動的計画法の応用による船用機器適正保全時期の研究

学生員 城戸八郎* 橋本 武** 河 注植***

A Study on the Decision of Optimal Maintenance Period of Ship's Machineries using Dynamic Programming

Machineries using Dynamic
by Hachiro Kido, *Student Member*
Takeshi Hashimoto Ha Jeshik

Summary

There are two kinds of method in ship maintenance. One is the corrective maintenance and the other is the preventive maintenance. For these maintenances, recently the stochastic techniques are widely used to keep ships in good conditions and in these maintenances it is most important to seek the maximum availability and the optimal maintenance period minimizing a given cost function. Thus, this paper suggests a method to decide the optimal policy of ship's maintenances by using Dynamic Programming and the effectiveness of the method is verified through several examples in which failure rates and maintenance data of ship's machineries and parts are given.

1. 結 言

ユニットもしくはシステム全体を正常に保つために、部品の取り替えや修理を行う予防保全や事後保全は船舶の湛航性維持のため広く用いられている。一般的に機器の故障は何らかの確率法則に従って発生すると考えられ、保全時期を確率的に決定するために、例えば Barlow らによる信頼性の基礎数理の分野における結果が知られている。⁽¹⁾ 船舶では運航の観点から、アベイラビリティを最大にすることが要求される。アベイラビリティは故障率と所要工数の影響を受けるから両者の積となる配員指数 (Manning Index) を最小とするための研究が行われている⁽²⁾。また、運航コストを主眼におけ

ば、故障や取り替えに要する費用を最小にする確率的保全問題を解くことが重要である。ここで予防保全は状態監視保全 (Condition Monitoring Maintenance) と時間計画保全 (Time Scheduled Maintenance) に大別される。前者はデータロガーなどの状態監視機器の利用、当直者による直接監視等によってシステムの所要制限値を逸脱した場合に行う。一方、後者はシステムの寿命分布やシステムの運転時間等から計画的に保全を行うため、システムの故障特性をある程度、蓄積された保全データから把握する必要がある。通常、寿命データが得られた場合、理論分布を抽出し、そのパラメータを寿命データから推定し、検定を行う手順を踏む。しかし蓄積された保全データや利用可能な観測データが少ない場合には機器寿命の推定は難しい。特にパラメータの推定や分布の適合度合いに関して、統計的な取扱い方法が分析者の

*海技大学校 **神戸商船大学 ***韓国海洋大学校
原稿受理 平成 12 年 6 月 22 日
秋季講演会において講演 平成 12 年 11 月 16, 17 日

主観にゆだねられる場合も少なくない。そこで限られた故障観測データから、直接保全時期を導出するようなノンパラメトリックな解法が実用上有効と考えられる。

本論文においては予防保全時の最小費用の問題を解くことによって適切な保全時期を決定する方法を動的計画法^{(3),(4)}を応用することによって試みた。機器がある期間運転した時点(t とする)で、更にある短い期間(n とする)継続して使用する時、それが可能か否かの判断を迫られることになる。すなわち、予防保全を時点 t で、あるいは時点 $t+n$ で行うかということである。前者では予防保全費用が発生し、後者では予防保全費用と共に故障する確率に基づく費用も含む。経験的に予防保全費用より事後保全費用の方が高い。従って時点 $t+n$ で予防保全を行う場合には、故障確率に従った事後保全費用の見積が含まれる。この場合、対象機器の故障確率が得られ、かつその機器の予防保全費用と事後保全費用が判明しているならば、故障や取り替えに要する期待費用関数を導くことができる。そして、時点 t と時点 $t+n$ における期待費用がそれぞれ求めれば、それらを比較すれば適切な保全時期を決定することが出来る。

故障確率は、運輸省海上技術安全局編の船舶信頼性調査委員会報告書、1986 年より 1992 年の故障データを利用して、ワイブル型累積ハザード関数のパラメータを両対数グラフにフィールドデータをプロットして得た。累積ハザード解析法を用いる理由は、故障データに予防保全データなどの不完全データが含まれる場合にも、分布のパラメータ等を推定するための有効な手法として知られている^{(5),(6)}からである。この推定手法による推定値を使って期待費用関数を最小にするため、動的計画法を用いて計算した。次に、上記の関係式を使い、外航船社から求めた故障データと対象機器の予防保全費用、事後保全費用並びに利益損失を基礎データとして、適切な保全時期の決定手法を示すと共に、それらを適用した

