巨大箱型構造物の動荷重下の構造応答

正員 服部 陽一* 正員 深澤 塔一*
 学生員 関原 光博** 東 祐史**

The Structural Behavior of a Huge Pontoon-Typed Structure under Dynamic Loads

by Yoichi Hattori, *Member* Toichi Fukasawa, *Member*
 Mitsuhiro Sekihara, *Student Member* Hirofumi Azuma

Summary

Recently huge floating structures such as floating airports with length of a few kilo-meters are under planning. Those structures are relatively very thin compared with their plane areas. The study on the structural behavior of such huge floating structures under dynamic loads like wave loads were carried out by Toki¹⁾ and Endo^{2),3)}. Most of the researches so far, however, took up structures with footings instead of bare pontoon-typed structures which are more fundamental in shape. In this paper authors first summarized Toki's solution in a more comprehensible form with due corrections of minor mistakes.

Then authors applied the formulas to a pontoon-typed floating structure.

Finally authors replaced the same structure with an equivalent rectangular flat plate to apply finite element method.

The obtained modes and natural circular frequencies were compared with those of a beam analysis.

1. 緒 言

近年計画されている海洋構造物の中には浮体空港のように長さが数キロメートルにも及ぶものがある。しかしその深さは一般の船舶と同程度のものが多く、従ってこれらは面積に比べて深さが極めて浅い、いわば「紙のような」柔らかな構造といってよい。このような巨大構造物が波浪荷重のような動荷重を受けたときの構造応答の研究は土岐¹⁾や遠藤^{2),3)}等によって行われている。特に土岐の研究はこの種の研究の嚆矢ともいえるべきもので、構造物を弾性基礎上の梁としてオーソドックスな解析を行ったものである。その考え方はその後多くの研究者の賛同を得、文献1)は種々の論文に参考文献として取り上げられる程重要なものである。ただしいて難をいえば、結論の式が必ずしも使い易い形にまとめられておらず、また非常に煩雑な計算手順を経たためか、細部に誤りがあるともいわれている。

またこれまでの研究は下部にフーチングを有する浮体に関するものが多く、最も基本的な箱型のものが少ないように思われる。

そこで著者らはまず土岐の計算結果を見直して比較的使いやすい形に整理し、これを長さ5,000 mの巨大箱型構造物に適用した。

次に有限要素法により、板としての解析を行い、その固有値及びモードを求め、梁としての計算との比較を行った。

2. 動的構造応答

2.1 弾性基礎上の梁としての構造応答

(1) 基本算式

まず土岐の方法による結論の式を整理すると次のようになる。Fig. 1に示すように分布荷重、せん断力及び曲げモーメントの正方向を定めると、円振動数が ω で x 軸の負の向きに進む規則波による起振力は $F_{Ac}e^{i(\omega t - kx)}$ となるので次式が成立する。

$$EIy'''' + m\ddot{y} + N\dot{y} + Cy = F_{Ac}e^{i(\omega t - kx)} \quad (1)$$

ここに、

L : 梁の長さ

$y(x, t)$: 梁の左端から x の点の、時刻 t における下向き変

* 金沢工業大学機械・物質系

** 金沢工業大学大学院システム設計工学専攻

Fig. 1 A beam on an elastic foundation

位

m : 梁の単位長さ当たりの質量

N : 梁の単位長さ当たりの粘性減衰係数

C : 梁に働く単位長さ当たりの復元力

EI : 梁の曲げ剛性

F_{AC} : 波による起振力の振幅

ω : 波の円振動数

k : 波数

(1)式の特解, 即ち強制振動は次のように表される。

$$y(x, t) = \frac{F_{AC} L^4}{EI} \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n Y_n(x) e^{i\omega t} \quad (2)$$

