練習船の操縦性能に関する模型実験と実海域実験

正員 上 野 道 雄* 正員 二 村 正*
 正員 宮 崎 英 樹* 正員 藤 原 敏 文*
 正員 野 中 晃 二* 正員 矢 吹 英 雄**

Model Experiment and Sea Trial for Investigating Manoeuvrability of a Training Ship

by Michio Ueno, *Member* Tadashi Nimura, *Member*
 Hideki Miyazaki, *Member* Toshifumi Fujiwara, *Member*
 Koji Nonaka, *Member* Hideo Yabuki, *Member*

Summary

Captive model tests, free running model test and actual ship trials for investigating manoeuvrability of a training ship are carried out. At sea trial of the training ship, data for ship speed, propeller revolution, wind speed and direction, current speed and direction and so on are collected through information processing system using local area network equipped in the training ship.

Simulation model is constructed based on experimental information of captive model tests. After confirming that this simulation is valid by comparing calculated model ship motions with those of free running model tests data manoeuvring motions of the training ship at sea are simulated by calculation.

It is clarified that data obtained through the information processing system using local area network of the training ship is reliable and that simulation well describes manoeuvring motion of the training ship at sea even in wind and current conditions.

1. 緒言

船の操縦性能を明らかにするためには、最終的には実海域における操縦性能試験が必要と考えられる。しかし、実海域における操縦性能試験データの信頼性がしばしば十分ではないことや風や波、潮流といった外乱情報の不足のため実海域における試験結果を適切に評価することはそれほど容易ではない。

1997年に就航した航海訓練所の練習船¹⁾は船内LANによる情報処理システムを装備しており、このシステム

を利用することによって、多種類のデータを統一した時系列データとして取得することができる。これらのデータには船速や舵角、プロペラ回転数の他、風向や風速、潮流の流向や流速に関するデータが含まれている。著者らは本練習船の建造段階から操縦性能に関する拘束模型実験や自由航走模型実験を実施するとともに建造後は実海域における実船実験や水面上構造模型による風洞実験を実施してきた。

上述のような模型と実船に関する比較的豊富なデータは本練習船の操縦性能を検討する上で有用であると考えられる。とりわけ、実海域における風と潮流のデータが得られていることは、IMO(国際海事機関)の操縦性暫定

* 海上技術安全研究所

** 航海訓練所

Table 1 Principal dimensions of a training ship.

Item	Ship	Model
Length: L(m)	105.00	4.2900
Breadth: B(m)	17.90	0.7313
Draft: d(m)	5.96	0.2435
trim(m)	0.0	0.0
lcb(%L aft from midship)	2.14	2.14
Displacement(ton)	5827.0	0.3870
Prop. diameter: D_p (m)	4.70	0.1859
Prop. pitch: P(m)	4.94	0.2060
P/ D_p	1.05	1.1079
Prop. ex. area ratio	0.65	0.61
Prop. blade number	4	4
Rudder area: A_R (m ²)	10.03	0.0223
A_R/L_d	1/65.9	1/46.8
Rudder aspect ratio: λ	1.8650	1.4694

基準に関する検討項目の一つとしても取り上げられている操縦性能に対する外乱の影響評価といった問題を検討する上で重要であると考えられる。

本報告では、まず基本的な操縦流体力等を求めるための拘束模型実験結果の一部について述べる。次に、自由航走模型実験結果とそのシミュレーション計算結果との比較検討によってシミュレーション計算の有効性についての検証をおこなう。さらに、実船対応のシミュレーション計算と実海域実験データとの比較検討によって、本練習船の船内LANによる情報処理システムで得られたデータの信頼性を検証し、実海域の風と潮流の影響下での実船の操縦運動を解析することとする。

2. 模型実験と操縦運動シミュレーション計算

本研究が対象としている練習船に関しては、その建造段階から船舶技術研究所その他で各種の模型実験が実施されてきた²⁾。著者らは、操縦運動に関して拘束模型実験と自由航走模型実験を実施してきた。拘束模型実験には斜航試験や荷重量変更試験等が、自由航走模型実験³⁾⁴⁾⁵⁾には、速度試験、旋回試験、逆スパイラル試験、Z操舵試験、停止試験、加速旋回試験等が含まれている。また、外乱としての風の影響を調べるための風洞実験と、停止状態を対象とした波漂流力の計算⁶⁾もおこなっている。ここでは、これらの模型実験結果の一部として斜航試験と荷重量変更試験、風洞実験の結果について述べ、これらの結果を用いたシミュレーション計算の有効性を自由航走模型実験結果との比較によって検証することとする。

2.1 拘束模型実験結果

斜航試験および荷重量変更試験に用いた模型船の主要寸法を実船の主要寸法とともに Table 1に示す。舵とプロペラの要目は模型実験以降の設計変更のため実船と模

Fig. 1 Forces and moment in oblique motion.

