GFEM を用いたシェル構造の解析

正員 鈴木 克幸* 正員 大坪 英臣**
吉 上 修 司** 正員 藤 井 大 地***

Analysis of Shell Structure using GFEM

by Katsuyuki Suzuki, *Member* Hideomi Ohtsubo, *Member*
Shuji Yoshigami Daiji Fujii, *Member*

Summary

This paper proposes a numerical simulation method for analyzing Mindlin-Reissner shell structure using GFEM (Generalized FEM). GFEM can be considered as the generalization of FEM by making the node displacement not constant value but the function. The formulation of GFEM applied to Mindlin-Reissner shell element is shown, and coordinate transformation for GFEM is presented. Several examples are shown to show the validity and accuracy of this method. It was shown that GFEM is effective against the distortion of the element shape compared with traditional FEM, especially in-plane deformation. It was also shown that by changing the degree of polynomial locally, it is possible to control the accuracy locally.

1. 緒 言

近年、有限要素法を中心とする CAE ソフトが工業製品の設計において広く使われるようになったが、対象となるモデルの形状が複雑になるにしたがって、有限要素モデルの作成に膨大な労力が必要となってきた。また、有限要素法では、要素のゆがみによって解析精度が顕著に悪化するため、精度よい解析には要素形状のゆがみをできるだけ少なくすることが必要不可欠である。近年、特に線形の解析手法に関する研究開発は、この点に焦点が当てられ、大きく分けて以下のような、3つの方法が考えられている。

1. ゆがまない要素を生成する自動メッシュ分割
2. 要素を使わないメッシュレス法
3. ゆがんでも精度が低下しない要素の開発

* 東京大学大学院新領域創成科学研究科

** 東京大学大学院工学系研究科

*** 近畿大学工学部建築学科

原稿受理 平成 14 年 7 月 10 日

秋季講演会において講演 平成 14 年 11 月 14, 15 日

第 1 の要素のゆがまない自動メッシュ分割は実際には非常に困難で、未だ完全な手法が開発されていないのは周知の通りである。第 2 のメッシュレス法としては、Belytschko らのエレメントフリーガラーキン法¹⁾をはじめとして様々なものが提案されているが、いずれも有限要素法との親和性のなから汎用ソフトとして実用化されるには至っていない。第 3 の方法として、要素がゆがんでも精度が落ちない要素の開発ということが考えられる。高精度の要素としては混合法に基づく要素²⁾、応力仮定、ひずみ仮定要素^{3,4)}などのいわゆる「高性能要素」が提案されており、汎用解析ソフトにもこれらの要素が用いられている。しかし、これらは四辺形要素、六面体要素に対しての高精度要素であり、自動メッシュ生成と整合性のよい三角形、四面体に対しては汎用解析ソフトでもほとんど単純なラグランジュ要素が用いられている。またこれらの高性能要素も要素のゆがみに対しては必ずしも強くないことも報告されている⁵⁾。これに対して、近年 Oden, Bubška らによって提案された、GFEM (Generalized FEM)⁶⁾は FEM を拡張し、節点の自由度を多項式化することにより解析精度を高める方

法で、メッシュレス法の考え方をいながら、従来の有限要素メッシュをそのまま利用できるというメリットがある。また局所的に近似精度を向上させることが容易にでき、3次元ソリッドに対する四面体要素の高精度化手法として研究が進められている。

一方、シェル構造解析の現状では、三角形要素ではDKT要素、四辺形では選択低減積分を用いるなどして面外方向の精度を向上させているが、面内方向に関しては、特に三角形要素において精度が低い。これに対し、本論文ではGFEMをMindlin-Reissnerシェル要素に拡張することにより、メッシュのゆがみに対して精度の高い手法の開発を行うことを目的とする。

