多層モデルによる高潮の数値シミュレーション

正員 多部田 茂* 正員 藤野 正隆**

Numerical Simulation of Storm Surge by Means of Multi-level Model

Shigeru Tabeta, *Member* Masataka Fujino, *Member*

Summary

A multi-level simulation program developed to compute the ocean current was applied to calculation of storm surge. The program was modified to be able to treat domains of different mesh size for the purpose of simulating phenomenon in the interesting domain in detail as well as setting the open boundary as far as possible. The characteristics of multi-level model in the calculation of wind driven current were demonstrated for the case of a simple rectangular basin. Then, the model was applied to calculation of storm surge in Tokyo Bay. The results were compared with those of two-dimensional model to verify the newly-developed multi-level model program. Sea level and vertically-averaged horizontal velocity obtained by both models agreed well. It indicates that two-dimensional model is useful for the prediction of sea level or vertically-averaged horizontal velocity. However, the results of simulation by multi-level model showed that current fields of upper and lower levels differed significantly from each other, and also differed from the vertically-averaged current fields. Multi-level model is able to clarify the structure of vertical shear current and the distribution of vertical velocity in the storm surge. In addition, numerical simulations in which the domain around the Port of Tokyo was divided into small meshes were carried out, and the characteristics of the current field were discussed. Furthermore, another simulation was performed to include both effects of storm surge and tide. As the results, it was shown that the sea level might be excessively high under the simultaneous action of storm surge and tide.

1. はじめに

高潮とは、台風の接近に伴う強風や気圧の急変などが原因で、海面の高さが平常よりも著しく高まる現象をいう。高潮の数値計算は、従来浅水方程式を用いた単層モデルを用いたものが多かった。これは防潮堤・防潮護岸などの設計という観点から水位上昇に主に興味の中心があったことによると思われる。一方、湾内の海洋構造物や係留された船舶に働く力を知りたいときなどには流れが重要である。台風時には強風によって強い吹送流が生じると考えられる。吹送流では流れの鉛直循環が本質的であるので流れの

鉛直構造を調べるためには単層モデルでは不十分である。特に水深の浅い閉鎖性の湾での高潮では吹き寄せの効果が卓越すると考えられるので、その数値計算を行う際にはこれに伴う吹送流の影響を考慮しなければならないであろう。したがって本研究では、多層モデルを用いて高潮の数値計算を行った。

また、風による吹き寄せの効果を十分に評価するためには入力境界をできるだけ遠くに設定する必要がある。一方で特定の領域を詳細に検討するためには小さい格子での計算が望まれるが全ての領域を小さい格子で計算するのは計算機の容量や計算時間の面から得策ではない。この相反する要求を満たすために異なる大きさの格子の領域を接続した計算を可能にした。

まず単純な矩形湾で吹送流計算における多層モデルの特性を示してから、東京湾の高潮の数値計算を行い、単層モデルによる計算結果との比較により、計算結果の妥当性を示すと共に多層モデルによる計算の有効性を示す。

* 東京大学大学院工学系研究科

** 東京大学船舶海洋工学科

2. 数値モデル

2.1 支配方程式と境界条件

平均海面上の1点を原点として、 x, y 軸を平均海面上にとり、 z 軸を鉛直上方にとった直交座標系を用い、それぞれの軸方向の流速を u, v, w 、水深を h 、水位を ζ とする。基本方程式は鉛直方向に静水圧近似を用いた Navier-Stokes の方程式と連続の式で、次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f u + A_M \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + K_M \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f v + A_M \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + K_M \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

ただし f はコリオリパラメーター、 t は時間、 ρ は海水の密度、 p は圧力、 g は重力加速度、 A_M, K_M はそれぞれ水平方向、鉛直方向の渦動粘性係数である。

鉛直方向の運動方程式から

$$p = -\int_{\zeta}^z \rho g dz + p_a \quad (5)$$

となるので式(1)、(2)中の p はこの式から求める。ここで p_a は大気圧で後で述べる台風モデルによって与えられる。水位 ζ は海底と海面の境界条件を用いて連続の式を積分して導かれる次式で求められる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} v dz = 0 \quad (6)$$

海底と陸岸では no-slip の境界条件を用い、海面 ($z = \zeta$) での風の応力 (τ_x, τ_y) は

$$\tau_x = \rho_a C_d W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (7)$$

$$\tau_y = \rho_a C_d W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (8)$$