ここに,

$Y_n(x)$ = 基準化した n 次の自由振動モード $\cdots n=0$

$$= 1 \quad \cdots n=1$$

$$= 2\sqrt{3} \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right) \quad \cdots n=1$$

$$= \frac{C(p_n)}{S_s(p_n)} (\cos p_n x + \cosh p_n x) \quad \cdots n \geq 2$$

$$+ \frac{S(p_n)}{S_s(p_n)} (\sin p_n x + \sinh p_n x)$$

p_n : n 次の固有値。次の決定方程式の解。 $\cos p_n L \cos$

$$\hbar p_n L = 1$$

これから次の近似式が得られる。

$$p_n L \approx \left(n - \frac{1}{2} \right) \pi + (-1)^n \frac{1}{\cosh \left\{ \left(n - \frac{1}{2} \right) \pi \right\}} \quad n \geq 2$$

$$C(p) = \cos pL - \cosh pL$$

$$S(p) = \sin pL + \sinh pL$$

$$S_s(p) = \sin pL \cdot \sinh pL$$

固有円振動数 ω_n は次式から求められる。

$$\omega_n = \sqrt{(C + EI p_n^4)/m} \quad (3)$$

(2)式中の Φ_n は複素数であり, 実数部を Φ_{nr} , 虚数部を Φ_{ni} とおくと

$$\Phi_n = \Phi_{nr} + i \Phi_{ni} \quad (4)$$

となり, Φ_{nr} 及び Φ_{ni} は次のように表される。

(a) $m\omega^2 - C \geq 0$ のとき

$$p^4 = \frac{m\omega^2 - C}{EI}$$

とおくと, Φ_{nr} 及び Φ_{ni} は $p_n L$, pL , kL 及び ζ という4個の無次元値の関数となる。即ち,

$$\Phi_{0r} = -\frac{(pL)^4 \sin kL + \zeta(1 - \cos kL)}{\{(pL)^8 + \zeta^2\} kL}$$

$$\Phi_{0i} = \frac{(pL)^4 (1 - \cos kL) - \zeta \sin kL}{\{(pL)^8 + \zeta^2\} kL}$$

$$\Phi_{1r} = \frac{\sqrt{3} \left[\{-(pL)^4 (2 \cos kL - 2 + kL \sin kL)\} + \zeta \{(-2 \sin kL + kL \cos kL + kL)\} \right]}{\{(pL)^8 + \zeta^2\} (kL)^2}$$

$$\Phi_{1i} = \frac{\sqrt{3} \left[\{-(pL)^4 (-2 \sin kL + kL \cos kL + kL)\} - \zeta \{2 \cos kL - 2 + kL \sin kL\} \right]}{\{(pL)^8 + \zeta^2\} (kL)^2}$$

ここに, $\zeta = \frac{\omega N L^4}{EI}$

$n \geq 2$ に対する Φ_{nr} 及び Φ_{ni} は次のようになる。

$p_n \neq k$ のとき

$$\Phi_{nr}$$

$$= \frac{2(kL)^2 [\alpha_1 \{(p_n L)^4 - (pL)^4\} + \beta_1 \zeta]}{[\{(p_n L)^4 - (pL)^4\}^2 + \zeta^2] \{(kL)^4 - (pL)^4\} S_s(p_n)}$$

$$\Phi_{ni}$$

$$= \frac{2(kL)^2 [\beta_1 \{(p_n L)^4 - (pL)^4\} - \alpha_1 \zeta]}{[\{(p_n L)^4 - (pL)^4\}^2 + \zeta^2] \{(kL)^4 - (pL)^4\} S_s(p_n)}$$

ここに,

$$S_c(p) = \cos pL \sinh pL + \sin pL \cosh pL$$

$$\alpha_1 = p_n L \{-S(p_n) + S_c(p_n) \cos kL\}$$

$$+ S_s(p_n) kL \sin kL$$

$$\beta_1 = -p_n L S_c(p_n) kL \sin kL$$

$$+ \{-C(p_n) + S_s(p_n) \cos kL\} kL$$

$p_n = k$ のとき

$$\Phi_{nr}$$

$$= \frac{\alpha_2 \{(p_n L)^4 - (pL)^4\} + \beta_2 \zeta}{[\{(p_n L)^4 - (pL)^4\}^2 + \zeta^2] kL S_s(k)}$$

$$\Phi_{ni}$$

$$= \frac{\beta_2 \{(p_n L)^4 - (pL)^4\} - \alpha_2 \zeta}{2[\{(p_n L)^4 - (pL)^4\}^2 + \zeta^2] kL S_s(k)}$$