型船で異なったものとなっている。この実験に使った模型プロペラのピッチは変更可能であるが、プロペラ回転中にピッチを変化させられる機構にはなっていない。また、舵はフラップ舵である。

Fig. 1に斜航試験結果を示す。Fig. 1では、横軸の斜航角 (β) は船の前進状態から後進状態までの広い範囲をとっており、舵とプロペラがついている状態 (HPR) と舵とプロペラともについていない状態 (H) の2種類のデータを示している。プロペラは停止の状態にある。これらのデータから操縦運動中の斜航に関する流体力微係数を求めることができる。

Fig. 2に荷重量変更試験の結果を示す。Fig. 2はプロペラのピッチは基準状態の25.5度で、舵角が0度の状態のものである。無次元化にはプロペラ回転数 (n) とプロペラピッチ (P) を用いており、横軸は前進定数 $J (= U/nP, U: \text{船速})$ を表す。荷重量変更試験においては、プロペラピッチを基準ピッチにした状態のほか、後進ピッチ2種類についても実験をおこなっており、さらに、これらのピッチ角それぞれについて舵角0度の状態のほか右35度および左35度の状態でも計測している。Fig. 2は前進と後進それぞれの状態に対してプロ

Fig. 2 Forces and moment for variable propeller load condition.

ペラ順転と逆転の状態を組み合わせで示している。実船は可変ピッチプロペラを装備しており、速度の変更や逆転停止に至るまでプロペラピッチを変化させることが実際上は多いと考えられるが、練習船という性格上、固定ピッチで逆転状態をとることも考えられる。自由航走模型実験や実船における固定ピッチ状態のプロペラ逆転停止試験のシミュレーション計算にはFig. 2に示すようなデータが必要となる。

斜航試験や荷重度変更試験は操縦性能を推定する上で最低限必要な平水中の流体力微係数等を求めるためのものである。しかし、実海域での実船データには風や波といった外乱成分が混入してくることは避けられない。

そこで、風に関しては、練習船の水面上形状の模型(長さ1.05m)を用いた風洞実験によって風荷重(X_A, Y_A, N_A)の計測をおこなった。Fig. 3に風洞実験結果を示す。実海域の風は上下方向にある風速分布を持っており、その分布が風のおよぼす力に影響する⁷⁾と考えられる。風洞実験では、Fig. 3中に示すように、粗面板を用いない風洞固有の風速分布と、粗面板を用いて海上風を模擬し

Fig. 3 Wind profile, wind forces and moment.

た風速分布の2種類の状態で計測を実施した。無次元化に用いた風速(U_A)には実船の風速計位置に対応する高さ(模型寸法で水面から306.5mm)での風速を用いた。Fig. 3の結果から、相対風向角に対する風による力とモーメントの傾向が風速分布に影響されることがわかる。相対風向角は0度が正面向かい風、180度が追い風の状態である。後述する実船のシミュレーション計算では、実際の風向および風速の計測値をもとに、この模型実験結果のうちの粗面板を使って海上風分布を模擬した状態の結果から実船に働く風の力を推定した。

2.2 自由航走模型実験結果とシミュレーション計算結果

本練習船の操縦運動を評価するため本船を対象とした

Fig. 4 Steady turning characteristics (model).