とする。ここで ρ_a は空気密度、 C_d は海面の抵抗係数、 (W_x, W_y) は風速ベクトルである。開境界では大気圧の減少に見合うだけ上昇した水位、つまり無限遠での大気圧を p_∞ として

$$\zeta = \frac{p_\infty - p_a}{\rho g} \quad (9)$$

を与える。

初期条件は計算領域全体で

$$u = v = 0 \quad (10)$$

$$\zeta = \frac{p_\infty - p_a}{\rho g} \quad (11)$$

とする。

これらの式をリープフロッグ法で離散化し、水平方向にスタガードメッシュを用いた多層モデルを用いて計算し

た。式の離散化の方法と計算の手順は筆者らが以前行った潮流計算の時と基本的に同じである¹⁾。座標系と変数の位置を Fig. 1 に示す。

2.2 台風モデル

気圧分布のモデル式としては藤田の式を用いた。これは気圧分布を同心円状に仮定したもので p_0 を台風中心での気圧、 r を台風中心からの距離、 r_0 を台風の規模を表すパラメータとして次式のように表される。

$$p_a = p_\infty - \frac{p_\infty - p_0}{\sqrt{1 + (r/r_0)^2}} \quad (12)$$

台風内の風速分布は、気圧分布に対応する気圧傾度力に起因する傾度風と台風の進行に伴う場の風とを加えたものとして、台風の中心を原点とする極座標表示 (r, θ) を用いて次のように表す。

$$\begin{cases} W_x \\ W_y \end{cases} = C_1 \exp\left(-\frac{r}{l}\pi\right) \begin{cases} V_x \\ V_y \end{cases} + C_2 W_\theta \begin{cases} \cos(\theta + 120^\circ) \\ \sin(\theta + 120^\circ) \end{cases} \quad (13)$$

ここで (V_x, V_y) は台風の進行速度、 C_1, C_2 は台風によって決まる定数、 l は距離を表す定数 ($= 5 \times 10^5$ m) である。また、 W_θ は傾度風で次のように表される。

$$\begin{aligned} W_\theta &= \frac{rf}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\rho_a r f^2} \frac{\partial p_a}{\partial r}} \right) \\ &= -\frac{rf}{2} \sqrt{\left(\frac{rf}{2} \right)^2 + \frac{(p_\infty - p_0) r_0 r^2}{\rho_a (r_0^2 + r^2)^{3/2}}} \end{aligned} \quad (14)$$

2.3 サイズの異なる格子間の接続

開境界の位置を遠くに設定しかつ湾奥部ではできるだけ詳細に地形を表現するために水平方向に格子の幅が3分の1ずつ異なる3つの領域を用いて計算を行えるようにした。さらに、小格子の領域では鉛直方向にも大格子の領域の1層をさらに多層に分割して計算することを可能にした。例えば Fig. 2 のような接続部では次のようにする。大格子、小格子での層の厚さを $\Delta Z_K, \Delta z_k$ とし、大格子の第 K 層は小格子ではさらに $n z_k$ 層に分割されているとする。

Fig. 1 Coordinate system and position of values

Fig. 2 Connection between large and small mesh

Fig. 3 Vertical distribution of velocity caused by wind stress

境界での小格子領域の流速 ($u_{i-\frac{1}{2},j,k}$) を計算するためには 1 つ隣の流速と水位が必要なので、線形内挿して

$$u_{i-\frac{3}{2},j,k} = \frac{1}{3}(2u_{i-\frac{1}{2},j,k} + u_{i-\frac{1}{2},j,k}) \quad (15)$$

$$v_{i-1,j+\frac{1}{2},k} = \frac{1}{2}(v_{i,j+\frac{1}{2},k} + V_{i,j+\frac{1}{2},j-1,k})/2. \quad (16)$$

$$\zeta_{i-1,j} = \frac{1}{2}(\eta_{i,j} + \zeta_{i,j}) \quad (17)$$

とする。また境界での大格子領域の流速は、連続の式を満たすように

$$U_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{1}{3\Delta Z_K} \left(\sum_k^{nz_K} u_{i-\frac{1}{2},j-1,k} \Delta z_k + \sum_k^{nz_K} u_{i-\frac{1}{2},j,k} \Delta z_k + \sum_k^{nz_K} u_{i-\frac{1}{2},j+1,k} \Delta z_k \right) \quad (18)$$

