繰返し荷重下の船体用構造材料の変形挙動と強度特性 に関する研究 (その 4)

正員 富 田 康 光* 正員 橋 本 聖 史*
正員 大 沢 直 樹* 伴 大 助**
宮 園 太 介**

Study of Deformation Mechanism and Strength Characteristics of Ship Structural Materials under
Cyclic Loading Conditions (4th Report)

by Yasumitsu Tomita, *Member* Kiyoshi Hashimoto, *Member*
Naoki Osawa, *Member* Daisuke Ban
Taisuke Miyazono

Summary

The microscopic view of the damage accumulation process (initiation of micro-crack) during cyclic loading can be summarized as follows: (1) appearance of local plastic strain, (2) localization of these local plastic strains and then formation of non-reversible slip, (3) formation of persistent slip band (PSBs), (4) accumulation of non-reversible slip within PSBs, (5) formation of intrusion within PSBs, (6) growth of intrusion and formation of micro-crack. Therefore, it is possible to consider that the amount of accumulated shear strain and non-reversible slip can be used as the parameters which represent a process of crack initiation. If we can analyze the relationship between the macroscopic loading conditions and such microscopic parameters by crystalline FEM analysis, it can be considered to improve the prediction method of crack initiation life.

In the previous papers, the authors has developed a crystalline FEM code which can analyze the cyclic plastic deformation behavior of f. c. c. crystals both on the occurrence of material instability and under variable amplitude loading conditions.

Using the FEM code, the non-uniform deformation of f. c. c. cubic single crystal under various kinds of variable amplitude cyclic loading conditions are calculated. As a result, the acceleration of plastic strain localization and the generation of non-reversible slip are derived. By investigating the relationship between the loading conditions and the amount of accumulated shear strain and non-reversible slip, the non-linearity of fatigue damage accumulation process are discussed.

1. 緒 言

疲労強度評価のためには、疲労破壊が生じる巨視的荷重条件を求めなければならない。そのためには、疲労過程の各段階の微視的機構を解明し、巨視的荷重条件と疲労過程進行度との関係を明らかにする必要がある。

その際、測定しやすい巨視的応力歪応答特性と、疲労過

程進行度の間に特別な関係がある場合は、簡便な疲労強度評価法が構築できる。

例えば軟鋼では、疲労限は、微視き裂が停留することなく伝播する応力の下限值に支配される。そして、微視き裂の伝播には巨視的塑性変形の発生が必要条件であることが知られている。著者らは、この性質を用いて、軟鋼 SS 400 B について、変動荷重下でも巨視的塑性変形が開始する応力レベルが疲労限に一致することを実験的に示すとともに、少数のプログラム荷重試験結果から任意の変動荷重下の疲労限を推定する手法を提案した¹⁾²⁾。

続いて、前報³⁾で、アルミニウム合金 A 5083 P-O で疲労限と巨視的応力歪応答の関係の考察を試み、A 5083 P-O では巨視的塑性変形を生じない応力でも疲労破壊を生じるこ

* 大阪大学工学部

** 大阪大学大学院工学研究科

と、ただしその場合も 'strain burst' と呼ばれる荷重振幅増大時の塑性歪の一時的増大は測定できることを示した。これは、A 5083 P-O の疲労限は微視き裂発生応力に支配されることを示している。この場合、疲労限、さらには疲労寿命と巨視的変形挙動を関連付けるためには、き裂発生過程の微視的機構の直接的考察、およびき裂発生過程の進行状況を感度良く表す状態量を見出すことが必要である。もし、そのような状態量があれば、巨視的変形挙動とよき裂発生過程の進行度の関係を定量的に議論できるようになる。さらに、任意の荷重条件でのき裂発生寿命を推定することが可能となるので疲労強度評価法の精度向上に資するところが大きい。そこで、本報告ではき裂発生過程進行状況を表す状態量を見出すための基礎的考察を行った。

アルミニウム合金等の低～中応力振幅荷重下で生じる疲労き裂は a) 局所塑性歪の発生、b) 局所塑性歪が自由表面に集中して残存すべり帯 (persistence slip band, PSBs) を形成、c) PSBs 内の非可逆すべりの累積で生じた自由表面凹凸 (intrusion) が微視き裂に成長、d) 微視き裂発生と同様の機構による微視き裂の Stage I き裂伝播、の過程を経て発生するとされる。よって、局所塑性歪の集中度・累積量と、非可逆すべり発生量がき裂発生過程の進行状況を表すパラメータになると推定できる。

これらの量を調べるには、結晶粒径以下の寸法レベルでの解析と、結晶すべりの直接的取扱が必要であるが、その手法として、結晶弾塑性有限要素法がある。著者らは、既報⁴⁾⁵⁾で繰返し変形を結晶弾塑性有限要素法で解析する際のすべり系硬化特性および臨界剪断応力の設定方法を提案した。続いて Peirce ら⁶⁾の有限変形速度依存結晶弾塑性有限要素法を繰返し変形を取扱えるよう拡張して、繰返し変形に伴う局所塑性歪局在化の亢進と不可逆すべり発生を計算できることを示し⁷⁾、上記パラメータの解析を可能とした。さらに、著者らは、既報⁷⁾の計算方法を、反復計算により残差を解消するよう改良し、変動荷重下や材料不安定現象発生時の応答を安定して解析できるようにした⁸⁾。

本報告では、この改良した計算方法によって、変動振幅荷重を含む各種荷重条件下で、繰返し変形による局所塑性歪の集中度・累積量と非可逆すべり発生量を解析して、これらをき裂発生過程進行度を表す状態量であると考え、巨視的荷重条件および変形挙動とき裂発生寿命の間どのような関係が導かれるかを示した。

2. 解析方法

2.1 構成式

以下の記述で、演算子“:”は 4 階テンソル L^{ijkl} と 2 階テンソル T_{ij} の縮合 $L^{ijkl}T_{kl}$ を作る操作、または 2 つの 2 階テンソル T^i, U_{ij} の縮合 T^iU_{ij} を作る操作を表し、演算子“ $\otimes$ ”は 2 つのベクトルのテンソル積を作る操作を表す。

