き裂開閉口モデルにおけるき裂成長時の 塑性収縮係数に関する一考察

正員 丹 羽 敏 男* 正員 豊 貞 雅 宏*

A Study on Plastic Shrinkage Coefficient of Crack Opening/Closing Model at a Crack Extension

by Toshio Niwa, *Member* Masahiro Toyosada, *Member*

Summary

In the previous paper, we developed a simulation model of fatigue crack opening and closing phenomena for predicting RPG load under an arbitrary stress distribution field. By using the simulation model, effects of stress ratio and residual stress distribution on fatigue crack propagation rate are quantitatively assessed. However, it became clear that the estimated fatigue life is longer than experimental one under decreased maximum load while keeping minimum load and a overload condition.

In this paper, we considered the plastic shrinkage at an immediate generation of new crack surface for the purpose of solving the above problem and modified the above simulation model. And then, we carried out fatigue crack propagation analyses under various conditions and compared the estimated RPG loads and crack growth curves with the experimental ones. As a result, it is confirmed that modified simulation model is appreciable to various amplitude fatigue loading tests.

1. 緒 言

著者らは、き裂先端に塑性域が形成されなければ、疲労被害は蓄積されないとの考えのもと、負荷過程において、き裂先端に引張塑性域が形成される荷重 (RPG 荷重) 以上の、負荷振幅に対応する応力拡大係数範囲 (ΔK_{RP}) が、疲労き裂の成長に寄与することを、実験的に明らかにした^{1)~3)}。したがって、種々の条件下における RPG 荷重が求められれば、その疲労き裂伝播

挙動を、定量的に推定できることが期待される。

そこで、著者らは、Dugdale モデルにおいて生じる、仮想き裂部の開口変位に対応した小片を、その位置に埋め込むことにより、仮想き裂部の変位連続条件を満足させた、き裂開閉口モデルを開発した⁴⁾。そこでは、除荷過程においてき裂が成長すると仮定し、その際、仮想き裂面に作用している、降伏点レベルの内圧の一部が解放されることに対応して、塑性的な変位収縮が、生じることを考慮した⁴⁾。そして、このモデルに基づく、解析プログラムを用いることにより、疲労き裂伝播速度におよぼす応力比、ならびに残留応力の影響を、定量的に推定できることが判明した^{2), 3)}。しかしながら、最大荷重を低下させる 2 段階繰り返し荷重、ならびに過大荷重が負荷された場合、その際生じる遅延減速効果を過度に評価

* 九州大学大学院工学研究院海洋システム工学部門

原稿受理 平成 12 年 7 月 6 日

秋季講演会において講演 平成 12 年 11 月 16, 17 日

し、疲労寿命を長寿命側（危険側）に評価してしまうことが判明した^{2), 5)}。

本報告では、上記問題を解決するため、疲労き裂の成長に伴い、引張残留変形層が実き裂内に取り込まれる際の塑性収縮について考察し、先に提案したき裂開口モデルを改良した。そして、種々の条件下における疲労き裂伝播解析を実施することにより、改良したき裂開口モデルの有効性を検討した。

2. 引張残留変形層が実き裂内に取り込まれる際の塑性収縮について

先に提案したき裂開口モデル⁴⁾では、Laird のモデル⁶⁾を採用し、疲労き裂は除荷過程のみで成長するものと仮定した。しかしながら、疲労き裂は、Laird が主張するように、除荷過程で成長すると考えることもできるが、Tomkins⁷⁾が主張するように、負荷過程で成長すると考えることもできる。そこで、ここでは負荷過程、除荷過程の両者において、疲労き裂は成長するものと仮定する。

負荷過程の初期の段階で疲労き裂が成長する場合、その領域では、その後の負荷による引張塑性変形はほとんど進行しない。したがって、すぐ後の最大荷重からの除荷過程では、この領域は、き裂閉口しないことも考えられる。また、最大荷重近傍で疲労き裂が成長する場合は、大きな引張塑性変形を伴うことになり、除荷過程では、この領域は、圧縮塑性状態となるものと考えられる。

