浮体動揺による自由表面の平均水位の変動について

正員 木下 嗣 基* 正員 影 本 浩*

On the variation of a mean free-surface level caused by the motion of a floating body

by Tsuguki Kinoshita, *Member* Hiroshi Kagemoto, *Member*

Summary

In the usual linear wave-body interaction problems, the variation of the space-wise mean level of the free-surface is ignored and the free-surface boundary condition is imposed on the calm water-surface level. In some problems, however, the variation of the mean free-surface displacement can be so large that it can no longer be ignored even in a linear theory. In the present paper, the formulation that accounts for such effect is presented. As an example application of the presented formulation, the water-surface displacements associated with an oil recovery ship, part of which consists of a water-way bounded by a shallow bottom plate, are computed and compared with experimental results.

1. 緒 言

浮体の波浪中動揺問題を解くにあたって、微小振幅動揺を仮定した線形理論では、厳密には各瞬間の自由表面位置で満たすべき自由表面条件を近似的に浮体が動揺する前の水面位置で課す。浮体動揺に伴う自由表面の平均水位の変動は、動揺に伴って生じる水面変位に比べて通常の場合非常に小さいためにこのような近似が正当化されるが、後に示すように浮体動揺に伴う自由表面の平均水位の変化量が浮体動揺に伴う水面変動量に比べてもはや無視しえない場合には、自由表面の平均水位の変動を考慮した定式化が必要であろう。本研究では、このような場合の線形理論の定式化を示し、更にその定式化に基づいた数値計算を本研究の動機づけとなった浅い底板を有する導入路とムーンプールによって構成された油回収船へ適用した例を示す。

2. 理論

2.1 内部問題

浮体動揺による自由表面の平均水位の変動が線形理論の範囲内においても無視し得ない単純な例として、Fig. 1に示すように、内部にも自由表面を有する箱形浮体（幅 B 、長さ L 、喫水 D ）を考える。座標系はFig. 2に示すような原点を静止水面上においた空間固定座標系 (x, y, z) 座標系を用いる。静止水面内に x, y 軸をとり、 z 軸の正方向を鉛直上方にとる。箱形浮体の外部の流体領域を領域 1、箱形浮体内の流体領域を領域 2 と定義し、

Fig.1 A floating body with a free water

* 東京大学大学院新領域創成科学研究科

内部と外部の流体領域は水密の隔壁で隔てられているものとする。

このような箱形浮体の動揺問題を考える時、微小振幅運動・微小振幅波を仮定した通常の線形ポテンシャル理論を適用したとすると、内部の領域2における速度ポテンシャル $\Phi_2 (= \text{Re}(\phi_2(x, y, z)e^{-i\omega t}))$ は次の条件を満たさなければならない。

Fig.2 The coordinate system

$$\nabla^2 \phi_2 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial n_2} = v_n \quad \text{on } S_2 \quad (2)$$

ここで $\partial/\partial n_2$ は当該表面の法線方向の微分を表し、 v_n はその点の速度の法線方向成分を示す。さらに、線形自由表面条件式は

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi_2 = 0 \quad \text{on } S_w \quad (3)$$

となる。ここで、 S_w は浮体静止時の領域2における自由表面の平均位置を表す。簡単な例として静止流体中で鉛直方向に $V_3 (= \text{Re}(v_3 e^{-i\omega t}))$ なる速度で強制動揺させる場合を考えると、(1)、(2)、(3)式を満たす速度ポテンシャル ϕ_2 は解析的に次のように求められる。

$$\phi_2 = -i\omega \left(z + \frac{g}{\omega^2} + D - T \right) a_3 \quad (4)$$

ただし浮体の上下変位が $\text{Re}(a_3 e^{-i\omega t})$ と表されるとした。

さらに浮体動揺に伴って浮体に働く z 方向の流体力 F_3 を

$$F_3 = -m_3 \frac{dV_3}{dt} - N_3 V_3 \quad (5)$$

と表すと、付加質量 m_3 、造波減衰係数 N_3 は次のようになる。

$$m_3 / \rho L B T = \left(1 - \frac{g}{\omega^2 T} \right) \quad (6)$$

$$N_3 = 0 \quad (7)$$

ここで、 ρ 、 T はそれぞれ領域2内の流体の密度、領域2内の流体の深さを表す。造波減衰係数 N_3 が0になるのは、領域2では波によって遠方へ持ち去られるエネルギーがないことを考えると当然の帰結である。一方、付加質量係数 m_3 は(6)式によれば波周波数 ω が小さくなると負の値となり、しかもその絶対値は ω^2 にほぼ反比例して大きくなることが示唆されるが、物理的直感によれば、付

加質量は動揺周波数によらず領域2内の流体の質量 ($\rho L B T$) に等しくなるはずである。

このような矛盾が生じた原因は、内部に自由水を有する浮体の強制上下揺れの問題を解析するにあたって、(2)式で示されるように浮体底面だけが上下方向に変位するとしたことにありと考えられる。すなわち、底面が一樣に上下変位すると、連続の条件より自由表面も底面の排除した体積分だけ上下変位するべきであるが、(3)式の自由表面条件ではそのことが考慮されていない。一方、浮体の外部領域(領域1)も何らかの境界で囲われているとすれば、排水量変化を伴うような浮体動揺に伴って平均水位が変動するはずであるが、一般にその変動量は浮体動揺に伴って生じる波振幅に比べて非常に小さいためゼロとして差し支えない。

