粒子法による柱状水上滑走体まわり流れの 数値シミュレーション

正員 秋 元 博 路* 飯 田 恵 一 郎**
正員 久 保 昇 三*

Numerical simulation of the flow around a planing wedged cylinder by a particle method

by Hiromichi Akimoto, *Member* Keiichirou Iida
Syoze Kubo, *Member*

Summary

In high speed planing, the scale of free surface deformation and extended spray become comparable to the ship length. In numerical approaches of the problem, some difficulties arise from the mesh generation around the large, irregular formation of the free surface. One of its alternative approaches is the particle based computational fluid dynamics. The present authors applied the Moving Particle Semi-implicit(MPS) method originally developed by Koshizuka¹⁾ to the problem of high-speed planing. This paper describes the modifications to the MPS method to solve the problem, and shows numerical results of spray formation around a wedged cylindrical model.

1. 緒 言

水面上の高速滑走では、流体が薄い膜状となって船体表面を移動、飛散し、スプレーが発生する。また動的な圧力が静水圧よりも支配的となるため、滑走性能を推定するには、飛沫によって失われる運動量、船体姿勢、自由表面変形なども考慮しなければならない。この事は、高速滑走艇に限らず、飛行艇や表面効果翼船の離着水性能にとっても非常に重要である。

滑走体の周囲の流れ場は、自由表面の大変形、分裂、合体を含むため、自由表面に合わせて計算格子を適合さ

せる事は容易でない。近年、滑走状態を数値的に解析する手法が多く提案されており、Orihara ら²⁾ は、密度関数法によって自由表面を表現し、半滑走艇の運動と周囲の流れ場の数値シミュレーションを行った。密度関数法のようにスカラー量の分布で自由表面形状を追跡する場合、自由表面付近の空間解像度を十分に高める必要がある。しかし滑走速度が増加すると、自由表面の変形と飛沫の広がり滑走体の全長に比較しうるスケールとなり、不規則で大規模な自由表面形状を解像する計算格子を用意する事は容易でない。

一方、格子生成が困難な問題に適した手法として、近年、Lagrange 的に移動する粒子群によって流体を表現する粒子法が注目されている。粒子法には、天体物理における圧縮性流体の解析を目的として Monaghan³⁾ により開発された Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法と、非圧縮流体の解析用に離散化手法およ

* 鳥取大学工学部応用数理工学科

** (株) 富士通鳥取情報システムエンジニアリング (研究当時 鳥取大学大学院)

び圧力解法を工夫した Koshizuka ら¹⁾ による Moving Particle Semi-implicit (MPS) 法がある。

船舶海洋分野においても粒子法の導入が活発であり、末吉らが MPS 法を水波および浮体の問題に適用した一連の研究を示している^{4, 5, 6)}。また甲板冠水をモデル化した越塚ら⁷⁾の例がある。SPH 法では、Landrini ら⁸⁾が 2 次元スロッシング問題、Imas ら⁹⁾が水面貫通物体まわり流れの解析例を示している。

粒子法は、強非線形の自由表面問題と海洋構造物などの複雑形状などへ応用範囲を広げている。しかし船体まわり流れへの適用を考えると、平滑な面の表現、計算効率などの問題で従来の格子に基づく手法よりも不利となり、十分な検討が行われていないのが現状である。そこで本研究では、高速滑走の流体数値シミュレーション技術として、MPS 法の適用性を検討した。

本論文では、まず MPS 法の基礎概念を述べ、その後、特に滑走問題への適用のために施した幾つかの改良点を示す。計算例として、2 次元および 3 次元の柱状物体が水面上に落下する問題、3 次元柱状物体が水面上を前進する問題を示し、最後にまとめを述べる。

2. 計算手法

2.1 MPS 法の概要

本手法の基礎となる MPS 法の概略を述べる。支配方程式は、非圧縮条件 (1) と、非圧縮 Navier-Stokes 方程式 (2) である (越塚¹⁰⁾)。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{Re}\nabla^2\mathbf{u} - \frac{1}{Fr^2}\mathbf{e}_z + \frac{1}{We}\mathbf{n}\delta \quad (2)$$

ここで D/Dt は Lagrange 微分、 ρ は流体密度、 t は時間、 $\mathbf{u}$ は流速ベクトル、 p は圧力である。Reynolds 数 $Re = UL/\nu$ 、Froude 数 $Fr = U/\sqrt{gL}$ 、Weber 数 $We = \rho U^2 L/\sigma_{st}$ は、それぞれ粘性、重力、表面張力の大きさを表わす無次元パラメーター。 U 、 L は速度および長さの代表スケール。 σ_{st} は表面張力、 $\mathbf{n}$ は自由表面上の単位法線ベクトル、 δ は表面張力が水面でのみ働く事を表現するためのデルタ関数である。

