弾性応答のアクティブ制御による柔軟な海中構造物の 設置手法に関する基礎的検討

正員 鈴木 英之* 正員 吉田 宏一郎*
正員 渡辺 啓介**

Installation of Flexible Underwater Structure by Active Control of Elastic Response

by Hideyuki Suzuki, *Member* Koichiro Yoshida, *Member*
Keisuke Watanabe, *Member*

Summary

This paper presents a basic research on the problem of how to install a flexible structure whose elastic response must be taken into account during the installation in the deep-sea, using an active control technology. This technology will be needed because the trend of the target water depth of the underwater development is becoming increasingly deep so that the facilities and structural components must be installed by remote operation. In this paper, a model of a flexible structure is proposed first, then the equations of motion and the control systems are formulated, and after the simulation, the whole system is realized and checked with the actual structure model.

The equations of motion of the structure becomes a coupled form of rigid body motion and elastic response, and it is simplified further assuming that the roll and pitch motion or velocities are small. It is impossible to control infinite sets of modes of the structure, so that the control modes are extracted by using the modal filter and formulated by IMSC (Independent Modal Space Control). DVFB (Direct Velocity Feedback Control) is used to prevent the uncontrolled modes from excitation due to the spillover. This technique is called LAC/HAC approach, which makes the system robust against the nonlinearity and uncertainties in the dynamics of the structure.

The experimental model is a frame structure which is consisted of 25 rigid body cylinders connected by 80 flexible beams. It is also almost neutrally buoyant. 3 thrusters, 7 variable buoyancy type actuators and 11 ultrasound acoustic displacement sensors are attached to the model. The model is propelled along the trajectory by the thrusters with its elastic response, roll and pitch motion controlled by variable buoyancy actuators. During this operation, elastic response of the model is successfully controlled and transient response of the model is well damped.

1. はじめに

海洋開発においては、沖合い・大水深化が一つの動向であり、技術課題としては、人間が直接作業できず、遠隔操作にたよらなければならない海中に、ミッション構造物を如何にして建造・設置するかという問題がある。海中で用いられる構造物は、例えば TLP のテンプレートや重力式

プラットフォームのように、比較的大規模なものがあり、特にその設置過程において、中性浮力化、或いは非常に軽量化される傾向にあることから、柔軟性が大きな問題になることが予想される。構造物を柔軟さが問題にならない大きさに分割して、目的地で建造することも考えられるが、よく知られているように水中での作業は、潮流や高い圧力に加えて視界が悪く、非常に浅い水深でも難しい上に、工事は海象に非常に制限される等、沖合い大水深ではかなり困難を伴う。従って、陸上で一体に成形した構造物を現地まで運搬し、設置することが望ましいが、その際には海中の様々な外乱の中を、柔軟性に基づく構造変形を抑えながら、同時に姿勢を保ちつつ海中または海底の目的地に運搬するということになり、しかも一連の作業を遠隔操作で行

* 東京大学工学部船舶海洋工学科

** 東京大学大学院工学系研究科

Fig. 1 Model for experiment

わなければならない、アクティブな構造応答制御の手法を用いることが必要になると考えられる。

そこで、本論文では、柔軟な海中構造物を如何に設置するかという課題に対して基礎的な検討を加える。ここで、どのような構造を対象として考えるかということが問題になるが一般に、水中で柔軟な構造物を、目標の地点まで一定の姿勢を保ちながら移動しようとした場合の運動は、地上の構造物のような支持がないことから、構造全体としての並進運動と回転運動に加えて、各弾性体部分の弾性応答が混在したものとなるので、非常に複雑なものになる。従って、柔軟な任意の3次元構造の制御について、一般論を展開することは、今までに海洋分野ではこのような研究があまりなされていないこともあって、現段階ではあまり得策ではない。そこで、最初のステップとして、自由度を縮約した制御対象を考える。現在、海中で用いられている柔軟な構造物では、TLPのテンドンやライザー管といった一次元の線状構造についてアクティブ制御の応用が検討されているが¹⁾、近い将来には、TLPのテンプレートのような面的な広がりを持つ柔軟構造の柔軟性が問題となると思われる。このような点を踏まえて本論文では、面内の剛性に比較して、面外の剛性が小さいモデルを考え、Fig. 1に示すような、25個の剛体円筒を面外の剛性が低い梁で剛結合したモデルを使用する。そして、このモデルについて運動と制御系の定式化を行い、水中で一般的に用いられるであろうと思われる超音波位置計測装置と浮力可変型のアクチュエーター、スラスタを用いて、実際に実験を行い、弾性応答を抑えつつ姿勢・軌道を制御して目的地に構造物を移動・設置する際の問題点について検討を行った。

Fig. 2 Coordinate system

2. 運動方程式

運動方程式をたてるに先立ち、座標系を設定する必要があるが、Fig. 2に示すように、空間固定座標系 $O-XYZ$ を Σ 系、構造の重心に固定された物体固定座標系 $o-xyz$ を Σ' 系とする。また、始めに各座標系の向きは一致しているものとし、時間微分は Σ 系で行う。

