超大型浮体式海洋構造物に作用する海震荷重算定における 浅吃水理論の適用範囲について

正員 別 所 正 利*
正員 増 田 光 一***

正員 前 田 久 明**
正員 高 村 浩 彰****

The Application of Shallow Draft Theory to Numerical Calculation of Sea Shock Forces on Very Large Floating Structures

by Masatoshi Bessho, *Member* Hisaaki Maeda, *Member*
Koichi Masuda, *Member* Hiroaki Takamura, *Member*

Summary

The shallow draft theory is very useful for the numerical calculation of sea shock forces acting on a very large floating structure. But we have not discussed limitation for shallow draft theory under various site condition. The objectives of the present paper are to discuss adaptability of shallow draft theory for the calculation of sea shock forces acting on a very large floating structure. Therefore, we are introducing the boundary integral equation for the finite draft theory, and comparing both theory with each other. Next, we are introducing approximate solution for the finite draft theory which saves the computational time very much.

The conclusions obtained by the present paper are that the calculation method of the boundary integral equation with the shallow draft theory for the sea shock forces on a floating structure is applicable to all cases, and that the approximate solution is effective in shallow water. In addition, characteristics of sea shock forces acting on a very large floating structure in shallow water are dependent of the hull width and the distance between hull surface and sea bottom.

1. 結 言

現在、海上空港や沖合港湾に代表されるインフラストラクチャーを大規模浮体式海洋構造物で代替させようとする動きが活発化している。そのため、浮体式海洋構造物に作用する風、波、潮流などに代表される環境外力の算定法と、それらに伴う浮体式海洋構造物の応答特性については、既往の研究¹⁾からほぼ明確にされてきた。しかしながら、地震や津波といった特殊な外力に関しては、未だ明らかにされていない問題も数多く残されている。特に、海底面の鉛直地震動が水中を疎密波（音波）として伝播する「海震」と呼ばれる現象については、「座礁したときのような衝撃

を受けた」等の被害記録²⁾が残っているものの、水理模型実験³⁾において疎密波の再現が困難なため、数値計算による系統的な研究に頼るのみである⁴⁾⁵⁾⁶⁾。

特に、超大型浮体式海洋構造物に作用する海震荷重を数値計算により検討する場合、浮体幅に比して吃水が非常に小さいこと、時間領域での解析が必要になること、浅水域において疎密波がほぼ垂直に伝播することなどを考慮すると、浅吃水理論の適用⁷⁾は非常に有効な手段と考えられる。しかしながら、著者らにより報告された浅吃水理論を用いた算定手法は、水深、浮体吃水などの設置条件に対する適応範囲について検討されていないため、その有用性を検証できていない。

本報告では、新たに定式化した有限吃水理論を用いて両者を比較し、浮体形状並びに水深を計算パラメータとした系統的な数値計算結果から浅吃水理論の有用性を示し、その適応範囲について検討する。さらに、高周波数近似に基づく近似計算手法を有限吃水理論に拡張し、その有用性も示した。ついで、浮体底部の形状が海震荷重に及ぼす影響について若干の考察を加えた結果を報告する。

* 防衛大学校名誉教授

** 東京大学

*** 日本大学理工学部海洋建築工学科

**** 西松建設(株)技術研究所海洋技術課

2. 理論計算

本報告では、地震による疎密波（音波）の伝播を2次元問題として取り扱う。さらに、浮体に働く海震の変動圧の算定は、物体表面以外の境界条件を満足したグリーン関数を用いた境界積分方程式による方法と、高周波数近似の仮定を基に近似式を導く。ここで、浅吃水(0-draft)理論を用いた定式化については、先に著者らにより報告されているので省略するものとし、有限吃水理論に限定した定式化を以下に示す。

2.1 基礎方程式とグリーン関数

流体は非粘性でかつその運動は非回転であるし、圧縮性を考慮する。座標系は、Fig.1 に示すように水深 h の静水面上に x 軸、鉛直下向きに y 軸をとって定義する。但し、 S_F は自由表面、 S_B は水底（ここでは剛体と仮定する）、 S_H は浮体表面、 S_∞ は無限遠での放射条件を満たす境界を表す。また、 n は境界の上に立てた流体中に向かう単位法線を示している。

