波浪中計測量の精度と計測時間に関する研究

正員 内 藤 林* 木 原 一**

Mutual Relation between Record Length and Accuracy of Measuring Data in Irregular Waves

by Shigeru Naito, *Member* Hajime Kihara

Summary

Although many experiments in irregular waves are carried out at towing tanks, these experiments have been generally carried out without the explanation how long the measuring of waves, ship motion and/or added resistance etc. are required. As the necessary record length effects on the size of towing tanks and model ships and also the power estimation of wave maker, it should be enough investigated. Since under the present situation as experimental accuracy has been discussed severely, this investigation is essential. The matters of experimental accuracy include the accuracy of facilities, measuring instruments and also the accuracy of the data obtained in limited time. The former problem has been studied in many ways but the later problem is still insufficient.

We research this problem under some assumptions and apply that procedure to estimate an accuracy of the sea wave-correction for ship trial experimental results, which is performed in only one mile interval.

1. 緒 言

船舶試験水槽で不規則波中における実験が種々実施されている。この場合どれ位の時間、波や船体運動或いは、平均抵抗増加の計測を行う必要があるのか一般的には十分解明されないまま実施されてきた。しかしながら、必要計測時間は、その水槽の大きさ、使用する模型船の大きさ、また造波機のパワー計算等に大きな影響を与えるので、理論的に十分検討されなければならない。特に、近年の実験精度に関する検討が厳しく論議されている状況下では、この検討は必須のことと言える¹⁾。この実験精度の問題には、設備や計測機器の精度の問題²⁾と水槽実験などに典型的に表れる有限時間で実験を終了することによる精度の問題がある。前者の検討は種々行われているが後者についての検討

が不十分なままである。

本論文では、試験水槽のように有限水域内であるが故に有限時間でしか計測できない波の分散値、船体運動の分散値、平均抵抗増加量、或いは、それらの平均値の精度が計測時間とどのような関係にあるのかをある仮定のもとで明確にする。即ち、水槽内で不規則波を発生させた場合、その時系列をどの位の長さ切り取ったら良いのか、又、正確に与えられた不規則波中を船が航走したとき有限時間で計測された物理的諸量がどれほどの精度を持っているのかを明らかにするものである。このように試験水槽における不規則波中の実験において有限時間であるが故に不規則波、及びその中での船体運動などの計測をどのように行うことが良いか考察した山内³⁾の論文以降これらの点について論じたものはない。

このことは、以下に述べる波浪のある海域における試運転解析結果の波浪修正の精度検討という応用問題について重要な指針を与えるものとなる。すなわち、船舶の速力試運転時に波浪が存在すると、計測された速度の波浪修正を行わねばならないが、その修正はなかなか難しい点を含んでいる。特に試運転海域の波浪の推定に任意性があり、有

* 大阪大学工学部

** 大阪大学大学院

義波高の2乗で効く抵抗増加の推定から、馬力修正、速力修正を行うが、その修正がどの位の精度を持っているかわかっていないのが現状である。波浪推定の不十分さとともに船がわずか1マイル間を航走して速度を計測するという極めて短時間での計測が、確率過程工学の見地から、定常になっている波浪の分散値(2乗平均値)をどの程度の精度で代表し得るかを明確にすることは一層難しいことであるが、このことを理論的に求め、試運転時どの位の距離を航走すればその分散値で表される海象に出会ったことになるのかを考察する。この時波に出会う船は速度を持って移動しているために移動座標系における計測諸量の精度検討を行う必要があり、そのことまで含めて議論する。当然のことながら試運転海域の波の分散値は不明であるが、仮にそれが与えられたとして、計測時間が短いとどれぐらいの推定誤差が生じるかを検討するものである。

2. 波の分散値について

2.1 計測時間と波の分散値の精度

定常確率過程 $x(t)$ の、ある有限時間 $-T \leq t \leq T$ を切り取った $x_T(t)$ の2乗平均値の精度と計測時間 $2T (= T_m)$ との関係について考察する。 $x(t)$ は正規確率過程で、 $E[x(t)] = 0$ 、 $E[x^2(t)] = \sigma^2$ とすると有限時間 $-T \leq t \leq T$ に計測される $x(t)$ の分散値は、2乗平均の形で次式で表現される。

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt \quad (1)$$

このとき、 σ_T^2 は、ランダム変数でありその平均値は、

$$E[\sigma_T^2] = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E[x^2(t)] dt \quad (2)$$

で与えられる。ここで $T \rightarrow \infty$ とすると、 σ_T^2 はこの過程の真の分散値 σ^2 に近づく。この σ_T^2 の精度について検討するためには σ_T^2 の分散値が必要で、それは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V_{ar}[\sigma_T^2] &= E[(\sigma_T^2 - E[\sigma_T^2])^2] \\ &= E\left[\left\{\frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt - \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(\xi) d\xi\right\}\right. \\ &\quad \left.- 2 \cdot \sigma_T^2 \cdot E[\sigma_T^2] + E^2[\sigma_T^2]\right] \quad (3) \\ &= \left(\frac{1}{2T}\right)^2 \int_{-T}^T \int_{-T}^T E[x^2(t)x^2(\xi)] dt d\xi - R^2(0) \quad (4) \end{aligned}$$

ここで0平均を持つ正規過程における4次モーメントに関する次の公式⁴⁾を使用する。

$$\begin{aligned} E[x^2(t)x^2(\xi)] &= E[x(t) \cdot x(t) \cdot x(\xi) \cdot x(\xi)] \\ &= R(t-t) \cdot R(\xi-\xi) \\ &\quad + R(t-\xi) \cdot R(t-\xi) \\ &\quad + R(t-\xi) \cdot R(t-\xi) \\ &= R^2(0) + 2 \cdot R^2(t-\xi) \quad (5) \end{aligned}$$

$R(\tau)$ は過程 $x(t)$ の自己相関関数である。(5)式を(4)式に代入すると、次式となる。

$$\begin{aligned} V_{ar}[\sigma_T^2] &= \left(\frac{1}{2T}\right)^2 \int_{-T}^T \int_{-T}^T R^2(t-\xi) dt d\xi \\ &= \left(\frac{1}{2T}\right)^2 \cdot 2 \cdot I \quad (6) \end{aligned}$$

ただし、

$$I = \int_{-T}^T \int_{-T}^T R^2(t-\xi) dt d\xi \quad (7)$$

とおく。この(7)式の積分は、 $t-\xi=\tau$ と変数変換し τ の正負についてまとめると、次式となる。

$$\begin{aligned} I &= \int_{-T}^T \int_{-T}^T R^2(t-\xi) dt d\xi \\ &= \int_{-2T}^{2T} R^2(\tau) \cdot (2T - |\tau|) d\tau \quad (8) \end{aligned}$$

(8)式と(6)式より

$$\begin{aligned} V_{ar}[\sigma_T^2] &= \frac{1}{T} \int_{-2T}^{2T} \left(1 - \frac{|\tau|}{2T}\right) R^2(\tau) d\tau \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{2T} \left(1 - \frac{\tau}{2T}\right) R^2(\tau) d\tau \quad (9) \end{aligned}$$