非圧縮条件 (1) は、次に定義する粒子数密度 σ_i 一定の条件に置き換えられる。

$$\sigma_i \equiv \sum_{j \neq i}^N w(|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|) = \sigma^0 \quad (3)$$

σ_i は、 i 番目の粒子の周囲での粒子密度の指標であり、粒子間距離に依存する重み関数 w の和となっている。定数 σ^0 は、基準となる非圧縮状態での粒子数密度である。

重み関数には次の式を用いた。

$$w(r) = \begin{cases} r_e/r - 1 & (r \leq r_e) \\ 0 & (r > r_e) \end{cases} \quad (4)$$

ここで r_e はカットオフ半径であり、粒子間相互作用の到達距離を限定し、計算量を削減する。本研究では、 $r_e = 2.1 \times l_0$ (l_0 : 平均粒子間距離) を採用した。

MPS 法では、勾配、Laplacian などの空間微分を粒子間の相互作用としてモデル化する。 N 個の粒子位置 $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, N)$ において、ある物理量 ϕ が定義されているとすると、 $\mathbf{x}_i$ における勾配と Laplacian は以下の式で評価される¹⁰⁾。

$$(\nabla\phi)_i = \frac{d}{\sigma^0} \sum_{j \neq i}^N \frac{\phi_j - \phi_i}{r_{ij}^2} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) w(r_{ij}) \quad (5)$$

$$(\nabla^2\phi)_i = \frac{2d}{\sigma^0\lambda} \sum_{j \neq i}^N (\phi_j - \phi_i) w(r_{ij}) \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{i \neq j} w(r_{ij}) r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} w(r_{ij})}$$

ここで $r_{ij} = |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|$ は粒子間距離。 d は空間の次元数である。これらのモデル化は SPH 法の場合と異なり、むしろ非構造格子における微分演算との類似性が強い。

粒子数密度一定の条件を満足させるため、圧力項を加える前段階の速度場によって粒子を仮に移動させる。この段階での粒子数密度 σ_i^* は (3) 式を満たさないで、圧力の Poisson 方程式、

$$\nabla^2 p_i^* = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\sigma_i^* - \sigma^0}{\sigma^0} \quad (7)$$

を p_i^* について解き、次ステップの圧力場 p_i^{n+1} を得る。 ∇p_i^{n+1} に応じて粒子の速度と位置を更新し、非圧縮条件をも満たした粒子状態 (流場) を得る。圧力解法に際し、粒子数密度が基準値よりも小さい粒子は自由表面上と判定し、 $p_i = p_a$ (大気圧) の Dirichlet 条件を与える。

(7) 式の左辺に (6) を適用すると、圧力に関する対称疎係数の連立 1 次方程式となる。本研究では、これを共役勾配法によって解いた。

2.2 粒子登録法

重み関数がカットオフ半径 r_e を持つため、粒子 P_i と相互作用する粒子は、 P_i から距離 r_e 内のものに限られる。しかし、近傍粒子を探索する手間は、総粒子数 N の 2 乗に比例して増加してしまう。

このような N 体問題では、探索コストを削減するため、計算領域を多数の直方体セルに分け、近傍粒子の探索範囲を隣接するセルまでに限定する方法 (セル分割法)

Fig. 1 Cell partitioning (a) and book keeping method (b).

Fig. 2 Cloud C_i of neighboring particles.
(union of neighbor lists L_j)

がよく用いられる (Fig.1(a)). これは幾何学的に単純な対象には有効であるが、大規模で不規則な境界形状を含む場合には効率の良い方法とは言えない。またセル概念の導入は、粒子法の利点である幾何学的な自由度を減らしてしまう。そこで本研究では、セル分割法ではなく、個々の粒子にカットオフ距離内の近傍粒子のリスト L_i を持たせる粒子登録法を採用した (Fig.1(b))。

粒子が移動するため、各粒子が持つリスト L_i には時間ステップ毎の更新が必要である。このため Fig.2に示すように、 L_i 内粒子のリストの和集合 $C_i = \cup_{j \in L_i} L_j$ を作り、 C_i の中から新たな近傍粒子を選び出してリストを更新する。これにより、近傍粒子の探索コストは N^1 のオーダーとなり、複雑形状へ適用した場合も効率は変わらない。

しかし、飛沫や自由表面上の粒子の場合、上記の方法だけでは次ステップに遭遇する粒子を見付けられない。そこで、自由表面粒子については、近傍粒子の探索範囲を自由表面粒子全体に広げている。ただし、自由表面粒子数が全体に占める割合は小さいため、この事による計算時間の増加は僅かである。

Fig. 3 Velocity of mirror image particles.

