前翼式 WISES の翼間空力干渉と波浪中空力特性 に関する研究(その一)

正員 岩 下 英 嗣* 正員 田 中 聡 嗣**
学生員 末 永 昌 照*** 正員 土 井 康 明*

A Study on the Aerodynamic Interaction of Wings and the Aerodynamic Properties
of a Canard-Configuration WISES Flying over Still Water and Waves (Part 1)

by Hidetsugu Iwashita, *Member* Satoshi Tanaka, *Member*
Masateru Suenaga, *Student* Yasuaki Doi, *Member*

Summary

The aerodynamic properties of a canard-configuration WISES (Wing In Surface Effect Ship) flying over calm water and/or waves are studied from experimental and theoretical points of view. A canard-configuration WISES without PAR (Power Augmented Ram) was originally proposed by Kubo and Akimoto¹⁾ and it enables easy detachment from the waves utilizing the large trim angle of the ship induced by the front wing. On the other hand, it has been suspected for the WISES that the stability is one of the serious problems against the disturbance due to the gust or waves. However the aerodynamic properties of WISES for such disturbance have not been yet made clear in detail.

In this paper, the model experiment is carried out in a towing tank imitating the WISES flying over calm water or waves, and the aerodynamic properties as well as the aerodynamic interaction effect of wings are investigated. Theoretical computations based on the BEM are also carried out and the results are compared with experiments. Through the study it is confirmed that the effect of the disturbance due to waves on the stability of WISES is scarcely to be considered, and also that the proposed theoretical method can predict aerodynamic properties of WISES in good accuracy.

1. 結 言

表面効果翼機 (船) WISES (Wing In Surface Effect

Ship) もしくは WIG (Wing In Ground effect) とは翼が地表に近づいた際に揚抗比が大きくなることを利用した高速艇であり、航空機よりも安価で自動車・鉄道よりも高速であることから、将来の高速海上輸送機関の候補の一つと考えられている。特に日本のような島国においては適切な航路の選択によって将来その需要が高まる可能性は高く、そのことは久保・秋元¹⁾²⁾ による WISES の経済性、運動性等の具体的な検討結果からも

* 広島大学大学院工学研究科

** ダイハツ工業 (株)(研究当時 広島大学大学院
工学研究科博士前期課程)

*** 広島大学大学院工学研究科博士前期課程

推察されるところである。

地面効果翼に関する研究は 1920 年頃から航空機の分野で始まり、1935 年に WISES として開発されて以降³⁾、Lippish 翼型やタンデム翼型など多様なコンセプトに基づく艇体が提案され実機としても存在している。これら WISES に関し、未だ不明瞭である検討課題として、突風や波浪などの攪乱に対する巡航時の安定性や波浪中での離水性能など、広い意味で耐航性能に関する問題がある。巡航時の耐航性能については、小型の実機レベルでは経験的に波浪による影響は小さいことが知られているが、実験や理論レベルでの検証はほとんど行われておらず、こうした背景に起因する安全性への懸念からも大型の実機開発が遅れているように思われる。波浪中での離水性能については、静水面上での離水性能を向上させる目的で装備されている PAR (Power Augmented Ram) に波浪中での離水性能の向上を期待することは難しく、新しいコンセプトによる克服が必要と考えられる。久保・秋元¹⁾⁴⁾はこの問題を克服する新しいコンセプトとして前翼形式と前置きプロペラ推進を組み合わせた WISES を提案している。船首側に配置された前翼により艇全体をトリムさせ、主翼に高迎角を与えることにより短時間での離水が可能となるとともに、プロペラ後流に翼を配置することで失速迎角に懸念なく高迎角を得ることができる。

一方、WISES に関する理論的な研究としては、ポテンシャル理論をベースとする研究に限定しても、増田・鈴木⁵⁾による 2 次元 WIG の自由表面干渉影響に関する研究、永松ら⁶⁾による 3 次元 WIG の地面効果に関する研究、水谷・鈴木⁷⁾による 3 次元 WIG の自由表面影響に関する研究など多くの研究⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾が行われている。増田・鈴木⁵⁾を除けばいずれも静水面上を飛行する WIG を取り扱ったいわゆる定常問題に相当し、波浪上を飛行する 3 次元 WIG、すなわち 3 次元非定常問題を取り扱った例は少ない。増田・鈴木⁵⁾は、規則波上を飛行する 2 次元 WIG に作用する変動揚力についても自由表面との干渉を考慮して計算を実施し、定常揚力に比べて相対的に無視できない量の変動揚力を得ているが、実際の 3 次元問題では翼下の空気が進行波の幅方向へも流れるために、それほど大きな変動揚力は生じないものと推察され、実験や数値計算による検証が待たれるところである。

こうした背景をもとに、本研究では久保・秋元¹⁾⁴⁾の提案する前翼式 WISES を対象として、静水面上および波浪上を飛行する場合に対応する水槽試験およびポテンシャル理論をベースとする 3 次元理論計算を実施する。水槽試験では、水槽を底上げし、そこに波浪を模擬した波板を敷き詰めて水中で模型を曳航し、前翼と主翼との

干渉流体力等を含めて計測を行っている。一連の水槽試験および理論計算を通して、前翼式 WISES の静水面上および波浪上での空力特性、前翼と主翼との干渉影響について明らかにして行く。なお、これら水槽試験および理論計算においては、WIG が自由表面に及ぼす影響は微小であるという増田・鈴木⁵⁾、水谷・鈴木⁷⁾らの結果を受け、静水面および波面を剛体として取り扱う。

2. 水槽試験

現在、鳥取大学、広島大学、東京大学では、久保・秋元¹⁾⁴⁾の提案する前翼式 WISES に関し共同研究を行っている。想定する実機概念図を Fig. 1 に示す。全長は 20m となっている。本研究では、このコンセプトをベースに、前翼式 WISES が静水面上や波浪上を飛行した場合の、前翼および主翼との干渉を含めた空力特性を把握する目的で水槽試験を実施した。Fig. 2 に実験における模型・装置の配置を、Table 1 に前翼・主翼の主要寸法を、また Figs. 3, 4 には実験時の写真を示している。