ここに,

$$\alpha_2 = kLC(k) + S_s(k) \sin kL$$

$$\beta_2 = S_s(k) (-kL + \cos kL \sinh kL)$$

(b) $m\omega^2 - C < 0$ のとき

$$q^4 = \frac{C - m\omega^2}{EI}$$

とおく。この場合は前項の $(pL)^4$ の代わりに $-(qL)^4$ とおく。(2)式に(4)式を代入して整理すると次のようになる。

$$y(x, t) = \frac{F_{AC} L^4}{EI} \left[\begin{aligned} & \left\{ \left(\sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nr} Y_n(x) \right) \cos \omega t \right. \\ & \quad \left. - \left(\sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{ni} Y_n(x) \right) \sin \omega t \right\} \\ & + i \left\{ \left(\sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nr} Y_n(x) \right) \sin \omega t \right. \\ & \quad \left. + \left(\sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{ni} Y_n(x) \right) \cos \omega t \right\} \end{aligned} \right]$$

波振幅が ζ_0 の正弦波から来る起振力振幅 F_{AC} は、次のようになる。

$$F_{AC} = \rho g B \zeta_0$$

ここに、

ρ : 海水の密度, g : 重力加速度, B : 梁の幅

従って時刻 t における点 x の変位 $y(x, t)$ の波振幅 ζ_0 に対する比は次のように表される。

$$\frac{y(x, t)}{\zeta_0} = A(x) e^{i(\omega t + \varphi(x))} \quad (5)$$

ここに、

$$A(x) = \frac{\rho g L^4 B}{EI} \times \sqrt{\left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nr} Y_n(x) \right\}^2 + \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{ni} Y_n(x) \right\}^2}$$

$\cos \varphi(x)$

$$= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nr} Y_n(x)}{\sqrt{\left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nr} Y_n(x) \right\}^2 + \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{ni} Y_n(x) \right\}^2}}$$

$\sin \varphi(x)$

$$= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{ni} Y_n(x)}{\sqrt{\left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nr} Y_n(x) \right\}^2 + \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{ni} Y_n(x) \right\}^2}}$$

(2) 巨大浮体への適用

次のような浮体について計算を行う。

(a) 浮体

$L=5,000$ m, $B=1,000$ m, 深さ $D=10$ m, 軽荷吃水 $d=1$ m とし, 縦通材を含む甲板及び船底外板の有効板厚 $t=0.02$ m とする。

付加水を含む見かけ質量を自重の2倍と仮定すると

(3)式から固有円振動数 ω_n を求めると Table 1 のようになる。

$$m = 2\rho B d = 2 \times 10^6 \text{ kg/m}$$

$$C = \rho g B = 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$I = t B D^2 / 2 = 1000 \text{ m}^4$$

材料を鋼とすると, $E=206 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ $\therefore EI=206 \times 10^{12}$

Table 1 Natural circular frequencies of a beam

n	2	3	4	5	6
$\omega_n(\text{rad/s})$	2.23069	2.23621	2.23661	2.23754	2.23935
n	7	8	9	10	11
$\omega_n(\text{rad/s})$	2.24247	2.24740	2.25473	2.26512	2.27928

Nm²

(b) 粘性減衰係数

土岐の実験結果を参照し $N=50,000 \text{ Ns/m}^2$ とする。このとき $\zeta=0.1517 \times 10^6 \omega$ ω : [rad/s]

(c) 波

深海波を考える。波長を λ とすると、

$$\omega = \sqrt{2\pi g / \lambda}, k = 2\pi / \lambda$$

波長 λ を 100 m, 200 m 及び 300 m と 3 通りに変えたときの $A(x)$ を Fig. 2 に示す。その際 n に関する和の計算は $n=51$ までで打ち切った。

(d) 考察

(5)式からわかるように $A(x)$ は各変位 $y(x, t)$ を波振幅 ζ_0 で除した無次元量の振幅を表す。ただ位相 φ は x の関数であり, 各点に異なった値をとるので, Fig. 2 は同一時刻の値ではないことに注意する必要がある。

