主観的分類情報の定量化とその信頼性工学的利用

正員 藤 本 由紀夫* 正員 新 宅 英 司*
正員 宗 智**

Quantification of Subjective Information and
Its Utilization in Reliability Engineering

by Yukio Fujimoto, *Member* Eiji Shintaku, *Member*
Zhi Zong, *Member*

Summary

Subjective information of human are widely utilized in every sphere of engineering. However, subjective data can not be handled in the same way as objective data, if they are not quantified. As the result, subjective data are not introduced in numerical analysis, usually. In this study, fuzzy membership functions are employed in order to quantify subjective classification information. A probabilistic model which can determine the shape of membership function from fuzzy data is proposed. Further, for the utilization of subjective information in reliability engineering, a recursive method to estimate probability density function from subjective classified data is developed. This probability density function can be used in the reliability analysis in the same way as the ordinary probability density function since all the calculation is carried out based on the probabilistic methods.

1. 結 言

人間は日常、強い・弱い、大きい・小さいなど言語で主観を表現する。客観情報が一般に定量情報であるのに対して、主観情報は粗く境界の決め難い分類情報として利用される点に特徴がある。

主観情報の工学的利用の一つにファジイ理論¹⁾がある。ファジイ理論では、主観と客観との対応付けに帰属度関数を使用する。帰属度関数は、主観量を客観量にあるいは、客観量を主観量に変換するための“相互変換器”の役目を果たす関数として使用される。しかし、その関数形状の適切さすなわち、“主観-客観関係”の精度については、従来あまり検討が行われて来なかった。

ところが、帰属度関数の形状が不明瞭であるということは、以降の解析にその曖昧さが持ち込まれることを意味する。ファジイ制御²⁾³⁾のように制御を実行後、結果の善し悪

しをフィードバックして帰属度関数を修正できる場合には、この曖昧さはあまり気にならない。しかし、構造健全度のエキスパート推論⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾やシステムの信頼性評価⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾のように推論結果の適切さを客観的に判断する手段が無い一方方向推論の場合には、使用した帰属度関数が果たして正確に“主観-客観関係”を表現しているか否かが決定的に重要である¹¹⁾。

このような観点から本研究ではまず、言語で分類された数十のファジイデータを基に、帰属度関数を決定する確率モデルを提案する。このモデルでは帰属度関数を、“人間の五感をセンサーと考えた場合、その特性や性能を記述する関数¹²⁾”と考えている。そして、ファジイデータに基づいてある人間固有の帰属度関数を確率解析により決定する。

次に、信頼性工学に主観情報を導入する方法を提案する。信頼性解析ではしばしば確率密度関数を使用するが、その決定においては従来から主観をできるだけ排除する傾向にあった。このため客観的データの収集に多大の労力を必要としたり、それがネックとなって解析が困難になる場合があった。しかし、人間の主観的分類情報を用いて、客観的データに基づいて決定したのとそれほど変わらない精度で確率密度関数を決定できれば、信頼性工学に非常に有効な

* 広島大学工学部

** 広島大学大学院工学研究科

ものとなると考えられる¹³⁾。本研究では、新しく帰属度関数を利用した確率密度関数の推定方法を提案し、信頼性解析に主観情報が活用できることを示す。

2. 帰属度関数の決定モデル

2.1 主観による客観値の認識と言語表現

x を物理的に測定可能な変数 X からのサンプルとする。いま、客観値 x を測定を行わず主観的にとらえた値を y とする。本研究では、客観値 x と主観値 y の関係を次のようにモデル化する。

$$y = x + \varepsilon(x) + \omega(x) \quad (1)$$

ここで $\varepsilon(x)$ は主観と客観の平均的ずれを表し、 $\omega(x)$ は平均零の確率密度関数である。上式では x は $\varepsilon(x)$ を伴い、かつばらつき $\omega(x)$ を有する確率密度関数 $f_Y(y)$ として主観的に認識されることになる。Fig. 1 は X を客観尺度上に、 Y を主観尺度上にとって (1) 式の関係を示したものである。 $\varepsilon(x)$ と $\omega(x)$ はともに x の関数であり、判断する人によってこれらの関数形は変化する。