となる。右辺の積分項が計測時間による分散値の推定誤差項で、 $T \rightarrow \infty$ にした場合、その項 $\rightarrow 0$ になる。即ち十分長く計測時間をとれば真の分散値を計測できることがわかる。この誤差項と計測時間 $2T$ の関係を求めることが課題である。(9)式より、この過程の自己相関関数 $R(\tau)$ がわかれば右辺の評価が可能であることがわかる。

2.2 計測時間と波の平均値の精度

同様に定常確率過程 $x(t)$ のある部分 $-T \leq t \leq T$ を切り取った $x_T(t)$ の平均値の精度と計測時間 $2T (= T_m)$ との関係について考察する。 $x(t)$ は正規確率過程で、 $E[x(t)] = 0$ とする。 $-T \leq t \leq T$ 間の平均値は次式で表現される。

$$n_T = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (10)$$

このとき、 n_T の平均値は、

$$E[n_T] = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E[x(t)] dt \quad (11)$$

である。この有限時間内で計測された過程 $x(t)$ の平均値 n_T の分散値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V_{ar}[n_T] &= E[(n_T - E[n_T])^2] = E[n_T^2] \\ &= E\left[\left(\frac{1}{2T}\right)^2 \int_{-T}^T x(t) dt \cdot \int_{-T}^T x(\xi) d\xi\right] \\ &= \frac{1}{T} \int_0^{2T} \left(1 - \frac{\tau}{2T}\right) R(\tau) d\tau \quad (12) \end{aligned}$$

これも前節の議論と同様に、この過程の自己相関関数 $R(\tau)$ より誤差評価が可能になることがわかる。

この自己相関関数として実験結果を使い、数値的に(9)式、或いは(12)式右辺を計算して、精度について検討することも一つの考えだが、より理解を深めるために $R(\tau)$ をある関数で表現し、解析的に推定誤差項を考察することが有意義である。以下そのことを論ずる。

2.3 自己相関関数 $R(\tau)$ の仮定

過程 $x(t)$ の自己相関関数 $R(\tau)$ が次式で表現されると

仮定する。

$$R(\tau) = \alpha \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cdot \cos \omega_0 \tau \quad (13)$$

$$R(0) = \alpha = \sigma^2 \quad (14)$$

この型の自己相関関数は通常良く見られるものであるが、この自己相関関数を持ったスペクトルの型については後述する。(8), (12)式の $R(\tau)$ に(13)式を代入し計測時間と波の分散値及び平均値の精度を計算する。

2.3.1 分散値の精度と計測時間

(13)式を(8)式に代入すると $V_{ar}[\sigma^2]$ が具体的に求められる。

$$\begin{aligned} V_{ar}[\sigma^2] &= \left(\frac{1}{2T}\right)^2 \cdot 2 \int_{-2T}^{2T} (2T - |\tau|) \cdot R^2(\tau) d\tau \\ &= \left(\frac{1}{2T}\right)^2 2\alpha^2 \int_0^{2T} (2T - \tau) \cdot e^{-2\alpha\tau} \cdot \cos^2(\omega_0 \tau) d\tau \\ &= \left(\frac{1}{2T}\right)^2 [2\alpha^2 T \left\{ \int_0^{2T} e^{-2\alpha\tau} d\tau \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{2T} e^{-2\alpha\tau} \cdot \cos(2\omega_0 \tau) d\tau \right\} \\ &\quad - \alpha^2 \left\{ \int_0^{2T} \tau \cdot e^{-2\alpha\tau} d\tau \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{2T} \tau \cdot e^{-2\alpha\tau} \cdot \cos(2\omega_0 \tau) d\tau \right\}] \\ &\equiv \left(\frac{1}{2T}\right)^2 [2\alpha^2 T(J_1 + J_2) - \alpha^2(J_3 + J_4)] \end{aligned}$$

$J_i (i=1, 2, 3, 4)$ の積分結果は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{2\alpha} - \frac{e^{-4\alpha T}}{2\alpha} \equiv J_{11} - J_{11} \cdot e^{-4\alpha T} \\ J_2 &= \frac{\alpha}{2(\alpha^2 + \omega_0^2)} \\ &\quad - \frac{e^{-4\alpha T} \{ \alpha \cos(4\omega_0 T) - \omega_0 \sin(4\omega_0 T) \}}{2(\alpha^2 + \omega_0^2)} \\ &\equiv J_{21} - J_{22} \cdot e^{-4\alpha T} \\ J_3 &= \frac{1}{4\alpha^2} - \frac{e^{-4\alpha T} \cdot (4\alpha T + 1)}{4\alpha^2} \equiv J_{31} - J_{32} \cdot e^{-4\alpha T} \\ J_4 &= \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{4(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \\ &\quad - e^{-4\alpha T} \left[\frac{(4T\alpha^3 + \alpha^2 + 4\omega_0^2 T\alpha - \omega_0^2 \cos(4\omega_0 T))}{4(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 \cdot \omega_0 (2\alpha^2 T + \alpha + 2\omega_0^2 T) \sin(4\omega_0 T)}{4(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \right] \\ &\equiv J_{41} - J_{42} \cdot e^{-4\alpha T} \end{aligned}$$

ゆえに、(6)式、あるいは(9)式の右辺は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2T^2} I &= \frac{\alpha^2}{T} \left\{ \frac{1}{2\alpha} + \frac{\alpha}{2(\alpha^2 + \omega_0^2)} \right\} \\ &\quad - \frac{\alpha^2}{2T^2} \left\{ \frac{1}{4\alpha^2} + \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{4(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \right\} \\ &\quad - \left\{ \frac{\alpha^2}{T} (J_{11} + J_{22}) - \frac{\alpha^2}{2T^2} (J_{32} + J_{42}) \right\} \cdot e^{-4\alpha T} \end{aligned}$$

ここで右辺第3項は $e^{-4\alpha T}$ の係数がかかり、時間 T が大きくなると急激に減衰する項であるから無視すると $-T \leq t \leq T$ で切りとられた確率過程 $x_r(t)$ の分散値の分散(9)式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V_{as}[\sigma^2] &\simeq R^2(0) \cdot \left[\frac{2}{T} \left\{ \frac{1}{4\alpha} + \frac{\alpha}{4(\alpha^2 + \omega_0^2)} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2T^2} \left\{ \frac{1}{4\alpha^2} + \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{4(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \right\} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (\sigma^2)^2 \cdot \left[\frac{2}{T} \left\{ \frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \omega_0^2)} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{8T^2} \left\{ \frac{1}{\alpha^2} + \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \right\} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

ここで計測時間 $2T = T_m$ を十分長くすると、すなわち $T \rightarrow \infty$ とすると、右辺第1, 第2項は $\rightarrow 0$ となる。この第1, 第2項が有限時間による誤差を与える式であるから、結局

$$\frac{1}{2T} \left\{ \frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \omega_0^2)} \right\} - \frac{1}{8T^2} \left\{ \frac{1}{\alpha^2} + \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \right\} \ll 1 \quad (17)$$

