緊張係留構造物(TLP)の不規則波中非線形応答

——2次を含めた高次の波力特性——

正員 加藤 俊 司* Bin Teng**

正員 斉藤 昌 勝*

Nonlinear Response of a Tension Leg Platform

—— Characteristics of Second-order Sum Frequency Force and Higher Order Force ——

by Shunji Kato, *Member*

Bin Teng,

Masakatsu Saito, *Member*

Summary

Recent tension leg platform (TLP) model tests have revealed strong transient resonant responses during extreme wave frequency responses. It is said that these responses, termed ringing, are associated with large-crested, near breaking wave events. In this paper, as a first step of giving light on the occurrence mechanism of such nonlinear phenomenon, first-order, second-order sum frequency and higher order wave force measurement tests are carried out in regular and irregular waves. At the same time, wave height distributions of the wave field inside the TLP are also measured to investigate the correlation between the occurrence condition of higher-order wave force and the wave height deformation. The first and second order wave force measurement tests are used to validate the predictions based on a newly developed first-order and second-order diffraction theory for an arbitrary three dimensional floating bodies. As a result, not only first-order wave forces but also second order sum frequency forces can be predicted from the second-order diffraction theory except for high frequency range ($kL > 6$, k : wave number, L : distance between columns of TLP). However, a significant third-order surge force occurs when kL becomes larger than 4.4 and has the same characteristics as the first-order force. Furthermore, nonlinear force higher than second order occurs even in irregular waves when a crest pairing of waves occurs inside TLP. Such forces seem to be caused by what the surface elevation inside TLP become more steep and nonlinear, as compared with the incident wave, by a hydrodynamic nonlinear interaction between columns.

1. はじめに

緊張係留構造物 (TLP) は、テンドンと呼ばれる鋼管で海底から緊張状態で係留された構造物である。現在までに4基(1984年 Hutton(北海), 1990年 Joliet(メキシコ湾), 1992年 Snorre(北海), 1994年 Auger(800m水深; メキシコ湾))の TLP が稼働している。また, Heidrun TLP(これはコンクリート製のハルを有し 17 万トンと世界最大の TLP) が現在建造中である。

TLP の魅力はなんと言っても, 上下動が他の浮体構造物に比べて小さい事である。これは, フレキシブルライザーに比べ低コストのリジッドライザーを使用でき, 海底の装置も簡素化できる点でセミサブ型の石油生産プラットフォームよりも優れている。また, 水深が深くなっても固定構造物のように鋼材重量が増えるといった欠点も無くかつテンドンの重量を浮力とバランスさせることができるため将来の石油生産プラットフォームの主流になると言われている。また, 近年, 沖合いの浮体式海上空港の半固定係留技術としても緊張係留技術は注目されている。しかし一方で, その特殊な係留方式ゆえに, 弛緩係留構造物では特に問題とならなかったような現象が設計及び構造物の安全性を左右する重要な要因になる可能性がある。スプリング及びリングング応答は, まさにそれである。スプリングング(Springing)現象とは, 波と浮体との2次オーダーの非線

* 運輸省船舶技術研究所

** 中国大連工科大学

形干渉によって生じる2次波力の和の周波数成分力によって引き起こされる上下方向の倍調波振動現象である。この高周波振動は、テンドンの疲労損傷の大きな原因となることから、その応答予測の研究は以前より実施されており^{1)~4)}、最近では、2次波力の和の周波数成分力を2次のポテンシャル理論を用いて厳密に評価する手法が、松井ら⁵⁾、Kim⁶⁾によって開発され、実験結果との比較による理論の妥当性の検証も行われている。しかしながら、実験結果との検証は、問題となる周波数範囲($3 < kL (= \text{波数} \times \text{長さ}) < 15$)に比べて低周波数域($0 < kL < 5.4$)の規則波中でのみ行われており、高周波数域での検証及び2次波力の和の周波数成分力の伝達関数(Quadratic Transfer Function; 略してQTFと称する)を含む不規則波中における実験結果との検証はまだ行われていない。

スプリングング応答に対してもまだ未解決の問題が残されているが、それにもましてより重要な問題が最近起こってきている。それはリングング(Ringing)現象である。この現象は、10年前に英国Hutton TLPの流体力学プロジェクトチームがひそかに命名したものである。あるストーム状態でHutton TLPの模型実験を行っている最中に、スプリングング振動とは異なるバースト現象を伴う高次の振動がテンドン張力に発生した。この振動の包絡波形が教会のベルに似ているためにこの名がつけられたと言われている。この現象は、頻繁には発生せず、またテンドンに働く最大張力に対してもそれほど有意ではないということで当時は見過ごされたようである。その後1990年にノルウェーにおいてHutton TLPよりも大水深域でかつ排水量も大きいHeidrun TLPの水槽模型試験が行われ、有意なリングング現象が観測された。しかしながら、原因はまだ不明である。

当所では、このリングング現象が本当に水槽においても発生し、有意なものであるかどうかを調査するため水槽試験を行っている。使用した模型はPhoto. 1に示すようなSnorre TLP(北海で現在稼働中)の1/100模型である。水深は実機に相似にさせるために3.1mで行った。また、テンドンの軸剛性は実機(模型スケールで23 kgf/cm)のほぼ倍である41 kgf/cmにした。従って、上下方向の固有周波数を5.8 Hzと波の周波数成分力をできるだけ受けない状況下で実験を行った。実験は三鷹第三試験水槽(長さ150 m, 幅7.5 m)において不規則波中のみで行った。Fig. 1に波スペクトル中心周波数0.8 Hz(実機で12.5 sec), 有義波高8.6 cm(実機で8.6 m)の時の波の時系列(波高計は浮体前方6.75 mの位置にセットされているので浮体中央に線形位相補正をほどこしてある)及び上下加速度, テンドン張力の時系列を示す。またFig. 2に波の周波数成分をcutした上下加速度とテンドン張力の時系列を示す。明らかに、バースト現象を伴う異常振動が発生していることがわかる。この現象が発生している時刻を拡大するとFig. 3