上で述べたように今回の制御対象は、自由度を縮約して比較的取扱い易い形にしているが、それでもその運動を弾性体としての梁の部分を含めて厳密な形で求めようとすると、運動方程式は偏微分方程式となる。普通、このような分布定数系のモデリングにおいては、偏微分方程式を離散化して無限次元の常微分方程式に変換し、これらの中からいくつかのみを取り出して有限次元で議論を進めるのが一般的であるが、今回は、センサー・アクチュエーター上の制約もあって、個々の梁自体の振動制御は行わないので、梁を円筒間をつなぐ理想化されたバネとみなし、予め離散化された常微分方程式の形で運動方程式を定式化する。こうして得られる運動方程式は、円筒間を結ぶ個々の梁の弾性振動モードについてモード打ち切りしたものであるから、構造全体としての変形を制御しようという立場から見ると一般性を失わない。

面的な広がりを持つ構造物がゆっくり運動することを考慮して、運動方程式をたてるにあたっての仮定を、以下のよう定める。

- (1) 各円筒は、中心の円筒に関して対称に配置されており、各円筒の寸法・質量及び各円筒間の距離は等しい。
- (2) 個々の円筒の相対運動は、 z 軸方向のみで xy 平面内での運動はしない。
- (3) 円筒の回転は、系全体の回転のみで個々の円筒が独立には回転しないものとする。
- (4) 全体としての剛体運動の x 軸回りの回転及び回転角速度、 y 軸回りの回転及び回転角速度は小さい。
- (5) 各円筒の z 軸方向の相対変位は小さい。

(6) 円筒にかかる流体力は、流速について線形近似でできるものとする。

Σ' 系と Σ 系の回転関係をオイラー角で表し、 Σ 系による Σ' 系の原点の座標を (X_0, Y_0, Z_0) , Fig 2 において, ij 番目の円筒の Σ' 系での座標を (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}) , Σ 系での座標を (X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij}) とすると, 上の仮定を用いて高次の微小項を落として, 座標間の変換式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} X_{ij} &= X_0 + \cos \theta x_{ij} - \sin \theta y_{ij} \\ Y_{ij} &= Y_0 + \sin \theta x_{ij} + \cos \theta y_{ij} \\ Z_{ij} &= Z_0 - \phi x_{ij} + \phi y_{ij} + z_{ij} \end{aligned} \quad (1)$$

ここに, ϕ, ψ, θ はそれぞれ, x, y, z 軸周りの回転角である。考えている構造は, xy 平面内の変形はほとんどしないものとしているので $\dot{x}_{ij} = \dot{y}_{ij} = 0$ 。よって速度成分の変換式は,

$$\begin{aligned} \dot{X}_{ij} &= \dot{X}_0 - \dot{\theta} \sin \theta x_{ij} - \dot{\theta} \cos \theta y_{ij} \\ \dot{Y}_{ij} &= \dot{Y}_0 + \dot{\theta} \cos \theta x_{ij} - \dot{\theta} \sin \theta y_{ij} \\ \dot{Z}_{ij} &= \dot{Z}_0 - \dot{\phi} x_{ij} + \dot{\phi} y_{ij} + \dot{z}_{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

さらに, Σ' 座標系の Σ 座標系に対する回転角速度ベクトル ω の (x, y, z) 成分は次のようになる。

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\phi} - \dot{\theta} \sin \phi \\ \omega_y &= \dot{\phi} \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \cos \phi \\ \omega_z &= -\dot{\phi} \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \cos \phi \end{aligned} \quad (3)$$

以上の関係と先の仮定から, 並進運動エネルギー及び回転運動エネルギーはそれぞれ次のようになる。以下, n は一行(列)に並んでいる円筒の個数とする。

並進運動エネルギー:

$$\begin{aligned} T_T &= \frac{1}{2} m \left\{ (\dot{X}_0^2 + \dot{Y}_0^2 + \dot{Z}_0^2) n^2 \right. \\ &\quad + (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 + (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ij}^2 \\ &\quad - 2\dot{\phi} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \dot{z}_{ij} x_{ij} + 2\dot{\phi} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \dot{z}_{ij} y_{ij} \\ &\quad \left. + 2\dot{Z}_0 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \dot{z}_{ij} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \dot{z}_{ij}^2 \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

回転運動エネルギー:

$$T_R = \frac{n^2}{2} (I\dot{\phi}^2 + I\dot{\psi}^2 + I_z\dot{\theta}^2) \quad (5)$$

ここに, m は円筒の質量, I は x, y 軸周りの慣性モーメント, I_z は z 軸周りの慣性モーメントである。 ij 番目の円筒に作用する外力の仮想仕事 δW は, 以下のように与えられる。

$$\delta W = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \delta W_{ij} \quad (6)$$

ここに, δW_{ij} は, 各円筒に作用する外力による仮想仕事であり, 円筒に作用する外力 f_{xij} , モーメント $M_{\phi ij}$ 等を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} \delta W_{ij} &= f_{xij} \delta X_{ij} + f_{yij} \delta Y_{ij} + f_{zij} \delta Z_{ij} \\ &\quad + M_{\phi ij} \delta \phi_{ij} + M_{\psi ij} \delta \psi_{ij} + M_{\theta ij} \delta \theta_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