この関係を年齢を例に説明する。ある人間 A が 43 歳 ($x=43$) の人間多数 ($B_1, B_2, B_3, \dots$) を観察したとき、主観的に感じられる年齢 y は 46 歳, 38 歳, 42 歳, … のようにばらつく。つまり主観値 y は分布している。いま、その平均が $\bar{y}=45$ 歳であったとする。客観値 $x=43$ との間に生じた 2 歳の差が $\varepsilon(x=43)$ である。また、 $\omega(x)$ は $\bar{y}$ まわりのばらつきの程度を表す。 y の分布は B_i の様相と A の判断能力に依存する。

次に、 y が主観的に分類され言語表現される過程を検討する。人間は分類を行う場合、頭の中であるしきい値を設

けて分類しているものと考えられる。たとえば、しきい値が Fig. 1 中の a_1 と a_2 の 2 つの場合、分類条件と言語変数の関係は次のようである。

If $y < a_1$, then Small

If $a_1 \leq y < a_2$, then Medium (2)

If $y \geq a_2$, then Large

ここで、 a_1, a_2 を主観的分類境界 (Subjective classification boundary) と定義する。 a_1, a_2 の値は分類する人間自身が決定する場合と、外部から指定される場合とがあるが、いずれも主観尺度上の値である。

Fig. 1 において、サンプル x を主観的に分類した場合、Small, Medium あるいは Large と判断される確率は次のようになる。

$$Pr[\text{Small} | x] = F_Y(a_1)$$

$$Pr[\text{Medium} | x] = F_Y(a_2) - F_Y(a_1) \quad (3)$$

$$Pr[\text{Large} | x] = 1 - F_Y(a_2)$$

ここで、 $F_Y(\cdot)$ は $f_Y(\cdot)$ の確率分布関数である。(3) 式で、 $Pr[\text{Small} | x], \dots$ などを主観的分類確率 (Subjective probability of classification) と呼ぶことにする。以降 Small, Medium などは $\tilde{S}, \tilde{M}$ などの略号を使用する。

2.2 主観的分類確率の定義

$\varepsilon(x), \omega(x)$ の関数形状および、主観的分類境界 a_1, a_2 は全て未知なため、このままでは (3) 式の確率は計算できない。そこで、Fig. 2 に示すように $f_Y(y)$ および a_1, a_2 を関数、

$$y = g(x) = x + \varepsilon(x) \quad (4)$$

を介して客観尺度上に写像して考えることにする。写像後の関数 $f_X(x)$ は次式となる。

$$f_X(x) = f_Y(g(x)) |dg(x)/dx| \quad (5)$$

同様に、 a_1, a_2 を $g(x)$ を介して X 軸上に変換した値をそれぞれ $b_1 (=g^{-1}(a_1)), b_2 (=g^{-1}(a_2))$ とし、これらを客観的分類境界 (Objective classification boundary) と呼ぶことにする。ここで、 $f_X(x)$ について次の仮定と近似を行う。

- (1) $f_X(x)$ は正規分布すると仮定する。
- (2) $f_X(x)$ の平均 $\bar{x}$ はサンプル値 x に一致すると近似する。
- (3) $f_X(x)$ の標準偏差 $\sigma(x)$ は x の識別能力の程度を表す量で、 x の様相と判断する人間の識別能力に依存すると仮定する。

以上から、 $f_X(x)$ は次のように表すことができる。

$$f_X(x) = N(x, \sigma(x)), \quad (6)$$

N : 正規分布, $x = \bar{x}$

また、(3) 式は次のように書くことができる。

$$Pr[\tilde{S} | x] = \Phi\{(b_1 - x)/\sigma(x)\}$$

$$Pr[\tilde{M} | x] = \Phi\{(b_2 - x)/\sigma(x)\} - \Phi\{(b_1 - x)/\sigma(x)\}$$

$$Pr[\tilde{L} | x] = 1 - \Phi\{(b_2 - x)/\sigma(x)\} \quad (7)$$

ここで $\Phi\{\cdot\}$ は標準正規確率分布関数である。(7) 式においては次の関係が成立している。

Fig. 1 Perception of objective value X by a human

Fig. 2 Mapping of $f_Y(y)$ to objective coordinate X

$$Pr[\tilde{S}|x] + Pr[\tilde{M}|x] + Pr[\tilde{L}|x] = 1 \quad (8)$$

2.3 帰属度関数との関係

(7)式の確率は x 点において Fig. 3 に示ようになる。種々の x に対してこれらの確率を計算し、それらをなめらかに結ぶと Fig. 2 の下に示す 3 本の曲線、 $Pr[\tilde{S}|x]$, $Pr[\tilde{M}|x]$, および $Pr[\tilde{L}|x]$ を描くことができる。