シミュレーション計算をおこなうこととした。操縦運動方程式には、本練習船がフラップ舵を装備していることを考慮⁸⁾したMMG型⁹⁾のモデルを用いることとし、シミュレーション計算に必要なすべての係数は前節で述べた模型実験や他の模型実験結果²⁾を利用して決めることとした。操縦運動方程式の詳細はAppendixに示すとおりである。以下では、水槽において風や波の影響が少ない状態で実施されている自由航走模型実験結果との比較検討によってシミュレーション計算の基本的有効性を確認する。

定常旋回時の無次元旋回角速度(r')と船速比、斜航角、推力(T)をFig. 4に示す。船速比は直進時の船速(U_0)との比をとったものである。斜航角の一部に若干の定量的な差が見られるもののシミュレーション計算結果は模型実験結果とよい対応を示していることがわかる。

実船船速10kt相当での左35度旋回時の航跡と旋回角速度(r)、斜航角、船速比、推力の時系列データをFig. 5に示す。ここでも斜航角の定常値に実験と計算に若干の差が認められるが、過渡状態を含めてシミュレーション計算は模型船の現象をよくとらえていると考えられる。

実船船速10kt相当での右20度Z操舵時の航跡と舵角(δ)、船速、斜航角、旋回角速度、船首方位角(ψ)、推力の時系列データをFig. 6に示す。4回目の操舵の時刻に

Fig. 5 Left 35deg. turn (model).

は少し差が見られるが、3回目の操舵まではいずれの計測項目もシミュレーション計算結果と非常によく一致を示していることがわかる。

実船船速10kt相当での逆転停止時の航跡と船速、斜航角、旋回角速度、推力の時系列データをFig. 7に示す。プロペラ回転数は正転6.25rpsから逆転7.50rpsまで0.4412rps/sの変化率で減少させた。舵位置は中央に保った状態にある。このシミュレーション計算でのプロペラ逆転時の流体力にはFig. 2の荷重量変更試験のデータを用いた。シミュレーション計算は船速が十分小さくなった時点で終了している。

旋回角速度にやや定量的な差が見られるものの、シミュレーション計算結果は実験結果をよく説明していると考えられる。推力のシミュレーション計算結果の途中にスパイク状に値が変化する箇所が見られるが、これはプロペラ回転数がほぼ零になる点であって、前進定数が無限小あるいは無限大になる点に対応する。この模型実

Fig. 6 Right 20 deg. Z manoeuvre (model).

験の場合、プロペラ回転数は滑らかに正転から逆転に変化しているため、上述の現象は回転数零付近のごく限られた状態における力の推定誤差によるものと考えられるが、全体の傾向に対しては大きな影響をおよぼしていないことがこのシミュレーション計算結果からわかる。

以上の自由航走模型実験結果との比較検討によって本シミュレーション計算は練習船の操縦運動を記述する上で有効であると考えられる。

3. 実海域における実船実験とシミュレーション計算

3.1 実海域実験と実船対応計算

操縦性能に関する実海域実験は1997年8月と10月、1998年1月(2回)と5月に実施された。1998年1月の1回目までは縦揺れや横揺れ等の船体運動も計測したが、これらの計測時には波はほとんどなく風も弱い海象下であった。一方、1998年1月の2回目と同年5月の実験では、ある程度の風の影響は認められたが波による影響は

Fig. 7 Stopping with 0 deg. rudder angle (model).

小さいと考えられる状況であった。

本練習船には電磁ログや光ファイバージャイロ等の計測機器も装備されているが、以下で示すデータはGPSとドップラーソナー、風向風速計、ジャイロコンパス、舵角指示器に基づくものであり、すべて対地データとして表示している。

実海域における実船対応のシミュレーション計算をおこなうため、前節の模型船対応のシミュレーション計算に用いた係数のうちの伴流係数と抵抗に関する係数を実船に対応するように推定して変更した。さらに、最終的に建造された実船のプロペラと舵は模型実験段階からの設計変更がなされたため、この設計変更に対応しておこなわれた一部追加の模型実験結果も参考にして実船対応の係数の推定をおこない、シミュレーション計算をおこなうこととした。

3.2 実海域における実船操縦運動とシミュレーション計算

自由航走模型実験は前述のようにプロペラピッチを固定して実施せざるを得なかったが、実海域の実船実験でも可変ピッチ状態での計測¹⁰⁾に加えて、一部の計測で模型実験に対応した固定ピッチ状態での計測がおこなわれた。ここでは固定ピッチ状態での実海域実船データを取り上げてシミュレーション計算結果と比較検討するこ

Fig. 8 Right 35 deg. turn (ship).