Fig. 1 Conceptual design of a canard-configuration WISES¹⁾⁴⁾

Table 1 Principal dimensions of wings

	Front wing	Main wing
Wing section	NACA0012	Clark-Y
Chord length (m)	0.04	0.2
Span length (m)	0.3	0.3
Aspect ratio	7.5	1.5

実験模型は、胴体を無視して前翼および主翼のみから構成されるとし、前翼前縁から主翼後縁までの長さを全長 $L = 0.34$ m としている。これは想定実機の約 1/60 スケールである。前翼は翼後縁側、主翼は翼前縁に取り付けられたロッドを上下させることにより、迎角調節ができるようにしてある。また、主翼には Fig. 2 中に示すような翼端板が装着可能となっており、その効果を調べられるようにしてある。翼端板底部は主翼の基線と平行であり、主翼後縁から底部までは 10mm、板厚は 5mm

Fig. 2 Arrangement of measuring instruments in a towing tank

である。端版前縁・後縁は極端な抵抗にならないように 10mm の幅で円弧状に削っている。

前翼、主翼上部には検力計 (定格 30 kgf) をセットし、それらは昇降装置を介して曳航電車に取り付けられている。曳航電車を速度 $U = 2.5 \text{ m/s}$ ($F_n = 1.37$ 相当) で曳航し、検力計に作用する水平方向、鉛直方向の力とモーメントを計測する。このとき主翼、前翼の Reynolds 数は各々 3.83×10^5 , 0.77×10^5 である。

実験では、まず水槽底上げ床上で主翼および前翼を個々に曳航し、静水面上を飛行する単独翼に対応する実験を行った。底上げ床の設置誤差は静水面に対して $\pm 1 \text{ mm}$ 以内である。主翼に関しては、床から翼後縁までの鉛直距離 (高度) を h とし、それと chord 長 c との比率 h/c を 0.1 から 0.5 まで変化させた各状態において、主翼迎角 α を 0 度から 10 度まで変化させ計測を行っている。同計測は翼端板あり・なしの場合に対して行う。

前翼に関しては、もともとの配置位置が床から離れた場所であることから地面効果はほとんど現れない。よって、翼支持位置 (前縁から 25% chord 長) を地面から 9cm の位置に固定し、前翼迎角 α_f を 0 度から 10 度まで変化させて計測を行った。

Fig. 3 Photograph of the model

Fig. 4 Photograph of the model above the wavy-plate

また、前翼と主翼との干渉影響を調べるため、Fig. 2 のように前翼・主翼をセットし、前翼の迎角を 1 度、4 度、9 度と変化させ、その各々において主翼の迎角を 0 度から 10 度まで変化させる計測を行った。なお、この干渉実験は、主翼の高度を $h/c = 0.1$ とし、翼端板を装着した状態についてのみにやっている。

以上の実験を波浪 (正面規則波) を模擬した波板上でも同様に行った。波板は FRP 製であり、水平度は誤差 $\pm 1 \text{ mm}$ 以内に収まるように製作されている。波板の波長は主翼 chord 長 c に対して $\lambda/c = 2.0$ であり、波粗度は $H/\lambda = 1/20$ である。主翼後縁が 2 番目の波頂を通過した瞬間にトリガーが入るようにセットし、その時刻を基準に位相を解析している。なお、波板上の実験については翼の高度 h を波の平均位置から主翼後縁までの距離と定義して用いている。

3. 理論計算

3.1 問題の定式化

出合い角 χ で入射する波数 k 、波振幅 A 、出合い円周波数 $\omega_e = \omega_0 - kU \cos \chi$ の微小振幅規則波上を一定

Fig. 5 Coordinate system

速度 U で前進する WISES を考え、物体固定座標系を Fig. 5 のように取る。 x 軸は翼の進行方向を正、 z 軸は $z = 0$ を静水面に取り鉛直上向きを正とし、法線は流体内向きを正とする。流体は非粘性、非圧縮、非回転の理想流体であると仮定し、物体表面を S_H 、後流渦面を S_W 、波面を S_F で表わす。前述のように、WISES による自由表面攪乱影響を無視し、波面は剛体と考える。波振幅が小さいとして線形理論で考えれば、空気 (密度 ρ) の速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z; t)$ は以下の支配方程式と境界条件を満足しなければならない。

$$[L] \quad \nabla^2 \Phi = 0 \quad (1)$$

$$[H] \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_H \quad (2)$$

$$[F] \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \nabla \Phi \cdot \nabla \right) \zeta^*(x, y; t) \quad \text{on } z = 0 \quad (3)$$

$$[K] \quad p^+ - p^- = 0 \quad \text{on } S_W \quad (4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \zeta^*(x, y; t) &= A \cos[\omega_e t - k(x \cos \chi + y \sin \chi)] \\ &\equiv \Re[A \zeta(x, y) e^{i\omega_e t}] \\ \zeta(x, y) &= e^{-ik(x \cos \chi + y \sin \chi)} \end{aligned}$$

(4) 式は圧力に関する Kutta 条件であり、 p^+ 、 p^- は S_W 上下面での圧力を表わしている。

自由表面上での境界条件 (3) を満足させるために、 $\Phi(x, y, z; t)$ を定常項、非定常項に分けて

$$\Phi = U[-x + \phi_s(x, y, z)] + \Re[A \phi_t(x, y, z) e^{i\omega_e t}] \quad (5)$$

のように表す。このとき定常攪乱速度ポテンシャル ϕ_s 及び非定常攪乱速度ポテンシャル ϕ_t の境界値問題を以下のように設定することができる。

[定常問題]

$$[L] \quad \nabla^2 \phi_s = 0 \quad (6)$$

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_s}{\partial n} = n_x \quad \text{on } S_H \quad (7)$$

$$[F] \quad \frac{\partial \phi_s}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (8)$$

$$[K] \quad p_s^+ - p_s^- = 0 \quad \text{on } S_W \quad (9)$$

[非定常問題]

$$[L] \quad \nabla^2 \phi_t = 0 \quad (10)$$

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_t}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_H \quad (11)$$

$$[F] \quad \frac{\partial \phi_t}{\partial z} = i \left[\omega_0 - kU \left(\frac{\partial \phi_s}{\partial x} \cos \chi + \frac{\partial \phi_s}{\partial y} \sin \chi \right) \right] \zeta(x, y) \quad \text{on } z = 0 \quad (12)$$

$$[K] \quad p_t^+ - p_t^- = 0 \quad \text{on } S_W \quad (13)$$

p_s^+ 、 p_s^- は S_W 上下面での定常圧力、 p_t^+ 、 p_t^- は S_W 上下面での非定常圧力 $\Re[p_t e^{i\omega_e t}]$ を意味する。