領域2における自由表面の平均水位の変動を考慮し、またその平均水位の変動による加速度は重力より小さく ($\partial^2 \eta_2 / \partial t^2 \ll g$)、分散関係の変化も無視できると仮定すると、自由表面条件式は次のように書かれるべきであると考えられる。

$$\zeta_2 = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \eta_2 \quad \text{on } S_w \quad (8)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \quad \text{on } S_w \quad (9)$$

ここで、 $\zeta_2(x, y, t)$ は自由表面の各瞬間の変位量、 $\eta_2(t)$ は領域2の自由表面全体の場所に関する平均的な自由表面の変位量である。周波数領域解析を行うために

$$\zeta_2 = \text{Re}(\bar{\zeta}_2(x, y) e^{-i\omega t}) \quad (10)$$

$$\eta_2 = \text{Re}(\bar{\eta}_2 e^{-i\omega t}) \quad (11)$$

として(8)、(9)式に代入すると、

$$\bar{\zeta}_2 = \frac{i\omega}{g} \bar{\phi}_2 + \bar{\eta}_2 \quad (12)$$

$$-i\omega \bar{\zeta}_2 = \frac{\partial \bar{\phi}_2}{\partial z} \quad (13)$$

となり、さらに $\bar{\zeta}_2$ を消去すると修正された自由表面条件式として次式が得られる。

$$\frac{\omega^2}{g} \bar{\phi}_2 - i\omega \bar{\eta}_2 = \frac{\partial \bar{\phi}_2}{\partial z} \quad \text{on } S_w \quad (14)$$

箱形浮体が単純に上下変位のみを行う場合には $\bar{\eta}_2 = a_3$ であることは明らかだから、(1)、(2)及び(14)式を満たす解 $\bar{\phi}_2$ は以下のように解析的に求められる。

$$\bar{\phi}_2 = -i\omega(z + D - T) a_3 \quad (15)$$

この場合、浮体動揺に伴う付加質量は

$$m_3 / \rho L B T = 1 \quad (16)$$

となって妥当な解が得られる。 $\bar{\eta}_2$ は一般には解析的に求めることはむずかしいが、 $\bar{\phi}_2$ と以下の関係がある。

$$-i\omega \bar{\eta}_2 = \frac{1}{S_F} \iint_{S_F} \frac{\partial \bar{\phi}_2}{\partial n_2} dS \quad (17)$$

右辺の積分は当該領域の（静止水面より下の部分の）境界面全体にわたって積分するものとする。また S_1 は静止水面の面積（箱形浮体の場合は LB ）を表す。 $\bar{\eta}_2$ の導入により未知数が一つ増えるが(17)式に示したように条件式も一つ増えるので解が求められる。自由表面の平均水位の変動が無視できない例としては、ここで考えたような場合以外に例えばFig. 3に示したような場合が考えられるであろう。

Fig.3 Examples in which the mean displacement of a free surface can not be ignored

以上は空間固定座標系での議論である。Fig.1の場合は船体固定座標系で考えることも可能であり、その場合は上下揺れによる慣性力を考慮すればよい。しかし、本研究では領域2全体が上下して平均自由表面位置が変化することだけでなく、領域1から領域2に流体が流れ込み、それによって平均自由表面が移動するような場合も考慮する。そのため空間固定座標系を用いた方が有利と考え以上のような定式化を行った。

2.2. 内部問題と外部問題の連成

浮体動揺に伴う浮体外部の流場を表す速度ポテンシャルを $\Phi_1 (= \text{Re}(\phi_1 e^{-i\omega t}))$ と書くと、 ϕ_1 は線形ポテンシャル理論では以下の条件式を満たさなければならない。

$$\nabla^2 \phi_1 = 0 \quad \text{in 領域 1} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi_1 = 0 \quad \text{at } z=0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z=-h \quad (20)$$

$$\sqrt{R} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial R} - ik \phi_1 \right) = 0 \quad \text{as } R \rightarrow \infty \quad (21)$$

$$\frac{\partial (\phi_0 + \phi_1)}{\partial n} = v_n \quad \text{on } S_1 \quad (22)$$

ここで(20)式は水底条件で水深が h で一定としている。また、(21)式は遠方 ($R (= \sqrt{x^2 + y^2}) \rightarrow \infty$) での波の発散条件である。また話を一般化するために外部領域においては遠方からの規則的な入射波を考え、その入射波による流場が $\text{Re}(\phi_1 e^{-i\omega t})$ で表されるとして物体表面条件((22)式)に考慮している。外部流場においては自由表面の平均水位の変動量は小さいとして、自由表面条件式((19)式)には自由表面の平均水位の変動は考慮してい

ない。後に示す油回収船への適用を考えて、浮体の外部領域（領域1）と内部領域（領域2）は透水性の壁で隔てられているものとする。境界（透水壁） S_m において次の連続条件を満たす必要がある。

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial n_1} + \frac{\partial \phi_1}{\partial n_1} = - \frac{\partial \phi_2}{\partial n_2} \quad \text{on } S_m \quad (23)$$