とする。

実海域における一連の計測では、前述のように波の影響はほとんどないと考えられる海象下であったことから、シミュレーション計算に波の影響は考慮しないこととした。風と潮流については、船内LANのデータにこれらが含まれているため、風と潮流の影響を考慮した実船対応のシミュレーション計算をおこなうこととした。以下に示す例では風と潮流のデータは計測中に大きくは変動しなかったためシミュレーション計算では風向と風速および潮流方向と潮流速度は計測データの平均値で一定として計算した。風についてはFig. 3のデータをもとに時々刻々の相対風向と相対風速の関数として風の力とモーメントを計算して外力として入力した。また、潮流については潮流方向へ潮流速度で流されるものとして計算した。

Fig. 9 Left 35 deg. turn (ship).

3.2.1 35度旋回

Fig. 8に船速10kt、右35度旋回時の航跡と船速、斜航角、旋回角速度の結果を示す。プロペラ翼角は、標準の25.5度ではなく16.9度の固定ピッチ状態となっている。直進状態の船速は10ktである。プロペラ翼角16.9度のプロペラ性能は標準ピッチ状態のデータ等から推定した。この計算の波と風の条件は、対地風速(U_A)6.67m/s、対地風向(ψ_A) -2.62° 、対地潮流速度(U_C)0.36m/s、対地潮流方向(ψ_C) 82.98° である。対地風向と対地潮流方向は操舵開始時の船首方位角を0度として時計回りを正とした上流方向を示している。したがって、この実船データでは、風に関しては操舵時において向かい風、潮流に関しては操舵時に右舷側から流れてくる状態となっていることになる。波については船内LANのデータによれば有義波高が1.21m、有義波周期が7.45秒であり、必ずしも無視できる波の条件ではないが大きな影響を与えるほどではないと考えられる。

Fig. 8中の航跡図の中には計測中の潮流の軌跡図も別途示している。この図は操舵開始時に原点にあった流体

Fig. 10 Right 20 deg. Z manoeuvre (ship).

が計測中に潮流のみによって移動する航跡を表しており、これによって潮流影響の程度を知ることができる。旋回角速度の立ち上がりがシミュレーション計算結果の方がやや早く、400秒前後の船速と斜航角に若干の差が見られるほかは実海域データとシミュレーション計算結果は比較的良好な対応をしていると考えられる。潮流の影響は約2.5船長分左に流すように影響していることがわかり、航跡全体のゆがみの大きな部分を占めるものと思われる。

船速10kt、左35度の旋回時の結果をFig. 9に示す。この計測でもプロペラ翼角は16.9度の固定ピッチ状態となっている。この計算では、対地風速6.43m/s、対地風向0.48度、対地潮流速度0.41m/s、対地潮流方向70.09度である。波については船内LANのデータでは有義波高が1.23m、有義波周期が7.33秒で、右35度旋回の場合とほぼ同じ状態であることがわかる。また、計算結果についても、右35度旋回の場合と同じように船速の低下がシミュレーション計算結果では計測値ほど大きくないため、旋回角速度がよい一致を示しているのにもかかわらず航跡で旋回半径がシミュレーション計算結果の方がやや大きくなる結果となっている。しかし、それ以外は風および潮流下の運動の特徴をよく捉えていると

Fig. 11 Left 20 deg. Z manoeuvre (ship).

思われる。

3.2.2 Z操舵

船速10kt、右および左20度Z操舵の結果をそれぞれFig. 10およびFig. 11に示す。右20度Z操舵の場合は対地風速3.51m/s、対地風向-118.68度、対地潮流速度0.09m/s、対地潮流方向-155.20度、左20度Z操舵の場合は対地風速4.08m/s、対地風向-116.25度、対地潮流速度0.17m/s、対地潮流方向164.85度となっており、潮流の影響は小さい状況にある。波については船内LANのデータでは右20度Z操舵の場合には有義波高が0.61m、有義波周期が9.31秒、左20度Z操舵の場合には有義波高が0.63m、有義波周期が9.82秒であり、その影響は小さいものと考えられる。プロペラ翼角は標準の25.5度であるが、プロペラ回転数を低くすることによって直進状態の船速は前述の35度旋回の場合と同じく10ktとなっている。

いずれの状態も風は操舵前の直進時に左舷やや後方からの風となっており、航跡にその影響が若干見られる。操舵時刻はシミュレーション計算結果の方がやや速くなる傾向が見られるが、それでも第3操舵くらいまでは

Fig. 12 Stopping with right 35 deg. rudder angle (ship).