3.2 積分方程式

(6) ~ (9) の定常問題、および (10) ~ (13) の非定常問題の境界値問題を積分方程式に帰着させて求解する。非定常問題に関して定式化すれば、定常問題のそれは非定常問題における結果から容易に導けるので、ここでは非定常問題について記述して行く。翼、後流渦面、自由表面により取り囲まれた空気領域に Green の第二定理を適用し、後流渦面上で $\phi_{tn}^+ - \phi_{tn}^- = 0$ であることを用いると

$$\begin{aligned} \frac{\phi_t(P)}{2} - \iint_{S_H + S_F} \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} \phi_t(Q) dS \\ = - \iint_{S_H + S_F} \frac{\partial \phi_t(Q)}{\partial n} G(P, Q) dS \\ + \iint_{S_W} \Delta \phi_t(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} dS \quad (14) \end{aligned}$$

を得る。 $P = (x, y, z)$ 、 $Q = (x', y', z')$ であり、 $\Delta \phi_t(Q) \equiv \phi_t(Q^+) - \phi_t(Q^-)$ は S_W の上下の点 Q^+ 、 Q^- でのポテンシャル差である。核関数 $G(P, Q)$ は $G = 1/4\pi r$ 、 $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$ である。

非定常圧力 $\Re[p_t e^{i\omega_e t}]$ として定常攪乱 ϕ_s の影響を無視した線形項のみを用いると、 S_W 上での条件 (13) 式から

$$\left(i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x'} \right) \Delta \phi_t(Q) = 0 \quad \text{on } S_W \quad (15)$$

を得る。 $k_r = \omega_e / U$ とおくとこの解は

$$\Delta \phi_t(Q) = A(y', z') e^{ik_r x'} \quad \text{for } Q \in S_W \quad (16)$$

となる。翼後縁 $Q_T = (x'_T, y'_T, z'_T)$ において

$$\Delta \phi_t(Q_T) = A(y'_T, z'_T) e^{ik_r x'_T} \quad (17)$$

であるから、 $A(y'_T, z'_T) = \Delta\phi_t(Q_T)e^{-ik_r x'_T}$ となり、 $y = y_T, z = z_T$ の後流渦面上において (16) は

$$\Delta\phi_t(Q) = \Delta\phi_t(Q_T)e^{ik_r(x' - x'_T)} \quad (18)$$

のように、翼後縁におけるポテンシャル差を未知数とする形で表わすことができる。(18) 式を (14) 式に代入し、 S_W 上での積分項を左辺に移行すれば、(14) 式は翼面上および自由表面上の速度ポテンシャルを未知数とする積分方程式となり、境界条件 (11), (12) を右辺に代入し離散化して数値的に解くことができる。

本来、時間に関して線形な圧力式は、定常攪乱 ϕ_s を考慮して

$$p_t(x, y, z) = -\rho A \left[i\omega_e + U \nabla(-x + \phi_s) \cdot \nabla \right] \phi_t(x, y, z) \quad (19)$$

と計算するべきであるから、上記積分方程式から得られた ϕ_t を初期値とする繰り返し計算により (19) 式による Kutta 条件が満足されるように収束計算を行う。この際必要となる ϕ_t の偏微分は後述の数値微分法を用いて行い、繰り返し計算は Kerwin ら¹¹⁾の方法を複素数に拡張して容易に行うことができる。得られた圧力を翼表面上で積分することにより

$$F_j = - \iint_{S_H} p_t n_j dS, \quad (j = 1 \sim 6) \quad (20)$$

のように翼に作用する力とモーメントが計算される。ここで、 $(n_1, n_2, n_3) = \mathbf{n}$, $(n_4, n_5, n_6) = \mathbf{r} \times \mathbf{n}$ である。非定常問題の場合には、(19) 式で表わされる非定常な圧力と同時に、 ϕ_t の 2 次のオーダーの圧力の時間平均として船舶の耐航性能問題における抵抗増加に相当する定常力が誘起される。

$$\begin{aligned} F_j^{(2)} &= \frac{\rho A^2}{2} \iint_{S_H} \Re[\nabla\phi_t e^{i\omega_e t}] \cdot \Re[\nabla\phi_t e^{i\omega_e t}] n_j dS \\ &= \frac{\rho A^2}{4} \iint_{S_H} \Re[\nabla\phi_t \cdot \nabla\phi_t^*] n_j dS \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、オーバーラインは時間平均を取ることを意味し、Asterisk は複素共役を取ることを意味する。

定常問題の場合には、積分方程式 (14) において、核関数として自由表面条件 (8) 式を満足する $G(P, Q) = (1/r + 1/r')/4\pi$ ただし、

$$r' = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z + z')^2}$$

を用いることで S_F 上の積分を削除することができる。また、(18) 式は $k_r = 0$ と置いて用いればよい。(19)

式に対応する圧力の計算においては、非線形項も考慮して

$$\frac{p_s - p_\infty}{\rho U^2/2} = 1 - \nabla[-x + \phi_s] \cdot \nabla[-x + \phi_s] \quad (22)$$

と計算し、翼後縁において Kutta 条件 (9) 式が満足されるように繰り返しにより収束計算させる。具体的な計算手法は前述の Kerwin ら¹¹⁾の方法により行っている。なお、本計算では後流渦面両端での Roll up に起因する非線形影響を無視し、定常問題、非定常問題いずれの場合においても、後流渦面は翼後縁から一様流に沿って流出させ、その形状は固定としている。