一方、除荷過程で疲労き裂が成長する場合には、成長直後の結合力（降伏点オーダの力）は、一旦解放される。圧縮塑性域部で、新たに疲労き裂が生成される場合には、結合力は引張となるので、引張の結合力が解放されることになる。そのため、塑性収縮が生じることになる。また、負荷過程の初期の段階で疲労き裂が成長する領域は、最小荷重時には圧縮塑性状態とならず、見掛け上は、塑性収縮を生じたことと同様の効果をもたらすことになる。

Fig.1には、直前の負荷サイクルで、疲労き裂が成長しないと仮定した場合（case A）の、最小荷重時のき裂開口変位（ $\tilde{V}_j$ ）と、完全に疲労き裂が開口した状態で、 Δc だけ成長した場合（case B）の、最小荷重時のき裂開口変位（ $\tilde{V}_j$ ）の関係を、模式的に示す。図中には、case A に対応して生じる、最小荷重時の作用応力分布と、case B に対応して生じるそれも、同時に示す。Fig.1に示すように、 Δc 成長した直後の最小荷重時において、完全に接触応力が解放される場合には、 Δc 間では、

$$\delta_j = \tilde{V}_j - \tilde{V}_j \quad (1)$$

だけ、き裂開口変位が小さくなる。実際には、き裂閉口が生じるため、 Δc 成長する際に、完全には接触応力は

Fig. 1 Plastic shrinkage at a crack extension

解放されない。すなわち、Laird⁶⁾は、負荷過程でき裂が鈍化し、圧縮過程で先端前方部の座屈によって、き裂先端部から上下 45° 方向に 2 つの“耳”を残し、再鋭化するために、き裂が成長するという、塑性鈍化再鋭化過程を提案している。この場合には、き裂が成長した瞬間には、 Δc 間に働いていた、降伏点に相当する負の内圧が解放され、塑性収縮が生じる。また、先端での局所的な延性破壊を前提とした Tomkins のモデル⁷⁾では、負荷過程でき裂が成長することになるが、その面には凹凸があるため、除荷過程で Δc 間全域にわたって圧縮降伏するとは考えられない。

(1) 式の δ_j は、見掛け上、き裂が成長する際に、実き裂部に取り込まれる引張残留変形層が、結合力およびき裂閉口領域での作用応力が完全に解放された場合に生じる収縮量に対応する。そこで、その収縮する割合は、新しくき裂面となる部分が、き裂となる直前までに受けた累積塑性ひずみ増分 $\Sigma \Delta \epsilon_p$ に、比例するものと仮定する。ただし、 $\Sigma \Delta \epsilon_p$ は、本解析では求められないので、以下のとおり考えることにする。

まず、Fig.2a) に示すように、現在の塑性域が過去の塑性域より前方に成長する場合を考える。き裂前方の任意の点の 1 サイクルにおける塑性ひずみ増分は、き裂先端が任意の点に近づくにつれて急激に大きくなる。したがって、き裂先端がその点に近づき、その点が新しいき裂面となる直前の塑性ひずみ増分は、 $\Sigma \Delta \epsilon_p$ の内、非常に大きな割合を占めることになるものと考えられる。すなわち、 $\Sigma \Delta \epsilon_p$ は任意の点に達した時点の 1 サイクルにおける塑性ひずみ増分で代表できるものと考えられる。そこで、き裂が成長する直前の、最終段階の半サイクル

Fig. 2 Schematic diagram of plastic zone at a crack extension

における塑性ひずみ増分が、 $\Sigma\Delta\varepsilon_p$ に比例するものと仮定すると、

$$\begin{aligned}\Sigma\Delta\varepsilon_p &= \zeta(\Delta\varepsilon_p)_f \\ &= \zeta \left\{ \left(1 - \frac{\sigma_Y}{E'}\right) (V_j)_{max} - \left(1 + \frac{\sigma_Y}{E'}\right) (V_j)_{min} \right\} \\ &\quad / (V_j)_{max} \quad (2)\end{aligned}$$