本報告の解析理論は、既報⁷⁾と同様に、Peirce ら⁶⁾が提案した、有限変形を考慮した単結晶の構成式

$$\dot{\tau} = L : D - \sum_{(a)} \dot{\gamma}^{(a)} R^{(a)} \quad (1)$$

をもとに構築した。ここで、 (a) はすべり系の識別子であり、 τ は Kirchhoff 応力の全変形勾配の剛体スピンに関する Jaumann 速度、 L は弾性係数テンソル、 D は変形速度、 $\dot{\gamma}^{(a)}$ は第 (a) すべり系の剪断歪速度であり、 $R^{(a)}$ は、

$$R^{(a)} = L : P^{(a)} + \beta^{(a)} \quad (2)$$

$$\beta^{(a)} = W^{(a)} \tau - \tau W^{(a)} \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 τ は Kirchhoff 応力であり、 $P^{(a)}$ 、 $W^{(a)}$ は、無変形状態での第 (a) すべり系すべり方向単位ベクトルおよびすべり面単位法線ベクトル $s^{(a)}$ 、 $m^{(a)}$ が格子変形による変形勾配により $s^{*(a)}$ 、 $m^{*(a)}$ になったとして

$$P^{(a)} = \frac{1}{2} (s^{*(a)} \otimes m^{*(a)} + m^{*(a)} \otimes s^{*(a)}) \quad (4)$$

$$W^{(a)} = \frac{1}{2} (s^{*(a)} \otimes m^{*(a)} - m^{*(a)} \otimes s^{*(a)}) \quad (5)$$

で与えられるテンソルである。

このとき、分解剪断応力速度 $\dot{\tau}^{(a)}$ は

$$\dot{\tau}^{(a)} = R^{(a)} : \left(D - \sum_{(b)} \dot{\gamma}^{(b)} P^{(b)} \right) \quad (6)$$

で与えられる。

2.2 すべり系硬化特性

Peirce ら⁶⁾は、すべり変形速度依存性を考慮したすべり系硬化則を提案した。しかし、これは単調変形のみ考えて定式化したものであり、移動硬化が支配的な繰返し硬化飽和後の繰返し塑性変形の解析には適用できない。著者ら⁷⁾は各すべり系で背応力 $\alpha^{(a)}$ を考え分解剪断応力 $\tau^{(a)}$ の代わりに $(\tau^{(a)} - \alpha^{(a)})$ を評価することで、Peirce らの硬化則を繰返し塑性変形の解析に使用できるよう拡張した。本解析でも、この硬化則を用いる。

このとき、剪断歪速度は

$$\dot{\gamma}^{(a)} = \dot{a}^{(a)} \operatorname{sgn} \left(\frac{\tau^{(a)} - \alpha^{(a)}}{g^{(a)}} \right) \left| \frac{\tau^{(a)} - \alpha^{(a)}}{g^{(a)}} \right|^{1/m} \quad (7)$$

で計算される。ここで、 $g^{(a)}$ はすべり系の降伏面半径に相当する値、 $\dot{a}^{(a)}$ は剪断変形の大きさを決める材料定数、 m は剪断変形速度依存性を表す材料定数である。

$g^{(a)}$ 、 $\alpha^{(a)}$ の発展方程式は、各すべり系の剪断変形に伴う臨界剪断応力上昇が等方硬化的成分と移動硬化的成分の和として表せるとして、

$$\dot{g}^{(a)} = C_i \sum_{(b)} h_{ab} |\dot{\gamma}^{(b)}| \quad (8)$$

$$\dot{\alpha}^{(a)} = C_k \operatorname{sgn}(\tau^{(a)} - \alpha^{(a)}) \sum_{(b)} h_{ab} |\dot{\gamma}^{(b)}| \quad (9)$$

と表す。ここで、 (b) はすべり系の識別子である。また、 C_i 、 C_k は一般に変形履歴で変化すると考える。 h_{ab} は、 (b) すべり系の活動による (a) すべり系の臨界剪断応力上昇を与える潜在硬化係数であり、本報告では、Peirce ら⁶⁾と同様に、歪硬化の大きさを表すパラメータ h と潜在硬化の程度を表すパラメータ q により

$$h_{ab} = qh + (1-q)h\delta_{ab} \quad (10)$$

と表わした。

2.3 反復計算を考慮した有限要素法の定式化

著者ら⁷⁾は、2.1節の構成式と2.2節の硬化特性を持つ面心立方単結晶の繰返し変形を、結晶弾塑性有限要素法により解析した。

有限要素法の定式化は、Peirce ら⁶⁾にならい、無変形状態を基準配置とし、基準配置での正規直交系座標を物質座標とする埋込み系を用いた total-Lagrange 法¹⁰⁾ によった。以下では、無変形状態での正規直交系を“基準系”、現在配置の埋込み系を“埋込み系”と呼ぶ。

既報⁷⁾の計算では、Peirce ら⁶⁾と同様に、構成式中の剪断歪速度を現在時刻の値と時間増分後の値の線形和で置き換える接線係数法⁹⁾により陰的な時間積分を行い、各計算ステップの残差は次の計算ステップに繰り越すことで補正した。しかし、この計算方法では、strain burst 等の材料不安定現象や荷重振幅の変動により変形の局在化が著しくなると、荷重増分を小さくしても残差を補正できず計算を続行できない場合が多かった。

著者らは、反復により残差を補正する計算方法を考案した⁸⁾。その骨子は、構成式(1)を埋込み系で成分表記した

$$\begin{aligned} \bar{\tau}^{ij} - (\bar{L}^{ijkl} - \bar{g}^{ik} \bar{\tau}^{lj} - \bar{g}^{jl} \bar{\tau}^{ik}) \bar{D}_{kl} \\ + \sum_{(a)} \dot{\gamma}^{(a)} \bar{R}^{(a)ij} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

が時刻 $t \sim t + \Delta t$ の間常に成立する条件と、時刻 $t + \Delta t$ で仮想仕事原理

$$\int_V (\bar{\tau}^{ik} (\delta_{jk} + u_{j,k}) \delta u_{i,j}) dV = \int_{S_t} T_i \delta u_i dS \quad (12)$$

が成立する条件が共に満足されるように時刻 $t + \Delta t$ での節点変位、応力成分を調整することにある。ここで、 $\bar{L}^{ijkl}$ は弾性係数テンソルの埋込み系 4 階反変成分、 $\bar{\tau}^{ij}$ 、 $\bar{g}^{ij}$ 、 $\bar{R}^{(a)ij}$ は Kirchhoff 応力、計量テンソル、式(2)の $\mathbf{R}^{(a)}$ の埋込み系 2 階反変成分、 $\bar{D}_{ij}$ は変形速度の埋込み系 2 階共変成分である。また、 δ_{ij} は Kronecker のデルタ、 $u_{i,j}$ 、 $\delta u_{i,j}$ 、 T_i は変位ベクトル、仮想変位ベクトル、基準配置での単位表面積あたり表面力ベクトルの基準系成分であり、 V は基準配置での物体の占める空間、 S_t は基準配置での表面力作用面である。