となるように計測時間をとれば、 $V_{ar}[\sigma^2] \approx 0$ となりほとんど正しい波の分散値 $R(0)$ を推定できることが分かる。

(17)式左辺第1項は $T \gg 1$ の条件下では第2項に比べて大きいので左辺第2項を無視すると(17)式は

$$\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right) \ll 2T = T_m (\text{計測時間}) \quad (18)$$

と簡単になる。

すなわち正しい波の分散値 $R(0)$ に対して $\varepsilon\%$ の範囲で正しい分散値を推定しようとする、(16)式右辺の第一項、第二項の $\{ \}$ 内をそれぞれ A, B

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2} = \frac{1}{\alpha} \left[1 + \frac{1}{1 + (\omega_0/\alpha)^2} \right] \\ B &= \frac{1}{\alpha^2} + \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} = \frac{1}{\alpha^2} \left[1 + \frac{1 - (\omega_0/\alpha)^2}{\{1 + (\omega_0/\alpha)^2\}^2} \right] \end{aligned}$$

とおき、計測時間 T_m について(17)式を解くと

$$T_m \gg \frac{A + \sqrt{A^2 - 2 \cdot B \cdot (\varepsilon/100)^2}}{2(\varepsilon/100)^2} \quad (19)$$

となる。(17)式の第2項、すなわち A 項より値として小さい B 項を無視すると(18)式は、次式となる。

$$T_m = 2T \geq \left(\frac{100}{\varepsilon} \right)^2 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2} \right) \quad (20)$$

これは、どの位の時間が計測時間として必要であるかを示す簡単な関係式である。 $\alpha \rightarrow 0$ の場合は(17)式の一部の項で分母 $\rightarrow 0$ となるために解が求まらない。この場合 ($\alpha \rightarrow 0$) は計測される量がほとんど規則的変動で、その振幅が長周期で変動するうねり成分を持つ場合に相当する。即ち α が小さくなればなるほど、即ち狭帯域過程になればなるほど、計測時間を長く取る必要があることを示している。これは不規則変動波形中に長周期のうねり成分が存在することを示すためである。 $\alpha \rightarrow 0$ の極限の規則波に近い不規則波中では、その長周期のうねり成分を取り込むために長時間の計測が必要なことを示す。本論の議論は、 $\alpha \neq 0$ の理論として定式化されており、 $\alpha = 0$ の場合は、完全な規則的変動となり全く違った問題となる。

2.3.2 波の平均値の精度と波の計測時間

前節同様に(13)式を(12)式に代入すると $V_{ar}[n_T]$ は以

下のように具体的に求めることができる。

$$V_{ar}[n_T] = \frac{1}{T} \int_0^{2T} \left(1 - \frac{\tau}{2T}\right) R(\tau) d\tau$$

$$= a \left[\left\{ \frac{1}{T} \cdot \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2} - \frac{1}{2T^2} \cdot \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \right\} - e^{-2a\tau} \left(\frac{1}{T} J_{s2} + \frac{1}{2T^2} J_{s2} \right) \right] \quad (21)$$

$$\simeq R(0) \left[\frac{1}{2T} \cdot \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2} - \frac{1}{2T^2} \cdot \frac{\alpha^2 - \omega_0^2}{(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \right] \quad (22)$$

(21)式右辺の $e^{-2a\tau}$ が係っている項は無視すると(22)式右辺の第1項、第2項が有限時間による平均値の推定誤差を与える式である。従って、

$$\frac{1}{2T} \cdot \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2} - \frac{1}{4T^2} \cdot \frac{2(\alpha^2 - \omega_0^2)}{(\alpha^2 + \omega_0^2)^2} \ll 1 \quad (23)$$

となるように時間をとれば良い。(17)式、(23)式を比較すると、平均値と分散値の有限時間による推定計測誤差についての両者の違いがわかる。

以上の結果より平均値や分散値の有限時間による誤差の問題は、(14)式の値 a で表される不規則変動の大きさを表す値とは無関係となる。なお、自己相関関数(13)式中のパラメータ α 、 ω_0 は不規則変動量の自己相関関数のデータと一致するように求めればよい。実際の不規則波において平均波周期を(13)式の ω_0 より得られる T_0 と比較した場合、 T_0 は約2割位大きく見積もらなければならないが、計算によると有限時間による推定誤差幅に与える ω_0 の影響は、詳しくは後述するが約1%程度である。

2.4 スペクトラムの形状

自己相関関数が(13)式で与えられている確率過程のスペクトラムは次式で与えられる。

$$S(\omega) = 2 \int_0^\infty R(\tau) \cdot \cos(\omega\tau) d\tau$$

$$= \Re \left[\frac{\alpha + i(\omega_0 + \omega)}{\alpha^2 + (\omega_0 + \omega)^2} + \frac{\alpha + i(\omega_0 - \omega)}{\alpha^2 + (\omega_0 - \omega)^2} \right]$$

$$= \frac{a \cdot \alpha}{\alpha^2 + (\omega_0 + \omega)^2} + \frac{a \cdot \alpha}{\alpha^2 + (\omega_0 - \omega)^2} \quad (24)$$

このスペクトラムは偶関数で、略図を示すと Fig.1 にな

Fig.1 Spectrum used in the theory

る。このスペクトラムのピーク値は自己相関関数の減衰項の係数 α の大小に依存している。図中で α_2 と α_1 を比較すると $\alpha_2 < \alpha_1$ である。すなわち狭帯域確率過程になればなる程 α は小になり、自己相関関数の減衰は小さくなりスペクトラムのピークは鋭くなる。その意味で $a \cdot \exp(-a|\tau|) \cdot \cos \omega_0 \tau$ の型をした自己相関関数が表すスペクトラムは、波スペクトラムの形をほど良く表現しており、 α がスペクトルの帯域幅を、 ω_0 が波スペクトラムの卓越周波数を表す代表的なパラメータを与えていると考えることができる。 $\omega > 0$ の領域で、スペクトラムの面積が分散値に等しくなるようにして、次式で与える。

$$S(\omega) = 2a\alpha \left\{ \frac{1}{\alpha^2 + (\omega_0 + \omega)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega_0 - \omega)^2} \right\} (\omega > 0) \quad (25)$$

2.5 船速と波出合い角の影響

波浪中に航走する船は、波浪には出会い波として遭遇するから出会いの自己相関関数を求め、船速と波との出合い角によって、有限時間の計測しかできないことによる計測精度がどのように変化するか考察しておく必要がある。この問題は(13)式で与えられる自己相関関数 $R(\tau)$ が出会い波の場合にどのように変化するかを考察し、その影響を明確にすれば良い。

2.5.1 移動座標系での波の自己相関関数

出会いの自己相関関数を $R_e(\tau)$ とおくと次式で与えられる。

$$R_e(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega_e) \cdot e^{j\omega_e \tau} d\omega_e \quad (26)$$

ただし、 $\omega_e = \omega - \gamma\omega^2$

$$\gamma = \frac{V \cos \chi}{g}, \quad \chi: \text{出合い角, } 180^\circ \text{ を向波とする}$$