また, 梁のバネとしての作用は z 方向のみと仮定すると, バネ定数を k として, 梁の全弾性エネルギー U は, 各円筒

間に 2 本ずつついていることを考慮して,

$$U = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^n k(z_{ij} - z_{i+1j})^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} k(z_{ij} - z_{i+1j})^2 \quad (8)$$

で与えられる。ここで, 系全体の並進運動エネルギー T_T , 回転運動エネルギー T_R , 外力の仮想仕事 δW , 梁の全ひずみエネルギー U として, 剛体系としての系の運動方程式はラグランジアン $L = T_T + T_R - U$ を用いて, 以下の作用積分の停留条件から求まる。

$$\begin{aligned} 0 &= \int_{t_1}^{t_2} (\delta L + \delta W) dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} (\delta T_T + \delta T_R - \delta U + \delta W) dt \end{aligned} \quad (9)$$

制御力以外の外力としては, 重力, 浮力, 流体力があるが, 完全に中性浮力であるとして, 流体力についてのみ考慮する。流体力としては, 円筒に作用する抗力と付加慣性質量による慣性力, 慣性モーメントについて考えることにする。式(9)を任意の仮想変位についてまとめ, 流体力を考慮すると以下の式が得られる。

$$(m + m_x) n^2 \ddot{X}_0 + C_{Dx} n^2 \dot{X}_0 = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n f_{RXij} \quad (10)$$

$$(m + m_x) n^2 \ddot{Y}_0 + C_{Dy} n^2 \dot{Y}_0 = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n f_{RYij} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} (m + m_z) n^2 \ddot{Z}_0 + (m + m_z) \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \ddot{z}_{ij} \\ + C_{Dz} n^2 \dot{Z}_0 + C_{Dz} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \dot{z}_{ij} \\ = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n f_{RZij} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \left\{ n^2(I + I') + (m + m_z) \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ij}^2 \right\} \ddot{\phi} \\ + (m + m_z) \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ij} \ddot{z}_{ij} \\ + \left(n^2 C'_{Dz} + C_{Dz} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ij}^2 \right) \dot{\phi} + C_{Dz} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ij} \dot{z}_{ij} \\ = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ij} f_{RZij} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n M_{R\phi ij} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \left\{ n^2(I + I') + (m + m_x) \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 \right\} \ddot{\psi} \\ - (m + m_x) \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} \ddot{z}_{ij} \\ + \left(n^2 C'_{Dz} + C_{Dz} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 \right) \dot{\psi} - C_{Dz} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} \dot{z}_{ij} \\ = - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} f_{RZij} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n M_{R\psi ij} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \left\{ n^2 I_z + (m + m_x) \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (x_{ij}^2 + y_{ij}^2) \right\} \ddot{\theta} \\ + C_{Dx} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (x_{ij}^2 + y_{ij}^2) \dot{\theta} \\ = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} (-\sin \theta f_{RXij} + \cos \theta f_{RYij}) \\ - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ij} (\cos \theta f_{RXij} + \sin \theta f_{RYij}) \\ + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n M_{R\theta ij} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} (m + m_z) (\ddot{z}_{ij} + \ddot{\phi} y_{ij} - \ddot{\psi} x_{ij} + \ddot{Z}_0) \\ + C_{Dz} (\dot{z}_{ij} + \dot{\phi} y_{ij} - \dot{\psi} x_{ij} + \dot{Z}_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +2k(z_{ij}-z_{ij+1})+2k(z_{ij}-z_{ij-1}) \\
& +2k(z_{ij}-z_{i+1j})+2k(z_{ij}-z_{i-1j}) \\
& =f_{RZij}
\end{aligned} \quad (16)$$

ここに、 m_x, m_y, m_z はそれぞれ円筒の x, y, z 方向の付加質量、 C_{Dx}, C_{Dy}, C_{Dz} は x, y, z 方向の並進運動速度による抵抗係数、 I', C'_{Dz} はそれぞれ円筒の回転による付加慣性モーメントと回転運動速度による抵抗係数である。円筒は z 軸に関して軸対称なので、 $m_x=m_y$ であり、また、 $C_{Dx}=C_{Dy}$ であるとする。 $f_{RXij}, f_{RYij}, f_{RZij}, M_{R\phi ij}, M_{R\theta ij}, M_{R\psi ij}$ は、流体力以外の外力とモーメントを表す。式(16)において添字 $i-1, i+1, j-1, j+1$ を含む項は、 $0 \leq i-1, i+1, j-1, j+1 \leq n$ のときのみ存在する。付加質量、抵抗係数は、円筒の半径 r 、長さ h 、水の密度 ρ を用いて次のようになるものとする。

$$\begin{aligned}
m_x &= \rho \pi r^2 h \\
m_z &= \frac{4}{3} \rho \pi r^3 \\
C_{Dx} &= \frac{1}{2} \rho C_{dx} 2rh = \rho C_{dx} rh \\
C_{Dz} &= \frac{1}{2} \rho C_{dz} \pi r^2 \\
I' &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{m_x}{h} z^2 dz \\
C'_{Dz} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{C_{Dz}}{h} z^2 dz
\end{aligned} \quad (17)$$