これらの曲線の意味は次のように理解できる。すなわち、 x を主観的に分類した場合、それが $\tilde{S}$, $\tilde{M}$ あるいは $\tilde{L}$ にどの程度の確率で分類されるかを表すものである。すなわち、主観的分類確率はファジィ数学で使用される直交帰属度関数 $\mu(x)$ (Orthogonal membership function) と同等のものと考えることができる。

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{S}}(x) &= Pr[\tilde{S}|x] \\ \mu_{\tilde{M}}(x) &= Pr[\tilde{M}|x] \\ \mu_{\tilde{L}}(x) &= Pr[\tilde{L}|x] \end{aligned} \quad (9)$$

2.4 $f_X(x)$ が正規分布以外の場合

2.2 節では $f_X(x)$ として正規分布を仮定した。しかし、 $f_X(x)$ の分布が正規分布で近似できる保証は無い。そこで他の分布を仮定した場合、主観的分類確率の曲線 (直交帰属度関数) がどう変化するかを調べておく必要がある。後述の計算例では、 $f_X(x)$ として β 分布あるいは一様分布を仮定した場合についても検討している (Fig. 4 参照)。

Fig. 3 Subjective probability of classification for objective value X

Normal distribution

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Beta distribution

$$f_X(x) = \frac{-3}{4(\sqrt{5}\sigma)^3} [x^2 - 2x\bar{x} + \{x^2 - (\sqrt{5}\sigma)^2\}]$$

Uniform distribution

$$f_X(x) = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma}$$

Fig. 4 p. d. f.'s assumed as $f_X(x)$

3. 客観的分類境界, b_1 , b_2 および標準偏差 $\sigma(x)$ の決定

$f_X(x)$ の分布形を決定したとしても、(7)式の主観確率の計算には、未知量 b_1 , b_2 および $\sigma(x)$ を明らかにする必要がある。ここでは、ファジィデータからこれらを決定する方法を述べる。ファジィデータとは、物理的に測定された客観値 x_j ($j=1, 2, 3, \dots, m$) について、 $\tilde{S}$, $\tilde{M}$, $\tilde{L}$ などの言語で主観的分類がされた m 個のデータを言う。

いま、 m 個のデータが主観的に分類される確率を尤度関数 L で表し、その対数をとると次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{Log } L &= \sum_{i=1}^{m_1} \log Pr[\tilde{S}|x_i] + \sum_{i=m_1+1}^{m_2} \log Pr[\tilde{M}|x_i] \\ &\quad + \sum_{i=m_2+1}^{m_3} \log Pr[\tilde{L}|x_i] \end{aligned} \quad (10)$$

上式では、 m_1 個のデータが $\bar{S}$ に、 m_1+1 から m_2 が $\bar{M}$ に、 m_2+1 から m_3 が $\bar{L}$ に分類されていることを表す。

(10) 式の $\log L$ を最大化する b_1, b_2 および標準偏差 $\sigma(x)$ を決定すればよいが、 $\sigma(x)$ は x の関数であるので容易に決定できない。そこで、分類境界 b_1, b_2 での標準偏差を σ_1, σ_2 とし、任意の x における $\sigma(x)$ をこの2点を結ぶ直線で近似することにする。

$$\sigma(x) = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{b_2 - b_1}(x - b_1) + \sigma_1 \quad (11)$$

すると、最適化変数は $b_1, b_2, \sigma_1, \sigma_2$ の4つに限定でき、その結果最適値を数値的に決定することができる。

Very Small, Small, Medium, Large, Very Large の5段階に分類されている場合には、4つの分類境界と4つの標準偏差の同時最適値を求める必要がある。組み合わせの数が膨大になるので、この場合は $(\bar{V}S, \bar{S}, \bar{M}), (\bar{S}, \bar{M}, \bar{L}), (\bar{M}, \bar{L}, \bar{V}L)$ の3組にデータを分割して解析を行う。各組で得られる2つずつの $(b, \sigma(b))$ をグラフにプロットし、合計6点を2次曲線で近似したものを標準偏差 $\sigma(x)$ とし、分