ここで $S(\omega_e)$ は出会いスペクトラムで、

$$S(\omega_e) d\omega_e = S(\omega) d\omega \quad (27)$$

の関係式を使うと、(26)式は次式となる。

$$R_e(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot e^{i(\omega - \gamma\omega^2)\tau} d\omega \quad (28)$$

被積分関数の指数部分だけを取り出し次式のごとく変形し、

$$e^{i(\omega - \gamma\omega^2)\tau} = e^{-i\gamma(\omega^2 - \omega/\gamma)\tau}$$

$$= e^{-i\gamma\{(\omega - 1/2\gamma)^2 - 1/4\gamma^2\}\tau}$$

$$= e^{i\tau/4\gamma} \cdot e^{-i\gamma(\omega - 1/2\gamma)^2\tau} \quad (29)$$

(28)式に代入すると次式となる。

$$R_e(\tau) = \frac{1}{2\pi} e^{i\tau/4\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot e^{-i\gamma(\omega - 1/2\gamma)^2\tau} d\omega \quad (30)$$

$\gamma = 0$, すなわち $\chi = 90^\circ$ の横波状態の場合は、原式にもどればわかるように $\omega_e = \omega$ となり、ここでの考察は不要になる。以下の議論では $\gamma \neq 0$ である。

次の変数変換を行う。

$$\bar{\omega} = \omega - \frac{1}{2\gamma} \quad (31)$$

とおくと、 $d\omega = d\bar{\omega}$ であり

$$(2\pi \cdot e^{-i\tau/4\gamma}) \cdot R_e(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S\left(\bar{\omega} + \frac{1}{2\gamma}\right) \cdot e^{-i\gamma\tau\bar{\omega}^2} d\bar{\omega} \quad (32)$$

となる。スペクトラムは(24)式で与えられているが、右辺第2項だけを代表として演算した結果を以下に示す。(31)式で示される変数変換をすると(24)式右辺第2項は

$$\begin{aligned} S\left(\bar{\omega} + \frac{1}{2\gamma}\right) &= \frac{a\alpha}{\alpha^2 + \left(\bar{\omega} + \frac{1}{2\gamma} - \omega_0\right)^2} \\ &= \frac{a\alpha}{\left[\bar{\omega} - \left(\omega_0 - \frac{1}{2\gamma} + i\alpha\right)\right] \cdot \left[\bar{\omega} - \left(\omega_0 - \frac{1}{2\gamma} - i\alpha\right)\right]} \end{aligned} \quad (33)$$

となり、最終的な(32)式の積分は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{2\pi \cdot e^{-i\tau/4\gamma}}{a\alpha} \cdot R_e(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\gamma\tau\bar{\omega}^2} d\bar{\omega}}{\left[\bar{\omega} - \left(\omega_0 - \frac{1}{2\gamma} + i\alpha\right)\right] \left[\bar{\omega} - \left(\omega_0 - \frac{1}{2\gamma} - i\alpha\right)\right]} \\ &= J \end{aligned} \quad (34)$$

この積分は複素積分を行うことで求める。 $\eta = \omega_0 - \frac{1}{2\gamma}$ とおき、 z_0, z_0^* を

$$z_0 = \omega_0 - \frac{1}{2\gamma} + i\alpha \equiv \eta + i\alpha \quad (35)$$

$$z_0^* = \omega_0 - \frac{1}{2\gamma} - i\alpha \equiv \eta - i\alpha \quad (36)$$

とおくと、(34)式の積分は次の型となる。ここで z_0^* は、 z_0 の共役複素数である。

$$J = \int_c \frac{\exp(-i\gamma\tau z^2)}{(z - z_0)(z - z_0^*)} dz \quad (37)$$

$R_e(\tau)$ は実偶関数だから $\tau \geq 0$ の場合のみ考え、 η, γ の値の正負に応じて積分経路を変えて積分する。

z_0, z_0^* は1位の極であり、留数定理より容易に積分値を求めることができる。同様な計算をスペクトルの(24)式右辺第1項についても行ない、それらの和を取り、実部を取ると、最終的に次式として整理できる。

$$R_e(\tau) = a \cdot e^{-a|(1-2\omega_0\gamma)\tau|} \cdot \cos\{\omega_0 - \gamma(\omega_0^2 - \alpha^2)\}\tau \quad (38)$$

ここで $V=0$ 、すなわち $\gamma \rightarrow 0$ とすると

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} R_e(\tau) = a \cdot e^{-a|\tau|} \cdot \cos(\omega_0\tau) = R(\tau) \quad (39)$$

となり、(13)式で表現される定置計測された波の自己相関関数と一致する。すなわち波を計測する点が移動する影響は、(13)式で与えられる自己相関関数の係数 α, ω_0 が

$$\alpha \rightarrow \alpha|1-2\omega_0\gamma| = \alpha\left|1-2\omega_0\frac{V\cos\chi}{g}\right| \equiv \alpha_1 \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \omega_0 &\rightarrow \omega_0 - \gamma(\omega_0^2 - \alpha^2) \\ &= \omega_0 - \frac{(\omega_0^2 - \alpha^2)V\cos\chi}{g} \equiv \omega_1 \end{aligned} \quad (41)$$

で表現される変化として現れる。

向波、追波状態をそれぞれサフィックス h, f をけると、通常の船速では

$$\alpha_h = \alpha\left|1+2\omega_0\frac{V}{g}\right| > \alpha_f = \alpha\left|1-2\omega_0\frac{V}{g}\right| \quad (42)$$

$$\omega_{0h} = \omega_0 + (\omega_0^2 - \alpha^2)\frac{V}{g} > \omega_{0f} = \omega_0 - (\omega_0^2 - \alpha^2)\frac{V}{g} \quad (43)$$

となる。これらの式は自己相関関数の減衰の強さ—それはスペクトルのピークに関係するが—は向波状態の方が大きくなり ($\alpha_h > \alpha_f$)、中心出会い角周波数は向波状態の方が大きく、逆に言えば追波状態の方が自己相関関数の変動周期が長く ($\omega_{0h} > \omega_{0f}$) スペクトルのピーク角周波数が原点側に寄ることを意味していて、経験的事実と合致している。

2.5.2 出会い波の分散値の精度

前節の出会い波の影響を考慮したパラメータ α, ω_0 を2.3節で求めた簡易評価式(19)式または、(20)式に代入し、 $\varepsilon/100 = \varepsilon_p$ とすると

$$\begin{aligned} \varepsilon_p^2 \cdot T_m &\geq \frac{1}{\alpha|1-2\omega_0\gamma|} \\ &\quad + \frac{\alpha|1-2\omega_0\gamma|}{\alpha^2(1-2\omega_0\gamma)^2 + \{\omega_0 - \gamma(\omega_0^2 - \alpha^2)\}^2} \end{aligned} \quad (44)$$