ここで、 C_{dx}, C_{dz} は実験から求める係数である。

また、以上の式は、式(10)、(11)、(15)が XY 平面内の運動、式(12)～(14)、(16)が Z 方向及び傾斜の運動を表し、回転角 ϕ, ψ の微小仮定によって、これらの運動が分離した形になっている。 Z 方向及び傾斜の方程式をマトリクスに直すと以下ようになる。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12}^T & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \\
& = \mathbf{P} \mathbf{f}
\end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 $\mathbf{x}_1=[Z_0, \phi, \psi]^T$ は、真中の円筒に固定された基準座標系の変位、姿勢を表すベクトル、 $\mathbf{x}_2=[z_{11}, \dots, z_{1n}, \dots, z_{n1}, \dots, z_{nn}]^T$ は、個々の円筒の弾性応答を表す n^2-1 次元ベクトルである。 $\mathbf{x}_2$ ベクトルが n^2-1 次元になっているのは、真中の円筒に Z' 座標系が固定されているので、ここでの z 軸方向変位はなく、式(16)の真中の円筒に関する式は結局、物体固定座標系の運動を空間固定座標系で表す式となり、式(12)に吸収されているからである。 M_{11} は系全体の質量及び慣性モーメントを表す 3×3 行列、 M_{12} は剛体モードと弾性変位を連成させる $3 \times (n^2-1)$ 行列、 M_{22} は個々の円筒の質量を表す $(n^2-1) \times (n^2-1)$ 行列である。 C_{11}, C_{12}, C_{22} 、についても同様で、また K_{22} は剛性を表す $(n^2-1) \times (n^2-1)$ 行列である。右辺の $\mathbf{f}=[f_{RZ33}, \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n M_{\psi}, \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n M_{\phi}, f_{RZ11}, \dots, f_{RZnn}]^T$ は個々の円筒に作用する外力とモーメントを表す n^2+2 次元ベクトル、 $\mathbf{P}$ は、円筒の各点

に作用する力とモーメントを系全体に作用する力とモーメントに直す $(n^2+2) \times (n^2+2)$ 行列である。今の場合、中性浮力を仮定しているので、外力はアクチュエーターによる制御力となる。以下、この方程式を基に弾性応答の制御系の設計について述べていくことにする。

3. 制御系について

上で得られた運動方程式を用いて制御系を設計するわけであるが、センサーとアクチュエーターの数、及び計算機の能力に制限があるので、運動の全てのモードを制御することは出来ない。そこで運動方程式をさらにモード打ち切りして、制御すべきモードを決める必要があるが、特に、弾性応答制御に関して、まず第1に問題になるのは、このモード打ち切りによって切り捨てられたモードと制御系が干渉して、系が不安定になるスピルオーバー現象である³⁾。スピルオーバー対策については、様々な研究がなされているが、特に今回のモデルのような固有振動数が接近している場合にはモーダルフィルタが有効であるのでこれを用いる⁴⁾。モーダルフィルタは、固有関数の直交性を利用しているので、十分多くのセンサーを用いれば、観測スピルオーバーは本質的には、生じない。但し、離散センサー出力と内挿関数から推定分布量を求め、固有関数の直交性からモード座標を推定するものであるから、常に内挿誤差が存在し、十分な数のセンサーを用いないと精度が悪くなる。内挿関数の決定方法にはモード展開法(MEM)と有限要素法(FEM)とによる方法があるが、今回は、前者の方法を用いることにする⁵⁾。

次に、どのモードをモード打ち切りするかが問題となる。このモード打ち切り規範には色々なものが提唱されているが²⁾、今回はまず振動のモードを調べるためにモード解析を行い、その結果から低次のモードを幾つか拾って制御モードとする。モード解析の方法には、剛体モードを拘束して弾性変位についてのみモード解析を行う拘束モード法と、剛体モードを含めて全体の運動方程式についてモード解析を行う非拘束モード法があるが⁶⁾、拘束モード法では、剛体モードの影響を過小評価することになり、姿勢制御系と振動制御系が干渉してしまう恐れがある。そこで、非拘束モード法を用いてモード解析を行う。この結果とセンサー・アクチュエーター上の制約から、制御モードとしては剛体モードに加えて、4次の弾性モードまでをとることにし、この制御モードにたいして歪エネルギーと運動エネルギーが最小になるように最適レギュレーターを構成して、モード空間で最適制御を行う。

この手法は、IMSC (Independent Modal Space Control)⁷⁾と呼ばれ、制御モードについては、質の良い制御を行うことが出来る。ただし、モーダルフィルタを用いて、観測スピルオーバーを回避するようにはしていても、制御スピルオーバーなど、モード打ち切りされたモードの

影響は依然として残っているので、安定性に問題がある。そこで、アクチュエーターと同置（コロケーション）されたセンサーからの出力を用いて、速度フィードバックを行い減衰を高める DVFB (Direct Velocity Feedback Control)⁹⁾ により、系の安定性を高める。この方法では、系は強正実になり、エネルギー散逸的になる。以上の様な階層的な手法を LAC/HAC (Low Authority Control/High Authority Control) と呼ぶ⁹⁾。