とする。ここで U, V, W, η は大格子での流速と水位、 u, v, w, ζ は小格子での流速と水位を表している。

3. 計算結果

3.1 矩形湾での吹送流の計算

用いた多層モデルの吹送流計算に対する特性を調べるために単純な矩形湾での計算を行った。長さ 9 km, 幅 1.8 km, 水深 20 m の 2 次元的な湾で湾の長手方向に湾口から湾奥に向かって風速 10 m/sec の一定の風速の風が吹いたときの流れを定常状態になるまで計算した。格子の幅は 900 m とし $A_M = 10 \text{ m}^2/\text{sec}$, $K_M = 0.001 \text{ m}^2/\text{sec}$, $C_d = 0.0026$ とした。層の数を変えたときの湾の中央での各層の流速の計算結果を Fig. 3 に示す。図の横軸は水深で、図中の実線は次のようにして求めた解析解である。線形な 2 次元の場合で x 方向の流速の変化が小さく水平粘性項が無視できるとき支配方程式は

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + K_M \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (19)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

となる。水面での風の応力を τ とするとこれらの方程式を

$$u = 0 \quad \text{at } z = -h \quad (22)$$

$$\rho K_M \frac{\partial u}{\partial z} = \tau \quad \text{at } z = 0 \quad (23)$$

という境界条件のもとで解けばよいと考えられる。水深が一定とするとこのときの解析解は

$$u(z) = \frac{\tau}{4\rho K_M h} (3z^2 + 4hz + h^2) \quad (24)$$

で表せる。2 層モデルでは上層と下層で流速の方向が異なることはわかるが、その大きさは必ずしも正しく計算できていない。4 層になると計算値は解析解の曲線上にほぼ乗っているが例えば海面での流速がどの程度の大きさになっているかを知るには不十分かもしれない。10 層になるとかなりよく流速の鉛直分布を表せているといえる。また単層モデルでは流速はほぼ 0 になってしまい上層と下層で流れの方向が違ふことはもちろん表せないであろう。このように吹送流の場合には流れをよく再現するためには多層モデルが有効である。本研究では計算の効率も考慮して 3 から 5 層モデルを用いている。

3. 東京湾の高潮の計算

3.2.1 計算条件

東京湾を対象として高潮のシミュレーションを行った。東京湾の高潮の計算は筒井²⁾, 第 2 港湾建設局³⁾ が単層モデルを用いて行っている。台風の移動経路はこれらに習って東京湾に過去最大の高潮偏差をもたらした大正 6 年台風の経路 (A コース) と, 1949 年の Kitty 台風の経路 (E コース) を用いた。移動速度は 73 km/h とし, 台風が湾に接近するほぼ 7 時間前から計算を始め, 計算開始後 15 時間まで

Fig. 4 Course of the typhoon used for calculations

Table 1 Parameters for typhoon model

p_0	940 mb	air pressure at the center of typhoon
p_∞	1010mb	air pressure at the infinity
r_0	70km	size of the typhoon
C_1	4/7	} typhoon constant
C_2	0.6	

計算した。計算に用いた台風の経路と計算領域を Fig. 4 に示す。図中の台風の経路の横の数字は計算開始後の時間(単位 hour)である。台風モデルに関する諸定数は Table 1 のように定めた。これはほぼ伊勢湾台風の場合に相当する。高潮の計算では風による吹き寄せの効果を正確に評価するためにできるだけ遠くに入力境界を設けることが必要である。したがって水平方向の格子の大きさが3倍(2700 m)の単層モデルを用いて湾外の広領域 (Fig. 4 の大きい長方形の領域: LARGE 領域) の計算を行った。また、東京港付近は3分の1(300 m)の小格子を用いて詳細な計算もおこなった (Cal. 3, 4)。計算領域は Fig. 5 に示す。以後 (a) を REGULAR 領域, (b) を ZOOM 領域と呼ぶことにする。計算に用いたパラメータは筒井の単層モデルの計算結果と比較するためなるべく同じにとるようにした (Table 2)。

また、潮汐の影響を見るためにまず REGULAR 領域の開境界で大潮の時の12時間周期の潮位 ($M_2 + S_2$) を入力したときの計算を行った。(Cal. 5) そして満潮のときに水位がほぼ最も上昇するように台風の初期位置と速度を設定して高潮の計算を行った。(Cal. 7) なお潮汐の計算の際に