最適保全時期を求める事例を示した。稼働中に時刻々々変化する機器信頼度において、保全時期を任意に決定したり、保全時期の延長を試みるには動的計画法によるシミュレーションの利用が適している。しかし、これまで舶用機器に試みられた事例はなく、保全時期の決定手段として利用できると考え、新しく提案した。

2. 動的計画法に基づく保全時期の決定

2.1 保全と保全費用

動的計画法によって期待費用関数を求めるために、予防保全と事後保全を考えると、ある機器を運転する場合、それはある時間使用すれば故障し、その時には該当部品の交換や分解整備が必要になる。そして、故障の度合いによっては船舶の運航が障害を受け、出航遅延や入港遅延による利益損失が生じることもあり得る。そこで、このような事故を防止するために、故障発生前に予防保全を行う。この時、該当個所の部品が故障せずとも予備品と取り替える場合もある。また余り早めに取り替えると故障率は減少するが、予防保全費用は高くなる。逆に故障発生後の事後取り替えでは該当個所の部品費用やその運送費、運航障害に伴う費用などによって修復費用が大きくなる。以上のような保全費用を考慮すると、予防保全における保全時期は最小保全費用となる最適取り替え時期を求めることが大切である。しかし稼働中の機器信頼度は時間と共に変化するため、任意の運転時間で適切な保全時期を決定するために時刻毎の動的な変化を考慮する必要がある。ここでは動的計画法を応用したシミュレーション計算法を以下に提案する。

2.2 用語の定義 と 仮定

以下で述べる用語の定義は次の通り。

t : 機器がある期間運転した時点の時刻 [時間]

n : t の時刻後、更にある短い期間継続運転した時点の時刻 [時間]

$F(t)$: 保全後 t 時間経過した機器の故障確率で、ワイブル分布の累積ハザード関数 $H(t)$ によって求められる故障分布関数

$R(t)$: 機器の信頼度関数

C_1 : 故障発生前の予防保全費用 [円又はドル]

C_2 : 故障発生時の事後保全費用 [円又はドル]

$C_n(t)$: 期待費用関数

機器が新品または保全完了後、 t 時間運転した時点で今後 n 時間継続運転する場合の費用
本手法の採用に当たっては、次の 2 点の仮定のもとに行う。

1. 予防保全及び事後保全による効果はシステムの使用年齢と無関係で、保全によって機器の故障確率は故障直前の状態まで復帰するものとするが、本文では故障確率は 0 に戻ると仮定する。

2. 以下の動的計画法で用いる時間単位は 100 時間を 1 単位とする。これは船舶における保全計画が週単位もしくは 100 時間単位で計画される事が多いためである。しかしこの単位は固定のものではなく 1 時間、1 日、1000 時間など自由に決めることが出来る。

2.3 期待費用関数 $C_n(t)$

まず、保全後 t 時間経過した機器の故障確率を $F(t)$ とする。 $F(t)$ はワイブル分布の累積ハザード関数によって求められる故障分布関数である。ここで故障発生前の予防保全費用を C_1 、故障発生時の事後保全費用を C_2 とする。 C_2 には部品費用、取り替え費用、故障による運航利益損失も含まれる。経験から $C_2 > C_1$ となることが判っている。また、機器が新品または保全完了後、 t 時間運転した時点で今後 n 時間継続運転する場合の費用を $C_n(t)$ と表す。従って、 $C_n(t)$ は保全時の費用を意味し、ここでは期待費用関数と呼ぶ。

2.3.1 運転状態における期待費用関数

機器が新品または故障発生前の予防保全時の費用は

C_1 であり、予防保全後 n 時間運転後の費用 $C_n(t)$ は、 t が 0 であるから $C_n(0)$ となる。

動的計画法における最適性の原理⁽⁴⁾によると、全体として最小費用になるためには残りのプロセスでも最小費用にならなくてはならない。従って機器が新品または保全完了後、 t 時間運転した時点で、さらに n 時間継続運転する場合について考えると次のようになる。