海震によって振動する海底地盤の幅 L は、浮体の幅に比べ非常に大きなものであると考えられるので、無限大の幅で上下方向に角振動数 ω で調和振動していると考ええる。

このときの流体運動は、速度ポテンシャルによって記述できるため、周波数領域での解析を考慮すると、海底の地盤振動による疎密波の速度ポテンシャルは(1)式となる。

$$\Phi_I(x, y, t) = \text{Re}[\phi_I(x, y) \cdot e^{i\omega t}] \quad (1)$$

また、浮体による疎密波の散乱によって発生する散乱波ポテンシャルを(2)式のように示す。

$$\Phi_D(x, y, t) = \text{Re}[\phi_D(x, y) \cdot e^{i\omega t}] \quad (2)$$

ここで、散乱波の速度ポテンシャルは(3)式の Helmholtz 方程式⁹⁾を支配方程式とし、各境界上で(4)式に示す境界条件を満足するものとする。

$$\Delta \phi_D + K^2 \phi_D = 0 \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_D &= 0 && \text{on } S_F \\ \frac{\partial \phi_D}{\partial n} &= 0 && \text{on } S_B \\ \frac{\partial \phi_D}{\partial n} &= -\frac{\partial \phi_I}{\partial n} && \text{on } S_H \\ \lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left(\frac{\partial \phi_D}{\partial n} - iK \phi_D \right) &= 0 && \text{on } S_\infty \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし、 $K (= \omega / C)$ は波数、 C は水中音速である。(4)式の境界条件において、浮体表面の境界条件以外を満足するグリーン関数は、観測点 $P(x, y)$ および特異点 $Q(\xi, \eta)$ を用いて(5)式のように表示される⁷⁾。

$$S(P, Q) = -\frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sin \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi y}{h} \right\} \sin \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi \eta}{h} \right\} \frac{e^{-q_n \frac{\pi}{h} |x - \xi|}}{q_n} \quad (5)$$

Fig.1 Coordinate system

$$q_n = \begin{cases} \sqrt{\left(n + \frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{Kh}{\pi} \right)^2} & \text{for } \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 > \left(\frac{Kh}{\pi} \right)^2 \\ i \sqrt{\left(\frac{Kh}{\pi} \right)^2 - \left(n + \frac{1}{2} \right)^2} & \text{for } \left(\frac{Kh}{\pi} \right)^2 > \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \end{cases} \quad (6)$$

しかしながら、上記したグリーン関数は特異性を有するために、このまま解析することは不可能である。そこで、まず $K \rightarrow 0$ の極値をとって(7)式のように表示し直す。

$$S(P, Q) \xrightarrow{K \rightarrow 0} S_0(P, Q) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-\left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi |x - \xi|}{h}}{n + \frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$\times \left[\cos \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{h} (y - \eta) \right\} - \cos \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{h} (y + \eta) \right\} \right]$$

(8)式の関係⁹⁾を用いて(7)式は(9)式のように変形できるため、 $|x - \xi|, y \rightarrow 0$ のときに(10)式が成立する。

$$\begin{aligned} & \text{Re} \left[-\log \left(\coth \frac{\pi \left\{ |x - \xi| + iy \right\}}{4} \right) \right] \\ &= -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{h} |x - \xi|}}{n + \frac{1}{2}} \cos \left\{ \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi y}{h} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} S_0(P, Q) &= -\frac{1}{4\pi} \log \left[\frac{1 + \tanh^2 \frac{\pi |x - \xi|}{4h} \tan^2 \frac{\pi (y - \eta)}{4h}}{\tanh^2 \frac{\pi |x - \xi|}{4h} + \tan^2 \frac{\pi (y - \eta)}{4h}} \right] \\ &\times \left(\frac{1 + \tanh^2 \frac{\pi |x - \xi|}{4h} \tan^2 \frac{\pi (y + \eta)}{4h}}{\tanh^2 \frac{\pi |x - \xi|}{4h} + \tan^2 \frac{\pi (y + \eta)}{4h}} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} S_0(P, Q) \xrightarrow{|x - \xi|, y \rightarrow 0} & \frac{1}{2\pi} \log \left(\frac{R'}{R} \right) \\ & \left\{ \begin{aligned} R &= \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \\ R' &= \sqrt{(x - \xi)^2 + (y + \eta)^2} \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (10)$$