本計算方法でも、陰的時間積分を行うため剪断歪速度 $\dot{\gamma}^{(a)}$ を

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\gamma}^{(a)} / \Delta t = (1 - \theta) \dot{\gamma}^{(a)}|_t \\ + \theta \dot{\gamma}^{(a)}|_{t+\Delta t} \quad (0 \leq \theta \leq 1) \end{aligned} \quad (13)$$

に置き換える。ここで θ は 0.0~1.0 の値の陰的計算パラメータである。

著者ら⁸⁾によると、時刻 $t + \Delta t$ での節点変位 $U_j|_{t+\Delta t}$ 、応力成分 $\bar{\tau}^{ij}|_{t+\Delta t}$ の修正量は、

$$\delta U_j|_{t+\Delta t} = \sum_L ([S_{jL}]^{-1})_{jL} (-\Psi_L + F_L^e) \quad (14)$$

$$\delta \bar{\tau}^{ij}|_{t+\Delta t} = -\varphi^{ij} + \sum_j \bar{G}^{ij} \delta U_j|_{t+\Delta t} \quad (15)$$

で与えられる。式(14)が、通常の剛性行列に代わるものとなる。ただし、

$$S_{jL} = \int_V (\bar{\tau}^{ik}|_{t+\Delta t} B_{jk}^L B_{ji}^L + F_{kj}|_{t+\Delta t} B_{ki}^L \bar{G}_{ji}^L) dV \quad (16)$$

$$F_j^e = \int_V F_{kj}|_{t+\Delta t} B_{ki}^L \varphi^{ij} dV$$

$$\Psi_j = \int_V \bar{\tau}^{ik}|_{t+\Delta t} \left(\delta_{jk} + \sum_L B_{jk}^L U_L|_{t+\Delta t} \right) B_{ji}^L dV - F_j|_{t+\Delta t};$$

$$F_j|_{t+\Delta t} = \int_{S_t} T_i|_{t+\Delta t} N_j^i dS \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \varphi^{ij} = (\bar{\tau}^{ij}|_{t+\Delta t} - \bar{\tau}^{ij}|_t) - \sum_j \bar{G}^{ij} (U_j|_{t+\Delta t} - U_j|_t) \\ + \sum_{(a)} \dot{\gamma}^{(a)} \bar{R}^{(a)ij} \Big|_t \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

である。ここで、 Ψ_j は仮想仕事原理(12)の残差力であり、 φ^{ij} は構成式(11)が時間増分中に成立する条件からの逸脱量である。式中で、 N_j 、 B_{jk}^L は形状関数およびその勾配、 $\bar{R}^{(a)ij}$ は式(2)の $\mathbf{R}^{(a)}$ の埋込み系 2 階反変成分、 F_{ij} は無変形状態を基準配置とする変形勾配の基準系成分、 T_i は無変形状態の単位面積あたり表面力ベクトルの基準系成分である。 $\dot{\gamma}^{(a)}$ 、 $\bar{G}^{ij}$ は

$$\dot{\gamma}^{(a)} = \left(\sum_{(b)} M_{ab} \dot{\gamma}^{(b)} \right) \Big|_t, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}^{ij} = \left(\bar{L}^{ijkl}|_t - \bar{g}^{ik}|_t \bar{\tau}^{lj}|_t - \bar{g}^{jl}|_t \bar{\tau}^{ik}|_t - \sum_{(a)} \bar{R}^{(a)ij}|_t \bar{F}^{(a)ij} \right) \\ \cdot \frac{1}{2} (F_{mk}|_t B_{ml}^L + F_{ml}|_t B_{mk}^L) \end{aligned} \quad (20)$$

ただし、

$$M_{ab} = ([N_{ab}]^{-1})_{ab} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} N_{ab} = \delta_{ab} + \frac{\theta \Delta t \dot{\gamma}^{(a)}|_t}{m} \left[\frac{1}{\tau^{(a)}|_t \alpha^{(a)}|_t} \{ \mathbf{R}^{(a)}|_t : \mathbf{P}^{(b)}|_t \} \right. \\ \left. + C_k \operatorname{sgn}(\tau^{(a)}|_t - \alpha^{(a)}|_t) h_{ab} \operatorname{sgn}(\dot{\gamma}^{(b)}|_t) \right. \\ \left. + \frac{1}{g^{(a)}|_t} C_i h_{ab} \operatorname{sgn}(\dot{\gamma}^{(b)}|_t) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\bar{F}^{(a)ij} = \sum_{(b)} M_{ab} \bar{Q}^{(b)ij} \quad (23)$$

$$\bar{Q}^{(a)ij} = \frac{\theta \dot{\gamma}^{(a)}|_t \Delta t}{m(\tau^{(a)}|_t - \alpha^{(a)}|_t)} \bar{R}^{(a)ij} \Big|_t \quad (24)$$

で与えられる。

$\bar{\tau}^{ij}$ 、 U_j が時刻 t で確定している場合、時刻 $t + \Delta t$ での値は以下の手順で計算できる。

まず、 $\bar{\tau}^{ij}|_{t+\Delta t}$ 、 $U_j|_{t+\Delta t}$ の第 1 近似として、 $\bar{\tau}^{ij}|_t$ 、 $U_j|_t$ を与え、式(14)により $U_j|_{t+\Delta t}$ の修正量 $\delta U_j|_{t+\Delta t}$ を求める。

次に、計算した $\delta U_j|_{t+\Delta t}$ を式(15)に用いて $\bar{\tau}^{ij}|_{t+\Delta t}$ の修正量 $\delta \bar{\tau}^{ij}|_{t+\Delta t}$ を計算する。

そして、修正した $\bar{\tau}^{ij}|_{t+\Delta t}$ 、 $U_j|_{t+\Delta t}$ により式(17)の残差 Ψ_j を評価する。 Ψ_j が十分小さくないときは、残差が許容値以下になるまで式(14)(15)の修正を繰り返す。 Ψ_j が十分小さくなれば、そのときの $\bar{\tau}^{ij}|_{t+\Delta t}$ 、 $U_j|_{t+\Delta t}$ を時刻 $t + \Delta t$ での値として採用する。