となる。ただし $\gamma = V \cos \chi / g$

これによって航走する船が波と出会い、船上で計測される波浪の分散値が、真の分散値とどれほどの違いがあるか推定することが可能となる。(44)式右辺の値は、波浪と、船速及び出会い角を与えればある定まった値になる。この値を C_m とすると

$$\varepsilon_p^2 \cdot T_m \geq C_m \quad (45)$$

となる。両辺の対数をとると

$$2 \log \varepsilon_p + \log T_m \geq \log C_m \equiv \bar{C}_m \quad (46)$$

となり、最終的に

$$\log \varepsilon_p \geq \frac{1}{2} [\bar{C}_m - \log T_m] \quad (47)$$

となる。これは計測時間 T_m と推定誤差率 ε_p の両対数 ($\log T_m, \log \varepsilon_p$) をとると、関係式の等号部分は簡単な直線と与えられ、分散値の推定精度を容易に知ることができる。

以上の結果は、波の自己相関関数を(13)式で近似し、 α と ω_0 より有限時間計測による推定精度を考察できることを示すもので、実験より得られた自己相関関数を近似することにより α と ω_0 を求めればよく、このことは容易である。ここで、 $1-2\omega_0\gamma=0$ すなわち $\gamma[=V \cos \chi / g]=1/2\omega_0$ の時、(44)式右辺第1項の分母は0になり発散する。最初の理論の仮定は $\alpha \neq 0$ であるが同様に $1-2\omega_0\gamma \neq 0$ が理論の仮定として必要である。

2.6 外乱による分散値の精度への影響

計測される信号 $y(t)$ は、対象とする信号 $x(t)$ 以外に外乱としての信号 $n(t)$ を含んだものが計測されると考えられる。この $n(t)$ が前節までの結論にどのような影響を与えるか検討する。

その雑音が混入した過程 $y(t)$ を次式で表す。

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (48)$$

$n(t)$ は $E[n(t)] = 0$ でその自己相関関数が $x(t)$ と同様な型をしていると仮定すると

$$R_{xx}(\tau) = a \cdot e^{-a|\tau|} \cdot \cos \omega_0 \tau \quad (\omega_0 = 2\pi/T_0) \quad (49)$$

$$R_{nn}(\tau) = b \cdot e^{-\beta|\tau|} \cdot \cos \omega_n \tau \quad (\omega_n = 2\pi/T_n) \quad (50)$$

とおくことができる。

2つの過程 $x(t)$, $n(t)$ が独立過程であるならば、計測される過程 $y(t)$ の分散値の推定は次式を用いて、 $n(t)$ を考慮しない場合と同様に考察できる。

$$\begin{aligned} Var[\sigma_{yn}^2] &\approx \frac{R_{yy}^2(0)}{T_m} \cdot \left[\left(\frac{1}{1+c} \right)^2 \left(\frac{1}{\alpha_1^2 + \omega_1^2} \right) \right. \\ &\quad + \left(\frac{c}{1+c} \right)^2 \left(\frac{1}{\beta^2 + \omega_n^2} \right) \\ &\quad + \frac{4c}{(1+c)^2} \left\{ \frac{\alpha_1 + \beta}{(\alpha_1 + \beta)^2 + (\omega_1 + \omega_n)^2} \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\alpha_1 + \beta}{(\alpha_1 + \beta)^2 + (\omega_1 - \omega_n)^2} \right\} \right] \quad (51) \end{aligned}$$

ただし、 $\alpha_1 = \alpha|1 - 2\omega_0\gamma|$, $\omega_1 = \omega_0 - \gamma(\omega_0^2 - \alpha^2)$, $\gamma = V \cos \chi/g$ を示し、 $c = b/a$ は信号と雑音の強さ比を表す。

外乱 $n(t)$ は、過程 $x(t)$ と確率統計的に相関のある場合もあるが、過程 $x(t)$ と独立過程の場合は、 $n(t)$ の自己相関関数の関数型を変えた場合でも上式と同様、その結果は比較的容易に得られる。

2.7 計算結果

計測時間が短いと波の分散値や平均値にどれくらいの推定誤差幅をもつか、即ち有限時間計測された波の分散値や平均値が真の分散値や平均値にたいしてどれほどの推定誤差幅をもつか計算した結果を以下に示す。

Fig.2 に計測時間と波の分散値の推定誤差幅を簡易評価式(17)式第1項を用いて計算した場合を、Fig.3 に簡易評価式(17)式第2項まで用いて計算した場合を示す。これらの図中で横軸 219 秒の縦破線は 325 m の船が $Fn = 0.15$ で 1 マイル間を航走した時間を示す。

Fig.4 に計測時間と波の平均値の推定誤差幅を簡易評価式(23)式第1項を用いて計算した場合を、Fig.5 に簡易評価式(23)第2項まで用いて計算した場合を示す。ともに横

Fig. 2 Relation between the record length and accuracy band of variance (1st Term)

軸は計測時間を対数で示してあるが波の平均値は、分散値に比べて短い計測時間でも精度良い結果が得られることがわかる。さらに、計測精度は向波状態で良く、斜波になるに従って落ちていくが、完全追波状態よりも斜め追波状態で最も精度が悪くなる。追波、及び斜め追波状態の場合には、船を追い越す波と共に、船に追い越される波が存在するが、波と船速との関係によっては分散値と平均値ではその精度の変化の様子は異なる。例えば、ある波の速度で移

Fig. 3 Relation between the record length and accuracy band of variance (1st+2nd Term)

Fig. 4 Relation between the record length and accuracy band of mean (1st Term)

Fig. 5 Relation between the record length and accuracy band of mean (1st+2nd Term)

動している座標系で計測される平均値の精度は良いが、分散値の精度は悪くなる場合もある。Fig. 6 に 1 マイル航走時の波出会い角と波の分散値の推定誤差幅、Fig. 7 に 1 マイル航走時の波出会い角と波の平均値の推定誤差幅を計算したものを示す。簡易評価式 (17) 式第 1 項、及び (23) 式第 1 項を用いて計算したものであり有限時間計測による波の出会い角の影響がよくわかる。

また、簡易評価式の第 1 項と第 2 項を比較すると第 2 項は計測時間の短い間でのみ支配的になるが、ある時間以降は第 1 項に比べ急速に減少する。そのため第 2 項まで含めた評価は、ある時間以降では第 1 項だけの評価とほとんど等しく実用的には第 1 項の計算で十分である。

2.8 シミュレーションによる不規則波の計測時間とその精度の検討結果

ここまでの議論を数値シミュレーションにより ITTC スペクトルを持つ不規則波について計測時間と波の分散値の関係を調べた。

Fig. 8 は、計測時間と波の分散値の関係を示したものである。この計算例は、移動座標系で計測した場合である。波の分散値は、波形より時間の 2 乗平均として直接求めている。また、計測時間は次第に長くしていき最大 500 秒まで 10 秒毎に波の 2 乗平均を計算した。ここでは 10 回の計測をシミュレートした例である。分散値の推定精度を表す簡易評価式を用いた理論計算値も併せて示す。なお、縦軸の値は、分散値で無次元化してある。これらのコンピューターシミュレーション実験結果によると、有限時間計測した場合の波の分散値の推定幅は、簡易評価式で計算される理論推定幅にほぼ含まれており、提案した理論の妥当性を示している。

