \Theta(\omega) \\ &\quad + Vi\omega e_1(\omega) Z(\omega) \\ &\quad + Vb(\omega) Z(\omega) \\ &\quad - \omega^2 D(\omega) Z(\omega) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

したがって, 上式に $e^{i\omega t}$ を乗ずれば, 本文(16), (17)式と同じ形の運動方程式となる。

A.2 調和振動する場合の Diffraction 力

A.1の場合と同様に, (22), (23)式において, $\xi_w(t)$, $F_{1D}(t)$, $M_{1D}(t)$ のフーリエ変換が存在し, それぞれ $Z_w(\omega)$, $F_{1D}^*(\omega)$, $M_{1D}^*(\omega)$ とする。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \xi_w(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega Z_w(\omega) e^{i\omega t} \\ F_{1D}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega F_{1D}^*(\omega) e^{i\omega t} \\ M_{1D}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega M_{1D}^*(\omega) e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.6})$$

いま, 本文(22), (23)式において波数 K の規則波を仮定すると,

$$\dot{\xi}_w = i\omega_0 \bar{\xi}_w, \quad \ddot{\xi}_w = -\omega_0^2 \bar{\xi}_w, \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial \dot{\xi}_w}{\partial x} = iK \dot{\xi}_w = \frac{K}{\omega_0} \ddot{\xi}_w, \quad \frac{\partial \bar{\xi}_w}{\partial x} = \frac{K}{\omega_0} \dot{\xi}_w \quad (\text{A.8})$$

なる関係式を得る。さらに, (7)式で与えられるメモリ-影響関数とその因果関係を用いると, A.1の場合と同様にして次式を得る。すなわち,

$$F_{1D}^*(\omega) = -\left[\frac{\omega}{\omega_0} \right] \omega_0^2 M_H(\omega) Z_w(\omega) + i\omega_0 N_H(\omega) Z_w(\omega) \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} M_{1D}^*(\omega) &= \omega\omega_0 \{xM_H(\omega)\} Z_w(\omega) - i\omega_0 \{xN_H(\omega)\} Z_w(\omega) \\ &\quad - Vi\omega_0 M_H(\omega) Z_w(\omega) + V \left[\frac{\omega_0}{\omega} \right] N_H(\omega) Z_w(\omega) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

したがって, 上式に $e^{i\omega t}$ を乗ずれば, 本文(24), (25)式と同じ形の運動方程式となる。