2. GFEMによるシェル解析の理論

2.1 GFEMの基礎方程式

GFEMとは従来の有限要素法のメッシュをそのまま用い、節点変位を座標の関数とすることによって有限要素法を拡張する手法である。すなわち、FEMでは節点変位 $\mathbf{u}$ の成分を定数としていたのを、GFEMでは座標値の関数(節点変位関数)とする。節点 i の節点変位関数は

$$\begin{cases} u_i \\ v_i \\ w_i \end{cases} = \begin{cases} a_i^{u0} + a_i^{u1}\bar{x}_i + a_i^{u2}\bar{y}_i + a_i^{u3}\bar{z}_i + \dots \\ a_i^{v0} + a_i^{v1}\bar{x}_i + a_i^{v2}\bar{y}_i + a_i^{v3}\bar{z}_i + \dots \\ a_i^{w0} + a_i^{w1}\bar{x}_i + a_i^{w2}\bar{y}_i + a_i^{w3}\bar{z}_i + \dots \end{cases} \quad (1)$$

$$\bar{x} = x - x_i \quad \bar{y} = y - y_i \quad \bar{z} = z - z_i$$

のように表される。ここで、 x, y, z は変位を求める点の座標値、 x_i, y_i, z_i は節点の座標値である。

このとき、 i 番目の節点の節点変位関数 $\mathbf{u}_i$ は係数 $a_i^{u0}, a_i^{u1}, a_i^{u2}, a_i^{u3}, a_i^{v0}, a_i^{v1}, a_i^{v2}, a_i^{v3}, a_i^{w0}, a_i^{w1}, a_i^{w2}, a_i^{w3}, \dots$ を未定係数として

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{G}_i \mathbf{a}_i \quad (2)$$

$$\mathbf{G}_i = [\mathbf{I} \quad \bar{x}_i \mathbf{I} \quad \bar{y}_i \mathbf{I} \quad \bar{z}_i \mathbf{I} \quad \dots] \quad (3)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_i = \{a_i^{u0} \quad a_i^{u1} \quad a_i^{u2} \quad a_i^{u3} \quad a_i^{v0} \quad a_i^{v1} \quad a_i^{v2} \quad a_i^{v3} \quad a_i^{w0} \quad a_i^{w1} \quad a_i^{w2} \quad a_i^{w3} \quad \dots\}$$

となり、要素内の変位は節点変位に重み係数(形状関数)をかけたものの和で表されるので、要素内の変位 $\mathbf{u}$ とひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}$ は

$$\mathbf{u} = \sum_i \mathbf{N}_i^{em} \mathbf{G}_i \mathbf{a}_i = \sum_i \mathbf{N}_i \mathbf{a}_i = \mathbf{N} \mathbf{a} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \sum_i \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \mathbf{N}_i \mathbf{a}_i = \mathbf{B} \mathbf{a} \quad (5)$$

と表せる。ここで、 N は要素の節点数、 $\mathbf{N}_i^{em}$ は通常の

有限要素法での i 番目の節点の形状関数マトリクスである。したがって、GFEMでの形状関数マトリクス $\mathbf{N}$ とひずみ-変位関係マトリクス $\mathbf{B}$ はそれぞれ、

$$\mathbf{N} = [\mathbf{N}_1 \quad \mathbf{N}_2 \quad \dots], \quad \mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \dots] \quad (6)$$

と考えることができる。

これを仮想仕事の原理に代入すると、以下のGFEMの基礎式が得られる。

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \mathbf{a} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T t dS \quad (7)$$

ここで、節点変位関数としては任意の関数(多項式、三角関数)などを用いることができるが、本研究では完全1次多項式および完全2次多項式を用いる。

2.2 GFEMによるシェル要素

ここでは、GFEMの考え方をMindlin-Reissnerの板曲げ理論に基づく三角形シェル要素に適用する。Mindlin-Reissnerシェル要素の1節点の自由度は $\{u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z\}$ であり、座標変換の関係から $\{u, v, w\}$ 、 $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$ に分けてそれぞれを節点座標の多項式として表す。ただし、Mindlin-Reissnerシェル要素には板厚方向のひずみは0という仮定が存在するため、板厚方向を z 軸として、式(3)において z_i が含まれる項は0とする。

つまり、式(3)は以下のように変更する。

$$\mathbf{G}_i = [\mathbf{I} \quad \bar{x}_i \mathbf{I} \quad \bar{y}_i \mathbf{I} \quad 0 \quad \dots] \quad (8)$$