3.1 弾性応答の制御

式(18)を簡単な為、以下のように書く。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = Pf \quad (19)$$

また、以下 $n^2 + 2 = N$ とする。

3.1.1 LAC

モード空間における HAC 制御系の設計は、高次のモードが十分に減衰したものとして特に問題となると思われる低次のモードにたいして行うものであるから、もし高次のモードが十分に減衰していなければ、スピルオーバー等により制御系が不安定になる可能性がある。これは、減衰の殆ど無い大規模宇宙構造物においては非常に問題となるものである。水中の構造物においては流体力による減衰の効果があるけれども、流体力による減衰はパッシブなものであり、制御系の安定性をより高めるためアクティブに減衰を高める必要が生じた場合のために、DVFB による LAC の定式化を行う。式(19)において、 M 個のアクチュエーターによる LAC 制御力を f_{LAC} とすると、

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = PLf_{LAC} \quad (20)$$

ここで $N \times M$ 行列 L はアクチュエーターの配置の効果を表す行列である。普通、観測は空間固定座標系で行うのでセンサー出力は、センサーの配置を表す $K \times N$ 行列 S を用いて、

$$y = SP^T x \quad (21)$$

で表される。ここで、コロケーションによりセンサーとアクチュエーターの配置が同じ場合は、次の関係式が成り立つ。

$$S = L^T \quad (22)$$

従って、コロケーションの成り立つ場合の速度フィードバックはフィードバックゲインを D として以下のようになる。

$$f_{LAC} = -DL^T P^T \dot{x} \quad (23)$$

これを式(20)に代入すると、

$$M\ddot{x} + (C + PLDL^T P^T)\dot{x} + Kx = 0 \quad (24)$$

故に、フィードバックゲイン行列 D が非負定であれば、系はエネルギー散逸系となってすべてのモード成分について減衰を高めることができる。

3.1.2 モード解析

HAC 制御系の設計においては、運動方程式(19)を力学的に独立な振動モードに分解し、この中からモード打ち切りを行って制御モードを抽出する。そこで、系の振動モー

Fig. 3 Significant elastic modes of the model

ドを調べ、運動方程式を互いに独立な振動方程式に分解するためモード解析を行うわけであるが、ここでは先に述べたように、剛体モードを拘束しない非拘束モード法で、式(19)の斉次方程式についてモード解析を行う。今の場合、その作り方と意味から明らかに質量マトリクス M 、減衰マトリクス C は実対称正定、剛性マトリクス K は実対称非負定である。また、 M と C は付加質量による寄与の差を除いては、全く同じ形式になるのではほぼ完全に比例減衰となる。そこで、 $C = \alpha M$ とすると、この場合の固有値問題は、固有値 μ 、固有ベクトル ϕ として、

$$(\mu^2 + \alpha\mu)M\phi + K\phi = 0 \quad (25)$$

となり、非減衰の場合の固有値問題となって固有ベクトルは実ベクトルとなる。また、モード解析の結果得られる固有値を小さい方から対角に並べた行列を Λ 、モードベクトルをその固有値が小さい方から $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ とし、これを並べて得られる $N \times N$ モーダルマトリクスを Φ とすると、固有ベクトルの直交性から、

$$\begin{aligned} \Phi^T M \Phi &= I \\ \Phi^T C \Phi &= \alpha I \\ \Phi^T K \Phi &= \Lambda \end{aligned} \quad (26)$$

となる。今回用いる制御モデルについてのモード解析の結果を Fig. 3 にいくつか示す。

3.1.3 HAC

運動方程式をモード空間で表現するため以下のような変数変換を行う。

$$\eta = \Phi^{-1} x \quad (27)$$

ここで、 η は、モード座標である。すると運動方程式(19)は、

$$\Phi^T M \Phi \ddot{\eta} + \Phi^T C \Phi \dot{\eta} + \Phi^T K \Phi \eta = \Phi^T P L f_{HAC} \quad (28)$$

これは、式(26)をもちいて以下のような連成しない N 個の振動方程式に分解できる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \dot{\eta}_c \\ \dot{\eta}_R \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} \dot{\eta}_c \\ \dot{\eta}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_c & 0 \\ 0 & A_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_c \\ \eta_R \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} B_c \\ B_R \end{bmatrix} f_{HAC} \end{aligned} \quad (29)$$

ここで、 C は制御モード、 R は剰余モードをあらわす。また、 B_c, B_R は、 $\Phi^T P L$ を分割したそれぞれ $N_c \times M, N_R \times M$ 行列。制御系の設計は、 N_c 個の制御モードに対して行うわけであるが、制御モードをそれぞれ独立に制御するためには、 $N_c = M$ でなければならない。さらに、 B_c が逆行列を持つようにアクチュエーターの配置には注意しなければならない。

次に、制御モードに対して最適制御を行うため、制御モードの運動方程式を状態方程式に直すと以下のようなになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_c \\ \dot{\eta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -A_c & -aI \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_c \\ \dot{\eta}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_c \end{bmatrix} f_{HAC} \quad (30)$$