Fig. 5 Fuzzy data of surface roughness of carbon specimens classified by an ordinary person and an expert

類境界 b_1, b_2, b_3, b_4 はこの曲線に対して、再度最大尤度を計算しなおして決定する。

4. 数値解析例

4.1 表面粗さの評価

牛込¹⁴⁾ は表面粗さの異なる黒鉛角棒を70本作製して、表面粗さの帰属度関数を決定する実験を行っている。ここでは牛込が使用したファジイデータを使用して、著者らの手法で主観的分類確率（以降は帰属度関数と呼ぶことにする）を決定してみる。

Fig. 5 は粗さ計による表面粗さの実測値を横軸に、縦軸には素人と専門家が粗さを主観的に Small, Medium, Large の3種類に分類した結果を示す。このデータに対して提案手法で分類境界と標準偏差を計算した結果を Fig. 6 に示す。なお、 $f_X(x)$ としては正規分布を仮定している。次に、帰属度関数を計算した結果を Fig. 7 に示す。図より、帰属度関数は滑らかな曲線として推定されることがわかる。

牛込は文献14)で、データから直接帰属度関数を推定する近似式を提案している。筆者らの帰属度関数を牛込の帰属度関数と比較すると、素人の判断は表面粗さが粗い場合あいまいになるなど定性的傾向は一致しているが、定量的には異なっている。筆者らの方法は確率のモデルに従って合理的な決定がなされていると考えられる。

Fig. 8(a), (b) は素人の判断結果について、 $f_X(x)$ に β 分布および一様分布を仮定したときの帰属度関数を示す。図より、帰属度関数の形状は仮定した $f_X(x)$ によって変化し、一様分布の場合には直線的になることがわかる。

Judgement	b_1	σ_1	b_2	σ_2
Ordinary person	10.7	7.8	25.0	10.2
Expert	14.0	7.0	23.0	6.8

Fig. 6 Classification boundaries and standard deviations calculated by the proposed method

Fig. 7 Membership functions of surface roughness estimated by the proposed method

4.2 溶接継手の目違いの評価

溶接構造物では、目違いやアンダカットなどの工作精度が部材強度に影響する¹⁵⁾¹⁶⁾。ここでは、目違い量を例に5段階分類の場合の帰属度関数を計算する。目違いは非破壊検査で詳細に計測できるが、検査員の主観によってもおおまかに分類可能である。

いま、目違い量 δ が詳細に計測された部材数 100 の十字継手があり、これらの目違い量がある検査員により主観的に $\tilde{V}\tilde{S}$, $\tilde{S}$, $\tilde{M}$, $\tilde{L}$ および $\tilde{V}\tilde{L}$ の 5 段階に分類されているとする。Fig. 9 は横軸に (δ/t) (t は板厚) をとって分類結果を示したものである。なお同図は筆者らが人工的に作成したものである。

帰属度関数の計算は次のように行う。まず、3 章で述べたようにデータを $(\tilde{V}\tilde{S}, \tilde{S}, \tilde{M})$, $(\tilde{S}, \tilde{M}, \tilde{L})$, および $(\tilde{M}, \tilde{L}, \tilde{V}\tilde{L})$ の 3 組に分類し、それぞれについて分類境界と標準偏差を計算する。次に、これらの点を最小 2 乗法で 2 次曲線近似したものを $\sigma(x)$ - x 関係式として Fig. 10 に示す。図は $f_x(x)$ が正規分布および一様分布の場合を示している。分類境界 b_1, b_2, b_3, b_4 は尤度関数から再度決定し直した。その結果を Table 1 に示す。表より得られる分類境界は $f_x(x)$ の分布形にあまり影響を受けないことがわかる。Fig. 11 は $f_x(x)$ が正規分布の場合の帰属度関数の計算結

(a) Beta distribution is assumed for $f_x(x)$
(b) Uniform distribution is assumed for $f_x(x)$
Fig. 8 Membership functions of surface roughness for respective $f_x(x)$'s