さて、(18) 式の左辺を変形すると

$$\frac{1}{\alpha} \left\{ 1 + \frac{1}{1 + (\omega_0/\alpha)^2} \right\}$$

となる。通常の海洋波では ω_0 と α の値は $\omega_0 \approx O(1)$, $\alpha \approx$

$O(10^{-1})$ であるから、 $(\omega_0/\alpha)^2 \approx O(10^2)$ となり、故に $1/\{1 + (\omega_0/\alpha)^2\} \approx O(10^{-2})$ のオーダーとなる。

すなわち、極めて簡単に議論すると

$$\frac{1}{\alpha} \left\{ 1 + \frac{1}{1 + (\omega_0/\alpha)^2} \right\} \sim \frac{1}{\alpha}$$

となり、 ω_0 の影響、即ちその不規則波の平均周期の分散値の推定誤差幅に与える影響は非常に小さいことがわかる。これは自己相関関数の減衰係数 α —即ちスペクトルの帯域幅—がこの議論の中で最も重要なパラメーターであることを示すものである。これにもとづき (18) 式をみれば、仮に $\alpha=0.1$ の時は 10 秒より十分長い計測時間を必要とし、 $\alpha=0.01$ の場合は 100 秒より十分長い計測時間を必要とすることが即座にわかる。また、平均値も簡単な議論をすれば

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{1 + (\omega_0/\alpha)^2} \sim 0.01 \cdot \frac{1}{\alpha}$$

となるから分散値の計測時間に比較すると極めて短時間の計測でよいことがわかる。

Fig. 7 Relation between encounter angle and accuracy band of mean measured on board with advance velocity

Fig. 6 Relation between encounter angle and accuracy band of variance measured on board with advance velocity

Fig. 8 Simulation on the mutual relation between the record length of irregular waves and accuracy band of variance

3. 短波長域における波浪中抵抗増加の推定精度について

前節までの議論に基づき次の応用問題について検討する。

3.1 計測時間と波浪中抵抗増加の推定精度の関係

波浪中を船舶が航行すると抵抗が増加することは良く知られている。この量を水槽実験で求めることは船体運動を求める場合に比較して一段と精度の良い実験が要求される。この場合の精度とは実験設備の精度とともに、有限長さの水槽の実験で、どれ程の精度を保持できるかという意味での精度検討も必要とするという意味である。

さて、前節までの議論をふまえると短波長波中を船舶が航行する場合一大型船が試運転海域を航走する場合にも相当する一の抵抗増加、或いは付随して生ずる船速低下についての計測時間と精度に関する理論的検討を可能にする。

不規則波中における抵抗増加の推定は、次の形式で表現されることが知られている⁵⁾。

$$R_{AW} \sim \int S(\omega) \Delta R(\omega) d\omega \quad (52)$$

$\Delta R(\omega)$ は単位波振幅の2乗あたりの抵抗増加量を示す。さて、試運転海域では波長が船長に比べて小さく $S(\omega)$ と $\Delta R(\omega)$ の周波数に関する相互関係は Fig.9 のようになる。すなわち、スペクトルのパワーがある周波数領域では抵抗増加量がほぼ一定で周波数依存がないことがわかる。これより次のように考えることができる。

$$\begin{aligned} R_{AW} &\sim \int S(\omega) \Delta R(\omega) d\omega \\ &\sim \Delta R(\omega_0) \int S(\omega) d\omega = \Delta R(\omega_0) \cdot \sigma_W^2 \end{aligned} \quad (53)$$

この近似式は、 $R_{AW} \propto \sigma_W^2$ であることを示している。すなわち、試運転海域のような船の長さに比べたら十分短い波の中における抵抗増加の推定精度の検討は、波の分散値の推定精度について考察することで可能であることがわかる。

Fig.9 Mutual relation between wave spectrum in trial sea zone and frequency response function of added resistance for large ships

そこで実際の試運転状況を考え1 マル間を船が航走した場合に遭遇する波の分散値(2乗平均値)が、定常になっている波浪の分散値をどの程度の精度で代表し得るかを理論的に求め、試運転時どの位の距離を航走すればその分散値で表される海象に出会ったことになるのかを考察する。このことによって抵抗増加、そして船速低下の推定誤差幅の議論までが可能になる。当然のことながら試運転海域の波の情報は不明であるが、仮にそれが与えられたとして、計測時間が短いとどれくらいの推定誤差が生じるかを検討するものである。

3.2 水槽における不規則波中抵抗増加の実験結果

前節の理論的検討を確認するために実験を行った。水槽に発生させる不規則波は抵抗増加実験を行う前に十分な精度で計測されており、その意味で海象状態は、正しく与えられている状況下での実験である。20 マイル間の航走を想定し、完全向波状態での模型実験を行なった。 $F_n=0.15$ では、1 マイル間航走の所要時間は、約 219 [sec] である。以下の検討は、20 マイル間(模型実験時: 420 [sec]=7 [min])を航走して計測された平均抵抗増加量を真値と仮定した結果である。抵抗増加の計測は本学で行われている通常の実験装置を使用した⁶⁾。

波は、ITTC 型スペクトルを用い、実験状態及び実船と模型船との比較を Table 1 に示す。Fig.10 に外乱を付加した自己相関関数を示す。外乱としては(50)式の自己相関関数の式で $b=0.1a$, $\beta=0.005$ とし、原信号の強さの一割の強さをもち原信号より狭帯域の外乱である。Fig.11 に計測される波の分散値の推定誤差幅と、抵抗増加実験値の計測時間による推定幅を示す。これらは、有限時間の計測量がともに計測時間を長くした場合に近づく真の分散値及び抵抗増加値に対する、時間経過による収束の様子を表している。有限時間計測による抵抗増加の変動幅が波の分散値の収束具合と同じであることが実験的に確認できた。なお、抵抗増加の実験値そのものについては装置等の誤差を含んだものである。また計測信号については、外乱を付加した場合の計算結果も同時に示しており、外乱による影響を雑音寄与率(Noise Efficiency; N. E.)として表してある。この図の

Table 1 Experimental condition

	実 船	模型船
F_n	0.15	
Scale	108.3	
$L_{pp}[m]$	325.0	3.0
$V[m/s]$ ([knot])	8.47 (16.47)	0.813
1 マイル間 [m]	1852.0	17.09
航走時間 [s]	218.7	21.0
平均波周期 $T_{01}[s]$	8.0	0.769
有義波高 $H_{1/3}[m]$	3.00	0.28

外乱は、極めて狭帯域なスペクトルを持ったものである。一方、Fig.12はFig.11に比べ広帯域なスペクトルを持った外乱の場合であり、広帯域な外乱はノイズとして混入しても大きな影響を与えないことがわかる。

4. 試運転時波浪修正された船速の信頼幅について

4.1 計測時間と船速修正量の推定精度の関係

海上試運転は通常、主機回転数一定で実施される。さらに波浪中における自航要素は試運転海域などのひどく荒れていない海域では平水中と変わらないとすると、波浪中における船速低下は次式で与えられる⁷⁾。

$$\delta V = \frac{R_{AW}}{(1-w)(1-t)P_{TV} - \left[\frac{\partial R_0}{\partial V} \right]_{V=V_0} - \left[\frac{\partial R_{AW}}{\partial V} \right]_{V=V_0}} \quad (54)$$