Photo 1 TLP model test set-up

Fig. 1 An example of measured data of irregular wave, heave acceleration and tendon tension

のようになり、大きな波の周波数のほぼ倍の周波数成分をもつ振動（スプリング現象）が生じてから起こっていることがわかる。

Fig. 2 Filtered time histories of heave acceleration and tendon tension

Fig. 3 Magnifying figures of horizontal axis in Fig. 2

ることがわかる。Fig. 4はこのときのスペクトルを表している。たしかに、6 Hz 付近の上下固有振動数付近に鋭い山がある。また張力に対するもう一つの山は、Pitch の同調点である。このように、水槽においてリングング現象らしきものは発生することが確認されている。Natvig⁷⁾は、さらに Heidrun TLP の詳細な水槽試験からリングング現象に関し以下を指摘している。

- ・リングングは波スペクトルの中心周期が10秒以上のとき発生する。
- ・砕波まではいたらない高 steep の波が入射したときにリングングは良く起こる。
- ・全体的にリングングの発生頻度は波高の3乗に比例し、ピーク周期の2乗に反比例するようである。
- ・リングングは3時間の間で5回程度しか発生しない。
- ・リングングによるテンドン最大張力は非ガウス過程であり、分布関数を推定することは現象がまれなためほとんど不可能である。また、定常かどうかはわからない。
- ・リングングはすべての出会い角で発生し、特に45°の

Fig. 4 Wave, heave acceleration and tendon tension spectra

方向から波がくる場合は、正面あるいは斜め波の場合に比べて2倍以上の大きな Tether Ringing が発生する。

- ・リングング現象は重心の上下変化に敏感である。
- ・リングングの最大値にはダンピングはあまり寄与しない。
- ・リングングを含む張力の極値分布はレイリー分布の裾に比べて3から4倍高い。

本論の目的は、リングング現象のメカニズムの解明及びその応答の最大値の確率予測にあるが、今回はその第一報として、リングング現象解明の第一歩として2次を含めた高次波力の評価について報告する。

2. 2次波力の理論的評価

流体は非回転の理想流体であり、速度ポテンシャル Φ の存在を仮定する。つまり、流体の支配方程式は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\Delta\Phi=0$$

ただし、座標系として、浮体中心と静止水面の交点を原点とし、鉛直上向きを z 軸の正とする右手系とする。こうした条件の下に2次波力の理論を考える。

2.1 定式化

まず、周波数 ω_1 と ω_2 の2つの入射波と浮体との干渉問題を考える。波形勾配を微小パラメータとして速度ポテンシャルが次のような級数に展開できると仮定する。

$$\Phi(x, t) = \epsilon\Phi^{(1)}(x, t) + \epsilon^2\Phi^{(2)}(x, t) + \dots \quad (1)$$

この時、1次の速度ポテンシャル $\Phi^{(1)}$ は各成分波ごとに考えれば良いので

$$\Phi^{(1)}(x, t) = \Re \left[\sum_{j=1}^2 \phi_j^{(1)}(x) e^{-i\omega_j t} \right] \quad (2)$$

と表される。また、2次の速度ポテンシャルは和周波数成分、差周波数成分の重ねあわせとなり、次のように表す事ができる。

$$\Phi^{(2)}(x, t) = \Re \left[\sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 [\phi_{jl}^-(x) e^{-i\omega_{jl}^- t} + \phi_{jl}^+(x) e^{-i\omega_{jl}^+ t}] \right] \quad (3)$$

$\omega_{jl}^\pm = \omega_j \pm \omega_l$ である。

2次のポテンシャル $\Phi^{(2)}$ を2次の入射波ポテンシャル $\Phi_j^{(2)}$ 、diffraction ポテンシャル $\Phi_B^{(2)}$ 、radiation ポテンシャル $\Phi_k^{(2)}$ を用いて次のように

$$\Phi^{(2)}(x, t) = \Phi_j^{(2)}(x, t) + \Phi_B^{(2)}(x, t) + \Phi_k^{(2)}(x, t) \quad (4)$$

分解すれば、radiation ポテンシャルが満たすべき境界条件は

$$[F]: -\omega_{jl}^{\pm 2} \phi_{kjl}^{\pm} + g \frac{\partial \phi_{kjl}^{\pm}}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=0$$

$$[H]: \frac{\partial \phi_{kjl}^{\pm}}{\partial n} = -i\omega_{jl}^{\pm} \mathbf{n} \cdot (\xi_{jl}^{\pm} + \mathbf{a}_{jl}^{\pm} \times \mathbf{x}) \quad \text{on } S_B(x, y, z)$$

$$[B]: \frac{\partial \phi_{kjl}^{\pm}}{\partial z} = 0 \quad \text{on bottom}$$

$[\infty]$: 無限遠における放射条件

となる。ここで、 S_B は没水浮体表面、 ξ と $\mathbf{a}$ は、浮体動揺の変位と回転角ベクトルである。

同様に、diffraction ポテンシャルに対しては、

$$[F]: -\omega_{jl}^{\pm 2} \phi_{Bjl}^{\pm} + g \frac{\partial \phi_{Bjl}^{\pm}}{\partial z} = Q_{jl}^{\pm}(\mathbf{x}) \quad \text{on } z=0$$