3.3 数値計算法

積分方程式の離散化による数値解法は近年一般的になっているので、ここでは概要のみを述べるに留める。翼表面、後流渦面、また非定常問題の場合にはこれらに加えて自由表面を有限個の四角形要素に分割し、各要素内で ϕ_s, ϕ_t およびそれらの法線方向微分値が一定であるとして積分方程式 (14) を離散化する。任意要素 ΔS_j から各要素の代表点 P_i への影響係数

$$\iint_{\Delta S_j} G(P_i, Q) dS, \quad \iint_{\Delta S_j} \frac{\partial G(P_i, Q)}{\partial n} dS$$

は Newman¹²⁾の方法を用いて要素内での厳密積分が可能である。

定常問題の場合、後流渦面の要素は y 方向へのみ分割し、 x 軸方向には翼後縁から $3c$ くらいの位置まで 1 パネルで分割すればよい (実際の計算ではパネルアスペクト比を小さくする目的で 5 パネル程度で分割している)。本来無限遠方の下流へ至る後流渦面を途中で打ち切ったことになるが、数値計算上その影響は微小である。非定常問題における後流渦面は (18) 式を考慮して、 x 軸方向への要素分割も必要となり、特に翼後縁近くでは核関数の特異性に配慮して細かく分割する必要がある。また、非定常問題の場合に分割が必要となる自由表面は、翼から十分に離れた場所まで分割する必要がある。

圧力計算において必要となる翼表面上の速度場は、翼表面上の速度ポテンシャルをスプライン関数を用いて表現することにより実行している。翼面上の位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ および速度ポテンシャル ϕ をスプライン関数を用いて

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{r}(\xi, \eta) \\ \phi(\xi, \eta) \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{N_\xi} \sum_{j=1}^{N_\eta} \begin{Bmatrix} \alpha_{ij} \\ \lambda_{ij} \end{Bmatrix} B_{ij}(\xi, \eta) \quad (23)$$

と表わす。 ξ, η は翼面上に取られた曲線座標、 N_ξ, N_η は各方向の要素分割数である。 $\alpha_{ij}, \lambda_{ij}$ はスプライン係

Fig. 6 Computation grids of the WISES

数, B_{ij} は 2 変数の B-スプライン関数である. スプライン係数は $\mathbf{r}, \phi$ が与えられると一意的に決定される. ξ, η 方向の単位ベクトルを $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$, それらと垂直な方向の単位ベクトルを $\mathbf{e}_3 (= \mathbf{n})$ とすると,

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi}, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{1}{h_2} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta}, \quad \mathbf{e}_3 = \frac{1}{h_3} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} \quad (24)$$

となる. ただし, h_j ($j = 1 \sim 3$) はベクトル $h_j \mathbf{e}_j$ の大きさである. $h = h_1 h_2 \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2$ と置くとき,

$$\nabla \phi = \frac{h_1}{h_1^2 h_2^2 - h^2} \left(h_2^2 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - h \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \mathbf{e}_1 + \frac{h_2}{h_1^2 h_2^2 - h^2} \left(-h \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + h_1^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \mathbf{e}_2 + \frac{\partial \phi}{\partial n} \mathbf{e}_3 \quad (25)$$

の関係を得る. 右辺の諸量は (23) および境界条件を用いて既知量となるから, 翼面上の任意点において $\nabla \phi$ を計算することができる.

4. 結果と考察

Fig. 6 に本計算で用いた翼の要素分割を, Table 2 に詳細な要素分割数 (x 軸方向 $\times y$ 軸方向) を示している. Fig. 6 の中で, (a), (b) は主翼単独, (c) は主翼と前翼の干渉計算, (d) は非定常問題の計算用の要素分割を示している. (d) の自由表面は, $4c < x < -2c$, $0 < y < 2c$ の範囲を分割しており, この範囲は試計算

により領域の打ち切り誤差が十分小さくなるように設定した. なお, 前翼の要素分割数は Table 2 の翼端板なしの場合と同様である.

Table 2 Grid number for computations ($y > 0$)

	with end-plates	w/o end-plates
Wing side	upper/lower/side = $20 \times 5/20 \times 5/40 \times 5$	20×5
Wing	40×15	
Wake sheet	for steady/for unsteady = $5 \times 15/50 \times 15$	
Free surface	96×14	

以下, WISES が静水面上を飛行する場合に相当する定常問題, 波浪を模擬した波板上を飛行する場合に相当する非定常問題に分けて実験結果および理論計算結果を示して行く.

4.1 定常問題

[地面効果と翼端板効果]

まず, 主翼単独の結果を示す. Fig. 7 に翼端板がない場合とある場合の迎角 $h/c = 0.1, 0.2, 0.3$ に対する抗力係数および揚力係数の結果を示している. 各係数は

$$C_d = \frac{-F_1}{\rho U^2 S/2}, \quad C_l = \frac{F_3}{\rho U^2 S/2}$$

で定義される無次元量であり, 面積 S は翼の基線面の面積 $S = cB$ (B : 翼幅) としている. また, C_p は圧力中心係数であり, 翼の基線上で翼に作用するモーメン

Fig. 7 Lift, drag and center-of-pressure coefficients of the main wing for $h/c = 0.1, 0.2, 0.3$ Fig. 8 Effect of the height of the main wing on lift and drag coefficients for $\alpha = 4, 6, 8$ degs. Fig. 9 Measured lift-drag ratio of the main wing for $\alpha = 4, 6, 8$ degs. Fig. 10 Lift, drag and center-of-pressure coefficients of the front wing for $h_f/c_f = 2.25$

トがゼロとなる点を求め、その翼前縁からの距離を翼の chord 長で無次元化した値である。特に $\alpha > 4$ degs. の迎角において、 h/c が小さくなる、すなわち翼後縁と

地面との距離が小さくなるとともに揚力係数が大きくなるという地面効果が顕著に現れている。また、地面効果により圧力中心が迎角に対して非常に大きく変化するこ

Fig. 11 Lift & drag coefficients of front and main wings of the WISES influenced each other ($h_f/c_f = 2.25$, $h/c = 0.1$)

とが確認できる。これは通常の航空機の翼と著しく異なる地面効果翼の空力特性の一つである。

揚力係数、抗力係数を h/c を横軸に取って示すと Fig. 8 を得る。地面効果は翼端板を有する場合により顕著となり、 $h/c = 0.1$ では約 15 % もの揚力増加が見ら