ここで R_{AW} は不規則波中における平均抵抗増加、 w は伴流係数、 t は推力減少係数、 P_{TV} はプロペラの推力一流入速度係数 $[dT/\partial V]$ を、 $[\partial R_0/\partial V]_{V=V_0}$ 、 $[\partial R_{AW}/\partial V]_{V=V_0}$ は平水中抵抗、波浪中抵抗増加の速度低下をするまえの速度における、速度に対する微分係数を与える。分母の各係数は一定の値であり、(54)式は次式と置くことができる。

$$\delta V = C_1 R_{AW} \sim C_1 \Delta R(\omega_0) \sigma_w^2 = C_1 C_2 \sigma_w^2 = C \sigma_w^2 \quad (55)$$

ただし、 $C_2 = \Delta R(\omega_0)$: $C = C_1 \cdot C_2$ (=定数)である。

Fig.10 Autocorrelation function including noise

Fig.11 Comparison of convergence of added resistance with record length between experiments and calculations : Narrow band noise

このことは、「波浪の計測時間と計測精度の関係」は、試運転海域における「船速低下の計測時間と計測精度の関係」と同様に議論できることを示している。

波浪中の全船体抵抗 R_T は、平水中抵抗 R_0 、平均抵抗増加量 R_{AW} を用い、更に R_0 は、船速 V の自乗に比例するとし、比例定数を h とすると

$$R_T = R_0 + R_{AW} \quad (56)$$

$$R_0 \approx h \cdot V^2 \quad (57)$$

と表現できる。(56)式の数値に対する微分をとると、

$$\frac{\partial R_T}{\partial V} = \frac{\partial R_0}{\partial V} + \frac{\partial R_{AW}}{\partial V}$$

が得られる。計測時間が短いことによる不規則波中抵抗増加 R_{AW} の推定誤差幅を ΔR_{AW} とすると、速度と抵抗の関係を示す Fig.13 より船速(横軸)の計測時間が短いことによる推定誤差幅 ΔV との関係は、次式で与えられる。

Fig.12 Comparison of convergence of added resistance with record length between experiments and calculations : Wide band noise

Fig.13 Relation between total resistance and ship speed

$$\Delta R_{Aw} \approx \left[\frac{\partial R_T}{\partial V} \right]_{V=V_0} \cdot \Delta V \quad (58)$$

波長が船長に比べて小さな試運転海域では、規則波中の抵抗増加量は波長にかかわらず、ほぼ一定である傾向は船速が変化しても同じである。即ち、 $[\partial R_{Aw}/\partial V]_{V=V_0} \approx 0$ と考えて良い。従って(58)式 $[\partial R_T/\partial V]_{V=V_0}$ は(57)式の比例定数 h を用いて次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial R_T}{\partial V} \right]_{V=V_0} &= \left[\frac{\partial R_0}{\partial V} \right]_{V=V_0} + \left[\frac{\partial R_{Aw}}{\partial V} \right]_{V=V_0} \\ &\approx \left[\frac{\partial R_0}{\partial V} \right]_{V=V_0} = 2hV_0 \end{aligned} \quad (59)$$

これは、 ΔV が微小な範囲で成立すると考えられ、従って、抵抗増加と船速低下の推定誤差幅の関係は、(54)式より次式で与えられる。

$$\Delta R_{Aw} = \left[\frac{\partial R_T}{\partial V} \right]_{V=V_0} \cdot \Delta V = \left[\frac{\partial R_0}{\partial V} \right]_{V=V_0} \cdot \Delta V = 2hV_0 \Delta V$$

変形すると、

$$\Delta V = \frac{1}{2hV_0} \cdot \Delta R_{Aw} \quad (60)$$

となる。これは、船速低下の推定誤差幅と抵抗増加の推定誤差幅の関係が簡単な比例関係になっていることを示すものである。

一方、十分長い計測時間を取った場合に得られる波の分散値 σ_w^2 が、短時間しか波浪計測ができなかった事により精度が $\varepsilon\%$ で計測された場合、試運転海域では平均抵抗増加 R_{Aw} は(53)式より σ_w^2 に比例し $\varepsilon\%$ の精度を持つと考えられる。よって、次の関係が成り立つ。

$$\frac{\Delta R_{Aw}}{R_{Aw}} = \frac{\varepsilon}{100} \quad (61)$$

$$|\Delta V| \leq \frac{\varepsilon}{100} \cdot \frac{1}{2hV} \cdot R_{Aw} \quad (62)$$

この式は、十分計測時間を取った場合に得られる平均抵抗増加 R_{Aw} と有限計測時間による船速修正量の推定幅 ΔV との関係を示している。

逆に試運転時に修正される船速の保証限界 $\Delta V_{\max}$ を与えれば、平均抵抗増加 R_{Aw} の計測時間をどの位必要とするのか知ることができる。更に推定幅と出会い角の関係図から $\Delta V_{\max}$ 以内に推定幅が収まるような出会い角も知る事ができ、試運転時の波浪状況と波浪による船速修正量との関係に知見を与えるものとなる。

4.2 試運転時の海域、計測時間等に関する適用限界の検討

有限計測時間による波の分散値の推定精度を表す簡易評価式を使い、1マイル間という短時間のために考慮しなければならない抵抗増加量の推定精度は、波の入射角 χ の関数 $\varepsilon(\chi)$ として表すことができる。

一方、短波頂不規則波中抵抗増加量を $R_{Aw}(\chi)$ とすると1マイル間と言う短時間の計測のために行われる船速修正量の推定幅は、(62)式より次式で与えられる。

$$|\Delta V| \leq \frac{\varepsilon(\chi)}{100} \cdot \frac{R_{Aw}(\chi)}{2hV_0} \quad (63)$$

(64)

$R_{Aw}(\chi)$, $\varepsilon(\chi)$ を予め計算しておけば、その海象下での波浪による船速修正量が短時間計測からくる不確かさ、逆に言えば正確さがどれ位の精度を持っているか、即ち、1マイルと言う短距離、短時間の計測による精度の推定が可能となる。

Fig. 6, Fig. 7 では、ある波の入射角では ε の値が発散する結果を得るが、短波頂不規則波の実海面を考えると、一方向の波成分のみ存在することは有り得ない。そこで、波の方向性関数と同様な考え方を導入し、次式で表される $\bar{\varepsilon}(\chi)$ を新たに定義する。

$$\bar{\varepsilon}(\chi) = K(m) \int_{\chi-\pi/2}^{\chi+\pi/2} \varepsilon(\theta) \cdot \cos^m(\chi-\theta) d\theta \quad (65)$$

ここで、 $K(m)$ は次式の値をとる。

$$K(m) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{m+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)} \quad (66)$$

従って、 $\bar{\varepsilon}(\chi)$ を表す図面と、 $R_{Aw}(\chi)$ を表す図面を用いて、短波頂不規則波中の船速修正量の推定幅が、(63)式より、両者の積として表される。