$$[H]: \frac{\partial \phi_{Bjl}^{\pm}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{jl}^{\pm}}{\partial n} + B_{jl}^{\pm}(\mathbf{x}) \quad \text{on } S_B(x, y, z)$$

$$[B]: \frac{\partial \phi_{Bjl}^{\pm}}{\partial z} = 0 \quad \text{on bottom}$$

$[\infty]$: out-going 条件

$Q_{jl}^{\pm}$ は和及び差の周波数成分を持つ自由表面上の強制圧力分布を表し、それぞれ1次のポテンシャルから次のように表される。

$$Q_{jl}^+ = \frac{1}{2}(q_{jl}^+ + q_{jl}^*), \quad Q_{jl}^- = \frac{1}{2}(q_{jl}^- + q_{jl}^{*-}) \quad (5)$$

ただし

$$q_{jl}^+ = -\frac{i\omega_l}{2g} \phi_l^{(1)} \left(-\omega_j^2 \frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial z} + g \frac{\partial^2 \phi_j^{(1)}}{\partial z^2} \right) + i\omega_l \nabla \phi_j^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)} - q_{rrjl}^+ \quad (6)$$

$$q_{jl}^- = \frac{i\omega_l}{2g} \phi_l^{(1)*} \left(-\omega_j^2 \frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial z} + g \frac{\partial^2 \phi_j^{(1)}}{\partial z^2} \right) - i\omega_l \nabla \phi_j^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)*} - q_{rrjl}^- \quad (7)$$

ここで、 q_{rr} は、入射波ポテンシャルが満たすべき自由表面条件を表す。また、 $*$ は複素共役を意味する。

$B_{jl}^{\pm}$ は和及び差の周波数成分を持つ物体表面の強制速度分布であり、次のように表される。

$$B_{jl}^+ = \frac{1}{2}(b_{jl}^+ + b_{jl}^*), \quad B_{jl}^- = \frac{1}{2}(b_{jl}^- + b_{jl}^{*-}) \quad (8)$$

ただし、

$$b_{jl}^+ = \frac{1}{2} [\mathbf{n} \cdot (-i\omega_l [H_{jl}^+] \mathbf{r}) - \mathbf{n} \cdot (\chi_l \cdot \nabla) \nabla \phi_l^{(1)} + (\alpha_j^{(1)} \times \mathbf{n}) \cdot [-i\omega_l \chi_l - \nabla \phi_l^{(1)}]] \quad (9)$$

$$b_{jl}^- = \frac{1}{2} [\mathbf{n} \cdot (i\omega_l [H_{jl}^-] \mathbf{r}) - \mathbf{n} \cdot (\chi_l \cdot \nabla) \nabla \phi_l^{(1)*} + (\alpha_j^{(1)} \times \mathbf{n}) \cdot [i\omega_l \chi_l^* - \nabla \phi_l^{(1)*}]] \quad (10)$$

また、

$$\mathbf{x} = \xi^{(1)} + \alpha^{(1)} \times \mathbf{r} \quad (11)$$

であり、

$$H_{jl}^+ = -\frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} \alpha_{yj}^{(1)} \alpha_{yl}^{(1)} + \alpha_{xz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)} & 0 & 0 \\ -2\alpha_{xz}^{(1)} \alpha_{yl}^{(1)} & \alpha_{xl}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)} + \alpha_{yz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)} & 0 \\ -2\alpha_{xz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)} & -2\alpha_{yz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)} & \alpha_{xz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)} + \alpha_{yz}^{(1)} \alpha_{yl}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$H_{jl}^- = -\frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} \alpha_{yj}^{(1)} \alpha_{yl}^{(1)*} + \alpha_{xz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)*} & 0 & 0 \\ -2\alpha_{xz}^{(1)} \alpha_{yl}^{(1)*} & \alpha_{xl}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)*} + \alpha_{yz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)*} & 0 \\ -2\alpha_{xz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)*} & -2\alpha_{yz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)*} & \alpha_{xz}^{(1)} \alpha_{zl}^{(1)*} + \alpha_{yz}^{(1)} \alpha_{yl}^{(1)*} \end{bmatrix} \quad (13)$$

2 次の radiation ポテンシャルを求める問題は、グリーン関数のみが異なるだけで線形の radiation ポテンシャルを求めることと等価である。それゆえ、2 次の diffraction ポテンシャルを求める方法についてのみ示す。

2.2 積分方程式と数値解法

周波数 ω_{ji} で振動するソースのグリーン関数 G^+ と diffraction ポテンシャル ϕ_{bji} に対し、グリーンの定理を用いると diffraction ポテンシャルに対し次の積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} C(x_0)\phi_{bji}(x_0) - \int_{S_f} \frac{\partial G^+(x, x_0)}{\partial n} \phi_{bji}(x) dS \\ = \int_{S_b} G^+(x, x_0) \left[\frac{\partial \phi_{bji}(x)}{\partial n} - B_{ji}(x) \right] dS \\ + \int_{S_f} G^+(x, x_0) Q_{ji}(x) dS \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 S_f は無限遠までの自由表面を表す。この式の solid angle C と物体表面におけるグリーン関数の法線微分の特異性は、次式で表される新たなグリーン関数

$$G_0 = - \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right] \quad (15)$$