このとき、剛性マトリクス $\mathbf{K}$ の $\bar{z}_i$ の係数の部分が0になるため、その対角項に任意定数 k を挿入する。

$$\mathbf{K} \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & k & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & k & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & k & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ a_i^{u3} \\ a_i^{v3} \\ a_i^{w3} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (9)$$

これにより、 $\bar{z}_i$ の係数 $a_i^{u3}, a_i^{v3}, a_i^{w3}$ は0になり、Mindlin-Reissnerシェル理論の仮定が満足される。

2.3 ねじり剛性マトリクス

Mindlin-Reissnerシェル要素のねじり剛性にはZienkiewiczらが提案している次式の仮想剛性を用いる。

$$\mathbf{k}^{\theta} = \alpha E t A \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1^{\theta,0} \\ a_2^{\theta,0} \\ a_3^{\theta,0} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

この剛性に関しては力学的根拠は薄いため、高次関数で近似することはできない。しかし、後述する座標変換の関係から θ_z は θ_x, θ_y と同じ次数で近似するため、高次関数になる。したがって、ねじり剛性は θ_x の定数項のみが存在し、高次項の係数については剛性マトリクスの対

角成分に k を入れて高次項を 0 にする。

2.4 境界条件

FEM では境界条件は離散化後はすべて節点に課されるが、GFEM では、要素が高次変形を起こすため、境界条件を辺や面に課す必要がある。

荷重境界条件は境界上で積分して以下ようになる。

$$\mathbf{f} = \int_{\Gamma} \mathbf{N}^T \mathbf{p} dS \quad (11)$$

変位境界条件はペナルティ法を用いて以下の式を基礎式に足しあわせることで行う。

$$\int_{\Gamma} \mathbf{N}^T \mathbf{P} \mathbf{N} d\Gamma \mathbf{u} = \int_{\Gamma} \mathbf{N}^T \mathbf{P} \mathbf{N}^{em} d\Gamma \bar{\mathbf{u}} \quad (12)$$

ここで、 $\mathbf{P}$ はペナルティ係数で p_x, p_y, p_z のうち、拘束する方向の成分に剛性マトリクスの最大成分の 10^6 程度の値を用いる。 $\bar{\mathbf{u}}$ は拘束する変位値である。

3. 座標変換

3.1 GFEM における座標変換

GFEM における座標変換は FEM の座標変換と異なり、特殊な座標変換マトリクスが必要となる。本研究ではその座標変換マトリクスの作成方法を考案した。ここでは、その座標変換マトリクスの作成方法を述べる。

3.2 要素座標系

まず、要素ごとにひずみを定義するための要素座標系を作成する。要素の節点 1 を原点として節点 1 から節点 2 方向へのベクトルを要素座標系の x 軸、要素の法線方向に z 軸をとり、 x 軸、 z 軸から y 軸をとる。

全体座標系 $\{\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\}$ の単位ベクトル $\bar{\mathbf{e}} = \{\bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z\}$ と要素座標系 $\{x, y, z\}$ の単位ベクトル $\mathbf{e} = \{e_x, e_y, e_z\}$ の関係は次式のように表される。

$$\mathbf{e} = \mathbf{L} \bar{\mathbf{e}} \quad (13)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_x \\ \mathbf{L}_y \\ \mathbf{L}_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.3 座標変換マトリクスの作成

Fig.1 Element-node coordinate and node coordinate

節点 i を原点として全体座標系に平行な座標系

$\{x^G, y^G, z^G\}$ (これを節点座標系と呼ぶ) における節点 i の節点変位関数の係数ベクトル $\mathbf{a}_i^G$ を、節点 i を原点として要素座標系に平行な座標系 $\{x^L, y^L, z^L\}$ (これを要素・節点座標系と呼ぶ) における節点 i の節点変位関数の係数ベクトル $\mathbf{a}_i^L$ に変換するマトリクスが座標変換マトリクスとなる。節点変位関数が 0 次近似の場合は FEM と同じ手法なので、節点 i における座標変換マトリクス $\mathbf{T}_i^0$ は以下ようになる。

