洋上での高精度 GPS 計測法 (第 1 報)

— 基線長の影響を受けない初期位相不定性の決定法 —

正員 一色 浩*

Precise GPS Positioning in Ocean (The 1st Report)
— Determination of Initial Phase Ambiguities
Not Influenced by the Baseline Length —

by Hiroshi Isshiki, Member

Summary

When precise GPS positioning is applied in ocean, the baseline length becomes too long, since the reference point can't be placed near. In the present report, a solution for the problem is proposed from a new viewpoint. According to the present method, a possibility for the precise GPS positioning may be developed. In the present report, determination of initial phase ambiguities not influenced by the baseline length is discussed.

1. 緒 言

洋上で科学的な計測を行う場合、センサーの高精度がジョーニングは極めて重要である。高精度ポジショニングには、観測量として GPS 搬送波の位相の 2 重差を用いる方法が有効な方法である。しかし、洋上では観測点の近くに基準点を設置できない。洋上で位相を用いる高精度計測を行う場合、従来の方法では基線長が長くなってしまい、以下の問題を生むため、現在でも未解決の問題となっている。

(1) 基準点および観測点受信機に対する信号電波の伝播経路の違いが大きくなりすぎて、2 重差を用いても観測誤差が十分に除去できない。

(2) そのために、初期位相の不定性が決定できない。

本法では、従来の方法を見直して、新しい観点からこの問題を解決しようとするものである。そのために、基線長の影響を受けない初期位相不定性の決定法について述べる。

初期位相不定性の決定法に関して、数学的にはいろいろな方法が考えられるが、超長基線の場合に精度的に有効と思われるのは、2 周波受信機による観測を行い観測方程式からワイドレーンの初期位相不定性を直接決定し、これを用いて L1 の初期位相不定性を決定する方法である。この方法では、電離層や大気の影響を受けないで、初期位相不定性を決定できる。精度を上げるために

は、2 重差を取ることと、数分間の観測値の平均を取る。

この方法では、受信機が動いている場合でも受信機と衛星の組み合わせごとに初期位相不定性の 2 重差を精度よく決定できる。特に、近接する受信機間の場合には、2 重差により観測誤差の十分な除去が可能となる。

受信機の座標は別途求める必要がある。初期位相不定性が既知であるので、精度の高い L1 の 2 重差観測方程式を最小二乗法で解けばよいが、GPS 信号伝播路に起因する誤差、すなわち電離層および大気層による遅延を推定する必要がある。

2. 2 周波観測方程式を用いる初期位相不定性の解法

Fig. 1 に観測システム概念図を示す。

Fig. 1 Positioning system

* (有) 数理解析研究所

基準点受信機 ($\alpha=0$) は位置が既知の点に、観測点受信機 ($\alpha=1$) は移動物体上に設けるが、本論文の議論は基準点が動いている場合にも成立する。

時刻を t とし、衛星 i と受信機 α との間の L_κ , $\kappa=1,2$ 波による擬似距離を $P_{\kappa\alpha}^i(t)$, 位相距離を $\Phi_{\kappa\alpha}^i(t)$, 真距離を $\rho_{\kappa\alpha}^i(t)$, L_1 波の電離層遅延を $I_{\kappa\alpha}^i(t)$, 大気層遅延を $T_{\kappa\alpha}^i(t)$ とすると、GPS 受信機による観測方程式 (Dual Frequency Observation Equation) は

$$P_{1\alpha}^{*i}(t) = \rho_{1\alpha}^i(t) + I_{1\alpha}^i(t) + T_{1\alpha}^i(t) + e_{1\alpha}^i(t) \quad (1a)$$

$$P_{2\alpha}^{*i}(t) = \rho_{2\alpha}^i(t) + \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 I_{2\alpha}^i(t) + T_{2\alpha}^i(t) + e_{2\alpha}^i(t) \quad (1b)$$

$$\Phi_{1\alpha}^{*i}(t) = \rho_{1\alpha}^i(t) - I_{1\alpha}^i(t) + T_{1\alpha}^i(t) + \lambda_1 N_{1\alpha}^i(t) + \varepsilon_{1\alpha}^i(t) \quad (1c)$$

$$\Phi_{2\alpha}^{*i}(t) = \rho_{2\alpha}^i(t) - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 I_{2\alpha}^i(t) + T_{2\alpha}^i(t) + \lambda_2 N_{2\alpha}^i(t) + \varepsilon_{2\alpha}^i(t) \quad (1d)$$