$\partial/\partial n_1, \partial/\partial n_2$ は各々領域1、領域2における当該点での法線方向微分を表す。さらに境界（透水壁）における力学条件としては、透水壁における圧力損失を次式で近似的に考慮することとする。

$$\rho V_{nr} |V_{nr}| = 2\mu(p_2 - p_1) \quad \text{on } S_m \quad (24)$$

V_{nr} は流体の浮体との相対流速であり、 p_1, p_2 は各々透水壁の両側の領域1、領域2における圧力を表す。(24)式はMolin¹⁾がタワースタビライザーの外表面条件として用いたものである。

(1)、(2)、(14)、(17)式及び(18)～(22)式と(23)、(24)式を満たすように $\phi_1, \phi_2, \bar{\eta}_2$ を決めれば問題が解けたことになるが、(2)、(22)式中の v_n 及び(24)式の V_{nr} は浮体の運動の関数となるので、浮体の運動方程式である次式を連立させて解くことが必要である。

$$\sum_{j=1}^6 (M_{jk} \ddot{a}_j + k_{jk} a_j) = F_j \quad (j=1,2,\dots,6) \quad (25)$$

添え字の j は運動方向のモードを表し、1がSurge、2がSway、3がHeave、4がRoll、5がPitch、6がYawを表している。 a_j は運動変位を表し、 M_{jk} は質量または慣性モーメント、 k_{jk} は静的復原力係数、 F_j は浮体に働く動的流体力を表している。浮体に働く流体力は ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 を用いて次の式で表される。

$$F_j = \iint_{S_1} i\omega \rho (\phi_0 + \phi_1) n_{1j} dS + \iint_{S_2} i\omega \rho \phi_2 n_{2j} dS + \iint_{S_m} i\omega \rho (\phi_0 + \phi_1 - \phi_2) n_{1j} dS \quad (26)$$

3. 適用例

前節までの定式化の適用例として船舶技術研究所で行われた油回収船²⁾³⁾の運動および回収船内の水面変動を計算した。対象とした油回収船を船体中心線で切ったときの片舷の図をFig.4に示すが、この油回収船は、浅い底面を有する導入路(Water way)を持ち、流出油はこ

Fig.4. The center-line cross section of the oil recovery ship

の導入路を通してムーンプールに導びかれ回収される。油回収の高効率化のためには、導入路部・ムーンプール部における水面変動が小さいことが重要な項目であり、この水面変動を高精度で推定できることが回収船の設計にとって重要である。解析にあたってはFig.5に示すように、流体領域を導入路部とそれ以外との2つの領域に分割して2.2節で説明した定式化に従って計算を行った。このように流体領域を分割した理由はFig.5に示したように、導入路においては底板が設けられているために、浮体動揺に伴って自由表面が持ち上げられることによる自由表面の平均水位の変動が無視できないと考えたためである。また、導入路とそれ以外の流体領域との境界には透水壁があるわけではないが、実験の観察・計測によれば特に導入路とムーンプールの境界において波崩れや渦の生成による平均水位の不連続な変化が見られたために、そのような効果を圧力損失の形で近似的に表現するために仮想的な透水壁を設けて計算を行ってみた。計算は三次元特異点分布法を用いて行ったが、その定式化の詳細⁴⁾⁵⁾はAppendixを参照されたい。

Fig.5 The subdivision of calculation domains

実験の観察によると導入路とムーンプールの境界では波崩れや渦の生成が激しいが、導入路と外部流体との境界ではほとんど乱れはないことから外部流体領域と導入路の境界では μ を大きい値に設定し、ムーンプールと導入路の境界では小さな μ の値を用いることにした。まず μ の値の水面変動への影響を見るために、導入路とムーンプールとの境界における μ の値を系統的に変化さ

せて計算をおこなった。いずれの計算においても導入路と外部流体領域との境界においては $\mu=10.0$ を用いた。このときの波長船長比は1.5で、船速は0とし、波は規則波が導入路に入ってくると仮定した。結果をFig.6に示す。図中、縦軸は波振幅(ζ)で無次元化した相対水位変動振幅(ζ_R)を示す。 $\mu=10.0$ の時は圧力損失が非常に小さい場合であるが、導入路とムーンプールとの境界($x=-0.5$)において、水面変位がなめらかに変化しており、実験において観察されたようなムーンプール入り口における水面の段差を再現できていない様子が見える。一方 $\mu=0.2$ の時は圧力の損失が非常に大きいと仮定した場合であるが、このときは導入路とムーンプールとの境界において、急激に水面変位が小さくなり、実験と一致しない。 $\mu=1.0$ のときが実験結果に近く、ムーンプール入り口($x=-0.5$)における水面変動の不連続な変化もある程度再現されているので以後の計算では導入路とムーンプールの境界面においては(24)式において $\mu=1.0$ の値を用いることとした。

Fig.6 Susceptibility of the relative free-surface displacement amplitude to μ ($\lambda/L=1.5$)