(1) t 時間運転後保全並びに部品の取り替えなしの場合で、 t 時間運転後、故障しないと仮定した場合、 $t+100$ 時間運転後における残り $n-100$ 時間の費用は $C_{n-100}(t+100)$ となり、その確率は $1 - F(t)$ となる。

(2) t 時間運転後保全並びに部品の取り替えなしで、その直後に故障した場合、故障による部品取り替えに C_2 の費用を要した後、 n 時間運転する場合の費用は $C_n(0)$ であり、その確率は $F(t)$ だから、機器が新品または保全完了後、 t 時間運転した時点で今後 n 時間継続稼働する場合の費用 $C_n(t)$ は次の (1) 式と (2) 式で表される。

t 時間運転後予防保全を行い

その後 n 時間稼働した場合の費用を $C_{n1}(t)$ とすると、

$$C_{n1}(t) = C_1 + C_n(0) \quad (1)$$

t 時間運転後さらに n 時間稼働した場合の

予想される費用を $C_{n2}(t)$ とすると、

$$C_{n2}(t) = \{(1 - F(t)) \times C_{n-100}(t+100) + F(t) \times (C_2 + C_n(0))\} \quad (2)$$

2.4 予防保全費用の決定

前項の結果、 t 時間運転後予防保全し、その後 n 時間稼働した場合の費用の (1) 式と t 時間運転後さらに n 時間運転した時点で予想される費用を計算した (1) 式と比較し、どちらの費用が最小となるかの境界域を見出すことが出来る。保全時期は (2) 式の $C_{n2}(t)$ 値が (1) 式の $C_{n1}(t)$ より大きくなる時点の n 値を調べ、それ以上の時間では予防保全に要する費用より事後保全による費用の方が

高くなるので、適切な予防保全時期は機器が新品または保全完了後、 $t+n$ 時間後に行えばよいことがわかる。従って、故障発生前の予防保全時の費用 C_1 と故障による部品取り替え費用 C_2 を決定し、故障確率を算出した後、100 時間毎の t 及び n を上式に代入することで適切な予防保全時期を求めることができる。また船内にあっては保全を行う機器に対して、現在時点から最大どのくらいの時間まで運転継続の目安として利用可能となる。

以上より期待費用関数 $C_n(t)$ を求めるためには、保全後 t 時間経過した機器の故障確率 $F(t)$ 並びに保全費用 C_1, C_2 を求めなければならないことが明らかになる。

$F(t)$ は、機器の故障データに予防保全による中途打ち切りデータを含むから、ワイブル型累積ハザード関数によってワイブル分布を求めることで可能となる。また保全費用についても以下に述べる機器で具体的に適用しながら $C_n(t)$ を求める。

3. 適用評価事例：船舶搭載機器の保全時期の決定

3.1 保全に関する費用

まず舶用機器の故障データベース^{(7),(8)}より、保全対象機器の平均故障率、及び予防保全、事後保全に必要な工数や、部品費用を算出する。方法としては、予防保全と事後保全に必要な処置人員および時間をメインテナンスレポートや故障報告を利用し、1 工数単価及び、部品費用を

入力する。また、部品取り付けに付属する諸費用や運航障害による利益損失も保全費用に含め、次にそれらは保全費用に対する比として入力する。最後にこれらの値を使って予防保全に必要な費用 C_1 を 1 と正規化して事後保全に要する費用 C_2 を決める。

表 1 に、代表的な船舶搭載機器の故障率、予防保全と事後保全の要員数、所要時間、工数、工数単価、部品単価や部品取付け費用等の諸数値、運航障害による利益損失、さらにこれらを利用して求めた予防保全費用等を示す。