ただし

- $(\Delta\varepsilon_p)_f$: 最終段階の半サイクルにおける塑性ひずみ増分
- ζ : 比例定数
- $(V_j)_{max}$: 最大荷重時のき裂開口変位
- $(V_j)_{min}$: 最小荷重時のき裂開口変位

となる。

次に、Fig.2b) に示すように、現在の塑性域が過去の塑性域内にある場合を考える。この場合には、現在の塑性域が過去の塑性域より前方にある場合よりも、き裂の成長速度は遅くなる。そのため、上記の最終塑性ひずみ増分と同等レベルの、ひずみ振幅を、多く繰り返すことになるので、 ζ は大きくなる。したがって、 ζ は疲労き裂伝播速度の逆数に、比例するものと考えられる。

さらに、Wheeler のモデル⁸⁾ によると、上記の遅延挙動は、現在の最大荷重時の塑性域寸法 R_s と過去の最大塑性域先端位置 a^* と実き裂先端位置 c の差 $R (= a^* - c)$ で関係づけられる、遅延係数 $\phi (= (R_s/R)^{m_1})$ 、 m_1 : 材料、荷重条件により定まる定数) を用いることで、定常状態の疲労き裂伝播速度に比例することになる。

したがって、

$$\Sigma\Delta\varepsilon_p = \zeta(\Delta\varepsilon_p)_f / \phi \quad (3)$$

と仮定できるものと考えられる。

以上のことから、新しくき裂が成長する Δc 間の引張残留変形層は、

$$\gamma_j = \kappa \delta_j \quad (4)$$

ただし

$$\kappa = \begin{cases} \alpha(\Delta\varepsilon_p)_f / \phi & (\alpha(\Delta\varepsilon_p)_f / \phi < 1) \\ 1 & (\alpha(\Delta\varepsilon_p)_f / \phi \geq 1) \end{cases} \quad (5)$$

ここで

α : 塑性収縮係数

だけ短く、実き裂内に取り込まれることになるものと考えられる (なお、現在の塑性域が過去の塑性域より前方に成長する場合、 $\phi = 1$ とすればよい)。

3. 疲労き裂伝播解析結果および考察

Dugdale モデルの仮想き裂部に、その位置でのき裂開口変位に等しい、完全剛塑性体の棒要素を配置した、Newman によるモデルは⁹⁾、仮想き裂部の開口変位が弾性体 (ただし、作用応力は、降伏点以上にならない) を仮定して、導かれていることと整合性がとれていない。そのため、最小荷重からき裂開口荷重に至る、仮想き裂部における、応力変化が求められず、き裂開口荷重を実際より、かなり小さく与えてしまう¹⁰⁾。

そこで、著者らは、上記棒要素を、Dugdale モデルと整合性をとるために、完全弾塑性体とし、除荷弾性域でも、その応力変化に応じて、仮想き裂領域のき裂開口変位が弾性変形するモデルを導いた⁴⁾。そこでは、同時に、種々の問題に適用できるように、中央貫通き裂材だけでなく、一般の板厚貫通き裂に適用できるように、任

意応力分布下のモデルに拡張し、さらに、除荷時に、き裂が成長するとした塑性収縮係数を導入している。

その結果、Newman が用いているような、3 近くの非常に大きな塑性拘束係数を用いなくても、疲労き裂伝播速度におよぼす応力比、ならびに残留応力の影響を、定量的に予測できることが判明した。しかし、最大荷重が低下する 2 段階繰り返し負荷や過大荷重が作用した場合には、RPG 荷重を小さく見積もり、たとえば、実験では、き裂は停留しないのに、解析では停留するといった、長寿命側（危険側）の評価に繋がる結果が得られた。