を導入する事で回避することができる。ただし、

$$\begin{aligned} r &= [R^2 + (z - z_0)^2]^{1/2} \\ r_1 &= [R^2 + (z + z_0)^2]^{1/2} \\ r_2 &= [R^2 + (z - z_0 - 2h)^2]^{1/2} \\ r_3 &= [R^2 + (z + z_0 + 2h)^2]^{1/2} \\ R &= [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{1/2} \end{aligned}$$

なお、 h は水深である。この新たなグリーン関数を用いると、積分方程式(14)は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \left(1 + \int_{S_f} \frac{\partial G_0}{\partial n} dx dy \right) \phi_{bji}(x_0) \\ - \int_{S_f} \left[\frac{\partial G^+}{\partial n} \phi_{bji}(x) - \frac{\partial G_0}{\partial n} \phi_{bji}(x_0) \right] dS \\ = \int_{S_b} G^+(x, x_0) \left[\frac{\partial \phi_{bji}(x)}{\partial n} - B_{ji}(x) \right] dS \\ + \int_{S_f} G^+(x, x_0) Q_{ji}(x) dS \end{aligned} \quad (16)$$

この式の物体表面における強制速度分布の積分には、1 次ポテンシャルの 2 階微分項を含んでいる。2 階微分の数値計算は、1 階の数値微分に比べて非常に精度が悪いのでこ

れを回避する必要がある。Teng and Eatock-Taylor^{8),9)} は 2 階微分を含む積分を 1 階の微分のみ为数値積分で表す変換を示しており、今回は彼らの方法を用いる。また、自由表面の強制圧力分布 Q は、浮体からの距離に対しゆるやかにしか減衰しないので、無限遠までの自由表面積分の数値計算には十分注意が必要である。ここでは、自由表面を Fig. 5 に示すように 3 つの領域に分割し、それぞれの領域に対し異なる積分を実行する。第 1 の領域である S_{F1} では、自由表面をメッシュ分割し、数値積分で求める。ただし、この場合も 1 次ポテンシャルの 2 階微分項があるので、これを 1 階微分項のみの積分に変換して数値積分を行う。

第 2 の領域である S_{F2} 内では、グリーン関数及び 1 次ポテンシャルを極座標を変数とするフーリエ級数の形で表現する。フーリエモードの直交性を用いるとこの領域内の表面積分は半径方向のみの線積分で表されるので、容易に積分は実行される。

evanescent モードを無視すれば第 3 の領域 S_{F3} では、Hankel 関数の 3 重積の積分で表される。この領域の積分を次の 2 つの積分領域に分割する。

$$\int_{R_S}^{\infty} = \int_{R_S}^{R_{S1}} + \int_{R_{S1}}^{\infty}$$

右辺第 1 項の積分には、厳密な Hankel 関数を用い、第 2 項の積分には Hankel 関数の漸近展開を用いる。両者の積分の和が一定値に収束するまで R_{S1} を変化させることで積分が実行できる。

2.3 2 次の波力の QTF

2 成分入射波中における 2 次の波力は次式で表される。

$$\begin{aligned} F^{(2)} = \Re \left[\sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 [A_j A_l^* f_{jl}^-(x) e^{-i\omega_{jl}t} \right. \\ \left. + A_j A_l f_{jl}^+(x) e^{-i\omega_{jl}^*t} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、 A_j, A_l はそれぞれ周波数 ω_j, ω_l の入射波複素振幅、 $f_{jl}^{\pm}$ は通常和及び差の周波数伝達関数 (QTF と呼ばれる) である。(16) 式から和及び差の周波数をもつ 2 次の速度ポテンシャルが求まれば、物体表面上での流体圧が求められ、物体表面上でそれを積分すれば QTF が求められる。QTF $f_{jl}^{\pm}$ は、2 次のポテンシャルによる寄与 $f_{bji}^{\pm}$ と 1 次の

Fig. 5 Definition of free surface integral regions

ポテンシャル及び応答による寄与 $\mathbf{f}_{qil}^+$ に分割することができる。つまり

$$\mathbf{f}_{il}^+ = \mathbf{f}_{pil}^+ + \mathbf{f}_{qil}^+ \quad (18)$$

に分割すれば、それぞれ次のように表される。

$$\mathbf{f}_{pil}^+ = -\frac{\rho}{2} \iint_{S_b} i\omega_j^+ (\phi_{bil}^+ + \phi_{bji}^+) \mathbf{n} dS \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{qil}^+ = & -\frac{\rho}{4} \iint_{S_b} [\nabla \phi_j^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)} - i\omega_j \nabla \phi_j^{(1)} \cdot \chi_l^{(1)} \\ & - i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)} \cdot \chi_j^{(1)}] \mathbf{n} dS + \frac{\rho g}{4} \int_{C_w} \zeta_j^{(1)} \zeta_l^{(1)} \mathbf{N} dl \\ & + \frac{1}{2} (\alpha_j^{(1)} \times \mathbf{f}_l^{(1)} + \alpha_l^{(1)} \times \mathbf{f}_j^{(1)}) \\ & - \frac{1}{2} \rho g A w [\alpha_j^{(1)} (x_f \alpha_l^{(1)} + y_f \alpha_l^{(1)}) \\ & + \alpha_l^{(1)} (x_f \alpha_j^{(1)} + y_f \alpha_j^{(1)})] \mathbf{k} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{qil}^- = & -\frac{\rho}{4} \iint_{S_b} [\nabla \phi_j^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)*} - i\omega_j \nabla \phi_j^{(1)} \cdot \chi_l^{(1)*} \\ & + i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)*} \cdot \chi_j^{(1)*}] \mathbf{n} dS + \frac{\rho g}{4} \int_{C_w} \zeta_j^{(1)} \zeta_l^{(1)*} \mathbf{N} dl \\ & + \frac{1}{2} (\alpha_j^{(1)} \times \mathbf{f}_l^{(1)} + \alpha_l^{(1)*} \times \mathbf{f}_j^{(1)*}) \end{aligned}$$