次にFig.7(a),(b),(c),(d)はそれぞれ $\lambda/L=0.6, 1.0, 1.5, 2.0$ の場合の船体センターラインにおける相対水位変動振幅の分布を示す。図中、縦軸は波振幅で無次元化した相対水位変動振幅を示す。実験結果は'exp.'で示しているが、計算結果は2種類の結果('cal.1', 'cal.2')を示している。'cal.1'は導入路とそれ以外の流体領域を分割せず一体として解いた場合の結果であり、'cal.2'は流体領域を導入路とそれ以外に分割し、各領域の境界に圧力損失を考慮するための仮想的な透水壁を設けて解いた結果である。'cal.1'では導入路の自由表面平均水位の変動を考慮せず、'cal.2'では導入路の平均水位変動を考慮して計算を行っている。 $\lambda/L=0.6$ (Fig.8(a)) の場合、単一領域の計算'cal.1'ではムーンプールでの相対水位変動振幅は大きく、導入路では比較的小さいという傾向を示しているが、実験ではムーンプール内も相対水位変動振幅が小さくなっている。これは、 $\lambda/L=0.6$ は回収船のHeave

Fig. 7(a) The distribution of the amplitude of the relative free-surface displacement along the center-line ($\lambda/L=0.6$)

Fig. 7(b) The distribution of the amplitude of the relative free-surface displacement along the center-line ($\lambda/L=1.0$)

の同調周期が近く、計算上ではムーンプールの中の流体が激しく運動したものと考えられる。しかし実験ではムーンプール内での波が激しすぎるため波崩れを起こしたと考えられる。実験に用いた入射波の波高は10cm位であり、計算結果をそのまま用いると、ムーンプール内の波傾斜が1/10程度になるため、実験では波崩れを起こしたと考えられる。領域を分割し導入路の自由表面の平均水位変動と、導入路と外部流体領域及び導入路とムーンプールとの境界における圧力損失を考慮した計算'cal.2'では、ムーンプール内の水面変位は領域を分割しない単一の領域'cal.1'と比較してやや小さくなっており、反対に導入路の水面変位は大きくなっている。相対水位変動振幅の分布の形状は実験と近い形となっているが、全体的に大きな値となっている。これはムーンプール内の流体の運動が大きくなり、それが導入路に影響したと考えられる。

Fig. 7(b)は $\lambda/L=1.0$ における水面変位の様子である。実験ではムーンプール内の相対水位変動振幅は場所によらずほぼ一定の値となっている。領域を分割し、自由表面の平均水位変動を考慮した計算では、相対水位変動振幅の定性的傾向は単一領域の計算'cal.1'に比べて特に導

Fig. 7(c) The distribution of the amplitude of the relative free-surface displacement along the center-line ($\lambda/L=1.5$)

Fig. 7(d) The distribution of the amplitude of the relative free-surface displacement along the center-line ($\lambda/L=2.0$)

入路において実験に近づいているが、その大きさは少し大きい。またムーンプール内では実験と比較して大きな値を示している。ムーンプール入り口での μ を小さくしても導入路の水面変位は小さくならなかった。この理由としては導入路において幅が狭められていく時に水面変位が大きくなるが、実験ではその点で波崩れが発生し、導入路の水面変位が計算では大きくなりすぎたと考えられる。

Fig. 7(c), Fig. 7(d)はそれぞれ $\lambda/L=1.5$, $\lambda/L=2.0$ といった長波長域での水面変動の様子である。このときは、波長が船長に比べて比較的長く、浮体が波とほぼ同位相で動揺している場合である。浮体の上下揺れによって、導入路の流体が持ち上げられる効果が大きく現れる状況と考えられる。実験結果をみると、ムーンプール内の相対水位変動は小さく、浮体がムーンプール内の水面変動とほぼ同位相で運動している様子がわかる。これに対して底板のある導入路では相対水位変動が大きくなっている。流体領域を分割せず単一領域で計算を行った計算(cal.1)では、ムーンプール内の相対水位変動は小さく実験結果とも一致しているが、一方で導入路での相対水面変動も小さくなっており実験結果と異なる傾向を示している。一方、流体領域を分割して、導入路での自由表

面の平均水位変動や導入路とムーンプールあるいは外部領域との境界での圧力損失を考慮した計算結果'cal.2'は、導入路では相対水位変動は大きくなっており、定性的に実験結果と一致した傾向を示し、定量的にも導入路の自由表面の平均水位の変動を考慮しない計算'cal.1'と比較して実験結果に近い値を示す。ムーンプール内では実験結果と、単一の領域で計算した結果'cal.1'と計算領域を分割し平均水位変動を考慮した計算結果'cal.2'はともによい一致を示している。一方、導入路では、単一の領域で計算した結果は実験結果と定性的にも定量的にも大きく異なるのに対して、領域を分割し平均水位変動を考慮した計算結果'cal.2'は実験結果とよく一致する結果が得られる。

4. 結 論

浮体の動揺による自由表面の平均水位の変動が無視できないような場合の計算法を示し、その適用例として浅い底面を有する油導入路とムーンプールによって構成される油回収船の油導入路・ムーンプールにおける水面変動の計算を行い、既存の実験結果と比較した。自由表面の平均水位の変動を考慮しない計算結果と比較して、長波長域では実験結果に近い結果が得られたが、短波長域では、顕著な改善はみられなかった。いずれにしても、短波長域では油導入路の流体運動が非常に激しく、線形理論の修正程度では実験結果を説明できないことは明らかであり、別の適当な例で更に理論の妥当性を検証する必要があると考えられる。