そこで、上記解析プログラムで、新しくき裂が成長する際の引張残留変形層の、実き裂内への取り込まれ方を、前節に示したものと入れ換えた。

そして、これまでに報告した、疲労き裂伝播試験結果を再解析することにした。すなわち、供試材 KA36 鋼板より作成した、中央貫通切欠付試験片（試験片幅 $w=50\text{mm}$ 、板厚 $t=4\text{mm}$ ）を用いて実施した、一定振幅荷重下、ならびに 2 段階繰り返し条件下（最小荷重を保持した状態で最大荷重を低下）における疲労き裂伝播試験結果²⁾と、供試材 KA32 鋼板より作成した、中央貫通切欠付試験片（ $w=50\text{mm}$ と 100mm 、 t は共に 4mm ）を用いて実施した、残留応力場における一定振幅荷重下、ならびに過大荷重下における疲労き裂伝播試験結果^{3), 11)}を解析対象とする。なお、これらの試験片は、試験片作成後、 620°C 、 1.5hr 保持の条件で残留応力除去焼鈍（PWHT）を行っている。

解析条件は、平面ひずみ状態とし、中央貫通き裂材における塑性拘束係数 λ は 1.21 とした（実際には、試験片の板厚は 4mm であり、平面応力状態に近く、塑性拘束係数は 1 に近い値となるものと考えられる。しかし、RPG 荷重は、き裂開閉口挙動の結果生じるものであり、単調な負荷条件で決定された λ では、き裂開閉口挙動を推定することはできない。そこで、ここでは、実験における RPG 荷重と一致させるため、 λ は経験的な値（たまたま、 $\lambda=1.21$ で平面ひずみ状態と一致している）を採用した。）。)

各鋼板の静的降伏応力 σ_Y については、上記と同様な PWHT を施した上、実施した丸棒引張試験結果を用い、疲労寿命を推定する際の疲労き裂伝播則（ $da/dN = C(\Delta K_{RP})^m$ ）の材料定数 C 、 m については、疲労き裂伝播試験で計測した RPG 荷重より求めた、 ΔK_{RP} と疲労き裂伝播速度の関係より求めた値を採用した。すなわち、KA36 鋼板については、 $\sigma_Y=352\text{MPa}$ 、 $C = 9.647 \times 10^{-11}$ 、 $m = 2.371$ (SI 単位系)²⁾、KA32 鋼板については、 $\sigma_Y=339\text{MPa}$ 、 $C = 2.145 \times 10^{-11}$ 、 $m = 2.924$ (SI 単位系)³⁾とした。さらに、遅延係数 ϕ の定数 m_1 については、種々の m_1 を用いて case study

を実施した結果、本報告で検討する負荷条件においては、疲労寿命にほとんど影響を与えないことから、 $m_1 = 1$ とした。

なお、通常、き裂発生直後は、切欠底で表面き裂状の非貫通き裂として成長するが、本解析では、このことを無視して、始めから貫通き裂であるとして取り扱っており、き裂発生初期には、RPG 荷重の解析結果と実験結果は一致しない。そのため、ある初期き裂長さから、き裂成長曲線を推定した。

3.1 一定振幅荷重下における疲労き裂伝播解析

応力比 (R) 0.05 、 0.3 、ならびに 0.5 で実施した、KA36 鋼板の一定振幅荷重下における疲労き裂伝播試験について、RPG 荷重を推定した。Fig.3a) には、 $R=0.05$ の試験について、塑性収縮係数 α を種々変化させて、RPG 荷重とき裂長さの関係を推定した結果を示す。図より明らかなように、前報と同様²⁾、 α が大きくなるほど、RPG 荷重は小さくなり、疲労寿命は短くなる傾向にある。また、 $\alpha=0.2$ とした場合、解析結果と実験結果との間には、良い一致が認められることが判明した。