Table 1 Comparison of sum frequency QTFs for a freely moving hemisphere in a water depth of $h/a=3$. The upper right triangular matrix is for the horizontal force, and the lower the vertical force. Computed values are for: first row, the quadratic term from the first order potential and response $|\mathbf{f}_{qil}^+|$; second row, the forcing term on the body surface due to the body motion $|\mathbf{f}_{BBjl}^+|$; third from, the forcing term on free surface, incident potential and the scattered potential from fixed body $|\mathbf{f}_{ijl}^+ + \mathbf{f}_{Bijl}^+ + \mathbf{f}_{Fjl}^+|$; fourth row is the total QTF, $|\mathbf{f}_{il}^+|$ and first column, the present calculation; second column, calculated results by Kim and Yue¹⁰⁾

$k_1 a$	$k_2 a$	0.8	1.2	1.6	2.0
	Pres. Kim	Pres. Kim	Pres. Kim	Pres. Kim	Pres. Kim
0.8	1.466 1.485	1.231 1.244	1.709 1.697	1.149 1.149	1.040 1.040
	1.566 1.641	0.729 0.681	0.640 0.617	0.357 0.326	0.333 0.305
	0.675 0.671	0.526 0.535	1.059 0.992	0.786 0.779	0.652 0.649
	0.174 0.131	0.514 0.541	0.760 0.673	0.420 0.407	0.326 0.328
1.2	1.906 1.885	2.149 2.085	2.902 2.871	2.394 2.373	2.169 2.151
	2.447 2.461	3.266 3.219	1.059 1.031	0.747 0.727	0.660 0.642
	0.663 0.648	1.213 1.204	2.370 2.336	2.256 2.233	2.072 2.060
	0.594 0.628	2.332 2.338	1.100 1.067	0.903 0.879	0.775 0.761
1.6	0.723 0.712	0.793 0.771	0.383 0.378	2.027 2.010	1.840 1.823
	1.173 1.177	1.455 1.483	0.645 0.638	0.472 0.458	0.389 0.368
	0.176 0.169	1.432 1.109	1.332 1.331	2.321 2.249	2.139 2.079
	0.507 0.525	2.087 1.632	1.380 1.383	0.833 0.778	0.772 0.694
2.0	0.384 0.375	0.441 0.431	0.308 0.306	0.284 0.284	1.681 1.665
	0.761 0.763	0.912 0.901	0.423 0.419	0.290 0.288	0.303 0.291
	0.091 0.088	0.999 0.994	1.465 1.473	1.971 1.977	2.192 2.178
	0.467 0.479	1.279 1.278	1.441 1.450	1.912 1.918	0.844 0.829
	0.8	1.2	1.6	2.0	

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \rho g A w [\alpha_j^{(1)} (x_f \alpha_l^{(1)*} + y_f \alpha_l^{(1)*}) \\ & + \alpha_l^{(1)*} (x_f \alpha_j^{(1)} + y_f \alpha_j^{(1)})] \mathbf{k} \end{aligned} \quad (21)$$

ただし、 $\mathbf{N} = \mathbf{n}/(1-n_z^2)^{1/2}$, A_w は水線面積, x_f と y_f は水線面の中心座標, $\zeta^{(1)}$ は線形の水面上昇量, $\mathbf{f}^{(1)}$ は 1 次の波力ベクトルである。上記定義から次のような関係を満たす。

$$\mathbf{f}_{il}^+ = \mathbf{f}_{il}^-, \quad \mathbf{f}_{il}^- = \mathbf{f}_{il}^{+*} \quad (22)$$

2.4 数値計算結果

本理論に基づき、3 次元任意浮体の QTF を計算する数値計算法を開発した。物体表面及び自由表面の分割要素にはアイソパラメトリック要素 (8 節点 4 角形及び 6 節点 3 角形要素) を用いた。本計算法の適用性を調査する為に、もっとも簡単な半径 a の半球浮体 (水深 $d=3a$) を用いた。Table 1, 2 に和及び差の周波数成分を持つ 2 次波力の QTF の振幅の本法による計算結果と Kim and Yue¹⁰⁾ によるコンスタントパネル法による同じ計算結果の比較を無次元波数 ka をベースに行列の形で示す。Kim and Yue は、(19) 式右辺第 2 項を ϕ_{bil}^+ を直接求めることなく、2 次の

Table 2 Comparison of difference frequency QTFs for a freely moving hemisphere in a water depth of $h/a=3$. The upper right triangular matrix is for the horizontal force, and the lower the vertical force. Computed values are for: first row, the quadratic term from the first order potential and response $|\mathbf{f}_{qil}^-|$; second row, the forcing term on the body surface due to the body motion $|\mathbf{f}_{BBjl}^-|$; third from, the forcing term on free surface $|\mathbf{f}_{Fjl}^-|$; fourth row is the total QTF, $|\mathbf{f}_{il}^-|$ and first column, the present calculation; second column, calculated results by Kim and Yue¹⁰⁾