従って、 $S(P, Q) - S_0(P, Q)$ は、 $y - \eta$ でも有限になる。また、(9)式は観測点 $P(x, y)$ = 特異点 $Q(\xi, \eta)$ の特異項で明らかになら有限になることから、(11)式のように(9)式および(12)式を

用いて $S(P, Q)$ を算定するものとする。

$$S(P, Q) = S(P, Q) - S_0(P, Q) + S_0(P, Q) \quad (11)$$

$$S(P, Q) - S_0(P, Q) = -\frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi y}{h}\right] \sin\left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi \eta}{h}\right] \left[\frac{e^{-q_n \frac{\pi}{h} |x-d|}}{q_n} - \frac{e^{-\left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{h} |x-d|}}{\left(n + \frac{1}{2}\right)} \right] \quad (12)$$

2.2 境界積分方程式

速度ポテンシャルは、上記のグリーン関数 $S(P, Q)$ を用いて(13)式のように表示される。

$$\phi(P) = \int_{S_H} \left[\frac{\partial \phi}{\partial n} S(P, Q) - \phi \frac{\partial S(P, Q)}{\partial n} \right] dS(Q) \quad (13)$$

さらに、海底面の振動による入射波ポテンシャルは、振動する海底面を水平かつ無限遠に広がるものとし、その運動を上下剛体運動と仮定しているため、以下のように表示することが可能である。

$$\phi_I(P) = -\int_{-\infty}^{\infty} v(\xi) S(x, y; \xi, h) d\xi \quad (14)$$

なお、直下型で平面波が来る場合は、海底面の振動振幅 a を一定と仮定することが可能となるため、入射波ポテンシャルは(15)式のようにも表示することが可能である。

$$\phi_I(P) = \frac{i\omega a \sin Ky}{K \cos Kh} \quad (15)$$

ここで、物体の内部領域では観測点 $P(x, y)$ を含まないために、流体領域において(16)式が成立する。

$$\int_{S_H} \left[\frac{\partial \phi_I(Q)}{\partial n} S(P, Q) - \phi_I(Q) \frac{\partial S(P, Q)}{\partial n} \right] dS(Q) = 0 \quad (16)$$

また、(4)式に示した物体表面上の境界条件を考慮すると、散乱波ポテンシャルは(17)式のように表示することができる。

$$\phi_D(P) = -\int_{S_H} \{ \phi_I(Q) + \phi_D(Q) \} \frac{\partial S(P, Q)}{\partial n} dS(Q) \quad (17)$$

特に、物体 S_H 上では、(18)式が成立する。

$$\begin{aligned} & -\phi_I(P) + \frac{1}{2} \{ \phi_I(P) + \phi_D(P) \} \\ & = -\int_{S_H} \{ \phi_I(Q) + \phi_D(Q) \} \frac{\partial S(P, Q)}{\partial n} dS(Q) \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、圧力 p_D は(19)式により算定できることから、(18)を解けば(20)式を用いて地震荷重を算定することが可能である。

$$p_D = -i\rho\omega(\phi_I + \phi_D)|_{S_H} \quad (19)$$

$$F_{Dj} = -i\rho\omega \int_{S_H} (\phi_I + \phi_D) n_j dS \quad (j = 1, 2, 3) \quad (20)$$