$$\mathbf{T}_i^0 = \mathbf{L} \quad (15)$$

次に、節点変位関数が 1 次近似の場合を考える。要素・節点座標系での節点変位係数ベクトル $\mathbf{a}_i^L$ と節点座標系での $\mathbf{a}_i^G$ からそれぞれの座標系の変位は以下のように表される。

$$\mathbf{u}_i^L = \mathbf{G}_i^L \mathbf{a}_i^L \quad (16)$$

$$\mathbf{u}_i^G = \mathbf{G}_i^G \mathbf{a}_i^G \quad (17)$$

また、節点要素座標系と節点座標系には以下の関係が成り立つ。

$$\bar{\mathbf{x}}_i^L = \mathbf{L} \bar{\mathbf{x}}_i^G \quad (18)$$

$$\mathbf{u}_i^L = \mathbf{L} \mathbf{u}_i^G \quad (19)$$

式(18)を式(16)の $\mathbf{G}_i^L$ に代入したものを、式(19)の左辺に代入して $\bar{\mathbf{x}}_i^G, \bar{\mathbf{y}}_i^G, \bar{\mathbf{z}}_i^G$ が任意の値で成立することを考慮すると、

$$\begin{bmatrix} a_i^{u1L} & a_i^{u2L} & a_i^{u3L} \\ a_i^{v1L} & a_i^{v2L} & a_i^{v3L} \\ a_i^{w1L} & a_i^{w2L} & a_i^{w3L} \end{bmatrix} = \mathbf{L} \begin{bmatrix} a_i^{u1G} & a_i^{u2G} & a_i^{u3G} \\ a_i^{v1G} & a_i^{v2G} & a_i^{v3G} \\ a_i^{w1G} & a_i^{w2G} & a_i^{w3G} \end{bmatrix} \mathbf{L}^{-1} \quad (20)$$

となる。したがって、

$$a_i^{rsL} = \sum_{q=1}^3 \sum_{p=1}^3 l_{rp} a_i^{pqG} l_{qs}^{-1} \quad (21)$$

となる。ただし、 a の上の添え字の p や r は $p=1$ なら $p \rightarrow u$ 、 $p=2$ なら $p \rightarrow v$ 、 $p=3$ なら $p \rightarrow w$ に適宜読み替える。これを以下のように書き換えると、

$$\bar{\mathbf{a}}_i^L = \bar{\mathbf{T}}_i^L \bar{\mathbf{a}}_i^G \quad (22)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_i^L = \{a_i^{u1L} \ a_i^{v1L} \ a_i^{w1L} \ \dots\}, \quad \bar{\mathbf{a}}_i^G = \{a_i^{u1G} \ a_i^{v1G} \ a_i^{w1G} \ \dots\}$$

$\bar{\mathbf{T}}_i^L$ の p 行 q 列目の成分は $l_{(p\%3)(q\%3)} l_{((q-1)/3+1)((p-1)/3+1)}^{-1}$ となる。ただし、 $(p/3)$ は p を 3 で割った商を表し、 $(p\%3)$ は p を 3 で割った余りで、 $(p\%3)=0$ となったときは $(p\%3)=3$ とする。

また、定数項については以下の通りである。

$$\begin{Bmatrix} a_i^{u0L} \\ a_i^{v0L} \\ a_i^{w0L} \end{Bmatrix} = \mathbf{L} \begin{Bmatrix} a_i^{u0G} \\ a_i^{v0G} \\ a_i^{w0G} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

したがって、節点変位関数を 1 次で近似した場合の座

標変換マトリクス T_i^l は以下になる。

$$T_i^l = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & \bar{T}_i^l \end{bmatrix} \tag{24}$$

$\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$ についても1次近似の場合は、式と同じ座標変換マトリクスが使用できる。

また、2次近似の場合も1次近似の場合と同様の手法で求めることができる。

4. 解析結果

4.1 片持ち梁モデル

GFEMの有効性を検証するため、片持ち梁モデルを解析した結果を汎用解析コードの結果と併せて示す。

まず、面内変形について Fig.2 の詳細なメッシュと Fig.3 の粗いメッシュを解析した結果を示す。Young 率は $10000N/cm^2$ 、Poisson 比は0、板厚は $0.1cm$ である。ここで、 $\{u, v, w\}$ の次数が0次、 $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$ の次数が0次というのはFEMに相当する。