上記計算方法は、接線係数法をより高精度な解析が可能よう改良したものに相当する⁸⁾。

3. 解析対象および解析条件

3.1 解析対象および計算モデル

本報告では、アルミニウム合金 A 5083 P-O 等の、微視き裂発生応力が疲労限を支配する材料で、き裂発生過程の進行状況を感度良く表す状態量を見出すための考察を行う。

既報⁴⁾⁵⁾によると、繰返し負荷を受ける面心立方多結晶金属内部の局所塑性歪は不均一で、自由表面に接する結晶粒の局所塑性歪が大きい傾向がある。疲労強度は局所塑性歪が最も集中した点での微視的現象に支配されるので、そのような結晶粒の挙動を解析すれば、目的とする考察が可能と考えられる。

そこで本研究では、既報⁷⁾と同様に、繰返し負荷を受ける直方体形状の面心立方単結晶の局所応力、局所塑性歪を解析した。

計算モデルは、既報⁷⁾と同じものを用いた。モデル形状は、Fig. 1 に示すような、 yz 面で長方形断面を有し x 軸方向長さが yz 断面長辺の 3 倍であるような直方体とし、この直方体を立方体形状の 8 節点アイソパラメトリック要素で、 x 軸方向に 24 個、 y 軸方向に 8 個、 z 軸方向に 4 個に分割してモデル化した。初期不整を与える前の各要素は $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$ の寸法をもつとした。よって、初期不整を与える前の yz 断面の y, z 方向幅 w_y^0, w_z^0 は各々 $8\mu\text{m}, 4\mu\text{m}$ となる。有限要素の定式化にあたっては、速度勾配 L が

$$\tilde{L} = L - (\text{tr } L_c - \text{tr } L) I \quad (25)$$

となるように形状関数を修正し、選択低減積分が行われるようにした。ここで、 L_c は要素中心での速度勾配であり、 I は単位テンソルである。

モデル表面には、 yz 断面の y, z 方向幅 w_y, w_z が、断面位置 x により

$$\left. \begin{aligned} w_y/w_y^0 \\ w_z/w_z^0 \end{aligned} \right\} = -0.0042 \cos \left\{ \left(\pi \frac{x-x_0/2}{x_0/2} \right)^2 \right\} + 0.0024 \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{x-x_0/2}{x_0/2} \right)^2 \right\} \quad (26)$$

Fig. 1 Finite element model for f. c. c. single crystals

と変化するような初期不整を与えた。ここで、 x_0 は無変形状態でのモデル x 方向長さである。式(26)は、モデル端面から $1/5x_0$ 離れた yz 断面 (Fig. 1 の I_1, I_2, I_3, I_4 点の断面) の w_y, w_z が端面での値より約 1% 小さくなるような形状を与える。

結晶方位は、荷重軸が $[\sqrt{1/6}, \sqrt{1/6}, \sqrt{1/3}]$ 方向を向くような方位とした。

3.2 材料特性、荷重条件、計算パラメータ

材料定数は、既報⁷⁾と同じく、Peirce ら⁶⁾を参考にして Table 1 の値を用いた。

硬化係数は、比較的小さな荷重振幅での、繰返し硬化飽和後の変形を考えて、潜在硬化係数の比例定数部 h を一定値 $h=30.40(\text{MPa})$ とし、硬化への等方硬化、移動硬化の寄与比率 C_i, C_k は $C_i=0.0, C_k=1.0$ とした。この設定では、完全両振りの分解剪断応力を生じる負荷条件下では可逆すべりのみ生じることになる。

荷重は、モデルの一方の yz 端面の x 方向変位を拘束し、他端に均一な x 方向変位を一定変位速度で与えて負荷した。変位は、 x 軸方向の公称歪速度が $\pm 10^{-4}(1/\text{s})$ となるよう与えた。

計算では、まず、荷重条件による局所塑性歪の集中度、不可逆すべり発生量の相違について基礎的知見を得る目的で、公称歪振幅 $2.5 \times 10^{-3}, 2.8 \times 10^{-3}, 3.1 \times 10^{-3}$ (以下では、各々の振幅の荷重を“A 25, A 28, A 30 の荷重”と呼ぶ) の完全両振り荷重を組み合わせた、定振幅荷重および多段変動振幅荷重を加えたときの応答を解析した。荷重パターンは、Fig. 2 に示す、

1. A 25, A 28, A 31 の荷重を 15 サイクル加える定振幅荷重 (ケース CL, CM, CH と呼ぶ)。
2. A 28 の定振幅荷重中に、3 サイクルの A 31 の荷重を加える計 15 サイクルの 2 段振幅荷重。A 31 の荷重の挿入箇所は、初回サイクル、第 4 サイクル、第 7 サイクル (ケース TL 1, TL 2, TL 3 と呼ぶ) の 3 通りを計算した。
3. A 25 の荷重 6 サイクル、A 28 の荷重 6 サイクル、A 31 の荷重 3 サイクルを、振幅の小さい順に負荷する振幅漸増荷重 (ケース UP と呼ぶ)、および振幅の大きい順に負荷する振幅漸減荷重 (ケース DWN と呼ぶ)。

Table 1 Material properties used for 3 dimensional rate-dependent finite deformation F.E.M. analysis

Young's modulus E	58800 (MPa)
Poisson's ratio ν	0.3
q of Eq.(10)	1.4
$\dot{\epsilon}^{(a)}$ of Eq.(7)	0.002
m of Eq.(7)	0.005
Initial critical resolved shear stress σ_0	58.8 (MPa)

Fig. 2 Loading patterns

呼ぶ)。

4. A 25 の荷重から始め、3 サイクルごとに荷重振幅を増大させ、その後3 サイクルごとに荷重振幅を減少させる、計 15 サイクルの振幅漸増漸減荷重(ケース UPDWN と呼ぶ)、および A 31 の荷重から始め、3 サイクルごとに荷重振幅を減少させ、その後3 サイクルごとに荷重振幅を増大させる、計 15 サイクルの振幅漸減漸増荷重 (ケース DWNUP と呼ぶ)。

の計 10 とおりを計算した。

式(13)の陰的計算パラメータ θ は 1.0 とした。

4. 解析結果および考察

4.1 定振幅荷重下の応答

Fig. 3 にケース CH の正規化荷重変位曲線を示す。Fig. 3 の縦軸 (荷重) は x 方向変位を零に拘束した節点の x 方向節点力の和を無変形状態での拘束面面積で割って公称応力を求めることで正規化しており、横軸 (変位) は x 方向規定変位を与えた面の変位量を無変形状態でのモデル x 方向長さで割って公称歪を求めることで正規化してある。