れることが分かる。これに対し、 h/c に対する抗力の変化は非常に小さく、また翼端板を付加することにより僅かながら抗力が小さくなる現象が把握できる。この地面効果を揚抗比の形で示したのが Fig. 9 である。翼端板を付加することにより揚抗比を飛躍的に大きくできるこ

とが確認できる。いずれの図においても実験と理論計算の結果はおおむね良好な精度で一致しており、本理論計算法の妥当性が検証できる。理論計算が圧力中心係数や抗力を過小に推定しているのは、通常の翼の場合と同様に、理論計算において粘性を無視したことによる影響であると思われる。

Fig. 10 は前翼単独の抗力係数および揚力係数の結果を示している。横軸 α_f は前翼の迎角を表わしている。想定している WISES では、主翼と前翼を Figs. 2, 6(c) のように配置することになるので、前翼はその chord 長の 2 倍以上も地面から離れた場所に配置されることになり地面効果は期待できない。ここに示す結果は、 $h_f/c_f = 2.25$ (h_f :地面から前翼回転中心までの高さ) の状態における計測結果、および対応する理論計算結果である。理論計算に比べて計測された揚力が小さく抗力が大きくなっているのは、chord 長が短いため、実験において Reynolds 数影響が顕著に現れたためであると考えられる。また、計測治具の寸法に対して chord 長が短かったため (Fig. 2)、圧力中心係数を精度良く計測することは困難であった。図には理論計算による結果のみを示しているが、翼型が対称翼であることからほぼ $C_p = 0.25$ の値を示している。

[前翼と主翼の干渉影響]

次に、実際の WISES を想定して主翼と前翼を配置した Fig. 6(c) の状態における結果を示していく。Fig. 11 は、前翼が主翼の翼性能にどのような影響を及ぼすか、また逆に主翼が前翼にどのような影響を及ぼすかを示したものである。主翼には翼端板が装着されており、主翼後縁の地面からの距離は $h/c = 0.1$ としている。(a) から (c) まで順に前翼迎角 α_f が 1 度、4 度、9 度の場合に相当し、各々の状態において主翼迎角 α を 0 度から 10 度まで 2 度刻みで変化させ、前翼および主翼に作用する流体力を計測している。図中、白抜きのプロットは前翼および主翼単独時の値を、黒色のプロットは前翼・主翼を同時に配置した場合の値を示している。各々に対応する理論計算結果は曲線で示されている。

まず、前翼について見てみる。図中に示す前翼単独の結果は主翼の迎角 α に関係なく前翼の迎角 α_f に対して一定値であるから、(a) ~ (c) のいずれの図においても白抜きのプロットおよびそれらに対応する理論計算結果は α に対して一定値となるように図示してある。それを基準にして主翼が配置された場合の結果である黒色のプロットおよび対応する理論計算結果を見ることにより、主翼の存在が前翼の翼性能に及ぼす影響を考察することができる。前翼迎角が小さい $\alpha_f = 1$ deg. の場合、主翼が前翼に及ぼす影響は非常に大きく、揚力係数はおおむね 3 倍にもなっていることが分かる。その影響は前翼

迎角 α_f の増加とともに小さくなり、 $\alpha_f = 9$ degs. では前翼単独の場合と比べてほとんど相違がなくなる。こうした傾向は、定量的には差違が見られるものの、理論計算結果にも明瞭に現れている。主翼の存在により、前翼の存在する近傍 (主翼上流上側) には一様流に対してやや上向き方向の流速場が形成されることから、この影響によって流体の前翼への流入角が増加し、単独の場合と比べて揚力が増加したものと考えられる。その影響が前翼迎角が小さい場合に顕著となる理由については、前翼・主翼のより複雑な干渉影響の結果であると解釈している。実験値と理論計算値とに見られる差違は、主として Reynolds 数影響、また実際には前翼の後流渦面のが主翼の存在によって湾曲するというような非線形影響が理論計算には考慮されていないことなどに起因するものと考えられる。

次に、主翼について見てみる。前翼後流に配置されていることから前翼が主翼に及ぼす影響は小さいと思われるが、実際は図に示されるように、その影響は非常に小さくなっている。前翼が主翼と比べて小さいためではないかと推察される。前翼迎角が $\alpha_f = 9$ degs. のように大きくなると僅かながら主翼揚力に影響が現れ、主翼単独時に比べて発生する揚力は小さくなる。これは前翼の吹き降ろしにより前翼後流では鉛直下向きの流れが誘起され、主翼への流入迎角が単独時よりも小さくなるためであると考えられる。

Fig. 12 Measured lift coefficient of the front wing influenced by the main wing

本研究で想定している WISES (Fig. 1) の場合、前翼は主翼とともに揚力の一部を負担すると同時に姿勢制御のための昇降舵機能を兼ねることになる。Fig. 11 の結果は、その設計時において前翼が主翼迎角により強い影響を受ける点を十分に考慮する必要があることを示唆

Fig. 13 Pressure distribution on the main wing without end-plates ($h/c = 0.1$, $\alpha = 8$ degs.)

Fig. 14 Pressure distribution on the main wing with end-plates ($h/c = 0.1$, $\alpha = 8$ degs.)

Fig. 15 Pressure distributions on the single front-wing and the single main-wing
($h_f/c_f = 2.25$, $\alpha_f = 4$ degs., $h/c = 0.1$, $\alpha = 4$ degs.)

Fig. 16 Pressure distributions on front and main wings of the WISES
($h_f/c_f = 2.25$, $\alpha_f = 4$ degs., $h/c = 0.1$, $\alpha = 4$ degs.)