謝 辞

本研究は運輸省船舶技術研究所との共同研究「流出油回収システムに関する研究」の一部として実施したものであり、水槽実験結果を提供いただいた船舶技術研究所海洋開発工学部の原正一室長をはじめ関係各位に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) B. Molin and J.L. Legras : Hydrodynamic Modeling of the Roseau Tower Stabilizer, Proc. 9th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol. 1, Part. B, pp329-336, 1990
- 2) 山川賢次, 原正一, 星野邦弘, 湯川和浩, 影本浩 : 多目的作業船の性能向上に関する研究, 関西造船

協会誌, 第233号(in press), 平成12年3月

- 3) 豊田聖史 船井玲子 : 油回収船の回収システムの高効率化に関する研究, 東京大学工学部船舶海洋工学科卒業論文, 平成11年2月
- 4) 藤野正隆, 影本浩, 中坪高, 中塚志暢 : 透水性海洋構造物の流体力特性に関する研究, 日本造船学会論文集, 第172号, pp93-103, 1992
- 5) 梅本浩一郎, 河野順 : 透水性海洋構造物の波浪中挙動に関する研究, 東京大学工学部船舶海洋工学科卒業論文, 平成5年2月
- 6) J. L. Hess and A. M. O. Smith : Calculation of Nonlinear Potential Flow About Arbitrary Three-Dimensional Bodies, J. Ship Res., 8, No.2, pp2-24, Sep. 1964

Appendix

特異点分布法による定式化

(18)~(22)式を満たすポテンシャル ϕ はグリーン関数 G を用いて次のように表すことができる。

$$\Phi(P) = \iint_S \sigma_{(Q)} \cdot G_{(P,Q)} dS \quad (A1)$$

(A1)式中で P は流体中の任意の点を表し、 Q は浮体表面上の点を表す。 $\sigma_{(Q)}$ は浮体表面に分布させた吹き出し密度を表している。(A1)式の両辺を浮体の放線方向に微分し、 P を浮体表面に近づけると次の式ようになる。

$$\frac{\partial \Phi(P)}{\partial n} = -\frac{1}{2} \sigma_{(P)} + \iint_S \sigma_{(Q)} \frac{\partial G_{(P,Q)}}{\partial n} dS_{(Q)} \quad (A2)$$

(1), (2), (14), (18)~(26)式を三次元特異点分布法の標準的手法に従って書き直すと次のようになる。

$$\Phi_1(P) = \iint_{S_1} \sigma_1(Q) G_{(P,Q)} dS_{(Q)} \quad \text{on } S_1, S_2 \quad (A3)$$

$$\Phi_2(P) = \iint_{S_2} \sigma_2(Q) \frac{1}{4\pi r_{(P,Q)}} dS_{(Q)} \quad \text{on } S_2, S_m, S_n \quad (A4)$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = v_n(P) \quad \text{on } S_1 \quad (A5)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial n} = v_n(P) \quad \text{on } S_2 \quad (A6)$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_2}{\partial n} \quad \text{on } S_m \quad (A7)$$

$$\frac{\omega^2}{g} \Phi_2 + v_3 + y_s v_4 - x_s v_5 = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \quad \text{on } S_n \quad (A8)$$

$$\rho \left[\text{Re} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} - v_n(P) \right) e^{-i\omega t} \right\} \right] \left[\text{Re} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} - v_n(P) \right) e^{-i\omega t} \right\} \right] \\ = \text{Re} \left\{ 2i\omega \rho \mu (\Phi_2 - \Phi_0 - \Phi_1) e^{-i\omega t} \right\} \quad \text{on } S_m \quad (A9)$$

$$\sum_{j=1}^6 \left(i\omega M_{jk} + \frac{i}{\omega} k_{jk} \right) v_j = i\omega \rho \iint_{S_1} (\Phi_0 + \Phi_1) n_{1j} dS \\ + i\omega \rho \iint_{S_2} \Phi_2 n_{2j} dS - i\omega \rho \iint_{S_m} (\Phi_2 - \Phi_0 - \Phi_1) n_{1j} dS \quad (A9)$$

(A8)式は時間依存の項を含んでいるため周波数領域での解析を行えるように次のような近似を施す。

$$\rho \frac{8}{3\pi} \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \phi_1}{\partial n} - v_n(p) \right) \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \phi_1}{\partial n} - v_n(p) \right) = 2i\omega\rho\mu(\phi_2 - \phi_0 - \phi_1) \quad (\text{A10})$$