Fig. 9 Fuzzy data of misalignment of welded joints

果である。

5. 主観的分類情報の信頼性工学への導入

主観的分類情報は物理的観測や計測を行って得られる客観情報に比べてあいまいな情報であるが、ある程度の情報価値を有している。ここでは、主観的分類情報の価値につ

Fig. 10 Standard deviation calculated by the proposed method

Fig. 11 Membership functions for misalignment of welded joints

Table 1 Classification boundaries and standard deviations calculated for respective $f_X(x)$'s

$f_X(x)$	b_1	σ_1	b_2	σ_2	b_3	σ_3	b_4	σ_4
Normal dist.	0.198	0.092	0.508	0.111	0.780	0.131	1.18	0.164
Beta dist.	0.194	0.088	0.508	0.100	0.774	0.119	1.16	0.159
Uniform dist.	0.186	0.089	0.511	0.104	0.780	0.124	1.16	0.167

いて考察した後、信頼性工学への導入として確率密度関数の推定に利用する方法を提案する。

5.1 帰属度関数による確率密度関数 $h_X(x)$ の分割

いま、ある確率変数 X の密度関数が Fig. 12(a) の $h_X(x)$ で与えられているとする。 X は主観的にも認識可能であり、ある人間がデータを主観的に分類したときの帰属度関数が与えられているとする。確率密度関数 $h_X(x)$ に帰属度関数 $\mu(x)$ を乗じると $h_X(x)$ は、

$$\begin{aligned} h_X(x)\mu_{\bar{S}}(x) \\ h_X(x)\mu_{\bar{M}}(x) \\ h_X(x)\mu_{\bar{L}}(x) \end{aligned} \quad (12)$$

のように分割される。ここで $h_X(x)\mu_{\bar{S}}(x)$ などの面積は、

$$\begin{aligned} Q[\bar{S}] &= \int_{-\infty}^{\infty} h_X(x)\mu_{\bar{S}}(x)dx \\ Q[\bar{M}] &= \int_{-\infty}^{\infty} h_X(x)\mu_{\bar{M}}(x)dx \\ Q[\bar{L}] &= \int_{-\infty}^{\infty} h_X(x)\mu_{\bar{L}}(x)dx \end{aligned} \quad (13)$$

で計算できる。また、主観条件付の確率密度関数 $h_X(x|\bar{S})$ などは次のように表せる。

$$\begin{aligned} h_X(x|\bar{S}) &= h_X(x)\mu_{\bar{S}}(x)/Q[\bar{S}] \\ h_X(x|\bar{M}) &= h_X(x)\mu_{\bar{M}}(x)/Q[\bar{M}] \\ h_X(x|\bar{L}) &= h_X(x)\mu_{\bar{L}}(x)/Q[\bar{L}] \end{aligned} \quad (14)$$

さらに、 $h_X(x)$ は主観条件付き確率密度の混合分布として構成されることになる。

$$\begin{aligned} h_X(x) &= Q[\bar{S}]h_X(x|\bar{S}) + Q[\bar{M}]h_X(x|\bar{M}) \\ &\quad + Q[\bar{L}]h_X(x|\bar{L}) \end{aligned} \quad (15)$$

Fig. 12 Relationship among $h_X(x)$, $\mu(x)$ and $h_X(x)\mu(x)$

Fig. 12 は以上の関係を 5 段階分類の場合を例に示したものである。同図(a)は $h_X(x)$ として

$$h_X(x) = 0.682 \left(\frac{x}{2.2} \right)^{1.5} \exp \left\{ - \left(\frac{x}{2.2} \right)^{2.5} \right\} + 0.291 \left(\frac{x}{5.5} \right)^{3.0} \exp \left\{ - \left(\frac{x}{5.5} \right)^{4.0} \right\} \quad (16)$$

を仮定し、(b)の帰属度関数 $\mu(x)$ は、分類境界が $(b_1, b_2, b_3, b_4) = (2.2, 3.7, 6.0, 7.8)$ で、標準偏差 $\sigma(x)$ が次式に従い、また $f_X(x)$ が正規分布すると仮定して描いてある。

$$\sigma(x) = 0.003x^2 + 0.05x + 0.1 \quad (17)$$

図(c)の $h_X(x)\mu(x)$ は(a)、(b)を基に求めたものである。

図(c)のように $h_X(x)$ を分割できれば、 $h_X(x|\tilde{S})$ などは通常の確率密度関数と全く同様に信頼性解析に利用できる。なぜなら、帰属度関数の決定と確率分布の分割が全て確率的に行われているからである。