で与えられる。この式は、1 重差、2 重差に対してもまったく同じ形であるから、そのような差分量に関する方程式と考えてもよい。ここで、*つきは観測量、*なしは真値である。 $e_{\kappa\alpha}^i(t)$ と $\varepsilon_{\kappa\alpha}^i(t)$ はノイズ成分であり、 $\sigma(e_{\kappa\alpha}^i(t)) \approx 1m$, $\sigma(\varepsilon_{\kappa\alpha}^i(t)) \approx 1cm$ である。すなわち、前者は後者よりも二桁近く大きい。 $e_{\kappa\alpha}^i(t)$ と $\varepsilon_{\kappa\alpha}^i(t)$ は

$$e_{1\alpha}^i(t) = e_1^i(t) + e_{1\alpha}(t) + e_{1\alpha}^{'i}(t) + e_{1\alpha}^{''i}(t) \quad (2a)$$

$$e_{2\alpha}^i(t) = e_2^i(t) + e_{2\alpha}(t) + e_{2\alpha}^{'i}(t) + e_{2\alpha}^{''i}(t) \quad (2b)$$

$$\varepsilon_{1\alpha}^i(t) = \varepsilon_1^i(t) + \varepsilon_{1\alpha}(t) + \varepsilon_{1\alpha}^{'i}(t) + \varepsilon_{1\alpha}^{''i}(t) \quad (2c)$$

$$\varepsilon_{2\alpha}^i(t) = \varepsilon_2^i(t) + \varepsilon_{2\alpha}(t) + \varepsilon_{2\alpha}^{'i}(t) + \varepsilon_{2\alpha}^{''i}(t) \quad (2d)$$

と書ける。ここで

$e_{\kappa}^i(t)$: $P_{\kappa\alpha}^{*i}(t)$ に含まれる衛星 i に起因するノイズ

$e_{\kappa\alpha}(t)$: $P_{\kappa\alpha}^{*i}(t)$ に含まれる受信機 α に起因するノイズ

$e_{\kappa\alpha}^{'i}(t)$: $P_{\kappa\alpha}^{*i}(t)$ に含まれる衛星 i と受信機 α を結ぶ電波伝播路の電離層と大気以外に起因するノイズ

$e_{\kappa\alpha}^{''i}(t)$: $P_{\kappa\alpha}^{*i}(t)$ に含まれるその他のノイズ

$\varepsilon_{\kappa}^i(t)$: $\Phi_{\kappa\alpha}^{*i}(t)$ に含まれる衛星 i に起因するノイズ

$\varepsilon_{\kappa\alpha}(t)$: $\Phi_{\kappa\alpha}^{*i}(t)$ に含まれる受信機 α に起因するノイズ

$\varepsilon_{\kappa\alpha}^{'i}(t)$: $\Phi_{\kappa\alpha}^{*i}(t)$ に含まれる衛星 i と受信機 α を結ぶ電波伝播路の電離層と大気以外に起因するノイズ

$\varepsilon_{\kappa\alpha}^{''i}(t)$: $\Phi_{\kappa\alpha}^{*i}(t)$ に含まれるその他のノイズ