2.3 高周波数近似による地震荷重の算定手法⁷⁾

先に報告したように、水深 h が浅くなって $Kh = 2\pi h/\lambda \ll 1$ (λ :疎密波の波長)になると地震荷重は $KB \approx (2n+1)\pi$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) のところで非常に大きな値を示す事がわかっている。これは $B/\lambda \approx (n+1/2)$ であるから、浮体の両端から出る音波が干渉していることを意味している¹⁰⁾。よって $Kh < \pi/2$ で圧縮性進行波の影響はないものの、浮体底面では $\phi(x, y) = A' \cos Kx$ (21) という定在波が存在していると考えられる。ここで A' は未知数とする。そこで、領域 $|x| < B/2$ (B : 浮体幅)での散乱問題について以下のような速度ポテンシャルを定義する。

$$\phi(x, y) = -\frac{v \cos K(y-d)}{\sin K(h-d)} + A' \cos Kx \quad (22)$$

ここで、 $v = i\omega a$ (a : 地盤振動振幅)、 d は吃水とする。これより、浮体底面での圧力および地震荷重は以下のように表示できる。

$$p_D(x, d) = -i\rho\omega \left(-\frac{v}{\sin K(h-d)} + A' \cos Kx \right) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} |f| &= \int_{-B/2}^{B/2} p_D(x, d) dx \\ &= i\rho\omega \left[\frac{vB}{K \sin K(h-d)} - \frac{2A'}{K} \sin \frac{KB}{2} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

また、 $|x| > B/2$ では A'' を未知数とすると速度ポテンシャルは以下のように表示できる。

$$\phi(x, y) = \frac{v \sin Ky}{K \cos Kh} + A'' \sin \left(\frac{\pi}{2h} y \right) e^{-\mu' x} \quad (25)$$

$$\mu' = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{\pi}{2h} \right)^2 - K^2} & \text{for } \left(\frac{\pi}{2h} \right)^2 > K^2 \\ i \sqrt{K^2 - \left(\frac{\pi}{2h} \right)^2} & \text{for } K^2 > \left(\frac{\pi}{2h} \right)^2 \end{cases} \quad (26)$$

ここで、内側と外側の速度ポテンシャルは $x = \pm B/2$ で連続する条件から、近似的に未知数 A' および A'' を求めると(24)式は(27)式と表示し直すことが可能である。

$$|f| = \frac{i\rho a B v}{K \sin K(h-d)} + \frac{2i\rho C v \sin \frac{KB}{2}}{K^2(h-d) \cos Kh \left(\cos \frac{KB}{2} - \frac{K}{\mu'} \sin \frac{KB}{2} \right)} \quad (27)$$

なお、浅吃水理論による高周波数近似式($d=0$)は(28)式のように表示できるため、両式を比較すると、吃水の効果によって共振周波数はほとんど変化せず、 $h/(h-d)$ の比率で地震荷重が変化することがわかる。

$$|f| = \frac{i\rho a B v}{K \sin Kh} + \frac{2i\rho C v \sin \frac{KB}{2}}{K^2 h \cos Kh \left(\cos \frac{KB}{2} - \frac{K}{\mu'} \sin \frac{KB}{2} \right)} \quad (28)$$

3. 数値計算結果及び考察

3.1 水深の変化に伴う海震荷重の特性

Fig.2 および Fig.3 に浮体幅 B を 1000m, 吃水 d を 2m としたポンツーンタイプの浮体構造物に作用する海震荷重を各水深ごとに分けて示す。Fig.2 は境界積分方程式(BIEM)による結果を, Fig.3 は高周波数近似式による結果を示しており, 各図の縦軸は無次元化された海震荷重を, 横軸は無次元波数 KB で整理されている。また, 実線が有限吃水理論を, 破線が浅吃水理論による計算結果を示している。

Fig.2 より, 水深が浅い $h=10\text{m}$ および $h=20\text{m}$ の場合には, 設置水深に比して吃水の影響が無視できないために両者に若干の違いがあるものの, すべての水深において良好な相関を得ている。また, 高周波数近似の定式化で考察したように, $KB \approx (2n+1)\pi$, ($n=0,1,2,\dots$) の波数で発生する極大値は, 水深が大きくなるほど影響が小さくなることわかる。

また, Fig.2 と Fig.3 の比較により, 両図とも良好な一致を示しており, 高周波数近似式の有効性を示している。しかしながら, ここで定式化された近似式は, 上述した $KB \approx (2n+1)\pi$ の極大値を再現することから検討されているため, (28)式右辺第2項が水深の深い場合に算定不可能となる。このため, Fig.3 では, 水深 50m までの計算結果にとどめた。なお, ここで用いた計算条件では, 圧縮性進行波の発生する波数 $kh > \pi/2$ は存在しない。