Fig. 13 Stopping with left 35 deg. rudder angle (ship).

時刻歴によい一致が見られる。実海域データの斜航角には波周期に近い高周波の振動が見られるが、シミュレーション計算結果は旋回角速度や船速低下の様子においても実海域の状態をよく表していると思われる。船首方位角についてもシミュレーション計算結果は実海域データをよく説明しており、IMOの操縦性暫定基準で問題となるオーバーシュート角もシミュレーション計算結果と実験結果はよく一致していると言ってよいと思われる。

3.2.3 逆転停止

逆転停止試験の結果を Fig. 12と Fig. 13に示す。いずれもプロペラ翼角 25.5° で直進時 10kt の船速である。Fig. 12は舵を右 35° にとった場合、Fig. 13は左 35° にとった場合の結果である。風と潮流については右 35° に舵を取った場合は対地風速 4.58m/s 、対地風向 -25.10° 、対地潮流速度 0.73m/s 、対地潮流方向 5.22° であり、左 35° に舵を取った場合は対地風速 4.67m/s 、対地風向 -70.84° 、対地潮流速度 0.33m/s 、対地潮流

方向 -4.23° である。波については、右 35° の場合は有義波高が 0.27m 、有義波周期が 6.33 秒、左 35° の場合は有義波高が 0.24m 、有義波周期が 7.22 秒であり、前述のZ操舵の場合以上にその影響は小さいものと考えられる。

実船データでは舵を取る時刻とプロペラ回転数が減少し始める時刻には若干差があるが、シミュレーション計算ではプロペラ回転数が減少し始める時刻を時刻0とし、この時点での船の状態を初期状態として入力した上で、実船で計測されたプロペラ回転数および舵角の時系列をシミュレーション計算の入力に用いた。シミュレーション計算における舵の効果はプロペラが正転の状態のみで考慮している。また、プロペラ逆転時に船に働く流体力には自由航走模型実験対応のシミュレーション計算の場合と同じく、Fig. 2のデータを用いた。

船速の変化はほぼ実験結果とよい一致を示しているが、旋回角速度はプロペラ回転数が負になる付近からシミュ

レーション計算結果と計測結果には大きな開きが出てくる傾向が見られる。そのため、航跡には停止直前のところで計測結果にはない挙動がシミュレーション計算結果に現れる結果となっている。これらのプロペラ逆転の状態における差の原因は主としてプロペラ逆転時に働く力が Fig. 2 の値と異なるためと思われる。実際、プロペラ正転時の流体力はプロペラの設計が変更された後に再度模型実験を実施してその性能を確認し、そのデータが本シミュレーション計算に反映されているのに対し、プロペラ逆転時の再実験はおこなっておらず、したがって、実船のプロペラ逆転時の流体力は本計算に用いた Fig. 2 の値と大きく異なる可能性が考えられる。

しかし、プロペラが逆転に入るまでの挙動は計算でも十分精度よくシミュレートできていると思われる。特に、Fig. 12 と Fig. 13 の計測値の傾向の違いに見られる舵力の影響の差は、風および潮流下においてもシミュレーション計算がよく表現していると考えられる。

4. 結言

練習船の操縦性能に関して、その設計段階から模型実験による拘束模型実験および自由航走模型実験を実施して実船の性能推定や設計変更のための基礎データを収集してきた。建造後は実海域における操縦性能評価のための実船データの計測もおこない、風や潮流といった外乱下における実海域データを収集することができた。

最終的な建造段階で、操縦性能にとって最も重要な舵とプロペラに関する設計変更がなされたため、厳密な意味では模型船と実船の相関に関する問題を検討できなかったが、今回、模型実験データとの比較検討によって検証された操縦運動モデルを用いることにより、実海域という外乱下での実船の操縦運動がシミュレーション計算でよく説明できることが確認された。ただ、逆転停止性能については、プロペラが逆転に入るまでの挙動はよく推定できたもののプロペラが逆転に入ってから推定に計測結果とシミュレーション計算結果に定量的な差が見られることから、プロペラ逆転時の流体力の推定がプロペラと舵の異なる模型実験による推定では十分ではないことも明らかとなった。