(a) REGULAR

(b) ZOOM

Fig. 5 REGULAR and ZOOM domain used for calculations

は入力データの関係で開境界を REGULAR 領域の外側に設けたため、そのときの高潮のみの計算も比較のために行った (Cal. 6)。

東京湾の高潮の計算ケースを Table 3 に示す。

3.2.2 計算結果

Fig. 6 にモデル台風(A コース)による計算開始後6時間

Table 2 Values of parameters used for simulations

f	$8.15 \times 10^{-5} \text{sec}^{-1}$	Coriolis parameter
g	9.8 m/sec^2	acceleration of gravity
ρ	1025 kg/m^3	reference density of sea water
Δx	900m	horizontal mesh size(REGULAR)
Δy		
A_M	$10.1 \text{ m}^2/\text{sec}$	horizontal eddy viscosity
K_M	$0.001 \text{ m}^2/\text{sec}$	vertical eddy viscosity
Δt	6 sec	time step
ρ_a	1.226 kg/m^3	density of air
C_d	0.0026	drag coefficient
ζ_0	0.565 m	amplitude of input tide
T_0	12 hour	period of input tide

Table 3 Calculations of Tokyo Bay

Cal.	Domain(number of levels)	Typhoon	surge	tide
1	REGULAR(3)+LARGE(1)	COURSE A	○	
2	REGULAR(3)+LARGE(1)	COURSE E	○	
3	REGULAR(3)+LARGE(1)+ZOOM(5)	COURSE A	○	
4	REGULAR(3)+LARGE(1)+ZOOM(5)	COURSE E	○	
5	REGULAR(3)+ZOOM(5)	COURSE E		○
6	REGULAR(3)+ZOOM(5)	COURSE E	○	
7	REGULAR(3)+ZOOM(5)	COURSE E	○	○

と8時間の風速分布を示す。計算開始後ほぼ7時間後に台風が湾の近くを通過し、風向きが大きく変化している。

Fig. 7はFig. 5(a)の中にアルファベットで示した各地点でのCal. 1及び2による水位の時刻歴である。またFig. 8はそれに対応する単層モデルでの計算結果²⁾で、いずれも縦軸の単位はmである。湾の西側である横浜では台風接近前の東風による吹き寄せと台風通過に伴うものと考えられる2回のピークが現れている。湾奥では台風経路による差が大きい。共に同様の傾向を示していて今回の計算の妥当性を示している。

Fig. 9, 10にほぼ水位がピークになる計算開始8時間後の水位の分布を示す。図中の水位の単位はmである。両コースとも湾奥に行くほど高い水位になっているが、湾の長軸方向に向かうAコースに比べて湾北部に向かうEコースではより東京方面(西より)の水位が高い。Fig. 11~13は計算開始6時間後の流速の分布で図中の流速の単位はm/secである。表層ではほぼ風の向きの流れが卓越し、底層ではそれと逆向きの流れが卓越する。それに伴って湾の東側で強い湧昇が生じている。Fig. 14は鉛直方向に平均した流れの分布である。流入時の流れは鉛直平均でみると湾

WIND VELOCITY

6.0 hour

Fig. 6(a)

WIND VELOCITY

8.0 hour

Fig. 6(b)

Fig. 6 Wind field by the typhoon of course A

Fig. 7 Time history of sea level at various points in REGULAR domain

Fig. 8 Time history of sea level at various points in REGULAR domain (2-D model)

口付近で千葉県側の流れが卓越していることがわかる。ここには図示していないが、流出時には神奈川県側の流れが卓越する。Fig. 15, 16 は Fig. 9, 14 に対応する筒井による単層モデルの計算結果である。流れのパターン、水位の分布共にかなりよく一致している。このことから本計算法の妥当性が示されたと共に、単層モデルでも水位や平均的な流況についてはかなりよく予測できているといえる。しかしこれらの図からわかるように実際の流況は表層と底層で大きく異なっているので平均的な流況からはまったく予想できない。例えば単層モデルの結果からは湾奥での流速はせいぜい数十 cm/sec にみえるが実際は表層では数 m/sec の流速があることが予想される。したがって高潮時の流れを予測するためには多層モデルによる計算が必要であるといえる。

次に東京湾沿岸域における最重要地域である東京港付近をより小さい格子で分割した計算の結果を示す。この場合も台風の経路は A コース, E コースの 2 通り計算した。

Fig. 9 Sea level (Cal. 1: 8 hour)

Fig. 10 Sea level (Cal. 2: 8 hour)

HORIZONTAL VELOCITY

6.0 hour

level 1(1.0m)

Fig. 11 Horizontal velocity at the depth of 1 m (Cal. 1 : 6 hour)

VERTICAL VELOCITY

6.0 hour

level 2(3.0m)

Fig. 13 Vertical velocity at the depth of 3 m (Cal. 1 : 6 hour)