3.2 吃水の変化に伴う海震荷重の特性

Fig.4 および Fig.5 に浮体幅 B を 1000m, 水深 h を 20m とて, 有限吃水理論による算定条件の吃水 d を 1,2,5,10m と変化させた場合のポンツーンタイプの浮体構造物に作用する海震荷重を示す。ここで, Fig.4 は境界積分方程式による結果を, Fig.5 は高周波数近似式による結果を示しており, 各図の縦軸並びに横軸は Fig.2 および Fig.3 と同様整理している。

両図の比較から, 高周波数近似式の有用性が読みとれる。また, 有限吃水理論による計算結果は, 吃水が小さくなるにつれ浅吃水理論の計算結果に近づいていることがわかる。さらに, 2.3 節で考察したように, 吃水の変化に伴って, 荷重の大きさの比率は浅吃水理論と $h/(h-d)$ で異なっており, 共振周波数の変化を読みとることができない。

3.3 浮体幅の変化に伴う海震荷重の特性

Fig.6 に水深 h を 20m, 吃水 d を 2m とし, 浮体幅 B を 500,1000,2000m とした場合のポンツーンタイプの浮体構造物に作用する海震荷重を示す。ここで用いた計算結果はすべて有限吃水理論を用いた境界積分方程式により算定されている。さらに, 横軸に示した無次元波数 KB は浮体幅 B を用いて無次元化されているため, 各浮体幅における実際の振動周波数は対応していない。

Fig.2 Effect of Water Depth for Sea Shock Force using BIEM
($B=1000\text{m}$, $d=2\text{m}$)

Fig.3 Effect of Water Depth for Sea Shock Force using App.
($B=1000\text{m}$, $d=2\text{m}$)

しかしながら、上述しているように計算結果は、 $KB \approx (2n+1)\pi$ の波数で発生する極大値を示し、高周波数近似式から考察できるようにほぼ浮体幅の比率に比例して荷重も変化している。

3.4 浮体形状の変化に伴う海震荷重の特性

Fig.7に水深 h を 20m, 吃水 d を 10m, 浮体幅 B を 1000m とした場合のポンツーンタイプおよび楕円タイプの浮体形

Fig.4 Effect of Hull Draft for Sea Shock Force using BIEM
($B=1000\text{m}$, $h=20\text{m}$)

Fig.5 Effect of Hull Draft for Sea Shock Force using App.
($B=1000\text{m}$, $h=20\text{m}$)

Fig.6 Effect of Hull Breadth for Sea Shock Force
($d=2\text{m}$, $h=20\text{m}$)

状(Fig.7 上側参照)に作用する海震荷重を示す。なお、計算結果はすべて境界積分方程式により算定されており、比較のため浅吃水理論による計算結果も附記してある。

有限吃水理論による計算結果は、設置水深に比して吃水が非常に大きい場合、浅吃水理論との相違が認められる。しかしながら、楕円ダイブでは、ポンツーンタイプに比べ浮体端部の影響が小さいため、浮体幅に関係した共振周波数の変化は認められないものの、荷重がすべての周波数帯において低減されていることがわかる。

さらに、Fig.8に水深 h を 20m, 吃水 d を 2m, 浮体幅 B を 1000m とした境界積分方程式による計算結果を示す。ただし、図中の破線は他の計算結果同様に通常のポンツーンタイプを示しており、実線は、Fig.8 上側に示された浮体形状のように、幅 248m の浮体を間隔 4m で並べた形状を有しており、結果の整理で用いた浮体幅はポンツーンタイプの浮体幅 1000m と同様にしてある。計算結果から、分割浮体は、通常の矩形形状に比して荷重が低減され、共振周波数帯が変化していることが読みとれる。これは、上述しているように、浅海域の場合、共振周波数並びに荷重の大きさが浮体幅に大きく依存していることを示している。このような形状は、2次元領域の計算結果であるため、浮体を分割したような形状となっているが、実際には、浮体上に孔を有するように構造形状を決定すれば、上述したように共振周波数の変化並びに荷重の低減が可能になると推察される。