今回の実海域における実船の操縦性能計測とそのシミュレーション計算によって、船内 LAN による情報処理システムを用いて収集された操縦性能関連データの信頼性が確認されたと考えられる。特に風と潮流といった外的要因を表すデータの信頼性が確認されたことは実海域での操縦性能推定にとって重要であると考えられる。

今後、外乱下の実海域データから平水中の操縦性能をどのような手法で推定できるかといった重要な問題等を

取り扱う際にも、本研究で得られたデータが有効に活用されることが期待される。また、現在の船内 LAN による情報処理システムに含まれていない波の時系列データや縦揺れ、横揺れといった船体動揺のデータについても今後整備していくことが実海域における船の性能を評価する上で重要であると考えられる。

謝 辞

本研究進めるにあたって模型実験および実海域実験のデータ解析等に関してご指導いただきました住友重機械工業(株)佐々木紀幸博士ならびに北海道大学芳村康男教授(元住友重機械工業(株))に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 矢吹英雄, 倉持貴好: 航海訓練所練習船「青雲丸」の概要, 日本造船学会誌, 第 826 号, (1998), pp. 262-267.
- 2) 練習船青雲丸-建造の記録-, 航海訓練所, 1997.
- 3) 上野道雄, 二村 正, 藤原敏文, 野中晃二: 自由航走模型船を用いた操縦性能実験への GPS の応用, 船舶技術研究所研究発表会講演集, 第 68 回, (1996), pp. 228-233.
- 4) 上野道雄, 二村 正, 藤原敏文, 野中晃二: 自由航走模型船を用いた操縦性能実験における GPS(RTK-OTF 測位システム)の有効性について, 関西造船協会誌, 第 228 号, (1997), pp. 113-122.
- 5) Ueno, M., Nimura T., Fujiwara T. and Nonaka, K.: Evaluation of RTK-OTF positioning system for free running manoeuvrability test of a model ship, Proceedings of Oceans '97, (1997).
- 6) Ueno, M., Nimura T.: On steady drifting motion of a ship in waves, Proceedings of 5th IFAC conference on manoeuvring and control of marine craft, (2000), pp. 393-398.
- 7) 藤原敏文, 上野道雄, 二村 正: 船体に働く風圧力の推定, 日本造船学会論文集, 第 183 号, (1998), pp. 77-90.
- 8) 芳村康男, 佐々木紀幸, 竹川正夫: フラップ舵を装備する船舶の操縦性能とその推定, 日本造船学会論文集, 第 181 号, (1997), pp. 191-196.
- 9) 平野雅祥, 高井忠夫, 松本憲洋: 造船設計への操縦運動モデルの応用 II-実船の操縦性能推定-, 第 3 回操縦性シンポジウム, 日本造船学会, (1981), pp. 101-136.

- 10) 矢吹英雄, 佐々木紀幸, 芳村康男: CPP 1軸1舵船の停止性能について-実船実験によるFPPとの比較-, 日本航海学会論文集, 第101号, (1999), pp. 95-102.

Appendix

操縦運動を記述する運動方程式⁹⁾を次のように表す。

$$\left\{ \begin{array}{l} (m + m_x)\dot{u} - (m + m_y)vr = X_{uu}u^2 + X_{vr}vr \\ \quad + (1-t)T - (1-t_R)F_N \sin \delta + X_A + X_W \\ (m + m_y)\dot{v} + (m + m_x)ur = Y_vv + Y_r r \\ \quad + Y_{vv}v|v| + Y_{rr}r|r| + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 \\ \quad - (1 + a_H)F_N \cos \delta + Y_A + Y_W \\ (I_z + J_z)\dot{r} = N_vv + N_rr + N_{vv}v|v| + N_{rr}r|r| \\ \quad + N_{vvr}v^2r + N_{vrr}vr^2 \\ \quad - (x_R + a_Hx_H)F_N \cos \delta + N_A + N_W \end{array} \right. \quad (1)$$