簡単のため、これを

$$\dot{X} = AX + BU \quad (31)$$

とする。最適レギュレータ構成のための評価関数 J としては、以下の様に状態量に関する重み行列として A_c, I を用い、制御モードに関する弾性・運動エネルギーが最小になる様に定める。但し、行列 A_c の剛体モードに対応する要素はゼロであるから、このままでは評価できないので、適当な評価値 a, b, c をあてはめ、

$$A'_c = \begin{bmatrix} a & & \\ & b & \\ & & c \\ & & & A_{c22} \end{bmatrix} \quad (32)$$

とする。ここに、 A_{c22} は A_c の弾性モードに対応する部分を表す。

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} \eta_c \\ \dot{\eta}_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \gamma A'_c & 0 \\ 0 & \delta I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_c \\ \dot{\eta}_c \end{bmatrix} + f_{HAC}^T R f_{HAC} \right) dt \\ &= \int_0^\infty [X^T Q X + U^T R U] dt \end{aligned} \quad (33)$$

ここで、 γ, δ は重みの係数、 R は制御力にかかる重み行列である。最適制御入力、次の定常リッカチ型行列方程式を解いて、

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (34)$$

$$U = -R^{-1}B^T P X \quad (35)$$

で与えられる。

3.1.4 モーダルフィルタ

上で述べたフィードバックを実現するためには、観測データから制御モードを抽出しなければならない。そこでモーダルフィルタを用いる。モーダルフィルタを用いる理由は、固有関数が接近していても有効であること、制御系とは独立に設計できること、推定計算に時間がかからないことといった長所に加えて、今回は固有ベクトルがすべ

て解っており、正確な固有関数の情報は得にくいというモーダルフィルタ構成上の欠点がないからである。センサー数 K と同数のベクトル $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_K$ と適当な係数 ν_i を用いて、変位 x が実用上十分正確に

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^K \nu_i \phi_i = \Psi \nu \quad (36)$$

と線形結合の形で表されると仮定する。ここに、 $\bar{x}$ は推定変位ベクトルである。これに伴いセンサー出力 $\bar{x}_s$ は、

$$\bar{x}_s = S \Psi \nu \quad (37)$$

よって、

$$\nu = (S \Psi)^{-1} \bar{x}_s \quad (38)$$

ここで、 $S \Psi$ が逆行列をもつようセンサー配置には注意が必要である。これを(36)に代入すれば、

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \Psi (S \Psi)^{-1} \bar{x}_s \\ \hat{\eta} &= \Phi^{-1} \Psi (S \Psi)^{-1} \bar{x}_s \end{aligned} \quad (39)$$

ここに、 $\hat{\eta}$ は、推定モード座標である。特に、 $\phi_i = \phi_i$ とすれば、

$$\hat{\eta} = (S \Psi)^{-1} \bar{x}_s \quad (40)$$

となる。

3.2 軌道制御

XY 平面内の運動方程式(10), (11), (15)をマトリクスに直し、簡単のためこれを以下のように書く。

$$M_T \ddot{X}_T + C_T \dot{X}_T = P_T f_T = F_T \quad (41)$$

ここで、目標値を x_c とし、状態量の目標からの偏差を e とすると、式(41)は次のように変換できる。

$$\begin{aligned} e &= x - x_c \\ M_T \ddot{e} + C_T \dot{e} &= P_T f_T = F_T \end{aligned} \quad (42)$$

これを状態方程式に変換すると以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & -M_T^{-1} C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_T^{-1} \end{bmatrix} F_T \quad (43)$$

これを式(31)以下と全く同様にして最適制御の手法で定式化する。

3.3 センサー・アクチュエーター配置

アクチュエーターの個数は、 Z 方向については、剛体モード3次、弾性モードは4次の計7個とする。これは、実験を行う際にコンプレッサーから出力できるアクチュエーターの数に制限があることと、なるべく少ないエネルギーで如何によく制御するかが制御を行う際の課題であるからである。アクチュエーターの配置は、モード解析の結果を考慮し、さらに式(29)の B_c が逆行列を持つように配置する。このとき式(31)における可制御行列 U_c は、

$$\begin{aligned} U_c &= [B, AB, A^2 B, \dots, A^{13} B] \\ &= \begin{bmatrix} 0 & B_c & \dots \\ B_c & -aI & \dots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

となり、明らかにフルランクとなるので可制御である。 XY 平面内については、 X 軸方向の並進運動、 Y 軸方向の並進運動、 XY 平面内での回転運動に対応させて、3個のスラスターを用いる。この場合には明らかに可制御である。