(A1)～(A10)式をHess&Smith⁽⁶⁾の手法に従って、浮体表面を四辺形要素に分割し、各要素上での吹き出し強さを一定ととして次のような連立一次方程式を解く。ただし、 N_1 は領域1の浮体表面の分割数、 N_m は透水路の分割数、 N_v は領域2の自由表面の分割数、 N_2 は領域2の全分割数を表している。また x_s, y_s は領域2の底面の重心点の x, y 座標を表している。

$$\phi_{1k} = \sum_{l=1}^{N_1} \sigma_{1l} \iint_{\Delta S_l} G_{kl} dS \quad (k=1 \sim N_1) \quad (\text{A11})$$

$$\phi_{2k} = \sum_{l=1}^{N_2} \sigma_{2l} \iint_{\Delta S_l} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{kl} dS \quad (k=1 \sim N_2) \quad (\text{A12})$$

$$-\frac{\partial \phi_{0k}}{\partial n} + v_{1k} = -\frac{1}{2} \sigma_{1l} + \sum_{l=1}^{N_1} \sigma_{1l} \iint_{\Delta S_l} \frac{\partial G_{kl}}{\partial n} dS \quad (k=N_m+1 \sim N_1) \quad (\text{A13})$$

$$v_{1k} = -\frac{1}{2} \sigma_{2l} + \sum_{l=1}^{N_2} \sigma_{2l} \iint_{\Delta S_l} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{kl} dS \quad (k=N_m+1 \sim N_1-N_v) \quad (\text{A14})$$

$$-\frac{1}{2} \sigma_{2l} + \sum_{l=1}^{N_2} \sigma_{2l} \iint_{\Delta S_l} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{kl} dS + \frac{\omega^2}{g} \sum_{l=1}^{N_2} \sigma_{2l} \iint_{\Delta S_l} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{kl} dS = -v_3 - y_s v_4 + x_s v_5 \quad (k=N_2-N_v \sim 1-N_2) \quad (\text{A15})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^6 \left(i\omega M_{jk} + \frac{i}{\omega} k_{jk} \right) v_j - i\omega\rho \sum_{k=1}^{N_1} \phi_{0k} n_{1k} \Delta S_k \\ &= i\omega\rho \sum_{k=1}^{N_1} \left\{ \sum_{l=1}^{N_1} \sigma_{1l} \iint_{\Delta S_l} G_{kl} dS \right\} n_{1k} \Delta S_k \\ &+ i\omega\rho \sum_{k=1}^{N_2-N_v} \left\{ \sum_{l=1}^{N_2} \sigma_{2l} \iint_{\Delta S_l} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{kl} dS \right\} n_{2k} \Delta S_k \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

(A10)式ははじめ適当な $\frac{\partial \phi_{1k}^{(1)}}{\partial n}$ および $v_j^{(1)}$ を仮定し次の式に従って反復解法で求める。

$$\frac{8}{3\pi} \left(\frac{\partial \phi_{1k}^{(\lambda+1)}}{\partial n} + \frac{\partial \phi_{0k}}{\partial n} - v_n^{(\lambda+1)} \right) \left(\frac{\partial \phi_{1k}^{(\lambda)}}{\partial n} + \frac{\partial \phi_{0k}}{\partial n} - v_n^{(\lambda)} \right) = 2i\omega\mu(\phi_{2k}^{(\lambda+1)} - \phi_{0k} - \phi_{1k}^{(\lambda+1)}) \quad (k=1 \sim N_m) \quad (\text{A17})$$

変数の右肩は反復回数を示すものである。これに(A1)式を代入して書き改めると次の式になる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{1k}^{(\lambda+1)}}{\partial n} &= -\frac{\partial \phi_{0k}}{\partial n} + v_n^{(\lambda+1)} \\ &+ C_k \left\{ -\sum_{l=1}^{N_2} \sigma_{2l} \iint_{\Delta S_l} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{kl} dS + \sum_{l=1}^{N_1} \sigma_{1l} \iint_{\Delta S_l} G_{kl} dS + \phi_{0k} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A18})$$

ただし、

$$C_k = \frac{-3\pi i \omega \mu}{4 \left| \frac{\partial \phi_{1k}^{(\lambda)}}{\partial n} + \frac{\partial \phi_{0k}}{\partial n} - v_n^{(\lambda)} \right|} \quad (\text{A19})$$

である。これらの式を吹き出し強さを未知数とした連立一次方程式として、行列で表すと次のようになる。また、内部の平均の自由表面位置が上下するに伴って、透水路の圧力に水頭ヘッドが加わることに(A18)式は次のように修正される。

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \phi_0}{\partial n} - v_n(p) \right) \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \phi_0}{\partial n} - v_n(p) \right) \\ &= 2i\omega\rho\mu \left\{ \phi_2 - \phi_0 - \phi_1 + \frac{g}{\omega^2} (v_3 + yv_4 - xv_5) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A20})$$

(A20)式に従って(A18)式を書き改めると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{1k}^{(\lambda+1)}}{\partial n} &= C_k \left\{ \sum_{l=1}^{N_2} \sigma_{2l} \iint_{\Delta S_l} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{kl} dS - \sum_{l=1}^{N_1} \sigma_{1l} \iint_{\Delta S_l} G_{kl} dS - \phi_{0k} \right. \\ &\left. + \frac{g}{\omega^2} (v_3 + yv_4 - xv_5) \right\} - \frac{\partial \phi_{0k}}{\partial n} + v_n^{(\lambda+1)} \end{aligned} \quad (\text{A21})$$

となる。

以上は上下揺れと縦揺れの影響を考慮したが、透水路を通して流入及び流出する流体によっても平均自由表面位置は上下する。それを考慮すると自由表面条件は次のように書き換えられる。

$$\frac{\omega^2}{g} \phi_2 + v_3 + y_s v_4 - x_s v_5 + v_a + v_b + v_c = \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \quad (\text{A22})$$