している。Figs. 10, 11 から主翼の迎角変化に起因する前翼揚力係数の変化の図を作成してみると Fig. 12 のようになる。昇降舵機能として重要となる迎角変化に対する揚力の線形応答性は主翼迎角が一定であればおおむね保持されているようであるが、本 WISES の場合、主翼迎角は機体のトリム角に直接対応しているため、前翼の迎角調整により機体のトリム角が変化すれば主翼迎角はそれに応じて変化し、その主翼迎角変化からも前翼揚力は影響を受けることになる。このように、前翼による姿勢制御時に、前翼揚力が前翼迎角と機体のトリム角すなわち主翼迎角の関数として与えられることを考慮する必要がある、前翼と主翼の空力干渉影響をあらかじめ把握しておくことは操縦微係数の設定に際して極めて重要となる。

[圧力分布]

Figs. 13, 14 に理論計算により得られた主翼表面の圧力分布の一例を、翼端板なし・ありの場合を比較して示している。翼端板を装着することにより、翼端下面における正圧領域が広がり、全体として揚力の増加に寄与していることが分かる。

Fig. 15 に前翼、主翼単独の場合の圧力分布、Fig. 16 に前翼・主翼一体の場合の圧力分布を示している。各図の前翼、主翼の圧力分布を比較することにより翼間の干渉影響を圧力レベルで見ることが出来る。前翼の影響により主翼の圧力全体が小さくなること、また主翼の存在により前翼の圧力が非常に大きく影響を受けることが確認できる。主翼の存在は、特に前翼上面の負圧を増大させる効果を有するようである。

4.2 非定常問題

WISES が規則波上を飛行する状態においては、機体は空气中を速度 U で前進し、規則波は位相速度 $v_p = \omega_0/k$ で機体に対して入射してくることになる。これを水槽試験で再現させるためには、本来規則波を模擬した波板を v_p で動かす必要がある。実際の WISES のように U に対して v_p が小さい場合には近似的に v_p を無視して固定波板として実験しても差し支えないと思われるが、今回の水槽試験では曳航電車の速度の上限の問題からそれほど高速で曳航できない。具体的には $\lambda = 0.4$ m, $U = 2.5$ m であるから、 $v_p = 0.316U$ の関係にある。しかしながら、本研究の目的は波浪のような地面の起伏が WISES にどのような非定常流体力を与えるのかを調べることで、また線形ポテンシャル理論に基づく理論計算がどの程度の推定精度を有するかを検証することであるから、実験では $v_p = 0$ として、つまり進行しない規則波を模擬した固定波板上での模型曳航試験を行い、それに対応する理論計算においても $v_p = 0$ とした計算

を実施して比較検討することにした。理論計算の妥当性を検証するにはこれで十分であるし、仮にその妥当性が検証できたとすれば、実際の波浪上に対応する計算は容易に行うことができる。そこで、実験では進行しない規則波を模擬した固定波板上で模型を曳航し、対応する理論計算では $\omega_0 = 0$ 、つまり $v_p = 0$ として比較計算を実施している。なお、実験では上記非定常問題においても前翼と主翼の干渉実験を行い多くのデータを得ているが、その影響は定常問題と比べて微量であった。そこで本論文では、主翼単独の結果のみを示すことにする。

数値計算においては、まず Fig. 6(d) に示す要素分割を用いて定常問題を解き、翼表面および $z = 0$ の面での流速分布を求めておく。その際、積分方程式の核関数としては $G = 1/4\pi r$ を使用し、 $z = 0$ 面で境界条件式 (8) を課す。ここで得られた流速分布を非定常問題の $z = 0$ 面での境界条件式 (12) に用いて非定常問題の境界値問題を解くことになる。ちなみに、Kutta 条件を十分な精度で満足させるための繰り返し計算回数は、定常問題の場合も非定常問題の場合も 1 回程度であった。この速い収束には、前述のスプライン微分法による速度場の計算精度向上が寄与している。

Figs. 17, 18 に固定波板 ($\omega_0 = 0$) 上を飛行する主翼に作用する非定常な流体力 (強制力) を示しており、各々は翼端板なし・ありの場合の結果となっている。3 章に記した定式化に見るように、非定常流体力は波振幅に比例するが、前述の定常抗力・揚力との直接比較を容易にするために、ここでの流体力の無次元化は定常抗力・揚力の場合と同様にしている。従って数値計算においては、実験における波振幅 $A = 0.01$ m を代入して有次元値を計算し、定常抗力・揚力の無次元化に倣って無次元値を得ることになる。図中、位相は翼後端が波頂にきた瞬間を $t = 0$ と定義しており、pitch モーメントは翼後端中心としている。 h/c は波の平均位置から翼後端までの鉛直距離の無次元値であり、 $h/c = 0.15, 0.25, 0.35$ は波頂から翼後端までの鉛直距離の無次元値を h'/c とすれば $h'/c = 0.1, 0.2, 0.3$ に相当する。

図からは、まず定常揚力同様に、翼端板を装着することで、また h/c が小さくなるほど非定常流体力の振幅も大きくなることが分かる。ただし、非定常揚力の大きさは、先の定常揚力と比べて非常に小さく、おおむね 1/20 程度である。一方、迎角の小さい範囲での非定常抗力は、定常抗力自体が微小な量であることから相対的には定常抗力と同程度となる。非定常なモーメントも非定常揚力同様に微量であり、従って翼が波板上を飛行することによる圧力中心の平均位置からの変動振幅は微小であると言え、攪乱による圧力中心への影響は顕著ではない。つまり、波による WISES の運動への攪乱影響は非常に小

Fig. 17 Exciting forces and moment acting on the main wing flying above restricted wavy-plate (without end-plates)

Fig. 18 Exciting forces and moment acting on the main wing flying above restricted wavy-plate (with end-plates)

Fig. 19 Exciting forces and moment acting on the main wing flying above progressive head wave (with end-plates)

Fig. 20 Exciting forces and moment acting on the main wing flying above progressive head waves (with end-plates, $h/c = 0.15$, $A = 0.01$ m)

Fig. 21 2nd-order forces and moment acting on the main wing flying above restricted wavy-plate (with end-plates)

Fig. 22 2nd-order forces and moment acting on the main wing flying above progressive head waves (with end-plates, $h/c = 0.15$, $A = 0.01$ m)

く、一度波浪上へ離水してしまえば、安定な飛行が実現できるものと推察される。

今回実施した線形理論計算と実験とを比較してみると、全体的に抗力に関しては理論は実験を過小に推定し、揚力に関しては過大に推定していることが分かる。これら

は定常抗力・揚力同様に、粘性を含めた非線形影響によるものではないかと推察されるが、粘性による影響がどの程度であるのかなど詳細については、今後ポテンシャル理論枠内での非線形計算を実施して検証して行かなくてはならないであろう。特に位相における理論と実験と