である。

衛星 i と受信機 α の一つの組み合わせに対して、未知

数は $\rho_{\kappa\alpha}^i(t), I_{\kappa\alpha}^i(t), T_{\kappa\alpha}^i(t), N_{1\alpha}^i, N_{2\alpha}^i$ の 5 個であるのに対して、方程式は 4 個であるから 2 周波数では解けない。しかし、 $\rho_{\kappa\alpha}^i(t)$ と $T_{\kappa\alpha}^i(t)$ をまとめて $\rho_{\kappa\alpha}^i(t) + T_{\kappa\alpha}^i(t)$ とすると、4 個の未知数 $\rho_{\kappa\alpha}^i(t) + T_{\kappa\alpha}^i(t), I_{\kappa\alpha}^i(t), N_{1\alpha}^i, N_{2\alpha}^i$ に対して 4 個の方程式であるから完全に解けるが、 $\rho_{\kappa\alpha}^i(t)$ と $T_{\kappa\alpha}^i(t)$ を分離できない。計画されている 3 周波数となっても、この事情は変わらない。3 周波数のメリットについては後述する。しかし、この方法によれば、 $I_{\kappa\alpha}^i(t)$ および $T_{\kappa\alpha}^i(t)$ を無視しないで表に出しているの、電離層や大気の影響を受けないで初期位相不定性が求まる。別の言い方をすると、基線長の影響を受けないで、初期位相不定性を決定できる。問題は擬似距離の誤差であるが、精度劣化信号である SA (Selective Availability: 選択利用性) があっても、受信機間一重差でキャンセルされる。

以下では 2 周波数の場合について述べる。

誤差を零としたときの (1) 式の解を、推定値 $\rho_{\kappa\alpha}^{*i}(t), T_{\kappa\alpha}^{*i}(t), I_{\kappa\alpha}^{*i}(t), N_{1\alpha}^{*i}, N_{2\alpha}^{*i}$ とする。すなわち

$$P_{1\alpha}^{*i}(t) = \rho_{1\alpha}^{*i}(t) + I_{1\alpha}^{*i}(t) + T_{1\alpha}^{*i}(t) \quad (3a)$$

$$P_{2\alpha}^{*i}(t) = \rho_{2\alpha}^{*i}(t) + \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 I_{2\alpha}^{*i}(t) + T_{2\alpha}^{*i}(t) \quad (3b)$$

$$\Phi_{1\alpha}^{*i}(t) = \rho_{1\alpha}^{*i}(t) - I_{1\alpha}^{*i}(t) + \lambda_1 N_{1\alpha}^{*i} + T_{1\alpha}^{*i}(t) \quad (3c)$$

$$\Phi_{2\alpha}^{*i}(t) = \rho_{2\alpha}^{*i}(t) - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 I_{2\alpha}^{*i}(t) + \lambda_2 N_{2\alpha}^{*i} + T_{2\alpha}^{*i}(t) \quad (3d)$$

とする。

これを $\rho_{\kappa\alpha}^{*i}(t) + T_{\kappa\alpha}^{*i}(t), I_{\kappa\alpha}^{*i}(t), N_{1\alpha}^{*i}, N_{2\alpha}^{*i}$ について解くと

$$\rho_{1\alpha}^{*i}(t) + T_{1\alpha}^{*i}(t) = \frac{-1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left[\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 P_{1\alpha}^{*i}(t) - P_{2\alpha}^{*i}(t) \right] \quad (4a)$$

$$I_{1\alpha}^{*i}(t) = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} (P_{1\alpha}^{*i}(t) - P_{2\alpha}^{*i}(t)) \quad (4b)$$

$$N_{1\alpha}^{*i} = \frac{\Phi_{1\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_1} + \frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left\{ \left[1 + \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \right] \frac{P_{1\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_1} - 2 \frac{P_{2\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_1} \right\} \quad (4c)$$

$$N_{2\alpha}^{*i} = \frac{\Phi_{2\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left\{ 2 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \frac{P_{1\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_2} - \left[1 + \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \right] \frac{P_{2\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_2} \right\} \quad (4d)$$

と求まる。

(4c)式と(4d)式より、いわゆる Narrow-lane および Wide-lane の初期位相不定性 $N_{N\alpha}^{*i}$ および $N_{W\alpha}^{*i}$ を求めると

$$N_{N\alpha}^{*i} = N_{1\alpha}^{*i} + N_{2\alpha}^{*i} = \frac{\Phi_{1\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_1} + \frac{\Phi_{2\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_2} - \frac{f_1 + f_2}{f_1 - f_2} \left(\frac{P_{1\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_1} + \frac{P_{2\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_2} \right) \quad (5a)$$

$$N_{W\alpha}^{*i} = N_{1\alpha}^{*i} - N_{2\alpha}^{*i} = \frac{\Phi_{1\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_1} - \frac{\Phi_{2\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_2} - \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} \left(\frac{P_{1\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_1} + \frac{P_{2\alpha}^{*i}(t)}{\lambda_2} \right) \quad (5b)$$