Fig.2 Fine Mesh Model (In plane)

Fig.3 Rough Mesh Model (In plane)

結果を Table 1, 2 に示す。節点変位関数に定数を用いた場合、解析解に比べてはるかに小さな変位しかでない。これは、応力が一定の要素では全く曲げ応力を表現できていないからであり、NASTRANによる結果も全く同じになっている。GFEMでは $\{u, v, w\}$ の次数を上げるにしたがって精度が向上しており、回転角の次数には依存しないことがわかる。

Table1. Ratios of displacement at load point and analytical solution (in plane, fine mesh)

Degree of $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$	Degree of $\{u, v, w\}$			
		const	1	2
	const	2.23×10^{-1}	1.00	1.00
	1	2.23×10^{-1}	1.00	1.00
	2	2.23×10^{-1}	1.00	1.00
	NASTRAN	2.23×10^{-1}		

Table2. Ratios of displacement at load point and analytical solution (in plane, rough mesh)

Degree of $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$	Degree of $\{u, v, w\}$			
		const	1	2
	const	7.38×10^{-3}	9.41×10^{-1}	1.00
	1	7.38×10^{-3}	9.41×10^{-1}	1.00
	2	7.38×10^{-3}	9.41×10^{-1}	1.00
	NASTRAN	7.38×10^{-3}		

次に、面外変形について Fig.4 の詳細なメッシュと Fig.5 の粗いメッシュを解析した結果を示す。Young 率は $10000N/cm^2$ 、Poisson 比は0、板厚は $0.001cm$ である。

Fig.4 Fine Mesh Model (Out of plane)

Fig.5 Rough Mesh Model (Out of Plane)

解析結果を Table 3, 4 に示す。GFEMでは $\{u, v, w\}$ が定数のときは低減積分や離散キルヒホッフ条件等の特殊な操作を行っていないため、Shear Locking 現象が発生して精度が非常に悪いが、 $\{u, v, w\}$ が1次以上のときは、Shear Locking 現象はみられない。また、回転角の次数にはさほど依存しない傾向が見られる。NASTRANによる解析結果も、低次要素でも精度よく解析できていることがわかる。これは、離散キルヒホッフ近似を用いているためと思われる。また、板厚を変化させても1次以上の節点変位関数を用いた場合は精度よく解析できていることがわかった。

Table3. Ratios of displacement at load point and analytical solution (out of plane, fine mesh)

Degree of $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$	Degree of $\{u, v, w\}$			
		const	1	2
	const	3.59×10^{-6}	9.99×10^{-1}	9.99×10^{-1}
	1	3.92×10^{-6}	9.99×10^{-1}	1.00
	2	1.21×10^{-5}	9.99×10^{-1}	1.00
	NASTRAN	9.99×10^{-1}		

Table4. Ratios of displacement at load point and analytical solution (out of plane, rough mesh)

Degree of $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}$	Degree of $\{u, v, w\}$			
		const	1	2
	const	2.44×10^{-8}	9.37×10^{-1}	9.38×10^{-1}
	1	3.61×10^{-8}	9.37×10^{-1}	1.00
	2	3.39×10^{-7}	9.37×10^{-1}	1.00
NASTRAN		9.99×10^{-1}		

4.2 屋根モデル

面内変形と面外変形が連成するモデルで検証するため、Fig.6のような自重を受ける屋根モデル⁷⁾を解析し、NASTRANによる解と比較した。これは、シェル要素の典型的なベンチマーク問題であり、解析解が知られている。なお、解析はFig.6のABCDで囲まれた1/4モデルで行っている。メッシュはFig.7、Fig.8、Fig.9の3種類を使用した。Young率は $3000N/inch^2$ 、Poisson比は0、板厚は $3inch$ 、荷重は重力のみで z 軸方向に $-0.00625N/inch^2$ である。