次に、 $h_X(x)$ に主観情報を追加した意義について検討する。Table 2 は分割後の各分布の平均、分散および変動係数を計算し、全体分布 $h_X(x)$ のそれと比較したものである。同表より、主観条件付き確率密度の変動係数は $h_X(x)$ のそれに比べて小さいことがわかる。変動係数の減少は主観情報を追加したためであり、主観情報が曖昧さの削減に有効であることを意味している。

5.2 主観情報を用いた $h_X(x)$ の推定

5.1 節で述べた確率密度関数の分割は全体分布 $h_X(x)$ が明かな場合に可能である。ところが、通常はむしろ経済的あるいは時間的理由から、多数の客観的データを収集して $h_X(x)$ を推定することが困難なため、主観情報を用いて $h_X(x)$ を推定する必要が生じる場合が多い。本節ではその方法を提案する。

いま、確率変数 X の母集団からの k 個のサンプル $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ に対して、ある人間が物理的測定を行わず主観的に $\tilde{S}, \tilde{M}, \tilde{L}$ に分類を行った結果、 k_1 個が $\tilde{S}$ に、 k_2 個が $\tilde{M}$ に、 k_3 個が $\tilde{L}$ に分類されたとする。これを分類比率 $\tilde{Q}[\cdot]$ で表すことにする。

$$\tilde{Q}[\tilde{S}] = k_1/k, \quad \tilde{Q}[\tilde{M}] = k_2/k, \quad \tilde{Q}[\tilde{L}] = k_3/k$$

Table 2 Statistics of $h_X(x)$ and $h_X(x|\tilde{S})$

p.d.f.	Mean	Variance	C.O.V.
$h_X(x)$	4.16	3.40	0.443
$h_X(x \tilde{V}\tilde{S})$	1.91	0.107	0.171
$h_X(x \tilde{S})$	2.96	0.229	0.162
$h_X(x \tilde{M})$	4.75	0.705	0.177
$h_X(x \tilde{L})$	6.75	0.448	0.099
$h_X(x \tilde{V}\tilde{L})$	8.05	0.444	0.083

$$\text{ただし、} k_1 + k_2 + k_3 = k \quad (18)$$

一方、 X について主観的分類と物理的測定を行った数十のファジイデータから同じ人間の帰属度関数が得られているとする。分類比率と帰属度関数を用いると以下の逐次手法で $h_X(x)$ を推定することができる。

- 1) まず X の分布範囲と初期分布 $h_X^0(x)$ を主観的に決定する。この際 X の分布の裾野の特性を考慮に入れる。
- 2) $h_X^0(x)$ に帰属度関数を乗じて(12)式の $h_X(x)\mu\tilde{S}(x)$ 、(13)式の $Q[\tilde{S}]$ および(14)式の $h_X(x|\tilde{S})$ を計算する。 $\tilde{M}, \tilde{L}$ についても同様である。
- 3) $h_X(x|\tilde{S})$ などに(18)式の種類比率を乗じて全体分布 $h_X^1(x)$ を計算する。
- 4) $h_X^1(x)$ を $h_X^0(x)$ の代わりに用いて2), 3)の計算を繰返し、 $h_X^2(x), h_X^3(x), \dots$ を逐次計算する。(13)式で計算される $Q[\tilde{S}]$ が(18)式の種類比率 $\tilde{Q}[\tilde{S}]$ とほとんど一致した時点で計算を終わる。

この計算を実行すると、数回から数十回の繰返しで安定した $h_X(x)$ が得られる。

5.2.1 一変数問題への適用例

上述の手法で、ある構造物に存在する十字継手の目違い量分布を推定してみる。いま、目違い量が詳細に計測された継手 100 部材について、ある検査員の帰属度関数が Fig. 11 のように与えられているとする。

次に、同じ検査員による構造物全体の継手の目違い量の主観的分類結果が必要であるが、実構造物に対してそのようなデータが見あたらないので、目違い量の真の分布 $h_{\text{True}}(x)$ として次式を仮定し、乱数発生により 500 あるいは 5000 のサンプルを得た。

$$h_{\text{True}}(x) = 0.7 \times \frac{1}{0.3} \exp \left\{ -\frac{x}{0.3} \right\} + 0.3 \times 5 \left(\frac{x}{1.0} \right)^4 \exp \left\{ -\left(\frac{x}{1.0} \right)^5 \right\}, \quad (x = \delta/t) \quad (19)$$