2.3 鏡像粒子による境界表現

従来の MPS 法では、物体表面を数層の整列させたダミー粒子によって表現する。これは任意の物体形状を容易に表現できる利点があるが、粒子の空間解像度と同スケールの粗度が常に境界面に残るとい問題がある。そこで、将来、壁面摩擦応力などの評価を行う事を考慮し、鏡像粒子によって境界面を表現する。

境界面を S とし、 S との距離 l_s が r_e 以下となる粒子についてのみ鏡像粒子が必要となる。粒子 P_i の鏡像 P'_i の位置は、

$$\mathbf{x}'_i = \mathbf{x}_i - 2l_s \mathbf{n} . \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{n}$ は P_i 近傍の境界面における単位法線ベクトルである。鏡像粒子の速度 $\mathbf{u}'$ は、境界面の移動速度を $\mathbf{v}$ を使った次式で与える。

$$\mathbf{u}'_i = \begin{cases} \mathbf{u}_i - 2\{(\mathbf{u}_i - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n}\} \mathbf{n} & (\text{free-slip wall}) \\ 2\mathbf{v} - \mathbf{u}_i & (\text{no-slip wall}) \end{cases} \quad (9)$$

鏡像の圧力 p' は、境界面が加速度運動をしていない条件のもとで、

$$p'_i = p_i + (\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}_i) \cdot \mathbf{K} . \quad (10)$$

ここで $\mathbf{K}$ は重力加速度などの体積力である。以上により、粒子解像度によらず滑らかな平面の扱いが可能となる。曲面についても、近傍の曲率半径が l_0 に比べて十分大きければ同じ扱いができる。

複数の境界面が Fig.4のように接合する場所では、接合する 2 面について、それぞれ鏡像粒子が考えられる。このような状況でも鏡像粒子を含めた粒子数密度に過不足を生じさせないため、面の 2 等分面 (2 次元では 2 等分線) を境に鏡像生成の場合分けを行う。例えば、Fig.4(a) において、 P_i の鏡像位置は 2 等分面の反対側にあるため、鏡像 P'_i は使われない。一方、Fig.4(b) のような物体表面の凹部では、1 つの実粒子に対して 2 つ以上の鏡像粒子が必要となる。3 つの面が交わる場合についても同様の処理を組み合わせる。

Fig. 4 Mirror particles around convex (a) and concave (b) boundary edges.

Fig. 5 Collision between two free surface particles.

これらの鏡像粒子は、境界面の影響を採り入れるため便宜的に考えるだけで、主記憶を割り当てておく必要が無い。このため、整列したダミー粒子で境界を表現する手法に比べて、総粒子数を削減できる利点もある。

2.4 自由表面粒子の衝突モデル

自由表面粒子の圧力は境界条件により大気圧となるため、自由表面粒子同士には、圧力勾配によって粒子間距離を保つ機構が十分に働かない。一方、巻き波や飛沫によって自由表面同士はしばしば衝突するため、自由表面粒子同士が急激に接近する状況が起きる。

粒子間距離が 0 に近付くにつれて重み関数は無限大となるので、接近した粒子はやがて反発に転じるはずである。しかし、安定した計算には極端に小さな時間刻みが必要となり、計算効率が著しく悪化する。そこで、2つの自由表面粒子が l_0 以内に接近した場合には、その相互作用を弾性衝突として扱い、計算時間の削減を図った。Fig.5に示すように、2つの粒子 P_i , P_j は、 $|x_j - x_i| < r_e$ かつ $(u_j - u_i) \cdot (x_j - x_i) < 0$ の場合に運動量の交換を行い、衝突後の速度を以下の式で与

える。

$$u'_i = u_i + \Delta u, \quad u'_j = u_j - \Delta u, \quad (11)$$

$$\Delta u = \frac{1}{2}(1 + \alpha_c)\{(u_j - u_i) \cdot \xi\}\xi \quad (12)$$

ここで ξ は P_i から P_j への単位方向ベクトル、 α_c は反発係数である。本来、液滴同士の衝突は完全弾性衝突とはみせないが、本研究では簡単のため $\alpha_c = 1.0$ とした。この扱いにより、激しい自由表面現象での時間刻みの制限は、10 倍程度まで緩和された。