Fig. 14 に平均化した $\bar{\varepsilon}$ と波入射角 χ の関係を示す。これは波の集中度係数が $m=6$ の場合の計算例である。Fig. 15 に波浪中抵抗増加 R_{Aw} と波入射角 χ の関係を示す⁸⁾。Fig. 16 に前述の考察より求めた船速低下量の推定幅と波入射角 χ の関係を示す。船速修正量の、1マイルという短時間の計測による推定幅を求める方法のフローチャートを Fig. 17 に示す。

4.3 計算結果

以上の結果の一例として(62)式を船長 320 [m] (SR 196 C 船型) の、試運転海域 1 マイル間で予想される船速修正量の推定精度の計算結果、及び与えた海象及び船体に働く抵抗等の実験データを Table 2 に示す。風速は参考データで

Fig. 14 Relation between encounter angle and modified accuracy band including averaged effect on $\varepsilon(\chi)$

計算には含めていない。

$|\Delta V|$ の値は、試運転海域としてはかなり厳しい状態(有義波高 3.75 [m], 平均波周期 7.8 [s])でも 0.2 [knot] 以下である。即ち 1 マイル間という短時間の試験から求めた波浪による船速修正量の不確かさは、0.2 [knot] 以下ということであるから 1 マイル間の短時間であっても波浪修正は有効であることを示している。このような計算を種々の状態で行えば、波浪修正の是非の一つの目安を与える。以上の議論より平均波周期 8 秒、有義波高 4 m の向波状態と言う試運転海域にしては厳しい波浪状況を考えた場合でも、その海域のデータが正しく与えられれば試運転結果の波浪修正は 1 マイル間という短時間であったにしても有効であることがわかる。追波状態では、波の推定精度は悪いが、抵抗増加量が小さいので結果として船速低下の推定精度は悪くならないことがわかる。

5. 結 言

本論文では不規則変動量の自己相関関数を仮定することで波の分散値及び平均値が有限時間の計測によりどれくらいの推定誤差幅をもつかを、外乱を考慮した場合も含めて解析的に評価し、不規則波中における実験がどれくらいの計測時間を必要とするか検討した。さらに、これらの応用として、有限時間の航走である速力試運転での抵抗増加、並びに波浪修正される船速の信頼幅について調査した。以

Fig. 15 Added resistance in short crested irregular wave

Fig. 16 Reliable band of speed drop

上の結果次のことが明らかになった。

(1) 自己相関関数を仮定し波の分散値及び平均値の計測時間と推定精度の関係を評価する解析式を求めることができた。これらの結果は数値シミュレーション実験、水槽実験を行うことで確認できた。波や船体運動の平均値は分散値に比べ短時間の計測で良い精度が得られる。

(2) 不規則過程の自己相関関数を(13)式で近似した場合計測時間による推定幅への影響は、その確率過程のパワーの大きさには無関係で主にパワーの集中度によって決まる。帯域幅が大きいほど計測時間は短くて良い。

(3) 外乱が波と確率統計的に独立過程である場合、外乱が狭帯域なスペクトルを持ったものであれば分散値に与える影響は大きく、広帯域なスペクトルを持った外乱の場合は小さい。

(4) 有限時間内に行われる速力試運転においては、そ

Table 2 Experimental condition and calculated reliable-band of speed drop
SR196-C ($L_{pp}=320$ [m], $h=2.85$ [ton/(m/s)²]
; Full load condition)

* h は (58) 式の比例定数を表す。

	Sea State						
	1	2	3	4	5	6	7
有義波高: [m]	1.1	1.25	1.4	1.7	2.15	2.9	3.75
平均波周期: [s]	5.9	5.9	5.9	6.1	6.5	7.3	7.8
風速: [m/s]	0.95	2.50	4.45	6.75	9.4	12.35	15.55
出会い角: [deg]	180						
フルード数:	0.129						
	(7.224 [m/s] ; 14.0 [knot])						
航走時間: [s]	256.4						
抵抗増加: [ton]	6.06	6.89	7.78	9.44	12.2	17.4	24.3
全抵抗: [ton]	154.38	157.21	161.07	166.88	175.31	187.94	204.21
ϵ_p [%]	12.43	12.43	12.43	12.56	12.81	13.28	13.54
$\Delta V \leq$ [m/s]	0.018	0.021	0.023	0.029	0.038	0.056	0.080
$(\Delta V \leq$ [knot])	(0.036)	(0.040)	(0.046)	(0.056)	(0.074)	(0.110)	(0.155)

Fig. 17 Flow chart of the estimation method to obtain the reliable band of speed drop

の海域で推定される平均抵抗増加量から船速低下量の推定幅を求めることができる。

(5) わずか 1 マイル間という短時間を航走しただけでの、試運転結果を波浪修正することの是非については、与えられた海象が正しい限り 1 マイル間という短時間であってもその修正は有効である。

仮定される自己相関関数の決定等にはさらに検討の余地があると思われるが、本論文で行われた解析の方法は計算も容易であり試験水槽での実験や実際の速力試運転の波浪修正に 1 つの指針を与えるものと思われる。

6. 謝 辞

本研究は『SR 208-速力試運転時の波浪影響修正法に関する研究(平成 2 年～4 年)』の一部として実施されたものである。部会長竹沢誠二教授、幹事日立造船宮本雅史氏、及び部会の皆様には種々御討議頂きました。又、本論文の一部の抵抗値の計算結果は、委員の方(日立造船三宅成司郎氏、三井造船島田潔氏)の結果であり、これらの方々に御礼申し上げます。又、山内保文先生には、貴重な御討議と激励をいただきました。記してお礼申し上げます。最後に実験等に御協力頂いた本学高木健講師及び学生諸氏の御協力に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 第 19 回 ITTC Proceedings. Vol. 1, Report of the panel on Validation Procedures, Madrid, Spain, (Sep. 1990), pp. 577
- 2) 西尾茂, 姫野洋司, 高松健一郎: 不確かさ解析の抵抗, 自航試験への応用, 関西造船協会誌, 第 216 号, (1991, 9), pp. 51
- 3) Yasuhumi Yamanouchi: Analysis of irregular wave tests from multiple runs, the Seakeeping Committee Report, 13th ITTC, (Feb, 1972)
- 4) A. Papoulis: Probability, Random Variables and Stochastic Processes, McGraw-Hill, Inc. 1965, pp. 220
- 5) Maruo. H.: Resistance in Waves, 60 th Anniversary Series, Vol 8, Chap. 5, SNAJ, 1963
- 6) 中村彰一, 内藤林, 松本光一郎, 薄田健二, 西口映: 肥えた船首をもつ船の波浪中抵抗増加に関する実験的研究, 関西造船協会誌, 第 190 号, (1983, 9), pp. 73
- 7) 内藤林, 中村彰一, 原正一: 波浪中における船速低下の推定法に関する研究, 日本造船学会論文集, 第 146 号, (1979, 11), pp. 147-156
- 8) SR 208-速力試運転時の波浪影響修正法に関する研究(平成 2 年～4 年)