Fig. 3 によると、本ケースでは、5 サイクルで荷重変位曲線が定常ループから逸脱し、定常変形から非定常変形への変化が生じている。

ケース CH で、Fig. 1 に示す初期不整部 (I_1, I_2, I_3, I_4), モデル中央部側面 (M_1, M_2), モデル重心点 (C), モデル端部内部点 (E) の各点で、

$$\Gamma = \int \left(\sum_{(a)} |\dot{\gamma}^{(a)}| \right) dt \quad (27)$$

で定義される累積剪断歪量 Γ の、負荷半サイクルごとの増大量 (以下, “ Γ 増大量, $\Delta\Gamma_{half}$ ” と呼ぶ) の推移を整理した結果を Fig. 4 に示す。

Fig. 3 Normalized load vs end displacement for the case of constant amplitude loading ‘CH’

Fig. 4 The increment of accumulated shear strain during every half cycle at various points for the case of constant amplitude loading ‘CH’

Fig. 4 の横軸の負荷サイクル数は、負荷開始から最初の引張り最大荷重までを第 0 サイクル、最初の引張り最大荷重から次の引張り最大荷重までを第 1 サイクル、…と数えている。横軸目盛 $i-1$ と i の中間のデータは第 $i-1$ サイクル終了時(引張り最大荷重)から第 i サイクル圧縮最大荷重の間の Γ の増分を意味し、横軸目盛 i のデータは第 i サイクルの圧縮最大荷重から第 i サイクル終了時(引張り最大荷重)の間の Γ の増分を意味する。横軸目盛 0 での $\Delta\Gamma_{half}$ が非零で、かつそれ以降の値の約半分であるのは、それが

負荷開始から最初の引張り最大荷重までの1/4サイクル間の Γ 増分であるからである。以下、各荷重ケースでの $\Delta\Gamma_{half}$ の推移図は、Fig. 4と同様に表わしてある。

同じサイクルの引張りと圧縮で $\Delta\Gamma_{half}$ が異なることは、非可逆すべりが生じていることを意味している。Fig. 4では、定常変形中は各点で可逆すべりを生じるが、荷重変位曲線が定常ループから逸脱する6サイクル以後は、片側初期不整部(I_1, I_2)の $\Delta\Gamma_{half}$ が急速に大きくなる一方、逆側初期不整部(I_3, I_4)が塑性変形を停止し、 I_1, I_2 の初期不整部とその対角位置の初期不整部を結ぶ帯状領域(C点も含まれる)に局所塑性変形が局在化することが示されている。このとき I_1, I_2 近傍では引張りと圧縮で異なるすべり系が活動する交差すべりが生じ、大きな非可逆すべりが発生した。

この傾向は、既報⁷⁾でも示されており、本報告の、非定常変形が生じた全ての計算例でも共通して現れた。そこで以下では、各計算例で点 I_1, I_3 の $\Delta\Gamma_{half}$ の推移をみることで局所塑性歪の局在化を調べることとした。

Fig. 5にケースCL, CM, CHでの点 I_1, I_3 の $\Delta\Gamma_{half}$ の推移を示す。ケースCMは9サイクル目、ケースCHでは5サイクル目に局所塑性歪の局在化が始まっている。各々について荷重変位曲線を描くと、局在化の開始と同時に荷重変位曲線が定常ループから逸脱した。一方、ケースCLでは15サイクルの間に局所塑性変形の局在化が発生せず、荷重変位曲線も定常ループを維持し続けた。よって、定振幅荷重では、荷重振幅が大きいくほど、局所塑性歪局在化と非可逆すべりが早く発生し、その進行が急速であることが示された。

Fig. 5 The increment of accumulated shear strain during every half cycle at various points for the constant amplitude loading cases

式(27)の Γ は、可逆すべりも含めた塑性変形を表している。そこで、負荷履歴中の定常振幅区間で、

$$\Delta\Gamma_{nr} = \sum_{(a)} |(\Delta\gamma_{tens}^{(a)} - \Delta\gamma_{comp}^{(a)})| \quad (28)$$

なる量を考え、これを非可逆すべり発生量の指標とする。ここで、 $\Delta\gamma_{tens}^{(a)}$, $\Delta\gamma_{comp}^{(a)}$ は引張り、圧縮半サイクルでの第(a)すべり系の剪断歪増分である。

引張り側と圧縮側で、異なる2つのすべり系が等しい量の剪断歪を生じる場合、非可逆すべりが生じているにもかかわらず、式(27)の Γ から計算される $\Delta\Gamma_{half}$ は変化しない。一方、 $\Delta\Gamma_{nr}$ は各すべり系すべり量の2倍の値をもつ。よって、 $\Delta\Gamma_{nr}$ の値は非可逆すべりの発生をより正確に示すことができる。

ケースCMの2~5サイクルで、全積分点(本報告の計算では6144点)の $\Delta\Gamma_{nr}$ を大きき順に並べ、その順位を横軸に、 $\Delta\Gamma_{nr}$ の値を縦軸にグラフ化した図をFig. 6に示す。Fig. 6で、横軸の値が1のグラフ左端での縦軸の値は $\Delta\Gamma_{nr}$ の最大値を表す。

図より、ケースCMでは、

- 1) 最終的に局所塑性歪の局在化と非可逆すべりが発生する場合は、荷重変位曲線および $\Delta\Gamma_{half}$ の推移図では定常変形とみなせる負荷サイクルでも、材料の一部の領域で $\Delta\Gamma_{nr}$ が有限量発生すること、
- 2) $\Delta\Gamma_{nr}$ の発生は一部領域に集中していること、
- 3) $\Delta\Gamma_{nr}$ の最大値は負荷サイクルにつれて連続的に増大し、その1サイクルあたりの増大量は負荷サイクルにつれて大きくなること、

が示されている。また、6~15サイクルの $\Delta\Gamma_{nr}$ を同様に整理すると、

Fig. 6 The distribution of non-reversal shear strain for the constant amplitude loading case 'CM' (2~5 cycle)

4) 全体変形が非定常変形モードになると $\Delta\Gamma_{nr}$ の集中域が広がる傾向があること、
 2) の $\Delta\Gamma_{nr}$ の集中はモデルの初期不整部に生じた。これは、初期不整部に生じた局所塑性変形が逆方向の変形に影響を与え、引張り側と圧縮側で異なる変形を生じることが原因と考えられる。