Fig. 4 Sensor and actuator arrangement

センサーは、理論上は多ければ多いほどよいが、実際に用いる超音波位置計測装置では、ノイズなどによりうまく計測できないことがあり、信頼性が下がる恐れがあることから円筒の位置を特定するための9個に加えて、姿勢角を観測する2個の計11個用いることにする。センサー配置に関しては、DVFBとの兼ね合いからアクチュエーターと同置した上で、さらにモデルフィルターの式(38)の $S\Psi$ が逆行列をもつようにしなければならない。モデルフィルターが構成できれば、必ず制御モードは抽出できるので観測行列 C は I となり、このとき可観測行列 U_0 は、

$$U_0 = [C^T, A^T C^T, (A^T)^2 C^T, \dots, (A^T)^{13} C^T] \quad (45)$$

で、明らかにフルランクとなり、可観測である。

以上をふまえてセンサー・アクチュエーター配置はFig. 4のようになる。

4. シミュレーションと実験

運動方程式をたてる際には、流体力の評価を線形近似したり、微小項を落としたりといった様々な仮定を施しており、また、パラメーターの不確実性もあるので、まずシミュレーションによって、制御系の機能を確認したうえで、実際に模型による検証実験を行う必要がある。模型はFig. 1に示したようなものであり、XY平面内の剛体運動を3個のスラスターで制御し、Z軸方向の剛体運動、姿勢及び弾性応答を7個の浮力可変型アクチュエーターで制御する。実験に用いる模型の主要目はTable 1の通りである。センサーとして用いる超音波位置計測装置は、模型に取り付けられた11個の超音波送信器からの超音波信号を、水槽内に設置された3個の超音波受信器で受信して距離を測定し、三角測量の要領で位置を決定するものである。実験のミッションとしては、

Table 1 Principal data of the experimental model

Longitudinal length(m)	1.0
Transversal length(m)	1.0
Height(m)	0.2
Mass of a cylinder(kg)	0.394
Total Mass(kg)	10.15

Fig. 5 Elastic free vibration observed in the simulation

Fig. 6 Elastic response observed in the control simulation (with LAC and LAC+HAC)

- (1) 弾性応答を抑えながら高度と姿勢を保つこと
- (2) 上記に加えて目標の軌道を追従させること

4.1 シミュレーション

HACの定式化はLACにより高次の振動が十分減衰した状態を仮定したもとで行っており、実際にLACの効果があるのか、またモード推定の際にモデルフィルターは十分機能しているか、制御力がアクチュエーターの出力範囲に収まっているかなど、定式化した制御系の機能を確認し、数式モデルの振る舞いを調べる必要がある。そこで、後に述べる実験と同じミッションをもたせた場合について、運動方程式をニューマーク β 法によって直接時間積分してシミュレーションを行った。

まず、制御せずに力を加えたときにどのような弾性応答

をするか調べるために、四隅と真中の計5箇所にそれぞれ制御した場合の制御力の実効値に相当する定常力として10 gfの力を、目標高度に達するまで4秒間加えその後ゼロとした場合の弾性応答の結果をFig. 5に示す。

次に、制御した場合について、HACのみによるものとHAC/LACによるものを比較した弾性応答の結果をFig. 6に示す。制御しない場合には、たわみは最大約3 cm、振動は約20秒続いているのに対し、制御した場合には、たわみは最大約1 cm、振動は約5秒で収まり、制御系が良好に機能して、弾性応答がよく抑えられていることが解かる。ま

Fig. 7 Rigid body trajectory of the model

Fig. 8 Rigid body motion observed in the control experiment (pitch, roll and altitude)

た、LACを併用した方が、かなり安定性がよくなることが解かる。このとき、アクチュエーター1個あたりの制御力の最大値は約15 gf、制御力の合計は約50 gfと非常に小さいものであった。

Fig. 9 Elastic response observed in the control experiment

Fig. 10 Rigid body motion in the trajectory tracking experiment (translation and heading)

Fig. 11 Rigid body motion in the trajectory tracking experiment (pitch, roll and altitude)

4.2 実験

実験は、水槽の制限と超音波位置計測装置の指向性の問題から、目標高度は 0.2 m、軌道計画は Fig. 7 に示す様に、まず点 (1.0, 0.9, 0.2) から (1.75, 0.9, 0.2) に移動し、ここで z 軸回りに反時計回りに 90 度回転してから元の角度にもどり、今度は点 (1.25, 0.9, 0.2) を目標に移動するというものにした。移動速度は、スラスターの出力を考慮して、最大で 2 cm/sec 程度になるようにゲインを調整した。実験の結果をミッション (1) については Fig. 8, Fig. 9 に、ミッション (2) については Fig. 10, Fig. 11 に示す。

まず、ミッション (1) については、Fig. 8 は高度と姿勢角を表し、Fig. 9 は弾性応答を表す。シミュレーションに比べると、高度制御に多少変動が見られ、また弾性応答においては初期に最大約 10 cm の変形がでているが、これは、数学モデルでは円筒を全て均一に扱っており、スラスターの質量やアクチュエーターのおくれの影響を考慮にいれていないこと、超音波位置計測装置やアクチュエーターのケーブルの影響をうけること、模型に用いた梁の剛性の評価値が実際とは異なったものになったことが原因であると思わ

れる。しかし、このようなパラメーター変動に関わらず、スピルオーバー等も無く、制御系は良好に機能し、最終的には、目標高度 20 cm にとどまり、姿勢を保ちながら、弾性応答を抑えることに成功した。また、制御力もシミュレーションで予想していた出力に近いものとなり、最大で合計約 60 gf と構造重量 10 kgf に比べて、非常に小さい力で制御できることがわかった。