3.2 累積ハザード関数と故障分布関数

次に期待費用関数 $C_n(t)$ を求めるためにまず、ワイブル型累積ハザード分布関数を求め、それによってワイブル分布を求める。ここで、累積ハザード関数 $H(t)$ とワイブル分布の故障分布関数 $F(t)$ 並びに信頼度関数 $R(t)$ には次の関係が成り立つ。

$$\text{故障分布関数 } F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-r}{\gamma}\right)^m} \quad (3)$$

$$\text{信頼度関数 } R(t) = e^{-\left(\frac{t-r}{\gamma}\right)^m} \quad (4)$$

$$\text{累積ハザード関数 } H(t) = -\ln \{1-F(t)\}$$

$$= \left(\frac{t-r}{\gamma} \right)^m = \int_0^t \lambda(t) dt \quad (5)$$

ここで m : 形状パラメータ、 γ : 位置パラメータ、 $\alpha = \gamma^m$: 尺度パラメータ とする。

表1 代表的な船舶搭載機器の予防保全と事後保全工数、費用など

		M/E CYL COVER	M/E EXH VALVE	AUX BOILER	MOTOR	FO PURIFIER	FO FILTER	SW PIPE
予 防 保 全	故障率(件/1000Hr)	0.027	0.055	0.311	0.073	0.541	0.145	0.148
	MTBF(H/件)	37037	18182	3215	13699	1848	6897	6757
	予防保全費用USD	4500	4500	1700	2500	700	210	1700
	C1	1	1	1	1	1	1	1
	予防保全工数	25	25	12	15	4	2	12
	予防保全人数	5	5	3	3	2	2	3
	予防保全時間	5	5	4	5	2	1	4
	予防工数単価USD	100	100	100	100	100	100	100
	部品価格USD	2000	2000	500	1000	300	10	500
事 後 保 全	部品諸費用系数	1	1	1	1	1	1	1
	事後保全費用USD	19000	16000	12500	9840	3600	2320	3700
	C2	4.2	3.6	7.4	3.9	5.1	11.0	2.2
	事後保全工数	40	40	60	32	12	16	24
	事後保全人数	5	5	5	4	3	4	4
	事後保全時間	8	8	12	8	4	4	6
	工数単価USD	100	100	100	120	100	100	100
	部品価格USD	10000	8000	5000	5000	2000	600	1000
	部品諸費用系数	1.5	1.5	1.3	1.2	1.2	1.2	1.3

$\gamma = 0$ と想定すると、故障確率密度関数 $f(t)$ と

故障率 $\lambda(t)$ は次のように与えられる。

$$f(t) = \frac{m}{\alpha} \times \left(\frac{t}{\alpha} \right)^{m-1} \times e^{-\left(\frac{t}{\alpha} \right)^m} \quad (6)$$

$$\lambda(t) = \frac{m}{\alpha} \times \left(\frac{t}{\alpha} \right)^{m-1} \quad (7)$$

また 平均値 μ 標準偏差 σ は、

$$\mu = \eta \times \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (8)$$

$$\sigma = \eta \times \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

ここで、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。

累積ハザード関数 $H(t)$ は (5) 式より

$$H(t) = (t/\eta)^m \quad (10)$$

両辺の対数をとると、

$$\ln H(t) = m(\ln t - \ln \eta) = m \ln t - m \ln \eta \quad (11)$$

と表される。(9-10)

$$(11 \text{ 式}) \text{ は } Y = mX - b \quad (12)$$

の一次式となる。

(12) 式より、形状パラメータ m が得られ、故障平均寿命

η は、 $\ln(\eta) = b/m$ から求められる。

(8) 式、(9) 式に従ってガンマ関数を計算し、平均値、標準偏差から故障分布関数 $F(t)$ は

$$F(t) = 1 - \exp\left\{-\left(t/\eta\right)^m\right\} \quad (13) \text{ が得られる。}$$

3.2 動的計画法の応用、保全時期の決定

図 1 に船用機器の故障データベース^{(7), (8)}より、代表的な機器の故障について、(13) 式で得られた故障分布関数と運転時間との関係を記す。

図 1 から運転時間が長くなれば確率的に信頼度が低下するため、任意の運転時刻で適切な保全時期を決定するために、動的計画法に基づいたシミュレーション計算を行った。保全決定間隔を 100 時間単位で考えると以下の関係が成り立つ。