これらの目違い量のサンプルを Fig. 11 の帰属度関数を用いて分類したところ、Table 3 に示す分類比率が得られた。解析にはこの分類結果を使用した。

まず、初期分布 $h_X^0(x)$ として Fig. 13 に示す三角形分布

Table 3 Misalignment of welded joints subjectively classified by a human (Cases of 500 and 5000 samples)

Misalign- ment	No. of Samples	Ratio $\tilde{Q}[\cdot]$	Misalign- ment	No. of Samples	Ratio $\tilde{Q}[\cdot]$
$\tilde{V}\tilde{S}$	157	0.314	$\tilde{V}\tilde{S}$	1633	0.3266
$\tilde{S}$	123	0.246	$\tilde{S}$	1263	0.2526
$\tilde{M}$	85	0.170	$\tilde{M}$	745	0.1490
$\tilde{L}$	100	0.200	$\tilde{L}$	1048	0.2096
$\tilde{V}\tilde{L}$	35	0.070	$\tilde{V}\tilde{L}$	311	0.0622
Total	500	1.0	Total	5000	1.0

を置く。これは、目違い量の分布は一般に指数関数的であると予測されるからである。目違い量の上限値は $\delta/t=1.5$ とした。Fig. 13 には逐次法で推定した $h_X(x)$ を真の分布 $h_{True}(x)$ と比較して示しているが、推定した分布はサンプル数が多いほど真の分布に近づくことがわかる。また、分布の裾野の特性も良く推定できている。Fig. 14 は推定した $h_X(x)$ を帰属度関数で分割した分布を示す。

Fig. 13 p. d. f. of misalignment of welded joints estimated by the recursive method

Fig. 14 Shape of $h_X(x)\mu(x)$ for misalignment of welded joints

5.2.2 二変数問題への適用

この方法は自然な形で多変数問題に適用できる。いま、確率変数 X と Y があり、その2次元分布から取り出したファジイデータに基づいて、それぞれの帰属度関数が5段階分類されているとする (Fig. 15 参照)。すると X, Y の帰属度の積 $\mu_{\tilde{S}}(x)\mu_{\tilde{M}}(y)$ などは、サンプル (x, y) が主観的に $(\tilde{S}, \tilde{M})$ などに分類される確率を表し、Fig. 16 に示す2次元の帰属度関数で与えられる。

いま、多数のデータを主観的に分類した結果から、 (x, y) の分類比率 $\hat{Q}[\cdot]$ が Table 4 のように与えられているとする。なお、この表の分類比率は Fig. 17 に示す分布を真と想定して、そこから500あるいは5000のサンプルを発生し、帰属度関数を基に分類して得たものである。この分類比率と帰属度関数を用いて、一変数の場合と同様の方法で確率密度関数 $h_{XY}(x, y)$ を推定した。初期分布 $h_{XY}^0(x, y)$ としては Fig. 18 に示す2次元 β 分布を用いた。Fig. 19 に推定結果を示す。図よりサンプル数が多く分類比率の精度が高くなるほど真の分布 (Fig. 17) に近い推定が可能になることがわかる。Fig. 20 は $(\tilde{S}, \tilde{V}\tilde{S}), (\tilde{S}, \tilde{M}), (\tilde{V}\tilde{L}, \tilde{V}\tilde{L})$ の場合について主観条件付き確率密度関数の例を示す。

以上から主観情報は確率密度関数や主観条件付き確率密度関数の推定に利用できることがわかる。なお、これらの確率密度関数の形状決定は客観値と対応がとれたものであるので、後の信頼性解析は通常の信頼性工学手法が適用できる。この点が提案手法の長所である。

Fig. 15 Membership functions of X and Y

Fig. 16 Two dimensional membership functions of X and Y Table 4 Two dimensional data of X and Y subjectively classified by a human (Cases of 500 and 5000 samples)