次にミッション (2) については、スラスターの電氣的あるいは音響的なノイズのために計測精度が低下したため、 XY 平面内での軌道制御は比較的良好な結果を得られたが、 Z 軸方向の運動についての制御成績はあまりよいものが得られなかった。Fig. 10 は XY 平面内の剛体運動を表し、Fig. 11 が高度と姿勢角を表す。まず、Fig. 10 についてみると、この軌道制御については、観測ノイズの影響が認められるものの、点 (1.0, 0.9, 0.2) から (1.75, 0.9, 0.2) に移動し、さらに点 (1.25, 0.9, 0.2) を目標に移動するという予定の軌道を移動し、シミュレーションと同等の結果をうることができた。Fig. 10 の回転運動及び Fig. 11 の結果については、例えば、高度のデータでは最大約 20 cm、 Z 軸回りの回転では最大約 40 度と観測データ上では目標値の周囲でやや大きく変動しているようにみえるが、これは、先に述べたように三角測量の要領で位置を検出しているため、これらの観測データがスラスターのノイズによる距離測定の影響を特に大きくうけたためである。しかし、実際の実験は、目視した範囲では、これほどの変動は見られず、制御は比較的良好に機能しているという印象を受けた。

5. 結 論

本論文では、将来の海洋開発において、構造応答制御を用いて弾性応答を抑えつつ柔軟な構造物を目標位置に運搬・設置する技術が必要になることを予想して、その第一歩として面的な広がりを持つ中性浮力化された構造物モデルを考案し、これについて運動方程式をたてて数学モデルを作成したうえで、DVFB とモーダルフィルターによる LAC/HAC アプローチを用いた最適制御系を設計・適用し、理論面と実験面から検討を行った。このモデルは、80 本の弾性梁で結合された 25 個の剛体系について、11 個の超音波位置計測装置と 7 個の浮力可変型アクチュエーター及び 3 個のスラスターをもちいたものである。結論は以下の通りである。

- (1) 面的な広がりを持つ柔軟な 3 次元構造物の近似モデルを考案し、弾性応答と剛体運動が連成する運動方程式を定式化することができた。
- (2) LAC/HAC による階層的な最適制御理論を用いて、制御系を設計し、ニューマーク β 法によるシミュレーションを行い、姿勢及び弾性応答制御、軌道制御ともに制御系が機能することを確認した。
- (3) 想定した構造モデルについて実際に模型を設計・製

作し、制御システムを構築して実験を行った。その結果、構造重量の百分の一以下という非常に小さな制御力で、過渡応答を十分制御できるという知見を得た。

- (4) 実験に課したミッションのうち、一定高度を目標に姿勢を保ちながら、弾性変形を抑えるものについては、良好な結果を得た。
- (5) 上記のミッションに加えて、軌道を制御させる実験では、スラスターのノイズで超音波位置計測装置の精度が低下したため、制御成績はよくなかったが、実システム制御上の問題点が明らかになった。
- (6) センサーノイズがあまり影響しなければ、DVFB及びモーダルフィルターを用いたLAC/HACアプローチで、パラメーターの変動があっても弾性応答を抑えながら姿勢を制御することができる。

今後の課題としては、ソフトの面からは、センサー・アクチュエーターの特性も含めた数学モデルを作成すること、センサーノイズにロバストなフィルターを検討すること、ハードの面からは、超音波位置計測装置等のケーブルの影響を軽減するように検討すること、もっと広い範囲で実験できるよう計測アルゴリズムを含めた超音波位置計測装置を改良することなどがあげられる。

参考文献

- 1) 鈴木, 吉田, 宮崎, 森川, 石川: 「能動制御による柔軟な水中線状構造物の設置手法」日本造船学会論文集 Vol. 172 (1992) pp 501-509
- 2) 狼, 木田, 山口: 「LSSのダイナミックス・モデリングおよび低次元化」計測と制御 Vol. 26, No. 10 (1987) pp 845-854
- 3) M. Balas: Active Control of Flexible Systems, Journal of Optimization Theory and Application, 253, (1987) pp 415-436
- 4) 太田, 青木, 開沼: 「スピルオーバー除去のためのモーダルフィルターの構成」計測と制御 Vol. 25, No. 11 (1986) pp 1015-1022
- 5) L. Meirovitch and H. Baruh: The Implementation of Modal Filters for Control of Structures, Journal of Guidance and Control, 8-6, (1985) pp 707-716
- 6) 狼, 藤井: 「柔軟衛星のモデリング」日本航空宇宙学会誌 Vol. 32 No. 364 (1984) pp 263-274
- 7) L. Meirovitch and H. Oz: Modal Space Control of Large Flexible Spacecraft Possessing Ignorable Coordinate, Journal of Guidance and Control, 3-6, (1980) pp 569-577
- 8) M. J. Balas: Feedback Control of Flexible System, IEEE Trans. AC23 (1978) pp 673-679
- 9) 土屋, 柏瀬, 真鍋: 「柔軟衛星の姿勢制御」計測と制御 Vol. 24 No. 5 (1985) pp 410-416