1) 図 1 の故障分布関数と運転時間との関係を利用する

と、機器が新品または保全完了直後 ($t=0$) の場合の初期状態保全費用 $C_n(0)$ は 0 となる。

図 1 故障分布関数 $F(t)$ と時間との関係

2) t 時間運転後に予防保全をする。その後 n 時間稼働した場合の費用は同じく (1) 式で表される。また t 時間稼働後さらに続けて n 時間運転した状態の時点の費用である $C_n(t)$ は (2) 式で表される。これらの関係をもとに、 C_1 、 C_2 、 $F(t)$ の値を順次 100 時間毎に代入し計算した。表 2 は C_2/C_1 が 5 における燃油清浄機の部分例を示す。

表 2 Min Maint. Cost Func for the optimal period of FO PURIFIER

n	Min Maint. Cost Func for the optimal period of FO PURIFIER				
	0	100	200	300	400
$C_1 + C_n(0)$	1.0000	1.2708	1.7847	2.4832	
$C_1 + C_n(0)$					
$C_n(t) = \text{MIN:}$					
t	F(t)	$C_0(t)$	$[K(1-F(t))C_{n-100}(t+100) + F(t)K(C_2 + C_n(0))]$		
0	0	0	0.0000	0.2708	0.7847
100	0.0527	0	0.2708	0.7847	1.4932
200	0.1026	0	0.5274	1.2466	2.0993
300	0.1498	0	0.7705	1.6619	2.0993
400	0.1946	0	1.0007	1.6619	2.0993
500	0.2370	0	1.0007	1.6619	2.0993
600	0.2772	0	1.0007	1.6619	2.0993
700	0.3152	0	1.0007	1.6619	2.0993
800	0.3513	0	1.0007	1.6619	2.0993
900	0.3855	0	1.0007	1.6619	2.0993
1000	0.4178	0	1.0007	1.6619	2.0993

表 2 において、境界域を判りやすくするために、 $t+n$ 時間運転した時点で予想される費用 $C_n(t)$ の費用の方が、予防保全費用より高くなった後の運転時間では、保全費用が同じに表されるように、計算プログラムを組んだ。

3.3 事例評価

表 2 の保全コストに対する保全時期の関係を保全計画時間毎に表したグラフを図 2 に記す。表 2 より、保全費用は境界域の上側と下側で確率的に上側の時間域は、故障

部品取り替え並びに利益損失を含む保全費用の方が安く、下側の時間域は予防保全費用の方が安いといえる。さらに図2には運転時間と保全コストの関係を記した。

図2 最小保全コストに対する適正保全時期の関係

図のコストの値が水平になる点の運転時間が適正な保全時期となる。また、予防保全費用 C_1 に対して事後保全費用 C_2 の割合が高くなると、保全時期は短くなることが判った。以上より、本事例では、コスト比 C_2/C_1 が5では約400時間毎、4では約600時間毎に予防保全を行った方が良く、ディーゼルプラントの信頼性に関する統計データ^{(7),(8)}からの平均的な故障間隔の半分の時間で予防保全を行うのが適していることがわかった。この結果は実際の保全時期^{(7),(8)}とよく一致した。

また、表3に故障データベースより求めた主機ディーゼル排気弁における運転時間経過における保全コストの関係についての動的計画法に基づいたシミュレーション計算を記す。図3には表4の主機排気弁の事例における保全コストに対する保全時期と延長期間の関係を記した。

図からは保全完了後6000時間目の時点から更に100時間を越した時、事後保全費用の方が予防保全費用よりも高くなる。保全完了後3000時間の時点では更に200時間までは予防保全費用の方が事後保全費用よりも高い。しかしその予防保全間隔は3200時間になり短くなる。この傾向は保全完了後1000時間目まで続く。こ

の時の予防保全間隔は2000時間にまで短くなり、掛かる費用も2倍に増える。保全完了後1000時間を超すと予防保全間隔は3000時間程度まで延びるが、そこで停滞してしまうと共に、掛かる費用も3.5倍にもなってしまう。以上の結果から最適な予防保全間隔は6000時間で保全費用も最小となる。