$k_1 a$	$k_2 a$	1.0	1.2	1.6	2.0
	Pres. Kim	Pres. Kim	Pres. Kim	Pres. Kim	Pres. Kim
1.0	.672 .669	.068 .071	.526 .522	.361 .359	.359 .358
	.000 .000	.000 .000	.053 .053	.091 .091	.148 .147
	.000 .000	.000 .000	.064 .062	.162 .158	.254 .269
	.672 .669	.068 .071	.480 .475	.289 .266	.243 .196
1.2	.150 .135	.490 .494	.885 .878	.723 .718	.658 .653
	.061 .081	.000 .000	.000 .000	.010 .010	.036 .036
	.056 .046	.000 .000	.000 .000	.060 .060	.171 .160
	.215 .213	.490 .494	.885 .878	.666 .660	.498 .487
1.6	.197 .204	.514 .516	.425 .426	.655 .652	.643 .639
	.102 .130	.027 .040	.000 .000	.000 .000	.008 .008
	.150 .065	.042 .040	.000 .000	.000 .000	.040 .042
	.407 .369	.813 .820	.425 .426	.655 .652	.585 .581
2.0	.253 .259	.475 .476	.384 .386	.367 .370	.649 .646
	.148 .177	.062 .077	.012 .023	.000 .000	.000 .000
	.238 .171	.144 .126	.039 .041	.000 .000	.000 .000
	.368 .383	.789 .788	.669 .676	.367 .370	.649 .646
	1.0	1.2	1.6	2.0	

radiation ポテンシャルの自由表面条件と $\partial\phi_k^*/\partial n = n_k$ を満たす補助ポテンシャル ϕ_k^* を使って

$$\iint_{S_B} \phi_{\tilde{B}j} n_k dS = \iint_{S_B} \phi_k^* \left(B_{ji}^* - \frac{\partial \phi_{\tilde{B}j}^*}{\partial n} \right) dS + \frac{1}{g} \iint_{S_f} Q_{ji}^* \phi_k^* dS \quad (23)$$

と変形し、2 次波力の QTF を次の 5 項

$$\mathbf{f}_{ji}^* = \mathbf{f}_{Bj}^* + \mathbf{f}_{BBji}^* + \mathbf{f}_{Bji}^* + \mathbf{f}_{Fji}^* + \mathbf{f}_{Qji}^* \quad (24)$$

の和として表し、各成分力を評価している。本法では、直接 $\mathbf{f}_{ji}^*$ が求められるのでこのような分離は必要ないが、比較の為に上式に相当する各成分力を求めた。

表の右上半分は、サージ力の QTF、左下半分はヒープ力の QTF を表している。Table 1 は、和の周波数成分力の QTF の振幅を表し、(24)式に基づき各行列要素の第 1 行は、1 次ポテンシャルと応答による成分力 $|\mathbf{f}_{Qji}|$ 、第 2 行は浮体表面の強制速度項による成分力 $|\mathbf{f}_{BBji}|$ 、第 3 行は、入射波及び自由表面の強制圧力項による成分力 $|\mathbf{f}_{Bji}^* + \mathbf{f}_{Bji}^* + \mathbf{f}_{Fji}^*|$ 、第 4 行はトータル QTF $|\mathbf{f}_{ji}^*|$ である。各成分力は $\rho g a A_j A_i$ で割って無次元化している。一方 Table 2 は、差の周波数成分力の QTF の振幅を表し、各行列要素の第 1 行は 1 次ポテンシャルと応答による成分力 $|\mathbf{f}_{Qji}|$ 、第 2 行は浮体表面の強制速度項による成分力 $|\mathbf{f}_{BBji}|$ 、第 3 行は自由表面の強制圧力項による成分力 $|\mathbf{f}_{Fji}|$ 、第 4 行はトータルの QTF $|\mathbf{f}_{ji}|$ を表す。各成分力は $\rho g a A_j A_i^*$ で割って無次元化している。表の各行列要素の第 1 列は本法による計算結果、第 2 列は Kim and Yue の計算結果である。本法に基づく計算で使用した物体表面の要素数は 400、自由表面は 200 である。自由表面積分の第 1 領域 S_{F1} は、半径の 5.7 倍に取った。この表から、ヒープ力の QTF の $(k_1 a, k_2 a) = (1.6, 1.2)$ の点を除き両者は、非常に良く一致しており、本法による計算結果は、2 次のポテンシャル理論の範囲内において十分信頼できる結果であると思われる。

3. 実 験

3.1 模型概要

実験に使用した TLP 模型は、Fig. 6 に示すような Snorre TLP の縮小模型（総アルミ製）で、その主要目は、Table 3 に示す通りである。

3.2 波力計測実験

波力計測実験は、本模型を 3 分力計（日章製、50 kgf/20 kgfm 容量、分解能 50 gf/20 gfm）を介して当所の海洋構造物試験水槽（長さ 40 m、幅 30 m、水深 1.8 m）の台車に固定し、サージ力、ヒープ力及びピッチモーメントを計測した。波面上昇は模型の中心から 7.5 m 横の位置に設置されたサーボ式波高計（電子工業製、定格出力 ± 8.5 cm、直線性限界 ± 0.0085 cm）による入射波と Fig. 7 に示す位置における波高分布を 5 台の容量式波高計（電子工業製、定格出力 ± 30 cm、直線性限界 ± 0.003 cm）によって計測した。