ここで v_a は浮体の前後揺れの通路部への流体の流入による自由表面の変位速度、 v_b はディフラクションの通路部への流体の流入による自由表面変位速度、 v_c は入射波の通路部への流体の流入による自由表面変位速度を表しており、それぞれ次のように書き直すことが出来る。

$$v_a = \sum_{l=1}^{nm} v_{1l} \frac{\Delta S_l}{S_f} \quad (\text{A23})$$

$$v_b = -\sum_{l=1}^{nm} \frac{\partial \phi_{1l}}{\partial n} \frac{\Delta S_l}{S_f} \quad (\text{A24})$$

$$v_c = -\sum_{l=1}^{nm} \frac{\partial \phi_{0l}}{\partial n} \frac{\Delta S_l}{S_f} \quad (\text{A25})$$

上の(A23)～(A25)式中の S_f は通路部及び導入路の底面積である。また(A21)式も次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{1k}^{(\lambda+1)}}{\partial n} &= C_k \left\{ \sum_{l=1}^{N_2} \sigma_{2l} \iint_{\Delta S_l} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{kl} dS - \sum_{l=1}^{N_1} \sigma_{1l} \iint_{\Delta S_l} G_{kl} dS - \phi_{0k} \right. \\ &\left. + \frac{g}{\omega^2} (v_3 + yv_4 - xv_5 + v_a + v_b + v_c) \right\} - \frac{\partial \phi_{0k}}{\partial n} + v_n^{(\lambda+1)} \end{aligned} \quad (\text{A26})$$

$$\begin{pmatrix} [G_n] & 0 & \begin{matrix} -1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -1 \end{matrix} & 0 \\ 0 & [R_{n1}] & \begin{matrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{matrix} & 0 \\ -[CG] & [CR] & [A_6] & -[A_3] \\ [B] & [D] & 0 & [E] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \vdots \\ \sigma_{1N_m} \\ \vdots \\ \sigma_{1N_1} \\ \hline \sigma_{21} \\ \vdots \\ \sigma_{2N_m} \\ \vdots \\ \sigma_{2N_2-N_w} \\ \vdots \\ \sigma_{2N_2} \\ \hline \frac{\partial \phi_{11}}{\partial n} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_{1N_m}}{\partial n} \\ \hline v_1 \\ \vdots \\ v_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \hline -\frac{\partial \phi_{0N_m+1}}{\partial n} \\ \vdots \\ -\frac{\partial \phi_{0N_1}}{\partial n} \\ \hline -\frac{\partial \phi_{01}}{\partial n} \\ \vdots \\ -\frac{\partial \phi_{0N_m}}{\partial n} \\ \hline [H] \\ \hline [I] \\ \hline \sum_{i=1}^6 i \omega \rho \phi_{0n_{11i}} \Delta S_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^6 i \omega \rho \phi_{0n_{16i}} \Delta S_i \end{pmatrix} \quad (A27)$$

ただし、

$$[G_n] = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} + \iint_{\Delta s_1} \frac{\partial G_{11}}{\partial n} dS & \cdots & \iint_{\Delta s_1} \frac{\partial G_{1N_1}}{\partial n} dS \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \iint_{\Delta s_1} \frac{\partial G_{N_11}}{\partial n} dS & \cdots & -\frac{1}{2} + \iint_{\Delta s_1} \frac{\partial G_{N_1N_1}}{\partial n} dS \end{pmatrix} \quad (A28)$$

$$[R_{n1}] = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} + \iint_{\Delta s_1} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{11} dS & \cdots & \iint_{\Delta s_{N_2}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{1N_2} dS \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \iint_{\Delta s_1} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_2-N_w+1} dS & \cdots & \iint_{\Delta s_{N_2}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_2-N_w/N_2} dS \end{pmatrix} \quad (A29)$$

$$[R_{n2}] = \begin{pmatrix} \iint_{\Delta s_2} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_2-N+11} dS + \frac{\omega^2}{g} \iint_{\Delta s_2} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_2-N+11} dS & \cdots & \iint_{\Delta s_2} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_2-N+1N_2} dS + \frac{\omega^2}{g} \iint_{\Delta s_2} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_2-N+1N_2} dS \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \iint_{\Delta s_2} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_21} dS + \frac{\omega^2}{g} \iint_{\Delta s_2} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_21} dS & \cdots & -\frac{1}{2} + \iint_{\Delta s_2} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_2N_2} dS + \frac{\omega^2}{g} \iint_{\Delta s_2} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_2N_2} dS \end{pmatrix} \quad (A30)$$

$$[CR] = \begin{pmatrix} C_1 \iint_{\Delta s_2} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{11} dS & \cdots & C_1 \iint_{\Delta s_2} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{1N_1} dS \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N_m} \iint_{\Delta s_2} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_11} dS & \cdots & C_{N_m} \iint_{\Delta s_2} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{N_1N_1} dS \end{pmatrix} \quad (A31)$$

$$[CG] = \begin{pmatrix} C_1 \iint_{\Delta s_1} G_{11} dS & \cdots & C_1 \iint_{\Delta s_1} G_{1N_1} dS \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N_m} \iint_{\Delta s_1} G_{N_11} dS & \cdots & C_{N_m} \iint_{\Delta s_1} G_{N_1N_1} dS \end{pmatrix} \quad (A32)$$