1)～4)の傾向は、ケース CH でも同様にみられた。

一方、局所塑性歪の局在化と非可逆すべりが発生しなかったケース CL の各サイクルの $\Delta\Gamma_{nr}$ を同様に整理すると、負荷履歴を通じて $\Delta\Gamma_{nr}$ が微量しか発生せず、 $\Delta\Gamma_{nr}$ の局在化と負荷サイクルにつれた増大はみられなかった。つまり、局所塑性歪の局在化がない場合は、非可逆すべりの発生が微量で、負荷サイクルにつれたその増大は生じないといえる。

微視き裂発生過程である PSBs 形成および intrusion 形成では、非可逆すべりに伴う微視的組織変化が重要な役割を果たすとされる。よって、式(28)の $\Delta\Gamma_{nr}$ は、き裂発生過程の、その負荷サイクルでの進行量を表すパラメータであると考えられる。また、 $\Delta\Gamma_{half}$ の半サイクルごとの増大/減少は局所塑性歪の局在化と非可逆すべりの発生を意味するので、その変化の速さは、き裂発生過程の進行の速さを表していると考えられる。

これらの考察をふまえて、本節の解析結果を整理すると、定振幅負荷時のき裂発生過程の性質に関して、

- 1) 定振幅荷重では、荷重振幅が大きいほど、き裂発生過程が速く始まり、急速に進行する。
- 2) 荷重変位曲線、局所塑性歪分布で定常繰返し変形を示しているときとみなせる負荷サイクルでも、き裂発生過程が進行する。荷重1サイクルあたりの過程進行量は、負荷サイクルにつれて増大する。
- 3) 非可逆すべりの発生が微小で、負荷サイクルにつれたその増大がなければ、微視き裂発生過程は進行しない。との性質が導ける。このうち、2)は定振幅荷重でも疲労損傷の累積が線形でないことを示唆しており、3)は微視き裂発生下限応力 (A 5083 P-O 等では疲労限に相当する) を決定する条件を与えていると考えられる。

4.2 2段振幅荷重下の応答

A 28 荷重9サイクルと A 31 荷重3サイクルを組み合わせ、ケース TL 1, TL 2, TL 3 の2段振幅荷重で、Fig. 1 の点 I_1 , I_3 での $\Delta\Gamma_{half}$ の推移を Fig. 7 に示す。また、各ケースで、A 31 荷重最終サイクル終了時と、全荷重終了時の I_1 点での Γ , $\Delta\Gamma_{nr}$ の値を Table 2 に示す。

Fig. 7 では、いずれのケースも非定常変形を生じ、局所塑性歪が局在化している。各ケースとも、荷重変位曲線を描くと、非定常変形発生とほぼ同時に定常ループからの逸脱が生じていた。

Fig. 7 で A 31 荷重負荷中の $\Delta\Gamma_{half}$ の変化を比較すると、A 31 荷重負荷開始が遅いほどその増大/減少が急速に

Fig. 7 The increment of accumulated shear strain during every half cycle at various points for the two-steps amplitude loading cases

Table 2 The amount of accumulated shear strain and non-reversible slip at the end of each loading step for the cases of two step loadings

		End of A31 loading	End of whole loading
Case TL1	Γ	3.47×10^{-2}	1.49×10^{-1}
	$\Delta\Gamma_{nr}$	4.15×10^{-4}	1.28×10^{-2}
Case TL2	Γ	5.35×10^{-2}	1.44×10^{-1}
	$\Delta\Gamma_{nr}$	9.45×10^{-4}	1.23×10^{-2}
Case TL3	Γ	7.42×10^{-2}	1.41×10^{-1}
	$\Delta\Gamma_{nr}$	3.91×10^{-3}	1.18×10^{-2}

生じている。また Table 2 でも、A 31 荷重負荷開始が遅いほど A 31 荷重最終サイクル終了時の $\Delta\Gamma_{nr}$ の値が大きい。

これは、大振幅負荷開始が遅いほど、荷重振幅増大時の局所塑性歪の局在化が急速で、非可逆すべり発生が大きいくことを示している。Fig. 5 で A 28 荷重のみ負荷したケース CM の計算結果をみると、TL 1, TL 2, TL 3 いずれのケースも、A 28 荷重での非定常変形発生前に A 31 荷重を負荷している。よって、見掛け上定常変形を続ける小振幅負荷も、後続の大振幅負荷で局所塑性歪の局在化と非可逆すべり発生を加速することが示されたといえる。

また、いずれのケースでも、A 28 荷重で、ケース CM より速いサイクルで $\Delta\Gamma_{half}$ の変化が始まっている。つまり、大振幅負荷の挿入により小振幅負荷での局所塑性歪の局在化と非可逆すべり発生が発生が速まることが示されたといえる。

Fig. 5 によると、A 31 荷重負荷開始が最も遅いケース TL 3 で A 31 荷重負荷が終了した 10 サイクル以後の $\Delta\Gamma_{half}$

は全ケースでほぼ等しい。また、Table 2 で全負荷終了時の I_1 点の Γ , $\Delta\Gamma_{nr}$ の値を比較すると、A 31 荷重負荷時期が速いほど Γ がやや大きいものの、概ね等しい値を示した。よって、この解析例では、大振幅負荷の挿入位置によらず、負荷終了時の局所塑性歪の局在化と非可逆すべり発生の進行度はほぼ等しくなることが示されたといえる。

4.1 節と同様の考察を行って本節の解析結果を整理すると、小振幅負荷に大振幅負荷を1段階挿入する2段階振幅負荷時のき裂発生過程の性質に関して、

- 1) 大振幅負荷が単独で作用するときより、小振幅負荷の後大振幅負荷を作用させる時の方が、大振幅負荷時のき裂発生過程の進行が急速である。この傾向は、小振幅負荷中に非定常変形が生じない場合でも現れる。
 - 2) 大振幅負荷を受けると、後続の小振幅負荷でのき裂発生過程の進行が加速される。
- との性質が導ける。

4.3 多段階振幅荷重下の応答

A 31 荷重3サイクル、A 28 荷重6サイクル、A 25 荷重6サイクルを組み合わせた、ケース UP, DWN の3段階振幅荷重で、Fig. 1 の点 I_1 , I_3 での、 $\Delta\Gamma_{half}$ の推移を Fig. 8 に示す。また、各ケースで、各荷重ステップ最終サイクルの、 I_1 点での Γ , $\Delta\Gamma_{nr}$ の値を Table 3 に示す。