となる。

$f_1 = 154 \times 10.23 \text{ MHz} \approx 1.58 \text{ GHz}$, $f_2 = 120 \times 10.23 \text{ MHz} \approx 1.23 \text{ GHz}$ を代入すると、 $(f_1 - f_2)/(f_1 + f_2) \approx 0.124$ である。

るので、 $N_{1\alpha}^{*i} - N_{2\alpha}^{*i}$ については、擬似距離を介して入り込む誤差が約 1/10 になるので精度が高い。一方、 $(f_1 + f_2)/(f_1 - f_2) \approx 8.06$ となって、 $N_{1\alpha}^{*i} + N_{2\alpha}^{*i}$ については、擬似距離を介して入り込む誤差が約 10 倍になるので精度が悪い。

(5b)式を書き直すと

$$N_{1\alpha}^{*i} - N_{2\alpha}^{*i} = \frac{1}{\lambda_w} L_{MW\alpha}^{*i} \quad (6a)$$

$$L_{MW\alpha}^{*i} = \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 \Phi_{1\alpha}^{*i}(t) - f_2 \Phi_{2\alpha}^{*i}(t)) - \frac{1}{f_1 + f_2} (f_1 P_{1\alpha}^{*i}(t) + f_2 P_{2\alpha}^{*i}(t)) \quad (6b)$$

と書ける。 λ_w は(9b)式で定義されている。 $L_{MW\alpha}^{*i}$ のことを、Melbourne-Wübbena Linear Combination と呼ぶ (Melbourne (1985), Wübbena (1985))。この線形結合を用いると、電離層遅延の影響を受けないことが知られているが、大気層遅延の影響も受けないことが理解されよう。すなわち、基線長の影響を受けないで、Wide-lane の初期位相不定性を高精度に決定できる。さらに、2重差を取ると、受信機時計、衛星時計、衛星位置の誤差の影響を除去できる。

観測量の線形結合の代表的なものについてまとめて

おく。まず、Narrow-lane 結合であるが、仮想的な周波数を f_N 、波長を λ_N

$$\frac{f_N}{c} = \frac{f_1 + f_2}{c} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \quad (7a)$$

$$\lambda_N = \frac{c}{f_1 + f_2} = 1 / \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \quad (7b)$$

とすると

$$\begin{aligned} \Phi_{N\alpha}^{*i}(t) &= \frac{\lambda_N}{\lambda_1} \Phi_{1\alpha}^{*i}(t) + \frac{\lambda_N}{\lambda_2} \Phi_{2\alpha}^{*i}(t) \\ &= \rho_{\alpha}^{*i} \left[\frac{\lambda_N}{\lambda_1} + \frac{\lambda_N}{\lambda_2} \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \right] I_{\alpha}^{*i} + \lambda_N (N_{1\alpha}^{*i} + N_{2\alpha}^{*i}) + T_{\alpha}^{*i}(t) \\ &= \rho_{\alpha}^{*i} \left[\frac{f_1}{f_2} I_{\alpha}^{*i} + \lambda_N N_{N\alpha}^{*i} + T_{\alpha}^{*i}(t) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

を得る。

つぎに、Wide-lane 結合であるが、仮想的な周波数を f_w 、波長を λ_w

$$\frac{f_w}{c} = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{f_1 - f_2}{c} \quad (9a)$$

$$\lambda_w = \frac{c}{f_1 - f_2} = 1 / \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \quad (9b)$$