Fig. 6 Configuration of TLP hull model

Table 3 Principal particular of TLP model

Items	Unit	
Column diameter	cm	25.0
Pontoon height	cm	11.5
Pontoon breadth	cm	11.5
Platform Draft	cm	37.5
Centre dist. betw. column/long dir.	cm	76.0
Centre dist. betw. column/trans dir.	cm	76.0
Platform displacement	kg	103,125
Freeboard	cm	27.0
Water depth	cm	310

使用した波は、規則波と不規則波であり、規則波の周波数は、0.4 Hz から 2.0 Hz の範囲、また波高は、3.0 cm から 6.0 cm の範囲で変化させた。不規則波発生にはランダムノイズ発生器（NF 製）とバンドパスフィルター（NF 製、減衰率 24 dB/oct）を用い、中心周波数 0.8 Hz から 1.2 Hz の範囲に変化させた。

Fig. 7 Position of wave height meters and coordinate system

4. 結果及び考察

4.1 線形波力

Fig. 8にサージ、ヒープ及びピッチの1次(線形)波力特性を示す。図中の記号は、規則波中模型実験結果を表し、実線は本法に基づく線形理論計算結果である。実験結果は、

Fig. 8 First order surge and heave forces on TLP

高速フーリエ変換手法を用いて波周波数と同じ成分を抽出している。この図から判るように、両者は非常に良く一致している。Fig. 9はTLP内部の線形波高分布を示す。上の図は実測結果であり、下の図は理論計算結果である。両者の相関は非常に良い。従って、線形範囲においては、計算結果と実験結果は非常に良く一致しており、線形ポテンシャル理論の妥当性が検証された。

4.2 2次の波力の倍周波数成分力

Fig. 10から12は、2次の波力の倍周波数成分力の特性を波周波数を横軸にとり示したものである。Fig. 10がサージ力, Fig. 11がヒープ力, Fig. 12がピッチモーメントである。図中の●印は規則波中実験結果であり、記号は不規則波中の実験結果である。図中の f_p の値はスペクトル中心周波数である。実線は、計算結果を表し、計算には、本法に基づく高次面境界要素法を用い、浮体表面、自由表面をそれぞれ992,608の2次アイソパラメトリック要素に分割した。自由表面積分に関し S_{F1} と S_{F2} の境界である円筒境界半径 R_f はTLPのコラム間の距離の2倍をとり、 S_{F2} と S_{F3} 間距離は水深の2倍にとった。不規則波中での実験結果は、クロスバースペクトル解析(例えば、Dalzell¹¹⁾参照の事)から求めた。

これらの図から、ヒープ方向の2次の波力の和の周波数成分力は実験結果と計算結果は非常に良く一致していることが判る。一方、サージ及びピッチモーメントに関しては、波周波数1.4 Hz ($kL=6$, k は波数, L はコラム間隔)までは実験結果と計算結果は良く一致するもののそれ以上の周波数範囲で両者は大きく異なっている。なお、Fig. 13は、スプリング強制力(ヒープ力の2次波力の和の周波数成分力)のQTFの計算結果を示す。スプリング強制力のQTFは対角成分(倍周波数成分)に密度が集中している。

4.3 高次の波力とTLP内の波浪場との関係

Fig. 14は、実験から求めたピッチモーメントの3次オーダーの成分力を示している。この図の×印は1次成分力の実験結果である。波周波数1.3 Hz付近でかなり大きな3次の成分力が起こり、1 Hz以上でのその周波数特性は、1次成分力の特性とほとんど同じになることが判る。この原因は不明であるが、1次波力の高次成分へのもれが生じているものと考えられる。こうした高次ピッチモーメントがどのような波浪場で生じるかを調べることにする。Fig. 15は、波周波数1.35 Hz、波高5.4 cmの規則波中での、TLP内部の波高の変化と波力の変化を時系列ベースで示したものである。この図から以下のことが判る。入射波に比べてTLP内の空間波形がかなり急峻になり、No. 1波高計の位置(浮体前部)において、平坦な谷でかつNo. 3波高計の位置(浮体後部)で急峻な山となると、変曲点を有する頭下げの非線形ピッチングモーメントが生じる(非線形サージ力も生じる)。この力は、浮体内部で生じるsteep波の

Fig.9 Wave height distribution inside TLP (upper figure: experiment, lower figure: calculation)

steep front と steep back で起こっている。

次に不規則波中でも同じような現象が生じるか調査する。Fig. 16 にスペクトル中心周波数 0.8 Hz での入射波と TLP 内の水面上昇量の時系列を示す。Fig. 17 はその時のサージ力、ヒープ力、ピッチングモーメント及び 2 Hz 以上の高周波数成分のサージ力の時系列を表す。両図から次のことが判る。

steep な高波が浮体に入射すると、浮体前部で波はより steep な波に変形し、波峰分裂 (crest pairing) によって生じる高周波数の新たな波が生じる。この高周波数の波が生じた瞬間にサージ力に有意な高周波数成分が生じる (ピッチモーメントにも生じる)。不規則波中での現象と規則波中の現象は少し異なるようであるが、いずれにせよこ

うした現象の発生は、浮体と波との流体力学的非線形相互作用により波がより steep な非線形波になることに起因しているものと思われる。

Fig. 17 の破線は、次式による 2 次の波力までのシミュレーション計算結果を示している。

$$F_k^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} g_k^{(1)}(\tau) \zeta(t-\tau) d\tau + \iint_{-\infty}^{\infty} g_k^{(2)}(\tau_1, \tau_2) \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (25)$$

ただし $\zeta(t)$ は線形波と仮定される入射波の時系列である。 $g_k^{(1)}, g_k^{(2)}$ は運動モード k の線形及び 2 次波力のインパルス応答関数であり、これは線形及び 2 次の波力の周波数伝達関数のフーリエ変換から求められる。線形インパルス