両ケースの2段階目（ともに A 28 荷重）を比較すると、ケース UP の $\Delta\Gamma_{half}$ はほぼ一定値を保ち定常変形を示すが、ケース DWN では $\Delta\Gamma_{half}$ に変化が生じ、局所塑性歪の局在化が顕著に現れている。また、2段階目最終サイクルの I_1 点での $\Delta\Gamma_{nr}$ を比較すると、ケース DWN の値はケース UP の値の20倍以上になっている。

Fig. 8 The increment of accumulated shear strain during every half cycle at various points for the multiple steps amplitude loading cases

Table 3 The amount of accumulated shear strain and non-reversible slip at the end of each loading step for the cases of three step loadings

	Case UP		Case DWN	
	Γ	$\Delta\Gamma_{nr}$	Γ	$\Delta\Gamma_{nr}$
End of 1st step	1.06×10^{-2}	1.30×10^{-5}	3.47×10^{-2}	4.15×10^{-4}
End of 2nd step	4.83×10^{-2}	2.47×10^{-4}	8.11×10^{-2}	6.88×10^{-3}
End of 3rd step	8.54×10^{-2}	6.19×10^{-3}	1.05×10^{-1}	2.96×10^{-3}

また、ケース CL (A 25 荷重の定振幅負荷) は15サイクルまで局所塑性歪の局在化を示さないにもかかわらず、ケース DWN 3段階目 (A 25 荷重) では $\Delta\Gamma_{half}$ に変化が生じ、最終サイクルの I_1 点での $\Delta\Gamma_{nr}$ は、ケース DWN 2段階目 (A 28 荷重) 最終サイクルの $\Delta\Gamma_{nr}$ の約半分もの値となっている。

さらに、最終サイクルの I_1 点での Γ は、ケース DWN での値が、ケース UP での値より約25%大きい。

以上より、大振幅負荷を受けた後には、定振幅負荷で定常変形しか生じない荷重振幅でも、局所塑性歪の局在化と非可逆すべりが発生すること、および、同じ荷重スペクトルの負荷を受けても、始めに大振幅負荷を受けた場合の方が、早い時期から局所塑性歪の局在化と非可逆すべりの発生が始まり、累積塑性歪量も大きくなることが示された。

次に、A 31, A 28, A 25 荷重の3段階の負荷を組み合わせたケース UPDWN, DWNUP で、Fig. 1 の点 I_1 , I_3 での、 $\Delta\Gamma_{half}$ の推移を Fig. 9 に示す。また、各ケースで、各荷重ステップ最終サイクルの I_1 点での Γ , $\Delta\Gamma_{nr}$ の値を Table 4 に示す。

ケース UPDWN, DWNUP の4段階目は、同一荷重振幅スペクトルの多段階荷重が異なる負荷順序で負荷された後に、同じ振幅の荷重が負荷される状態である。Fig. 9 によると、4段階荷重ステップ中の I_1 点での $\Delta\Gamma_{half}$ は、ケース DWNUP での値がケース UPDWN での値より約20%大きい。また、Table 4 によると、4段階最終サイクルの I_1 点では、ケース DWNUP の $\Delta\Gamma_{nr}$ はケース UPDWN での値の2倍以上になり、ケース DWNUP の Γ はケース UPDWN での値より約16%大きい。

一方、Fig. 9 でケース UPDWN の5段階目をみると、ケース DWN の3段階目と同様に、ケース CL (A 25 荷重の定振幅負荷) では局所塑性歪の局在化を示さない A 25 荷重で $\Delta\Gamma_{half}$ に変化が生じ、最終サイクルの I_1 点での $\Delta\Gamma_{nr}$ は、同じ A 25 荷重を受ける1段階最終サイクルの値の 1.12×10^2 倍になっている。

以上より、同じ荷重スペクトルの負荷を受けても、始めに大振幅負荷を受けた場合の方が同じ荷重振幅での非可逆すべり発生量が大きいことが示された。また、定常振幅負荷では局所塑性歪が局在化せず、非可逆すべりを発生しない振幅の負荷でも、大振幅負荷を受けた後では、局所塑性歪の局在化と非可逆すべりが生じることがあらためて示さ

Fig. 9 The increment of accumulated shear strain during every half cycle at various points for the multiple steps amplitude loading cases

Table 4 The amount of accumulated shear strain and non-reversible slip at the end of each loading step for the multiple step loading cases

	Case UPDWN		Case DWNUP	
	Γ	$\Delta\Gamma_{nr}$	Γ	$\Delta\Gamma_{nr}$
End of 1st step	5.47×10^{-3}	1.37×10^{-5}	3.47×10^{-2}	4.15×10^{-4}
End of 2nd step	2.50×10^{-2}	6.83×10^{-5}	5.49×10^{-2}	9.68×10^{-4}
End of 3rd step	5.77×10^{-2}	9.38×10^{-4}	6.26×10^{-2}	3.87×10^{-3}
End of 4th step	8.01×10^{-2}	3.06×10^{-3}	9.31×10^{-2}	7.26×10^{-3}
End of 5th step	9.10×10^{-2}	1.54×10^{-3}	1.47×10^{-1}	1.90×10^{-2}

れた。

4.1 節と同様の考察を行って本節の解析結果を整理すると、

- 1) 大振幅荷重を受けると、定振幅荷重では疲労破壊しない低振幅荷重でもき裂発生過程が進行するようになる。
- 2) 荷重振幅スペクトルの等しい変動振幅荷重を受けるとき、荷重履歴の始めに大振幅荷重を受ける場合の方が、き裂発生過程が早く進行する。

との性質が導ける。このうち、1)は変動振幅荷重下で疲労限が低下するとの実験事実に対応していると考えられる。また、2)は、一般の変動荷重では、疲労被害累積の線形性は保たれないことを示しているといえる。

4.4 き裂発生過程の微視的機構

既報⁷⁾によると、局所塑性歪の局在化と非可逆すべり発生は、局所的格子回転により活動すべり系の分解剪断応力(以下、RSSと呼ぶ)が増大する‘geometrical softening’が原因と考えられる。本報告の計算結果で、各計算点での結晶方位、RSS、剪断歪の時刻歴を調べると、その具体的機