とすると、以下の観測方程式を得る。

$$\begin{aligned} \Phi_{W\alpha}^{*i}(t) &= \frac{\lambda_w}{\lambda_1} \Phi_{1\alpha}^{*i}(t) - \frac{\lambda_w}{\lambda_2} \Phi_{2\alpha}^{*i}(t) \\ &= \rho_{\alpha}^{*i} \left[\frac{\lambda_w}{\lambda_1} - \frac{\lambda_w}{\lambda_2} \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \right] I_{\alpha}^{*i} + \lambda_w (N_{1\alpha}^{*i} - N_{2\alpha}^{*i}) + T_{\alpha}^{*i}(t) \\ &= \rho_{\alpha}^{*i} \left[\frac{f_1}{f_2} I_{\alpha}^{*i} + \lambda_w N_{W\alpha}^{*i} + T_{\alpha}^{*i}(t) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

最後に、Ion-free 結合であるが、(8)式と(10)式の和を取ると、以下のように電離層遅延を含まない式が得られる。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \left[\frac{\lambda_N + \lambda_w}{\lambda_1} \Phi_{1\alpha}^{*i}(t) + \frac{\lambda_N - \lambda_w}{\lambda_2} \Phi_{2\alpha}^{*i}(t) \right] \\ &= \rho_{\alpha}^{*i} + \frac{1}{2} (\lambda_N N_{N\alpha}^{*i} + \lambda_w N_{W\alpha}^{*i}) + T_{\alpha}^{*i}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

3. ランダム誤差の除去

ランダム誤差を除去するために、(1)式の時間平均を取る。観測方程式の誤差は相互に独立で平均は零とする。

$$\overline{P^{*i}_{1a}}(t) = \overline{\rho^i_a}(t) + \overline{I^i_a}(t) + \overline{T^i_a}(t) \quad (12a)$$

$$\overline{P^{*i}_{2a}}(t) = \overline{\rho^i_a}(t) + \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \overline{I^i_a}(t) + \overline{T^i_a}(t) \quad (12b)$$

$$\overline{\Phi^{*i}_{1a}}(t) = \overline{\rho^i_a}(t) - \overline{I^i_a}(t) + \overline{T^i_a}(t) + \lambda_1 N^i_{1a} \quad (12c)$$

$$\overline{\Phi^{*i}_{2a}}(t) = \overline{\rho^i_a}(t) - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \overline{I^i_a}(t) + \overline{T^i_a}(t) + \lambda_2 N^i_{2a} \quad (12d)$$

ここで、 $\overline{(\bullet)}(t) = \int_{t_0}^t \bullet dt / (t - t_0)$ は括弧内の量の過去のある時間区間の時間平均を表す。次節の数値計算例では、計測開始時刻から現時刻までの平均と考える。

(12)式を解くと、 N^i_{1a}, N^i_{2a} は

$$N^i_{1a} = \frac{\overline{\Phi^{*i}_{1a}}(t)}{\lambda_1} + \frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left\{ \left[1 + \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \right] \frac{\overline{P^{*i}_{1a}}(t)}{\lambda_1} - 2 \frac{\overline{P^{*i}_{2a}}(t)}{\lambda_1} \right\} \quad (13a)$$

$$N^i_{2a} = \frac{\overline{\Phi^{*i}_{2a}}(t)}{\lambda_2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left\{ 2 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \frac{\overline{P^{*i}_{1a}}(t)}{\lambda_2} - \left[1 + \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \right] \frac{\overline{P^{*i}_{2a}}(t)}{\lambda_2} \right\} \quad (13b)$$

この式は、(4c)式と(4d)式の時間平均を取ることによっても得られる。大切なことは、平均を取る時間を十分に長く取ると、他に未知のバイアス成分が無ければ、ノイズ成分は消えてしまうので、(13)式により N^i_{1a}, N^i_{2a} の真値が得られるということである。

(13a)式と(13b)式あるいは他の方法で N^i_{1a}, N^i_{2a} が正しく求まると、(1c)式と(1d)式に代入して、 $\rho^i_a(t) + T^i_a(t), I^i_a(t)$ を求める。

$$\rho^i_a(t) + T^i_a(t) = -\frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left[\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \Phi^{*i}_{1a}(t) - \Phi^{*i}_{2a}(t) - \lambda_1 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 N^i_{1a} + \lambda_2 N^i_{2a} \right] + \frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left[\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \varepsilon^i_{1a}(t) - \varepsilon^i_{2a}(t) \right] \quad (14a)$$

$$I^i_a(t) = -\frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left[\Phi^{*i}_{1a}(t) - \Phi^{*i}_{2a}(t) - \lambda_1 N^i_{1a} + \lambda_2 N^i_{2a} \right] \quad (14b)$$

$$+ \frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left[\varepsilon^i_{1a}(t) - \varepsilon^i_{2a}(t) \right] \quad (14b)$$