Fig. 2 から見ると波長 λ が長くなる程, また自由端に近づく程振幅が大きくなることが分かる。

なお Φ_{nr} や Φ_{ni} の値は n と共に減少する傾向にあるが, その減少の度合いは極めてゆるやかなので, n に関する和の計算では多くの項をとらなければならない。

またこの例の場合粘性減衰係数 N を 0 としても殆ど $A(x)$ の値は変わらないことが分かった。

2.2 弾性基礎上の平板としての固有モード

(1) 計算モデル

前節での取り上げた浮体を, 曲げ剛性が等価な平板に置き換え, これの固有値と, モードを有限要素法によって求める。等価板厚 t_e とおくと

$$t_e = \sqrt[3]{6ID^2} = 2.289 \text{ m}$$

材料の等価密度 ρ_e とおくと

$$\rho_e L B t_e = m L \quad \therefore \rho_e = \frac{m}{B t_e}$$

前節で $m=2\rho B d$ としたので

$$\rho_e = 2\rho d / t_e = 895.6 \text{ kg/m}^3$$

このような平板を Fig. 3 のように 1 辺が 40 m の正方形要素に分割し, 節点にばねを置く。そのばね定数 K は前節

Fig. 2 Non-dimensional amplitude of a beam under regular waves

Fig. 3 A plate on an elastic foundation (FEM model)

Table 2 Natural circular frequencies of a plate

n	3	4	5	6	7
ω_n (rad/s)	2.21358	2.21360	2.21372	2.21374	2.21412
Corresponding n of beam vib.	—	2	3	—	4
n	8	9	10	11	12
ω_n (rad/s)	2.21427	2.21506	2.21526	2.21687	2.21691
Corresponding n of beam vib.	—	5	—	—	6
n	13	14	15	16	17
ω_n (rad/s)	2.21934	2.22007	2.22301	2.22568	2.22459
Corresponding n of beam vib.	—	7	—	—	8

(a) $n=11$ (c) $n=13$ (b) $n=12$ (6-mode as a beam) (d) $n=14$ (7-mode as a beam)

Fig. 4 Examples of modes of a plate on an elastic foundation

の復元力 C と等価なものとする。すなわち

$$K = \rho g A_1$$

ここに, A_1 : ばねの支持面積

(2) 計算結果

計算の結果 Table 2 のような固有振動数が得られた。これらの各固有振動数に対応するモードの中には幅方向が変形しないモードと幅方向にも変形するものがある。前者は前節で求めた梁としてのモードに対応する。それらのモードについては Table 2 の中に梁としての振動節数を記

入した。Fig. 4 に Table 2 の中の 11 次～14 次のモードを示す。

(3) 考察

Table 2 のうち振動モードが梁としてのモードに対応するものは固有振動数が Table 1 の値とよく合っていることが分かる。また Fig. 4 に見えるように板としての振動モードは幅方向にねじれを伴うモードが梁としてのモード間に入ってくることがわかる。

3. 結 言

以上土岐の算式を整理し、これを巨大箱型建造物に適用し、固有円振動数及び波浪中の強制振動振幅を求めた。その結果波長が長くなる程、また自由端に近づく程振幅が大きくなることが分かった。

また同じ構造物を剛性及び質量が等価な平板に置き換え、有限要素法を適用し、固有円振動数及びモードを求めた。これを梁による値と比較し、板としての振動モードは幅方向には変形しない、梁としてのモードに対応するものと幅方向にねじれを伴うモードが出てくること、また前者の固有円振動数は梁として求めた値とよい一致を示すことを確認した。

なお本研究は文部省科学研究費（一般研究C課題番号

07651142）の補助を受けたことを付記し、関係各位に感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) Naoji Toki: A Study on the Behavior of Huge Floating Structure in Regular Waves, Journal of The Society of Naval Architects of Japan. Vol. 146(1979), pp. 185-194
- 2) 遠藤久芳: 浮遊式 可撓式プラットフォームの波浪中弾性振動, 日本造船学会誌, 第155号(1984), pp. 284-291
- 3) Hisayoshi Endo and K. Hoshino: Parametric Study on the Dynamic Response of Floating Compliant Structures in Regular Waves, Proceedings of Offshore Mechanic and Arctic Engineering, 1986, pp. 194-199