Fig. 10 Second order sum frequency force in surge on TLP

Fig. 11 Second order sum frequency force in heave on TLP

Fig. 12 Second order sum frequency moment in pitch on TLP

Fig. 13 A calculated result of second order sum frequency force QTF in heave on TLP

応答関数は、 $0 \leq \omega < 19$ (rad/sec) の周波数範囲、2 次のインパルス応答関数は、 $0 \leq \omega_1, \omega_2 < 15$ (rad/sec) の周波数範囲に対し周波数刻み幅 0.3 rad/sec、時間刻み幅 0.02 sec で評価した。この図から 2 次までのポテンシャル理論に基づくシミュレーション計算では実験で得られるような高周波数成分力は生じないことが判る。なお、時系列に関する実験結果と計算結果の比較では、QTF の比較と同様にヒープ力に関しては両者はほぼ良く一致しているが、サージ及びピッチモーメントに関しては実験結果の方が計算結果よりも大きい。

5. 結 論

本論で得られた主要な成果は次の通りである。

- 1) 2 次波力の応答関数を精度良く計算する手法を新たに開発した。この方法は、Kim や松井らの手法に比べ、直接 2 次のポテンシャルを求めている点が異なる。
- 2) 4 コラム・4 ポンツーン TLP に働く線形波力及び浮体周りの線形波浪場は線形ポテンシャル理論で説明できる。
- 3) サージ及びピッチの 2 次波力の和周波数成分力に関しては、波周波数 1.4 Hz ($kL=6$, k は波数, L は TLP のコラム間の距離) までは 2 次のポテンシャル理論に

Fig. 14 Comparison between first and third order pitch moments

Fig. 15 Relation among wave forces and wave field

Fig. 16 An example of time histories of incident wave and surface elevation distribution inside TLP

よる計算結果と良く一致するが、それ以上の周波数では一致しない。ヒープに関しては、波周波数 1.6 Hz ($kL=7.84$) まで両者は良く一致する。

- 4) 波基本周波数の 3 倍の周波数成分をもつ有意なピッチモーメントが波周波数 1.2 Hz ($kL=4.4$) 以上で生じ、その振幅の周波数特性は振幅値そのものは異なるが、1 次のピッチモーメントの周波数振幅特性と同じ特性を有している。また、この 3 次オーダーの力は、TLP 内で入射波が steep 波に変形し、その波の steep front と steep back で起こる。

Fig. 17 An example of time histories of surge force, heave force, pitch moment and filtered surge force. The solid line is the experimental result and the broken line shows the calculation result including second order force.

- 5) 不規則波中においても 2 次のオーダー以上の高次の波力が生じる。この力は、TLP 内で生じる steep 波の波峰分裂によるものと思われる高周波数の波によって生じる。

今後は、高周波数域における 2 次波力の実験と計算結果の difference の説明と三次オーダーの波力及び構造物周りの

wave kinematics とリングング応答との相関を調査する予定である。

終わりに、本研究は科学技術庁重点基礎研究費による「不規則波浪場と浮体間の非線形相互作用に関する基礎的研究」の一貫として実施したものである。本研究の実施に当たり関係各位に御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 吉田宏一郎, 米家卓也, 岡徳昭: 緊張係留プラットフォームの動的応答特性, 日本造船学会論文集, 第146号, pp. 195-205, 1979.
- 2) Petruskas, C. and Liu, S. V.: Springing Force Response of a Tension Leg Platform, Proc. 19th Offshore Technology Conference, OTC 5458, Houston, Texas, Vol. 2, pp. 333-341, 1987.
- 3) De Boom, W. C., Pinkster, J. A., and Tan, P. S. G.: Motion and Tether Force Prediction for a TLP. J. Waterways, Port, Coastal and Ocean Eng., Proc. ASCE, Vol. 110, No. 4, pp. 472-486, 1984.
- 4) 松井徹哉, 酒向裕司: 緊張係留浮体の2次波強制力による応答と係留力, 日本造船学会論文集, 第169号, pp. 151-164, 1990.
- 5) 松井徹哉, 酒向裕司, 野津剛: テンションレグプラットフォームの非線形周波数応答, 日本建築学会構造系論文報告集, 第449号, pp. 195-206, 1993.
- 6) Kim, M. H.: Second-Order Sum-Frequency Wave Load on Large-Volume Structures, Applied Ocean Research, Vol. 13, No. 6, pp. 287-296, 1991.
- 7) Natvig, B. J.: A Proposed Ringing Analysis Model for Higher Order Tether Response, Proc. of the Fourth ISOPE Symp., Vol. 1, pp. 40-51, 1994.
- 8) Teng, B. and Eatock Taylor, R.: A BEM Method for Second-order Wave Action on a Floating Body in Monochromatic Waves, Int. Conf. on Hydrodynamics, Wuxi, 1994, pp. 274-281.
- 9) Teng, B. and Eatock Taylor, R.: New Higher Order Boundary Element Methods for Wave Diffraction/Radiation, Applied Ocean Research (to be published), 1995.
- 10) Kim, M. H. and Yue, D. K. P.: The Complete Second-order Diffraction Solution for an Axisymmetric Body, Part II, Bichromatic Incident Waves and Body Motions, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 211, 1990.
- 11) Dalzell, J. F.: Cross-Bi-Spectral Analysis, Application to Ship Resistance in Waves, Jour. Ship Research, Vol. 18, 1974.