$$[A_1] = \begin{pmatrix} n_{11N_m+1} & \cdots & n_{16N_m+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{11N_1} & \cdots & n_{16N_1} \end{pmatrix} \quad (A33)$$

$$[A_2] = \begin{pmatrix} n_{21N_m+1} & \cdots & n_{26N_m+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{21N_2-N_w} & \cdots & n_{26N_2-N_w} \end{pmatrix} \quad (A34)$$

$$[A_3] = \begin{pmatrix} n_{111} + \frac{g}{\omega^2} C_s & n_{121} & n_{131} + \frac{g}{\omega^2} & n_{141} + \frac{g}{\omega^2} y & n_{151} - \frac{g}{\omega^2} x & n_{161} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_{11N_m} + \frac{g}{\omega^2} C_s & n_{12N_m} & n_{13N_m} + \frac{g}{\omega^2} & n_{14N_m} + \frac{g}{\omega^2} y & n_{15N_m} - \frac{g}{\omega^2} x & n_{16N_m} \end{pmatrix} \quad (A35)$$

$$[A_4] = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta S_1}{S_f} & \cdots & -\frac{\Delta S_{nm}}{S_f} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\Delta S_1}{S_f} & \cdots & -\frac{\Delta S_{nm}}{S_f} \end{pmatrix} \quad (A36)$$

$$[A_5] = \begin{pmatrix} C_s & 0 & -1 & -y_s & x_s & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_s & 0 & -1 & -y_s & x_s & 0 \end{pmatrix} \quad (A37)$$

$$[A_6] = \begin{pmatrix} 1 - \frac{g}{\omega^2} \frac{\Delta S_1}{S_f} & \cdots & -\frac{g}{\omega^2} \frac{\Delta S_{nm}}{S_f} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{g}{\omega^2} \frac{\Delta S_1}{S_f} & \cdots & 1 - \frac{g}{\omega^2} \frac{\Delta S_{nm}}{S_f} \end{pmatrix} \quad (A38)$$

$$[B] = \begin{pmatrix} -\sum_{l=1}^{N_1} i\omega\rho \left\{ \iint_{\Delta S_l} G_{l1} dS \right\} n_{11l} \Delta S_l & \cdots & -\sum_{l=1}^{N_1} i\omega\rho \left\{ \iint_{\Delta S_{N_1}} G_{lN_1} dS \right\} n_{11l} \Delta S_l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\sum_{l=1}^{N_1} i\omega\rho \left\{ \iint_{\Delta S_l} G_{l1} dS \right\} n_{11l} \Delta S_l & \cdots & -\sum_{l=1}^{N_1} i\omega\rho \left\{ \iint_{\Delta S_{N_1}} G_{lN_1} dS \right\} n_{11l} \Delta S_l \end{pmatrix} \quad (A39)$$

$$[D] = \begin{pmatrix} -\sum_{l=1}^{N_2-N_w} i\omega\rho \left\{ \iint_{\Delta S_l} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{l1} dS \right\} n_{21l} \Delta S_l & \cdots & -\sum_{l=1}^{N_2-N_w} i\omega\rho \left\{ \iint_{\Delta S_{N_2}} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{lN_2} dS \right\} n_{21l} \Delta S_l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\sum_{l=1}^{N_2-N_w} i\omega\rho \left\{ \iint_{\Delta S_l} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{l1} dS \right\} n_{21l} \Delta S_l & \cdots & -\sum_{l=1}^{N_2-N_w} i\omega\rho \left\{ \iint_{\Delta S_{N_2}} \left(\frac{1}{4\pi r} \right)_{lN_2} dS \right\} n_{21l} \Delta S_l \end{pmatrix} \quad (A40)$$

$$[E] = \begin{pmatrix} i\omega M_{11} - \frac{i}{\omega} k_{11} & \cdots & -\frac{i}{\omega} k_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{i}{\omega} k_{61} & \cdots & i\omega M_{66} - \frac{i}{\omega} k_{66} \end{pmatrix} \quad (A41)$$

$$[H] = \begin{pmatrix} \sum_{l=1}^{nm} \frac{\partial \Phi_{0l}}{\partial n} \frac{\Delta S_l}{S_f} \\ \vdots \\ \sum_{l=1}^{nm} \frac{\partial \Phi_{0l}}{\partial n} \frac{\Delta S_l}{S_f} \end{pmatrix} \quad (A42)$$

$$[I] = \begin{pmatrix} -\frac{\partial \Phi_{01}}{\partial n} + C_k \Phi_{01} + \frac{g}{\omega^2} \sum_{l=1}^{nm} \frac{\partial \Phi_{0l}}{\partial n} \frac{\Delta S_l}{S_f} \\ \vdots \\ -\frac{\partial \Phi_{0N_m}}{\partial n} + C_k \Phi_{0N_m} + \frac{g}{\omega^2} \sum_{l=1}^{nm} \frac{\partial \Phi_{0l}}{\partial n} \frac{\Delta S_l}{S_f} \end{pmatrix} \quad (A43)$$

ただし、

$$C_s = \sum_{l=1}^{nm} n_l \frac{\Delta S_l}{S_f}$$

である。