ここで、 m は船の質量、 I_z は船首揺れに関する慣性モーメントを表す。 m_x と m_y 、 J_z はそれぞれ前後揺れと左右揺れ、船首揺れに関する付加質量を表す。 u と v 、 r はそれぞれ前進速度と横方向速度(右舷側を正)、回頭角速度(右回頭を正)を表し、 $\dot{u}$ 等は前進速度等の時間微分を表す。また、右辺の u と v 、 r に関する各項は粘性に起因する流体力を表す。 T はプロペラ推力、 t は推力減少率を表す。 F_N は舵直圧力、 δ は舵角、 x_R は舵位置の前後方向座標、 t_R と x_H 、 a_H は船体と舵との干渉係数を表す。 X_A と Y_A 、 N_A は風による力とモーメント、 X_W と Y_W 、 N_W は波による力とモーメントをそれぞれ表す。

舵直圧力 F_N は次式で表す。

$$F_N = \frac{\rho}{2} f_\alpha(\lambda) a(\delta) A_R U_R^2 \sin \alpha_R \quad (2)$$

ここで、 ρ は水の密度を表し、 A_R は舵面積を表す。 a は舵角 δ を変数とするフラップの効果を表す関数⁸⁾、 f_α は次式で定義される舵の縦横比 λ を変数とする揚力傾斜を表す。

$$f_\alpha(\lambda) = \frac{6.13\lambda}{2.25 + \lambda} \quad (3)$$

U_R は舵有効流入速度を表し、次式で定義される。

$$U_R = U(1 - w_R)\sqrt{1 + cg(s)} \quad (4)$$

ただし、

$$c = \begin{cases} 0.935(\delta - \delta_i \geq 0) \\ 1.065(\delta - \delta_i < 0) \end{cases} \quad (5)$$

$$g(s) = \frac{\eta\kappa 2 - (2 - \kappa)ss}{(1 - s)^2} \quad (6)$$

$$\eta = \frac{D_P}{H}, \quad \kappa = 0.6 \frac{1 - w_P}{1 - w_R} \quad (7)$$

であって、ここで、 U は船速、 D_P はプロペラ直径、 H は舵高さ、 δ_i は直進時の舵角を表す。 s はプロペラスリップ、 w_P はプロペラ位置での伴流係数を表し、次式で計算される。

$$1 - w_P = 1 - w_{P0} \exp(-4.0\beta_P) \quad (8)$$

ただし、

$$\beta_P = \beta - x_P r / U \quad (9)$$

であって、ここで、 β は斜航角、 x_P はプロペラ位置の前後方向座標を表す。 w_{P0} は直進状態におけるプロペラ位置での伴流係数を表す。

w_R は舵位置での伴流係数を表し、直進時の値を w_{R0} として次式で計算される。

$$w_R = w_{R0} \frac{w_P}{w_{P0}} \quad (10)$$

α_R は舵有効流入角を表し、次式で与える。

$$\alpha_R = (\delta + \delta_i) - \gamma_R \beta_R \quad (11)$$

ただし、

$$\beta_R = \beta - 2.0x_R r / U \quad (12)$$

$$\gamma_R = \frac{(1 - s)}{\sqrt{(1 - s)^2 + 0.6\eta(2 - 1.4s)s}} c_s \quad (13)$$

$$c_s = \begin{cases} c_3 \beta_R (\beta_R \leq c_{s0}/c_3) \\ c_{s0} (\beta_R > c_{s0}/c_3) \end{cases} \quad (14)$$

$c_{s0} = 0.5, c_3 = 0.45$

である。

プロペラ逆転時は(1)式の舵および推力の項に替わってFig. 2に示す前進定数 J の関数である力およびモーメント X_0 、 Y_0 、 N_0 が働くものとする。したがって、操縦運動方程式は次式となる。

$$\left\{ \begin{array}{l} (m + m_x)\dot{u} - (m + m_y)vr = X_{uu}u^2 + X_{vr}vr \\ \quad + X_0 + X_A + X_W \\ (m + m_y)\dot{v} + (m + m_x)ur = Y_vv + Y_r r \\ \quad + Y_{vv}v|v| + Y_{rr}r|r| + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 \\ \quad + Y_0 + Y_A + Y_W \\ (I_z + J_z)\dot{r} = N_vv + N_rr + N_{vv}v|v| + N_{rr}r|r| \\ \quad + N_{vvr}v^2r + N_{vrr}vr^2 + N_0 + N_A + N_W \end{array} \right. \quad (15)$$

潮流の影響に関しては、船が時々刻々の潮流速度で潮流方向に流されるものとして計算する。