2.5 表面張力モデル

自由表面を密度関数などのスカラー変数で追跡する場合、その空間微分によって自由表面の局所的な曲率を決定し、表面張力を評価する事ができる。粒子法の表面張力に関しても、Nomura ら¹¹⁾ が粒子密度の勾配を用いる方法を提案しているが、適切な精度で曲率を求めるには多数の粒子を必要とする。そこで本研究では、比較的低い空間解像度においても表面張力を扱えるように、曲率を直接には扱わないモデルを導入した。1つの自由表面粒子に働く張力の合計は、

$$f_i^{st} = \frac{c_{st}}{We} \sum_{f.s.} w(r_{ij}) \frac{x_j - x_i}{r_{ij}} / \sum_{f.s.} w(r_{ij}) \quad (13)$$

ここで、 $\sum_{f.s.}$ は周囲の自由表面粒子についての和を意味する。 c_{st} は、自由表面上で1つの粒子が占める領域の外周長であり、2次元問題では $c_{st} = 2$ 、3次元では $c_{st} = \pi l_0$ を用いる。

自由表面粒子の圧力は、自由表面法線方向の力学的条件から、

$$p_i = p_a \pm |f_i^{st}| / S_{st} \quad (\text{on free surface}) \quad (14)$$

ここで、 p_a は大気圧。 S_{st} は自由表面で1粒子が占める面積であり、2次元、3次元の S_{st} をそれぞれ、 $l_0 \times 1$, $\pi l_0^2 / 4$ とした。符号 $\pm$ は、 f_i^{st} の方向が粒子が密な側である時に +、逆の場合は - をとる。

3. 計算例

3.1 柱状モデルの垂直落下問題

Fig.6に示す柱状体が、鉛直下向きの速度 v で水面に突入する問題を扱う。柱状体のトリム角 θ により、柱状体が排除する流体領域は速度 $V = v / \tan \theta$ で前進し、速度 V で前進する滑走体の船首流れを模擬する。このケースでは、Fig.6 A-A' 断面の流れは2次元性が強く、対応する2次元実験のスプレー形状とよく一致する事が

Fig. 6 Schematic sketch of wedged cylindrical model.

知られている。ここでは、2次元および3次元の計算結果と Kikuhara¹²⁾の実験とを比較する。

各ケースの空間解像度の指標として、粒子間距離 l_0 を船幅 B で無次元化した、 $\Delta = l_0/B$ を用いる。代表長は B 、代表速度は仮想的な前進速度 V である。

3.2 柱状モデルの落下 (2次元計算)

2次元の計算結果を、deadrise angle $\tau = 25^\circ$, trim angle $\theta = 11.5^\circ$, $\Delta = 1/40$, $Re = 5.0 \times 10^5$, $Fr = 4.0$ の場合について Fig. 7に示す。この例では表面張力は考慮していない。比較する可視化写真の例を Fig. 7(a') に示す。比較の便宜のため実験写真は白黒を反転し、グレーの塗りつぶし領域が、実験での自由表面を表わす。黒点は計算粒子、輪郭が不明瞭な斑点は可視化のために混入された気泡である¹²⁾。

柱状体近くでは、粒子位置と自由表面形状は良く対応しているが、実験に見られるシート状に延びた自由表面は再現されていない。これは、表面張力と空気の影響を無視しているためと考えられる。

表面張力の影響を見るため、表面張力の有無による比較を Fig. 8に示す。表面張力を含む計算では、実験条件に相当する Weber 数 2.8×10^4 を与えた。自由表面の解像度を上げるため、 $\Delta = 1/80$ とした。表面張力有りの場合は、シート状に延びる自由表面の根元部分までが再現されている事が分かる。シート状に薄くなった自由表面についても、表面張力を評価するに十分な解像度があれば、流体の断裂が減り、可視化結果の再現が可能と考えられる。しかし、表面張力の影響は実スケールでは軽微となるため、以降の例では表面張力を考慮していない。

(a) $T=0.37$

(b) $T=0.75$

(c) $T=1.12$

(a') $T=0.37$

Fig. 7 Two dimensional spray (a~c), dots : particles of present cal., gray painted region : free surface in the experiment (Kikuhara¹²⁾). (a'): sample of experimental photo¹²⁾.

Fig. 8 Influence of surface tension, $T=0.37$, (a): without surface tension, (b): with surface tension, $We = 2.8 \times 10^4$, $\Delta = 1/80$.