(14)式において、右辺の最後の項を無視したものを $\rho^{**i}_a(t) + T^{**i}_a(t), I^{**i}_a(t)$ とする。すなわち

$$\rho^{**i}_a(t) + T^{**i}_a(t) = -\frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left[\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \Phi^{*i}_{1a}(t) - \Phi^{*i}_{2a}(t) - \lambda_1 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 N^i_{1a} + \lambda_2 N^i_{2a} \right] \quad (15a)$$

$$I^{**i}_a(t) = -\frac{1}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \left[\Phi^{*i}_{1a}(t) - \Phi^{*i}_{2a}(t) - \lambda_1 N^i_{1a} + \lambda_2 N^i_{2a} \right] \quad (15b)$$

を得る。(15)式によれば、 $N^i_{1a}, N^i_{2a}(t)$ が正確に求まるときには、 $\rho^{**i}_a(t) + T^{**i}_a(t), I^{**i}_a(t)$ が位相距離 $\Phi^{*i}_{1a}(t), \Phi^{*i}_{2a}(t)$ から求められるので、前者が後者と同じ精度で求められる。したがって、(4a)式と(4b)式より求められる $\rho^{*i}_a(t), I^{*i}_a(t)$ よりも格段に精度が向上する。ただし、 $\rho^i_a(t)$ の推定には $T^i_a(t)$ が要る。

(13a)式と(13b)式の差から、 $N^{*i}_{wa}(t)$ は短時間の観測でも正確に求まる。これを用いると、短時間の観測でも有効な $N^{*i}_{1a}(t)$ と $N^{*i}_{2a}(t)$ の推定方法として、以下のようことが考えられる。すなわち、下記の2式について

$$\Phi^{*i}_{1a}(t) = \rho^{*i}_a(t) + T^{*i}_a(t) - I^{*i}_a(t) + \lambda_1 N^{*i}_{1a} \quad (3c)$$

$$\Phi^{*i}_{wa}(t) = \rho^{*i}_a(t) + T^{*i}_a(t) + \frac{f_1}{f_2} I^{*i}_a(t) + \lambda_w N^{*i}_{wa} \quad (10)$$

差を取ると

$$\Phi^{*i}_{1a}(t) - \Phi^{*i}_{wa}(t) = -\left(1 + \frac{f_1}{f_2}\right) I^{*i}_a(t) + \lambda_1 N^{*i}_{1a} - \lambda_w N^{*i}_{wa} \quad (16)$$

となる。この式から、 $I^{*i}_a(t)$ が推定できれば $N^{*i}_{1a}(t)$ の推定が可能であるが、 $I^{*i}_a(t)$ については三つの考え方がある。(2)が有効であるかどうかは検証の必要がある。

(1) 短基線の場合には無視してよい。

(2) 長基線の場合には、(4b)式から $I^{*i}_a(t)$ を求めるが、その時間変動は小さいとして、適当なローパスフィルターで信号成分を取り出す。擬似距離に関し

て精度の高い計測をして、変動成分を小さくすることが極めて重要である。

- (3) 3 周波数の場合には、3 番目の周波数をうまく選べると、(16)式と同様な式をもうひとつ得るので、これらを連立させて $N_{1\alpha}^*(t)$ と $I_{1\alpha}^*(t)$ を解く。

$N_{2\alpha}^*(t)$ について、(16)式と同様な式を求めると

$$\begin{aligned} \Phi_{2\alpha}^*(t) - \Phi_{W\alpha}^*(t) \\ = -\frac{f_1}{f_2} \left(1 + \frac{f_1}{f_2} \right) I_{1\alpha}^*(t) + \lambda_2 N_{2\alpha}^* - \lambda_W N_{W\alpha}^* \end{aligned} \quad (17)$$