MEAN VELOCITY

6.0 hour

HORIZONTAL VELOCITY

6.0 hour

level 3(15.0m)

Fig. 12 Horizontal velocity at the depth of 15 m (Cal. 1 : 6 hour)

Fig. 14 Vertical-averaged horizontal velocity (Cal. 1 : 6 hour)

Fig. 15 Sea level (2-D model: 8 hour)

Fig. 16 Vertical-averaged horizontal velocity (2-D model: 6 hour)

Fig. 17 Time history of sea level at various points in ZOOM domain

Fig. 17 は Fig. 5(b) 中のアルファベットで示した点における水位の時刻歴である。水位変動については Cal. 1, 2 と大きな違いはみられない。例えば c 点 (辰巳) は Fig. 7 の C 点に対応しているが、最高水位も経時変化もほぼ一致している。REGULAR 領域の水位や流速分布はここには示さないが Cal. 1, 2 のときとほとんど同じで、一部を小格子で計算したことによる大格子領域への影響はほとんど見られない。このことから大格子と小格子がうまく連続した計算になっているといえる。Fig. 18, 19 は E コースのときの ZOOM 領域の第 1 層, 3 層の流速分布である。

小格子を用いると東京西航路, 東航路にある防波堤の効果も入れることができる。Fig. 20 は東京西航路 (Fig. 5(b) の b 地点) における各層での流速の南東方向成分の時系列である。正が港から流出する方向, 負は港に流入する方向の流れを示している。台風が湾の付近を通過して最大水位を観測する時までは上層流入, 下層流出と深さによって流れの方向が逆になっているが, 台風が通過した後の湾水振動では上層から下層まで比較的均一の流れになっている。平均水深 $H=20$ m 長さ $L=75$ km の湾の長波に対する湾の固有周期は

$$\frac{4L}{\sqrt{gH}} \approx 5.95[\text{hour}]$$

で, 湾水振動の周期はほぼこれに一致している。

過去にも高潮そのものによる水位の上昇はあまり大きくなくても満潮と重なったために大災害となった例もある。そこで潮汐の影響を見るために, 潮汐の計算, 高潮と潮汐が共に重なったときの計算を行った。Fig. 21 はそのときの羽田での水位で, 潮汐のみの計算結果 (Cal. 5), 高潮のみの計算結果 (Cal. 6), 高潮と潮汐を共に計算したときの結果 (Cal. 7), さらにそれから潮汐の影響を取り除いたもの (Cal. 7-Cal. 5) の時刻歴を示している。Cal. 7 の結果から潮汐の影響を取り除いたものの最大水位が Cal. 6 の最大水位より大きくなっている。これは高潮と満潮が重なると予

HORIZONTAL VELOCITY

8.0 hour

level 1(0.8m)

Fig. 18 Horizontal velocity of ZOOM domain (Cal. 4: 8 hour)

HORIZONTAL VELOCITY

8.0 hour

level 3(4.8m)

Fig. 19 Horizontal velocity of ZOOM domain (Cal. 4: 8 hour)

Fig. 20 Time history of horizontal velocity (Cal. 4)

Fig. 21 Tidal effect on surge

想以上に危険な状態が起こり得ることを示している。

4. おわりに

本研究では多層モデルを用いて高潮の数値計算を行い以下のようなことを明らかにした。

- 吹送流計算における多層モデルの特徴を調べた。
- 高潮の計算に異なった格子の大きさの領域で計算でき

る多層モデルを適用し、単層モデルの計算結果との比較などからモデルの妥当性を検証した。

- 多層モデルでも単層モデルでも水位の上昇や鉛直平均流は大きな違いが見られず、これらの量の予測に関しては単層モデルもかなり有効である。
- 多層モデルを用いることによって単層モデルではわからない高潮時の湾内の流れ場を詳細に表すことができ

る。

- 東京湾の高潮時には湾の上層と下層で流向の異なる吹送流が卓越するが、台風が通過した後の湾水振動は比較的上層から下層まで様な流場となる。
- 高潮と満潮が重なるとその単純和以上に水位が上昇する可能性がある。

なお本研究を行うにあたって貴重な資料を提供して下さいました東京大学土木工学科の横木裕宗氏に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 藤野正隆, 多部田茂: “多層モデルによる海水流動の数値計算”, 日本造船学会論文集, 第170号, (1991), pp 379
- 2) 筒井純一: “東京湾における高潮被害の将来予測”, 東京大学修士論文, (1991)
- 3) 第2港湾建設局, “東京湾における高潮の推算”, (1964)