Fig. 23 Unsteady pressure distribution on the main wing with end-plates flying above progressive head wave (cos-component: $h/c = 0.15$, $\alpha = 4$ degs., $\lambda/c = 2.0$)

Fig. 24 Unsteady pressure distribution on the main wing with end-plates flying above progressive head wave (sin-component: $h/c = 0.15$, $\alpha = 4$ degs., $\lambda/c = 2.0$)

の相違は大きく、今回の実験、計算における波程度が $H/\lambda = 1/20$ であることから非線形影響の度合いが懸念されるところである。しかし、こうした相違を除けば、定性的に、また定量的にはオーダーの把握目的として、線形理論に基づく今回の数値計算法は十分に実用可能であると言える。

実験で得られた位相から、翼に作用する非定常流体力はその後縁が波頂に来た時に非定常抗力最大、非定常揚力最小、機首下げ pitch モーメント最大となり、逆に前縁が波頂に来た時に非定常抗力最小、非定常揚力最大、機首上げ pitch モーメント最大となるように変動していることが分かる。

以上は、固定された波板上 ($\omega_0 = 0$) を WISES (ただし主翼のみ) が飛行する場合の実験と理論計算との比較であった。それを通じて理論推定法の妥当性が検証されたことを受け、次に、実際に進行する波浪上を飛行した場合に作用する流体力を理論計算により推定してみた。先の実験に使用した波板は $\lambda/c = 2.0$ であったので、この波長の波が進行波として移動している場合を $\omega_0 = \sqrt{gk}$ として計算することになる。その結果を図示したのが Fig. 19 である。Fig. 18 と Fig. 19 の計算値同士を比較してみると、進行波上を飛行する場合は、

固定した波板上を飛行する場合と比べて約 2 倍程度の流体力が作用することが分かる。また、定性的には、受ける流体力の大きさが迎角によりほとんど変化しない。Fig. 7 の定常抗力・揚力と比較すると、 $\alpha = 4 \sim 8$ の範囲で非定常抗力・揚力は定常抗力・揚力の 15 ~ 20 % 程度の値となることが分かる。この比率は h/c の増加とともに減少する。このように、翼が実際の波浪上を飛行する場合には、波浪による非定常流体力が無視するには大きな値として作用してくることになり、WISES の飛行姿勢維持のために何等かの制御が必要となる可能性がある。今回は波板を固定して実験を行っているが、板が固定の場合と自ら脈動して進行している場合とでは空気場が全く異なってくる (Appendix)。後者の場合には脈動により空気場に攪乱速度が誘起され、船舶の波浪中での問題における入射波の速度ポテンシャルに相当するものが存在するようになるからである。今回の計算結果は、その影響が無視できないことを示しており、今後 WISES の波浪上飛行をより現実的に即して模擬できる実験方法の開発も重要となってくる。

Fig. 20 には、入射波振幅を $A = 0.01$ m に固定して波長を変化させた場合の非定常流体力の数値計算結果を示す。非定常流体力のピークは $\lambda/c = 2.5$ くらいで

現れ、抗力を除けば翼迎角にあまり依存しないようである。今回の実験での条件 $\lambda/c = 2.0$ は非定常流体力のピーク近傍での条件となっており、非定常流体力の計測条件としては最大値を与える波長域であったことが確認される。

Fig. 21 には、翼が固定波板上を飛行する場合の 2 次オーダーの定常力 (21) 式の計算結果を、また Fig. 22 には進行する波浪上を飛行する場合の結果を示している。波面が動く場合には、動かない場合と比べて定常力が 10 倍程度大きくなること、波浪上を飛行することにより僅かながら推進力が発生していること、また静水面上を飛行する場合と比べて揚力は僅かながら減少することが分かる。ただし、これらは非常に微量であり、WISES の飛行性能に影響を与える量とは考えられない。

Figs. 23, 24 に主翼表面の非定常圧力分布の例を示している。各図は非定常圧力の $\cos$ 成分、 $\sin$ 成分を表わしており、前者は $\omega_{et} = 0$ の、また後者は $\omega_{et} = \pi/2$ の瞬間の圧力分布であると見ることができる。 $\lambda/c = 2.0$ の場合、これらは各々、翼後縁が波頂にきた瞬間、翼中央が波底真上にきた瞬間に相当する。図からは、翼が波頂に接近する時には翼下面に負圧域が生じ、逆に翼と波表面との距離が離れた時には正圧域が生じることが分かる。また、翼上面の圧力変動に対して翼下面の圧力変動は大きい。条件は異なるが、これらの非定常圧力分布を Figs. 14, 16 の定常圧力分布と比較して見ると、変動圧力の大きさは $1/10$ 程度であることも確認できる。

5. 結 言

本研究では、前翼式 WISES の模型を用いて定常流体力さらに波板を敷き詰め入射波を模擬することにより非定常流体力の計測を行い、翼間空力干渉影響や波浪中空力特性について検討した。また、線形ポテンシャル理論に基づく数値計算法を開発し実験との比較を通じてその妥当性を検証した。本研究により得られた結果をまとめると以下の様になる。

- (1) WISES が静水面上を飛行する場合において、主翼の地面効果および顕著な翼端板効果を確認することができた。
- (2) 定常問題における前翼式 WISES の前翼と主翼の干渉に関し、前翼が主翼に及ぼす影響よりも主翼が前翼に及ぼす影響の方が顕著であることが分かった。WISES の前翼による制御を考えた場合、前翼を主翼からより離して配置するのが適切であろうと思われる。

- (3) 翼が固定波板上を飛行する場合に相当する水槽試験を実施し、非定常流体力と飛行高度、迎角の関係を調べた。翼が地面に近づくにつれて地面効果により非定常流体力は大きくなるものの、その大きさは定常抗力・揚力に比べて微小であることが分かった。
- (4) 定常問題、非定常問題において線形ポテンシャル理論に基づく数値計算法を開発し、実験との比較を通じてその妥当性を検証した。一部実験結果を説明できない部分に関しては今後非線形計算を行うなどしてその原因を調査する必要がある。
- (5) 開発した理論計算法を用いて波浪上を飛行する WISES 主翼に作用する非定常流体力の推定を行った。波浪上を飛行する場合には、固定波板上を飛行する場合と異なり、定常抗力・揚力の 15 ~ 20 % 程度の大きさの非定常流体力が作用することが分かった。波浪上を飛行する WISES をより忠実に模擬できる実験方法の開発等が必要と思われる。
- (6) 非定常速度ポテンシャルの 2 次オーダーの圧力の寄与として、WISES が波浪上を飛行する場合、静水面上を飛行する場合と比べて僅かながら定常抗力・揚力の減少が生じることが確認された。