構は、

1. 初期不整による不均一局所塑性変形によって、荷重開始時はRSSが臨界剪断応力(以下CRSSと呼ぶ)より僅かに低いため活動しないすべり系(以下、潜在すべり系と呼ぶ)のRSSが、荷重サイクルにつれて徐々に大きくなる格子回転を生じるラチェット機構が形成される。
2. 式(7)で表現されるように、剪断変形はRSSがCRSSに近づくまで生じない。荷重サイクルが小さいうちも、ラチェット機構による格子回転によって潜在すべり系のRSSは大きくなるが、その系の剪断変形は発生せず、全体変形に影響を与えない。
3. 荷重サイクル数が大きくなり、ラチェット機構による格子回転で、潜在すべり系のRSSがCRSSに達すると、潜在すべり系が急激に活動して大きな格子回転を生じる。その回転が、活動すべり系にgeometrical softeningを生じさせるなら、局所塑性歪が局在化して非可逆すべりが大量に発生する。一方、回転が活動すべり系のRSSを減少させるときは、その点は塑性変形を停止する。

といったものであると考えられる。

上の機構を考えると、4.1~4.3節で導かれた性質が説明できる。

4.1 節の性質 1)は、荷重振幅が大きいと定常変形時の塑性変形が大きいため、ラチェット機構による負荷1回あたりの格子回転量が大きく、早い負荷サイクルで潜在すべり系のRSSがCRSSに達すること、および潜在すべり系活動時の剪断歪が大きいので、geometrical softeningまたは塑性変形停止を生じる格子回転が大きいことで説明できる。

4.1 節の性質 2), 3)は、定常変形時には、 $\Delta\Gamma_{nr}$ として検出される量が、ラチェット機構による格子回転の進行度を表すと考えれば説明できる。

4.2 節の性質 1)は、潜在すべり系のRSSがCRSSより小さいときは微量の格子回転は全体変形に影響しないが、荷重振幅増大でRSSがCRSSに達すると、格子回転の微小な差が大きな剪断変形量の差として現れると考えれば説明できる。

定振幅荷重中にき裂発生過程が生じない荷重とは、局所塑性変形によるラチェット機構が、潜在すべり系の活動に十分な格子回転を生じさせない荷重を意味する。よって、4.2 節の性質 2), および 4.3 節の性質 2)は、以下のように説明できる。まず、大振幅負荷中に潜在すべり系が活動しなかった場合は、大振幅負荷の局所塑性変形により、後続の小振幅負荷で潜在すべり系が活動するのに十分な格子回転を生じさせるラチェット機構が形成されるために、後続のき裂発生過程が加速されると考えられる。一方、大振幅負荷中に潜在すべり系が活動した場合は、geometrical

softening によって小振幅負荷でも活動系の RSS が十分大きくなるために、後続のき裂発生過程が加速されると考えられる。

以上の議論を整理すると、本報告の解析結果にみられた、負荷サイクル数とき裂発生過程進行度の関係の非線形性は、き裂発生過程が、定常変形状態での微小格子回転と、潜在すべり系の活動による急激な格子回転という2段階に別れていることに起因するといえる。

5. 結 言

アルミニウム合金 A 5083 P-O 等の、微視き裂発生応力で疲労限が支配される材料で、巨視的変形挙動から疲労強度を推定する方法を開発するための基礎研究として、局所塑性歪累積量および非可逆すべり発生量をき裂発生過程進行度のパラメータと考えて、巨視的変形挙動とき裂発生過程進行度の関係を解析した。解析は、面心立方単結晶の繰返し変形挙動を結晶弾塑性有限要素法で計算することにより実施した。

本報告により得られた知見は以下のとおり要約できる。

- (1) 反復計算により残差を解消するよう改良した結晶弾塑性有限要素法計算コードにより面心立方単結晶の繰返し変形挙動を解析し、局所塑性変形が局在化し非可逆すべりが発生する現象が計算できることを示した。
- (2) 局所塑性歪累積量および非可逆すべり発生量をき裂発生過程進行度のパラメータと考えると、定振幅荷重でもき裂発生過程進行度は負荷サイクル数に線形でないこと、および変動振幅荷重の場合、荷重の負荷順序でき裂発生過程進行度が変化することが導かれた。
- (3) き裂発生過程の一部と考えられる局所塑性歪の累積および非可逆すべりの発生は、初期不整による格子回転で非活動すべり系が活動することで生じることが示された。また、この機構によりき裂発生過程進行度と負荷サイクル数の関係の非線形性が説明できることを示した。

参 考 文 献

- 1) 富田康光, 橋本聖史, 大沢直樹, 千秋貞仁: “繰返し荷重下の船体構造用材料の変形挙動と強度特性に関する研究 (その1)”, 日本造船学会論文集, Vol. 174 (1993) pp. 509-522.
- 2) 富田康光, 橋本聖史, 大沢直樹, 中村吉宏, 長谷川道夫: “繰返し荷重下の船体構造用材料の変形挙動と強度特性に関する研究 (その2)”, 日本造船学会論文集, Vol. 176 (1994) pp. 417-426.
- 3) 富田康光, 橋本聖史, 大沢直樹, 宮園太介: “繰返し荷重下の船体構造用材料の変形挙動と強度特性に関する研究 (その3)”, 日本造船学会論文集, Vol. 180 (1996) pp. 499-507.
- 4) 富田康光, 橋本聖史, 大沢直樹, 尾崎平: “船体構造用多結晶金属材料の繰返し塑性変形挙動の数値シミュレーションに関する研究 (その1)”, 関西造船協会誌, 225 (1996) pp. 209-218.
- 5) 富田康光, 橋本聖史, 大沢直樹, 尾崎平: “船体構造用多結晶金属材料の繰返し塑性変形挙動の数値シミュレーションに関する研究 (その2)”, 関西造船協会誌, 226 (1996) pp. 177-184.
- 6) Peirce D., Asaro R. J. and Needleman A.: “Material Rate Dependence and Localized Deformation in Crystalline Solids”, Acta Metall., 31 (1983) pp. 1087-1119.
- 7) 富田康光, 橋本聖史, 大沢直樹, 広瀬活弥: “船体構造用多結晶金属材料の繰返し塑性変形挙動の数値シミュレーションに関する研究 (その3)”, 関西造船協会誌, 227 (1997) pp. 95-107.
- 8) 富田康光, 橋本聖史, 大沢直樹, 宮園太介, 伴大助: “船体構造用多結晶金属材料の繰返し塑性変形挙動の数値シミュレーションに関する研究 (その4)”, 関西造船協会誌, 229 (1998) 投稿中.
- 9) Peirce D., Shih C. F. and Needleman A.: “A Tangent Modulus Method for Rate Dependent Solids”, Computers & Structures., 18 (1982) pp. 875-887.
- 10) Needleman A.: “Finite Element for Finite Strain Plasticity Problems”, Brown University Report MRL E-134 (1981).