Fig.3b)、c) には、 $R=0.3$ および $R=0.5$ の試験について、上記の検討により得られた $\alpha=0.2$ を用いて、RPG 荷重とき裂長さの関係を推定した結果を、それぞれ示す。図より明らかなように、いずれの場合についても、推定結果と実験結果との間には良い一致が認められる。また、応力比が異なっても、 α は一定として RPG 荷重を定量的に推定できることが判明した。

Fig.3d) には、推定した RPG 荷重を用い、初期き裂長さを 7.5mm (切欠を含む) として、き裂成長曲線を推定した結果をそれぞれ示す。図より明らかなように、推定結果と実験結果を比較すると、 $R=0.3$ の解析結果については、僅かに長寿命側の評価を与えているものの、全体的には良くき裂成長曲線を推定しているものと考えられる ($R=0.3$ の実験結果は、一定振幅荷重下であるにもかかわらず、き裂成長曲線の計測結果にナックル部が認められており、実験中に何らかの不具合が発生した可能性がある。))。

3.2 2 段階繰り返し荷重下における疲労き裂伝播解析

最小荷重を保持した状態で、最大荷重を低下させる 2 段階繰り返し荷重下の疲労き裂伝播試験（材料：KA36 鋼）に対して、RPG 荷重を推定した。遅延減速現象の程度を表す係数 β は、以下のとおり定義することにする。

$$\beta = \frac{\text{第 1step の最大荷重} - \text{第 2step の最大荷重}}{\text{第 1step の最終時の (最大荷重} - \text{RPG 荷重)}} \quad (6)$$

Fig. 3 The change of RPG loads and crack growth curves for various constant stress ratios

なお、この定義では、第1ステップの負荷条件や最大荷重を低下させるき裂長さが異なる場合、 β の大小関係で遅延減速現象の程度を表すことができないことは言うまでもない。

ここでは、第1ステップの負荷条件や最大荷重を低下させるき裂長さ等、試験条件を統一し、 $\beta=0.26, 0.52$ 、ならびに0.78の2段階繰り返し荷重下で行った疲労き裂伝播試験について解析を実施した。なお、 α については、3.1節で得られた0.2を用いて、RPG荷重を推定した。

Fig.4a)～c)には、RPG荷重とき裂長さの関係ならびに初期き裂長さを7.5mm(切欠を含む)として、き裂成長曲線を推定した結果をそれぞれ示す。図より明らかなように、最大荷重を低下させた直後、RPG荷重は一旦上昇し、最大値を示した後、徐々に低下し、次のス

テップの定常状態に漸近していく傾向を示し、 β が大きいほど、すなわち最大荷重の低下量が大きいほど、その遅延減速効果は顕著に現れる傾向にある。

また、RPG荷重の推定結果と実験結果との間には良い一致が認められ、負荷振幅が変化しても、 α は一定(材料固有の値)として、RPG荷重を定量的に推定できることが判明した。

さらに、前報で提案したき裂開閉口モデル⁴⁾を用いた場合、き裂成長曲線を長寿命側(危険側)の評価を与えていたが、図より分かるように、本報で提案したき裂開閉口モデルを用いて推定したき裂成長曲線は、僅かに短寿命側(安全側)の評価を与える傾向にあるものの、精度良くき裂成長曲線を推定しているものと考えられる。なお、Fig.4c)に示すように、 $\beta=0.78$ の場合、実験は

i) RPG load

ii) Crack growth curve

a) $\beta=0.26$

i) RPG load

ii) Crack growth curve

b) $\beta=0.52$

i) RPG load

ii) Crack growth curve

c) $\beta=0.78$

Fig. 4 The change of RPG loads after maximum load changing subjected to cyclic uniform load and crack growth curves

Fig. 5 Residual stress distribution

Fig. 6 The change of RPG loads and crack growth curves in the field of residual stress distribution