となる。電離層遅延の推定は一層の検討を要する。

4. 数値計算結果

Fig. 2にワイドレーン LW の初期位相不定性

$N_W = N_1 - N_2$ の観測点 $S2a$ と基準点 Lab 間2重差 DD の収束の状況を示す。本節の例では、 SA (選択利用性)

Fig. 2 Double difference of initial phase ambiguity N_W of wide-lane LW between $PRN01$ and $PRN20$ in case of very short baseline (240m). The thin and thick lines refer to the results obtained by Eq. (4c, d) and Eq. (13a, b).

Fig. 3 Double difference of initial phase ambiguity N_W of wide-lane LW between $PRN01$ and $PRN20$ in case of very long baseline (401km). The thin and thick lines refer to the results obtained by Eq. (4c, d) and Eq. (13a, b).

は働いていない。細線と太線は、それぞれ(4c, d)式と(13a, b)式に基づく計算結果である。基線長は240mである。(13a, b)式に基づく結果は、良好な収束を示している。本計算法は基線長の影響を受けないので、基線長が大きくなっても基線長の小さな場合と同じように収束する。Fig. 3にそのような例を示す。この場合の観測点 $S2a$ と基準点 Hka 間の基線長は401kmである。

参考までに、基線長 240m と基線長 401km の場合の $L1$ の初期位相不定性 2 重差 $(\nabla \Delta N_1)_{0,1}^{L,20}$ の計算結果を Fig. 4 と Fig. 5 に示す。 $L1$ の結果から、直接に初期位相不定性を決定するためには、もっと多くの観測データが必要である。

Fig. 4 Double difference of initial phase ambiguity N_L of $L1$ wave between $PRN04$ and $PRN20$ in case of very short baseline (240m). The thin and thick lines refer to the results obtained by Eq. (4c, d) and Eq. (13a, b).

Fig. 5 Double difference of initial phase ambiguity N_L of $L1$ wave between $PRN04$ and $PRN20$ in case of very long baseline (401km). The thin and thick lines refer to the results obtained by Eq. (4c, d) and Eq. (13a, b).

従来法でも計算が可能な Lab を基準点、 $S2a$ を観測点とする短基線 (240m) の実験結果に関して、本論の「2 周波数観測方程式+Wide Lane 法」を用いて初期位相不定性 2 重差の推定を行ったものと、立命館大学理工学研究科・杉本研究室 (Rits) の「Kalman+Filter+LAMBDA 法」による結果と比較したところ、Table 1 と Table 2 に示すように、本論 (IMA) の $(\nabla \Delta N_W)_{0,1}^{L,20}$ と $(\nabla \Delta N_L)_{0,1}^{L,20}$ がそれぞれ Ritz の $L1$ と LW の初期位相不定性 2 重差と完全に一致することが判明した。 $L1$ の初期位相不定性 2

重差は、(16)式において電離層遅延を無視したものを用いた。

Table 1 Comparison of double differenced initial phase ambiguities $(\nabla\Delta N_{\#})_{0,1}^{i,20}$ of wide-lane estimated by the present method (IMA) and the conventional method (Rits)

Sat. No. i	Notation	$(\nabla\Delta N_{\#})_{0,1}^{i,20}$ by IMA	$(\nabla\Delta N_{\#})_{0,1}^{i,20}$ by Rits
01	((01)-(20))	4788091	4788091
02	((02)-(20))	-35483	-35483
04	((04)-(20))	3534947	3534947
07	((07)-(20))	1564190	1564190

Table 2 Comparison of double differenced initial phase ambiguities $(\nabla\Delta N_1)_{0,1}^{i,20}$ of L1 wave estimated by the present method (IMA) and the conventional method (Rits)

Sat. No. i	Notation	$(\nabla\Delta N_1)_{0,1}^{i,20}$ by IMA	$(\nabla\Delta N_1)_{0,1}^{i,20}$ by Rits
01	((01)-(20))	14417934	14417934
02	((02)-(20))	-169681	-169681
04	((04)-(20))	13783519	13783519
07	((07)-(20))	6753030	6753030