Fig.6中の弧CDの z 軸方向変位(中央断面での鉛直方向変位)とFig.6中の弧ABの y (支持部での軸方向変位)についてFig.10からFig.15に示す。なお、グラフ中のDisp 1、Rot 1とは、それぞれ、節点変位関数の u, v, w 成分(変位成分)、 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 成分(回転成分)を完全1次多項式で近似したことを表す。NASTRANは要素がゆがんだ場合は精度がよくないが、GFEMの高次関数で近似したものは、精度よく解析できている。また、GFEMで変位が0次の場合はShear Lockingを起こしているが、1次以上になるとShear Lockingは起きていない。

Fig.6 Roof Model

Fig.7 Mesh 1 (54 nodes, 80 elements)

Fig.8 Mesh 2 (15 nodes, 20 elements)

Fig.9 Mesh 3 (49 nodes, 72 elements)

Fig.10 z axis displacement at CD (Mesh 1)

Fig.11 y axis displacement at AB (Mesh 1)

Fig.12 z axis displacement at CD (Mesh 2)

Fig.13 y axis displacement at AB (Mesh 2)

Fig.14 z axis displacement at CD (Mesh 2)

Fig.15 y axis displacement at AB (Mesh 3)

4.3 平板と四角形のパイプ

Fig.16 のような平板に四角形のパイプがとりついたモデルを、自由度数の増加を抑えるために、節点ごとに近似関数の次数を変えて解析した。メッシュ分割は Fig.17 で、図中の黒い点は節点変位も回転変位も 2 次近似、灰色の点は節点変位も回転変位も 0 次近似である。GFEM の結果を Fig.20 に示す。Fig.18 は NASTRAN による参照解、Fig.19 は NASTRAN による解である。参照解の最大 Von Mises 値は 364、NASTRAN の結果の最大 Von Mises 値は 132.4、GFEM の結果の最大 Von Mises 値は 310.4 であり、NASTRAN の解に比べて、GFEM では応力集中がよく表せているのがわかる。

5. 結論

本研究では、GFEM を Mindlin-Reissner シェル要素に適用し、シェル構造の有効な解析法を提案し、定式化および座標変換の方法を示した。シェル構造の解析における要素のゆがみに関する精度の悪化を、節点変位の近似精度を向上させることで回避できることを示した。その解析を行った。また、局所的に節点変位の近似精度を向上させることにより、自由度数の上昇を抑えながら解析精度を向上させることができることを示した。

Fig.16 Pipe and Plate Model

Fig.17 Mesh of Pipe and Plate Model

Fig.20 Result of GFEM
(272 nodes, 8544 dof)
(Max Von Mises 310.4)

Fig.18 Reference(NASTRAN)
(6240 nodes, 37740 dof)
(Max Von Mises 364)

Fig.19 Result of NASTRAN
(272 nodes, 1632 dof)
(Max Von Mises 132.4)

参考文献

- 1) Belytschko, T., Lu, Y.Y and Gu, L.: Element free Galerkin method, Int. J. Numer. Methods Engrg., Vol.37, pp229-256, 1994
- 2) F. Brezzi and M. Fortin: Mixed and Hybrid Finite Element Methods, Springer-Verlag, 1991
- 3) J.C. Simo and T.J.R. Hughes: On the Variational Foundations of Assumed Strain Methods, J Applied Mechanics, 53, 1, 51-54, 1986.
- 4) J.C. Simo and M.S. Rifai: A Class of Mixed Assumed Strain Methods and the Methods of Incompatible Modes, Int J Numer Methods in Eng, 29, 1595-1638, 1990.
- 5) 関口、菊池「応力仮定法による四辺形要素の改良について」計算工学講演会論文集 Vol 5 No. 1 pp 437-440, 2000
- 6) C.A. Duarte, I. Babuska, J.T. Oden: "Generalized finite element methods for three dimensional structural mechanics problems", Computer and Structures 77, 215-232, 2000
- 7) Scordelis, A.C. :Analysis of cylindrical shells and folded plates, Concrete Thin Shells, American Concrete Institute Report SP28-N, 1971