2.0×10^7 サイクルまで実施したが、き裂長さに変化がみられなかったため、その分は省略している。また、この試験の RPG 荷重の推定結果から分かるように、最大荷重を低下させた直後の ΔK_{RP} の最小値は、 $0.47 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ となっており、この領域を過ぎるのに、非常に長寿命を費やすことになるが、このことは、上記事実とよく符合しているものと考えられる。

3.3 残留応力場における疲労き裂伝播解析

KA32 鋼を用いて、切欠先端に引張および圧縮残留応力分布を有する、一定振幅荷重下における疲労き裂伝播

試験の RPG 荷重を推定した。Fig.5には、疲労き裂伝播解析に用いた引張 (T 試験片) および圧縮残留応力分布 (C 試験片) を示す。これらの残留応力分布は、計測した試験片長手方向残留応力分布をもとに、切欠の左右の分布を平均化することにより決定した。なお、これらの残留応力は、試験片作成後、PWHT を行い、さらに試験片中央あるいは両端部をガス加熱することにより付与したものである。

Fig.6a)、b) には、Fig.5に示す残留応力分布を用いて求めた、RPG 荷重とき裂長さの関係、ならびに初期き裂長さを 6.5 mm (切欠を含む) としてき裂成長曲線を

i) RPG load

ii) Crack growth curve

a) $\chi=1.5$

i) RPG load

ii) Crack growth curve

b) $\chi=2.0$

i) RPG load

ii) Crack growth curve

c) $\chi=2.5$

Fig. 7 The change of RPG loads and crack growth curves under overload condition

推定した結果をそれぞれ示す。なお、3.1節ならびに3.2節とは材料が異なるため、 α を決定する必要がある。そこで、残留応力が存在しない試験 (N 試験片) の結果をもとに、 α を種々変化させて RPG を推定し、実験結果と比較した結果、 $\alpha=0.3$ とした場合、良い一致が認められることから、この値を採用して解析を実施した。

切欠先端に圧縮の残留応力分布を有する解析において、前報³⁾と同様、き裂先端に引張塑性域が形成され始めても、き裂が開いている状態が現れたので、この場合には、き裂が完全に開口した瞬間を RPG 荷重と定義した。

図より明らかなように、引張残留応力はき裂を開口しやすくするため、RPG 荷重を小さく、また、圧縮残留応力はき裂を閉じやすくするため、RPG 荷重を大きくするが、RPG 荷重の推定結果と実験結果の間には良い一致が認められ、残留応力の有無に関わらず、 α は一定として RPG 荷重を定量的に推定できることが判明した。また、切欠先端に圧縮の残留応力分布を有する解析で推定したき裂成長曲線は、僅かに短寿命側に評価されているものの、残留応力分布の計測精度を考慮すると、精度良くき裂成長曲線を推定しているものと考えられる。

3.4 過大荷重下における疲労き裂伝播解析

KA32 鋼を用いた、過大荷重比 χ (=過大荷重/最大荷重) が、1.5、2.0、ならびに 2.5 の過大荷重下における疲労き裂伝播試験の RPG 荷重を推定した。なお、 α については、3.3節で得られた 0.3 を用いて RPG 荷重を推定した。Fig.7a)~c) には、RPG 荷重とき裂長さの関係、ならびに初期き裂長さを 7mm (切欠を含む) としき裂成長曲線を推定した結果をそれぞれ示す。

図より明らかなように、過大荷重を作用させた直後、あたかも自然き裂に近い状態となるため、RPG 荷重は一旦低下する。その後、き裂伝播に伴い、過大荷重による大きな変形層をき裂内部に取り込むことになるため、RPG 荷重は急激に上昇し、最大値を示した後、徐々に低下して、定常状態に漸近していく傾向を示す。この遅延加速現象は、 χ が大きいほど顕著に現れる傾向にある。また、RPG 荷重の推定結果と実験結果との間には良い一致が認められ、前述した 2 段階繰り返し荷重下における疲労き裂伝播解析と同様、負荷条件が変化しても、 α は一定 (材料固有の値) として、RPG 荷重を定量的に推定できることが判明した。さらに、前報で提案したき裂開閉口モデル⁴⁾を用いた場合、 $\chi=2.0$ については、過大荷重負荷後き裂は伝播するものの、事実上停留、 $\chi=2.5$ については停留するという長寿命側 (危険側) の評価を与えた¹¹⁾ が、図より分かるように、本報で提案した、き裂開閉口モデルを用いて推定したき裂成長曲線は、安全側の評価を与えており、精度良くき裂成長曲線を推定