以上の表において、((01)-(20))などは衛星 PRN01 と PRN20 との間の2重差を表す。

別の例について、古野電気(株)技術研究所に計算していただいたが、本方法による初期位相不定性と従来からの方法によるものが完全に一致した。

5. 結 論

2周波受信機で計測される4個の観測量に関する観測方程式について議論し、以下の結論を得た。

- (1) 計測値の時系列より、電離層および大気層遅延の影響を受けないで、初期位相不定性を求めることができる。Wide-laneの初期位相不定性の2重差は、少ない観測数で正確に決定できる。
- (2) $\rho+T$ および I に関する実用的な推定法は長基線の場合にも可能と思われるが、今後の課題である。この解決は、観測点の座標を決定するためには、欠かすことができない。
- (3) IGSの精密な衛星位置および衛星時計を用いることにより、本方法をベースとする単独測位の高精度化が可能と思われる。
- (4) 受信機アンテナ座標の計算のためには、大気層遅延による誤差を除去する実際的な方法を工夫する必要がある。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、有益なご助言と激励を頂いた東京大学名誉教授・小山健夫先生、立命館大学理工学部・杉本末雄教授、古野電気(株)技術研究所・林忠夫主席研究員、東京大学地震研究所・加藤照之教授、航空宇宙技術研究所・辻井利昭博士に深謝申し上げます。また、一部の計算を実施していただいた立命館大学大学院理工学研究科生の丸尾真也君、古野電気(株)技術研究所の藤澤奈緒美研究員に心から感謝申し上げます。

参考文献

- 1) Isshiki, H., (2001), An Application of Basic Observation Equations to Long Baseline GPS Measurements, ION NTM 2001, The Institute of Navigation.
- 2) Isshiki, H., Kato, T., Terada, Y. and Tsuchiya, A., (2001a), Measurements in Very Wide Frequency Range by Hybrid Combination of RTK (Real Time Kinematics) and VD (Variation Detection), KIS2001, ION, held at Banff, Canada.
- 3) Isshiki, H., Terada Y., Ito, K., Tsuchiya, A. and Kato, T., (2001b), Variation Measurements by VD/GPS Method Over Very Long Baseline, ION NTM 2001, The Institute of Navigation.
- 4) Isshiki, H., Tsuchiya, A., Kato, T., Terada, Y., Kakimoto, H., Kinoshita, M., Kanzaki, M. and Tanno, T., (2000a), Precise Variance Detection by a Single GPS-Receiver --- PVD (Point precise Variance Detection) Method, 46, 4, J. Geod. Soc. Japan.
- 5) Isshiki, H., Tsuchiya, A., Kato, T., Terada, Y., Kakimoto, H., Kinoshita, M., Kanzaki, M. and Tanno, T., (2000b), Precise Variance Detection by Simplified Kinematic GPS Measurements --- KVD (Kinematics for precise Variance Detection) Method, 46, 4, J. Geod. Soc. Japan.
- 6) Goad, C. C., (1998), "Single-Site GPS Models", GPS for Geodesy edited by P. J. G. Teunissen and A. Kleusberg, 2nd edition, Springer, pp. 437-456.
- 7) Melbourne, W. G., (1985), The Case for Ranging in GPS Based Geodetic Systems, Proceedings 1st International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, edited by Clyde Goad, pp. 403-412, U. S. Department of Commerce, Rockville, Maryland.
- 8) Neilan, R. E., Zumbege, J. F., Beutler, G. and Kouba, J., (1997), A Global Resource for GPS applications and research, ION-GPS-97, pp. 883-889, The Institute of Navigation.
- 9) Zumbege, J. F., (2001), Automated GPS Data Analysis Service, ION-NTM-2001, pp. 76-78, The Institute of Navigation.
- 10) Wübbena, G., (1985), Software Developments for Geodetic Positioning with GPS Using TI 4100 Code and Carrier Measurements, Proceedings 1st International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, edited by Clyde Goad, pp. 403-412, U. S. Department of Commerce, Rockville, Maryland.