	500 Samples	X							5000 Samples	X					
		$\bar{V}\bar{S}$	$\bar{S}$	$\bar{M}$	$\bar{L}$	$\bar{V}\bar{L}$				$\bar{V}\bar{S}$	$\bar{S}$	$\bar{M}$	$\bar{L}$	$\bar{V}\bar{L}$	
Y	$\bar{V}\bar{S}$	0	3	8	4	0		$\bar{V}\bar{S}$	0	35	121	44	1		
	$\bar{S}$	0	15	45	12	1		$\bar{S}$	11	159	430	106	7		
	$\bar{M}$	2	43	97	21	6		$\bar{M}$	28	534	935	200	35		
	$\bar{L}$	4	36	71	34	17		$\bar{L}$	30	397	560	388	162		
	$\bar{V}\bar{L}$	1	7	24	26	23		$\bar{V}\bar{L}$	13	69	260	300	175

Fig. 17 Assumed two dimensional p.d.f. of random variables X and Y

6. 結 言

主観情報は工学分野だけでなく日常のあらゆる分野で活用されている。ところが、主観情報は定量化されていなければ、容易には客観情報と同じレベルで使うことができない。その結果、数値解析では客観情報のみが使用され、主観情報は活用されないことになる。

本研究では、主観的分類情報を定量化するため帰属度関数を用いることを考え、ファジイデータから帰属度関数の形状を推定する確率モデルを提案した。次に主観的分類情報を信頼性工学に利用するため、主観的分類情報から確率密度関数を推定する方法を提案した。得られた主な結果は

Fig. 18 Initial p.d.f. assumed for the estimation of $h_{X,Y}(x, y)$ Fig. 19 $h_{X,Y}(x, y)$ estimated by the recursive method

Fig. 20 Conditional p.d.f.'s given respective subjective information

次のようである。

- (1) 人間が客観量を測定を行わず主観的にとらえ言語表現する過程を確率モデルで表した。
- (2) 主観的分類と物理的測定を行って得たファジイデータから、確率モデルに従って主観的分類確率を計算する方法を提案した。主観的分類確率はファジイ理論における直交帰属度関数と同じものである。
- (3) 帰属度関数を信頼性工学的に活用する方法として、

Fig. 16 Two dimensional membership functions of X and Y

Table 4 Two dimensional data of X and Y subjectively classified by a human (Cases of 500 and 5000 samples)

	500 Samples	X							5000 Samples	X					
		$\bar{V}\bar{S}$	$\bar{S}$	$\bar{M}$	$\bar{L}$	$\bar{V}\bar{L}$				$\bar{V}\bar{S}$	$\bar{S}$	$\bar{M}$	$\bar{L}$	$\bar{V}\bar{L}$	
Y	$\bar{V}\bar{S}$	0	3	8	4	0		$\bar{V}\bar{S}$	0	35	121	44	1		
	$\bar{S}$	0	15	45	12	1		$\bar{S}$	11	159	430	106	7		
	$\bar{M}$	2	43	97	21	6		$\bar{M}$	28	534	935	200	35		
	$\bar{L}$	4	36	71	34	17		$\bar{L}$	30	397	560	388	162		
	$\bar{V}\bar{L}$	1	7	24	26	23		$\bar{V}\bar{L}$	13	69	260	300	175

Fig. 17 Assumed two dimensional p.d.f. of random variables X and Y

6. 結 言

主観情報は工学分野だけでなく日常のあらゆる分野で活用されている。ところが、主観情報は定量化されていなければ、容易には客観情報と同じレベルで使うことができない。その結果、数値解析では客観情報のみが使用され、主観情報は活用されないことになる。

本研究では、主観的分類情報を定量化するため帰属度関数を用いることを考え、ファジイデータから帰属度関数の形状を推定する確率モデルを提案した。次に主観的分類情報を信頼性工学に利用するため、主観的分類情報から確率密度関数を推定する方法を提案した。得られた主な結果は

Fig. 18 Initial p.d.f. assumed for the estimation of $h_{X,Y}(x, y)$

Fig. 19 $h_{X,Y}(x, y)$ estimated by the recursive method

Fig. 20 Conditional p.d.f.'s given respective subjective information

次のようである。

- (1) 人間が客観量を測定を行わず主観的にとらえ言語表現する過程を確率モデルで表した。
- (2) 主観的分類と物理的測定を行って得たファジイデータから、確率モデルに従って主観的分類確率を計算する方法を提案した。主観的分類確率はファジイ理論における直交帰属度関数と同じものである。
- (3) 帰属度関数を信頼性工学的に活用する方法として、