図3 保全コストに対する保全時期と延長期間の関係

図4に保全完了後200時間における代表的な機器について運転時間と保全コストの関係を記した。

図4 $n=200$ 時間における運転時間と保全コストの関係
図のコストの値が水平になる点の運転時間が適正な保全間隔となるので、図から最も短いインターバルで予防保全が必要な機器は、燃油清浄機で補助ボイラ、主機排気弁がそれに続く。

4. まとめ

期待費用関数を最小化することを評価関数として適

切な保全時期を推定する試みを動的計画法を利用して行った。この考え方を実際の船舶に搭載された機器の保全に適用した結果は次の様にまとめられる。1) 動的計画法に導くために累積ハザード分布の故障分布関数を利用したが、この計算に必要な形状パラメータより、故障の形態も把握できる。

2) 観測データによっては初期故障や摩耗故障など過渡状況下の適正保全時期も故障分布関数と時間との関係を解析値として得られ、動的計画法に利用できる。

3) 燃料油清浄機では、ディーゼルプラントの信頼性統計データより得られる平均故障間隔の半分の時間間隔で予防保全を行うのが適していることがわかった。この結果は実際の保全時期とよく一致した。

4) 主機関や発電機、ボイラ、など運航船社において部品等の保全費用や、運航障害が発生した場合の利益損失が算出できる場合には、このような動的計画法を用いた保全時期の決定手法を利用すれば、予防保全費用を抑え、適切な運航費の支出が可能となる。

5) 船内にあっては保全対象機器に対して、現在の時点から最大どのくらい保全時間を延長可能かの目安として利用可能となる。

今後の課題としては次の様にまとめられる。

1) 一度保全整備を行うと、信頼度は1に戻ると仮定しているが、実際には経時的に減衰する。従って故障確率に経年劣化による影響や保全完成度(技術的熟練度、経験年数など)及び 取り替え部品の故障率変動などの変動因子を組み込む必要がある。

2) 重大故障に該当するものは、その故障によって船舶の運航が阻害され、オフハイヤなどによって生じる利益損失の比率が大きいことから、別途事後保全費用に追加出来るようにしたプログラムを検討する必要がある。

3) 保全を行う場合、保全対象でない部品についても、機器開放の際に取り替えることもある。特に主ディーゼル

機関の開放整備時には、例えばピストン抽出作業時には排気弁などについても一緒に取り替え整備が行われる。この場合も予防保全費用と事後保全費用の見積もりが出来る場合は本式を利用した判断が出来ると考える。

最後になりましたが本研究は元神戸商船大学片木威助教授、日本郵船(株)工務部奥村吉男氏のご指導並びに船舶技術研究所システム技術部のご協力を得て行うことが出来ました。ここに厚くお礼申し上げます。

以上

参考文献

- (1) R. E. Barlow, F. Proschan. Mathematical Theory of Reliability, pp. 15-60, Wiley, New York 1965
- (2) T. Hashimoto, T. Harada and K. Kume, Some considerations on developments in reliability, maintainability and manning indices for engine systems during the past 30 years in Japan, ICMES93, pp. 25-32, 1993
- (3) 土肥他、確率的保全問題に対する統計的手法について、日本信頼性学会誌 Vol18 No. 1, pp. 35-42, 1996
- (4) 前田、オペレーションズリサーチ、第7章動的計画法, pp. 187-193, 朝倉書店
- (5) 堀籠、船用機器に関する信頼性・保全性評価、日本船用機関学会誌 vol29 No. 9, pp. 597-600, 1994
- (6) 藤盛、統計によるディーゼル機関の信頼性評価、日本船用機関学会誌, vol. 30 No. 6, pp. 426-433, 1995
- (7) 運輸省海上技術安全局編 船舶信頼性調査委員会報告書、1986年、1989年、1990年、1991年、1992年
- (8) H. Kido, Out Line of Diesel Engine Plant and Automation System Reliability, ISME90 Kobe, pp. F4-13, 1990
- (9) 高久他、競合型故障データの累積ハザード紙による解析、13回信頼性保全性シンポジウム, pp. 179-182, 1997
- (10) 日本科学技術連盟、信頼性テキスト, pp. 4. 4-17, 4, 1998