謝 辞

本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金 (基盤研究 (A)(1)14205145)、および新エネルギー・産業技術総合開発機構 産業技術研究助成事業費助成金 (プロジェクト ID:02B69005c) により行われたことを付記し、関係各位に謝意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 久保昇三, 秋元博路: 表面効果翼艇の現状と展望, 日本航空宇宙学会誌, 第 50 巻, 第 585 号, pp.220-224, 2002
- 2) Kubo, S., Rozhdestvensky, K. V.: An Outline of Conceptual Design and Feasibility Analysis of a Flying Wing Configuration on the Basis of Extreme Ground Effect Theory, Proc. 4th International Conference Fast Sea Transportation, Vol.2, pp.503-511, 1997
- 3) 久保昇三, 松原武徳, 松岡利雄, 河村哲也: 表面効果翼艇マリンスライダー・ミュースカイの流体力学, ながれ, 第 10 巻, 第 1 号, 1991

- 4) 竹爪崇浩, 秋元博路, 杉山大輔, 飯田恵一郎, 久保昇三: 前翼型表面効果翼船の小型自航模型の試作, 関西造船協会講演概要集, 2003 年度春季講演会, 第20号, pp.27-30, 2003
- 5) 増田聖始, 鈴木和夫: WIG の自由表面効果に関する数値解析的研究, 日本造船学会論文集, 第170号, pp.83-92, 1991
- 6) 永松哲郎, 星野徹二, 呉 文雄, 飯塚 透, 三好章夫, 松原武徳: 地面効果の翼特性について, 関西造船学会論文集, 第218号, pp.145-152, 1992
- 7) 水谷直樹, 鈴木和夫: 3次元 WIG に関する数値解析的研究, 日本造船学会論文集, 第174号, pp.35-46, 1993
- 8) 鈴木和夫, 松本慎也, 新郷将司, 和気千大: 2次元 WIG のポテンシャル理論に基づく翼最適化, 関西造船学会論文集, 第229号, pp.15-25, 1998
- 9) 鈴木和夫, 田中裕一, 甲斐 寿: ラムウイング型 WIG のパネル法に基づく流場特性と翼最適化, 関西造船学会論文集, 第236号, pp.15-25, 2001
- 10) 渡辺一雄, 秋元博路, 久保昇三, 飯田恵一郎: 3次元表面効果翼の RaNS 計算による特性評価, 日本造船学会論文集, 第192号, pp.257-265, 2002
- 11) Kerwin, J. E., Kinnas, S. A., Lee, J.-T.: Surface Panel Method for the Hydrodynamic Analysis of Ducted Propellers, SNAME Transactions, Vol.95, pp.93-122, 1987
- 12) Newman, J. N.: Distribution of Sources and Normal Dipoles over a Quadrilateral Panel, Journal of Engineering Mathematics, Vol.20, pp.113-126, 1986

Appendix

(10) ~ (13) 式のように定式化された ϕ_t に関する境界値問題は, (12) 式右边を二つに分けて考え, ϕ_t を

$$\phi_t = \phi_{t0} + \phi_{t7} + \phi_{ts} \quad (A1)$$

のようにおき, ϕ_{t7} , ϕ_{ts} 各々に対する境界値問題を

$$[L] \quad \nabla^2 \phi_{t7} = 0 \quad (A2)$$

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_{t7}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{t0}}{\partial n} \quad \text{on } S_H \quad (A3)$$

$$[F] \quad \frac{\partial \phi_{t7}}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (A4)$$

および

$$[L] \quad \nabla^2 \phi_{ts} = 0 \quad (A5)$$

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_{ts}}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_H \quad (A6)$$

$$[F] \quad \frac{\partial \phi_{ts}}{\partial z} = -ikU \left(\frac{\partial \phi_s}{\partial x} \cos \chi + \frac{\partial \phi_s}{\partial y} \sin \chi \right) \eta(x, y) \quad \text{on } z = 0 \quad (A7)$$

と設定することができる。ここで, ϕ_{t0} は

$$[L] \quad \nabla^2 \phi_{t0} = 0 \quad (A8)$$

$$[F] \quad \frac{\partial \phi_{t0}}{\partial z} = i\omega_0 \eta(x, y) \quad \text{on } z = 0 \quad (A9)$$

を満足する関数であり, $\eta(x, y) = e^{-ik(x \cos \chi + y \sin \chi)}$ であることからその解は解析的に

$$\phi_{t0} = -i \frac{\omega_0}{k} e^{-kz} \eta(x, y) \quad (A10)$$

と求められる。この ϕ_{t0} は進行波の脈動により空気場に誘起されるポテンシャル場を表わし, 船舶の耐航性問題における入射波の速度ポテンシャルに相当する。一方, (A2) ~ (A4) 式を満足する ϕ_{t7} は diffraction ポテンシャルに対応する。また, (A5) ~ (A7) 式を満足する ϕ_{ts} は波面上の定常攪乱影響を表わした速度ポテンシャルと見ることができ, (A7) 式右边に現れる ϕ_s と同オーダーとなる。

固定した波板のように波が進行しない場合は $\omega_0 = 0$ であるから $\phi_{t0} = 0$, 従ってまた $\phi_{t7} = 0$ となり波の脈動による空気場の攪乱は存在せず, 波面上の定常攪乱影響のみが ϕ_t に寄与することになる。逆に波が進行する場合には, ϕ_{t0} , ϕ_{t7} が存在し, 摂導論的には leading term となる。

このように, 波面が固定されている場合 ($\omega_0 = 0$) と進行する場合 ($\omega_0 \neq 0$) とでは流場の構成が全く異なるものであることが分かる。