しているものと考えられる。

4. 結 言

引張残留変形層が疲労き裂の成長に伴い、実き裂内に取り込まれる際の、塑性収縮について考察することにより、先に提案したき裂開閉口モデルを改良した。そして、種々の条件下における、疲労き裂伝播解析を実施することにより、改良したき裂開閉口モデルの有効性を検討した。得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- (1) 疲労き裂伝播速度におよぼす応力比、残留応力ならびに負荷条件の影響を定量的に評価でき、提案したき裂開閉口モデルの有効性が確認された。
- (2) 塑性収縮係数 α は、材料固有の値として疲労き裂伝播挙動を推定できる。

塑性収縮係数 α は、材料の靱性あるいは伸びと関係があり、脆い材料ほど α は大きくなるものと考えられるが、このことについては今後の研究課題である。

謝 辞

本研究には、日本造船研究協会第 219 研究部会の研究成果の一部を使用させていただいた。また、本研究は文部省科学研究費「奨励研究 (A)」(研究代表者：丹羽敏男) の一部として実施した。

参 考 文 献

- 1) 豊貞、丹羽、山口、武中、荒巻、真崎：極低き裂伝播速度領域における疲労き裂伝播則について — RPG 規準による疲労き裂伝播挙動の研究 (第 3 報) —、日本造船学会論文集、Vol.172,(1992),p.589
- 2) 豊貞、丹羽、山口：長いき裂に対する疲労き裂遅延減速現象とき裂停留条件について — RPG 規準による疲労き裂伝播挙動の研究 (第 6 報) —、日本造船学会論文集、Vol.176,(1994),p.439
- 3) 豊貞、丹羽：残留応力場における疲労き裂伝播挙動 — RPG 規準による疲労き裂伝播挙動の研究 (第 7 報) —、日本造船学会論文集、Vol.178,(1995),p.505
- 4) 豊貞、丹羽：RPG 荷重のシミュレーション — RPG 規準による疲労き裂伝播挙動の研究 (第 5 報) —、日本造船学会論文集、Vol.176,(1994),p.427
- 5) 豊貞、丹羽、後藤、坂井： ΔK_{RP} の物理的意味と構造物の疲労寿命推定法 — RPG 規準による疲労き裂伝播挙動の研究 (第 8 報) —、日本造船学会論文集、Vol.180,(1996),p.539

- 6) C. Laird: The Influence of Metallurgical Structure on Mechanism of Fatigue Crack Propagation, ASTM STP-415, (1967), p.131
 - 7) B. Tomkins : Fatigue Crack Propagation-an analysis, Phil. Mag., 18, (1968), p.1041
 - 8) O. E. Wheeler : Spectrum Loading and Crack Growth, Trans. ASME J. of Basic Engng., 94, 1, (1972), p.81
 - 9) J. C. Newman Jr. : A Crack-Closure Model for Predicting Fatigue Crack Growth under Aircraft Spectrum Loading, NASA Tech. Memo., 81941, (1981)
 - 10) 豊貞、岡本、藤原 : き裂開閉口を考慮した疲労き裂伝播モデル、日本造船学会論文集、Vol.152, (1983), p.371
 - 11) SR219 研究部会 : き裂伝播解析手法の実用化に関する研究、(社) 日本造船研究協会、平成 6 年度報告書 (1995)、平成 7 年度総合報告書 (1996)
-