3.5 吃水が大きい場合の海震荷重の特性

Fig.9に水深 h を 20m, 吃水 d を 10m, 浮体幅 B を 1000m とした場合のポンツーンタイプ作用する海震荷重を示す。

Fig.7 Effect of Hull form for Sea Shock Force
(Oval form, $B=1000\text{m}$, $d=10\text{m}$, $h=20\text{m}$)

Fig.8 Effect of Hull form for Sea Shock Force
(Division Unit, $B=1000\text{m}$, $d=2\text{m}$, $h=20\text{m}$)

Fig.9 Effect of Length of Sea Bottom to Hull Bottom for Sea Shock Force under Sallow Water ($B=1000\text{m}$, $h=20\text{m}$)

ここで、実線は有限吃水理論を用いた境界積分方程式により、破線並びに1点鎖線は浅吃水理論を用いた境界積分方程式により算定されている。なお、破線は、水深 h を 20m として、1点鎖線は水深 h を 10m として計算されている。

図より、有限吃水理論により計算された結果は、水深 h を 10m として計算した浅吃水理論と良い相関を示しており、浮体底面と海底面間の距離で海震荷重の特性が決定されていることがわかる。このような現象は、浮体幅に比して水深（浮体底面と海底面間の距離）が非常に浅いため、 $Kh > \pi/2$ ($KB > 2\pi$) となって圧縮性進行波の影響が発生するような浮体幅・水深比となるような設置条件では、一概に成立しないと考えられる。しかしながら、圧縮性進行波の発生しやすい大水深域を対象とした場合、吃水と水深の比を考慮すれば、Fig.2 から考察されるように吃水の影響を無視することが可能となる。

4. 結 言

本報告にて得られた結果をまとめると、以下のとおりである。

- 1) 超大型浮体式海洋構造物に働く海震荷重について、新たに有限吃水理論を用いた境界積分方程式を定式化し、浅吃水理論を用いた境界積分方程式の有効性を証明した。
- 2) 高周波数近似式についても有限吃水理論に拡張した結果、浅海域を対象とした場合には、計算の簡便さから、非常に有効な手段であることを示した。
- 3) 浅海域に設置された浮体式海洋構造物に作用する海震荷重の特性は、浮体幅並びに設置水深に大きく依存しており、浮体端部の形状並びに吃水による影響が小さいことを示した。

参 考 文 献

- 1) 例えば Maeda, H., Masuda, K., Miyajima, S., Ikoma, I.: Hydroelastic responses of pontoon type very large floating offshore structure, Proceeding of the 15th International Conference on OMAE, Vol. I, pp.407-414, 1996.
- 2) 例えば、佐藤孫七：海震の話し，気象 12.2, 1968
- 3) Baba, E.: A study on the effect of seaquakes on a floating body, 日本造船学会論文集，第 162 号，pp.90-98, 1987.
- 4) 清川哲志：浅海域における海震について，海岸工学論文集，第 43 巻，pp.966-970, 1996.
- 5) 肥後靖，甲田将樹，中森研治，植野秀樹：二次元浮体に働く海震荷重に関する理論的研究，西部造船学会会報，第 93 号，pp.111-119, 1997.
- 6) Bessho, M., Maeda, H., Masuda, K., Shimizu, K.: A study on prediction method of time history response of very large floating offshore structure by sea shock force, Proceeding of Hydroelasticity in Marine Technology, pp.375-383, 1998.
- 7) 別所正利，前田久明，増田光一，清水健一郎：超大型浮体式海洋構造物に働く海震荷重の時刻歴応答推定法に関する研究，日本造船学会論文集 第 182 号，pp.367-373, 1997
- 8) 別所正利，河辺寛：一様媒質の無限領域における 2 次元弾性波の放射散乱について，防衛大学校理工学研究報告，第 20 巻，第 4 号，pp.343-381, 1982.
- 9) 大槻義彦監修：新数学公式集 I，丸善，pp.738, 1992.
- 10) 望月幸司，木原一，高木健，内藤林：海震が沿岸域浮体構造物に及ぼす影響に関する研究，関西造船協会誌，第 227 号，pp.83-88, 1997.