表3 Minnum Mainte.Cost Function for the decision of optimal period of ME EXH.VALVE

	n	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
		C1+Fn(0)	1.0000	1.0195	1.0583	1.1160	1.1919	1.2852	1.3951	1.5204	1.6598	1.8123
C1+Cn(0)												
Cn(t)= MIN:												
t	F(t)	C0(t)	[(1-F(t))Cn-100 (t+100) +F(t)X(C2+Cn(0))]									
0	0	0	0.0000	0.0195	0.0583	0.1160	0.1919	0.2852	0.3951	0.5204	0.6598	0.8123
100	0.0055	0	0.0195	0.0583	0.1160	0.1919	0.2852	0.3951	0.5204	0.6598	0.8123	0.9763
200	0.0109	0	0.0389	0.0967	0.1727	0.2661	0.3761	0.5014	0.6410	0.7935	0.9576	1.1320
300	0.0164	0	0.0582	0.1346	0.2285	0.3388	0.4645	0.6044	0.7572	0.9216	1.0962	1.2798
400	0.0218	0	0.0774	0.1721	0.2833	0.4099	0.5506	0.7041	0.8691	1.0443	1.2284	1.4200
500	0.0271	0	0.0964	0.2093	0.3373	0.4794	0.6343	0.8006	0.9769	1.1619	1.3544	1.5531
600	0.0325	0	0.1154	0.2460	0.3904	0.5475	0.7158	0.8940	1.0807	1.2747	1.4747	1.6795
700	0.0378	0	0.1343	0.2823	0.4427	0.6141	0.7951	0.9844	1.1807	1.3827	1.5893	1.7995
800	0.0430	0	0.1531	0.3182	0.4941	0.6792	0.8723	1.0720	1.2770	1.4863	1.6987	1.8136
900	0.0483	0	0.1717	0.3537	0.5446	0.7430	0.9474	1.1567	1.3698	1.5855	1.6987	1.8136
1000	0.0535	0	0.1903	0.3889	0.5944	0.8053	1.0205	1.2388	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1100	0.0587	0	0.2087	0.4236	0.6433	0.8664	1.0917	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1200	0.0639	0	0.2271	0.4580	0.6914	0.9261	1.1609	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1300	0.0690	0	0.2453	0.4920	0.7387	0.9845	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1400	0.0741	0	0.2635	0.5256	0.7853	1.0416	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1500	0.0792	0	0.2816	0.5589	0.8311	1.0975	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1600	0.0842	0	0.2995	0.5918	0.8762	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1700	0.0893	0	0.3174	0.6243	0.9205	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1800	0.0943	0	0.3351	0.6565	0.9641	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
1900	0.0992	0	0.3528	0.6884	1.0070	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2000	0.1042	0	0.3704	0.7198	1.0492	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2100	0.1091	0	0.3878	0.7510	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2200	0.1140	0	0.4052	0.7818	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2300	0.1188	0	0.4225	0.8122	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2400	0.1237	0	0.4397	0.8424	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2500	0.1285	0	0.4568	0.8722	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2600	0.1332	0	0.4738	0.9016	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2700	0.1380	0	0.4907	0.9308	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2800	0.1427	0	0.5075	0.9596	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
2900	0.1474	0	0.5242	0.9882	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3000	0.1521	0	0.5408	1.0164	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3100	0.1568	0	0.5574	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3200	0.1614	0	0.5738	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3300	0.1660	0	0.5902	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3400	0.1706	0	0.6064	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3500	0.1751	0	0.6226	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3600	0.1796	0	0.6387	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3700	0.1841	0	0.6547	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3800	0.1886	0	0.6706	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
3900	0.1931	0	0.6864	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
4000	0.1975	0	0.7022	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
4100	0.2019	0	0.7178	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136
4200	0.2063	0	0.7334	1.0443	1.0907	1.1522	1.2283	1.3183	1.4591	1.5855	1.6987	1.8136