3.3 柱状物体の落下 (3次元)

前述の2次元問題に対応する3次元計算の結果をFig.9に示す。解像度は、 $\Delta = 1/40$ である。排除領域が前進し、底面の圧力によりスプレーが射出される状況が確認できる。

Fig.10に、2次元計算結果と、対応する3次元計算結果の断面の流速ベクトルを示す。ただし、3次元結果の断面は、指定した断面から l_0 の距離内にある粒子のサンプリングである。完全な比較はできないが、一様断面の滑走体であるため、3次元の計算においても流れの2次元性が強い事が確認できる。しかし、断面形状が変化する一般的な滑走体では、流場の3次元性が強まるため、このような3次元計算手法の重要度が増すと考えられる。

4. 前進する柱状体まわりの流れ

柱状モデルの落下では、滑走時の船尾流場を検討する事はできない。そこで、前進速度を持つ、より現実的な滑走体の解析を行った。これには、計算領域の前後に流入境界および流出境界が必要となる。

一般的な格子ベースのCFDと異なり、Lagrange型の流体計算では、一様流であっても粒子は移動を続け、粒子相互の関係も定常状態には達しない。このため、一様流を与えるよりも、静止した流体(整列した粒子群)の上を滑走体が進む、曳航水槽型の条件を与える方が効率が良い。そこで、Fig.11のように計算領域を滑走体と

(a) $T=0.0$

(b) $T=0.2$

(c) $T=0.4$

(d) $T=0.6$

Fig. 9 Three-dimensional spray of a falling wedged cylinder, $Fr=4.0$, $\text{trim}=11.5^\circ$, $\text{deadrise} = 25^\circ$, $\Delta = 1/40$

Fig. 10 Velocity vectors of the two-dimensional result(a) and the related slice of three-dimensional one (b). $T = 0.37$, $\Delta = 1/40$

Fig. 11 Schematic sketch of the towing tank type boundary condition.

もに前進させ、これに合わせて前方に新たな静止・整列した粒子を配置する。後部境界では計算領域の外部に出た粒子を消去し、粒子数を一定範囲内に保つ。

Savitsky¹³⁾の実験結果と比較するため、Table 1に示す2条件についての波形鳥瞰図をFig.12に示す。ただし、空間解像度は $\Delta = 1/10$ の粗い計算である。Case 1では、チェーンから射出されるスプレー、トランサムの切れ波および後方の水面隆起が観測される。Case 2は、Froude数が大きくなる反面、トリム角と浸水長が小さくなるため、スプレーの発生が抑えられている。

Fig.13に、トランサム後方、対称面に平行な断面にお

Table 1 Calculation condition.

	Case 1	Case 2
Froude number Fr	3.02	4.25
Mean wetted length L	$2.22 \times B$	$1.32 \times B$
Trim angle θ	8°	4°
Deadrise angle τ	10°	10°

Fig. 12 Wave profiles around a wedged cylinder in forward motion (bird's eye view). (a) Case 1, $Fr = 3.0$, (b) Case 2, $Fr = 4.2$

Fig. 13 Longitudinal wave profiles after the transom stern, case 1 (a), case 2 (b), solid line: Savitsky¹³⁾. $\Delta = 1/10$. Transom stern is at $x/B=0$.

ける粒子分布と Savitsky による波高分布の実験結果¹³⁾の比較を示す。低解像度の計算ではあるが、トランサム後方の水面隆起なども定性的に捉えられている事が分かる。Fig.14に進行方向に垂直な断面での比較を示す。船尾から $2B$ 程度までは、峰の位置などの概形は再現されているが、それより後方では差異が拡大している。より高解像度の計算および流体力の評価を実施し、本手法自体の精度を確認する事が今後の課題である。

5. まとめ

粒子法の1つであるMPS法を柱状滑走体まわりの流れに適用した。これに際し、鏡像粒子による境界面の表現、近傍粒子探索のためのデータ構造の見直し等の改良を行い、良好な結果を得た。計算例として、水面に落下する柱状模型が作る流場の2次元および3次元の数値解析を行い、既存の実験データ比較によってスプレー形状の再現を確認した。また、柱状模型が水面上を前進する条件での数値シミュレーションを実施し、MPS法が滑走時

Fig. 14 Wave profiles in transverse sections, (a): case 1, (b): case 2, $\Delta = 1/10$. $x/B=0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0$ (from top to bottom).

の船尾波形についても適用可能である事を確認した。

参考文献

- 1) S. Koshizuka, Y. Oka, "Moving-Particle Semi-Implicit Method for fragmentation of incompressible fluid," Nuclear Science and Engineering. 123, 1996, pp.421-434
- 2) H. Orihara and H. Miyata, "Numerical simulation method for flows about a semi-planing boat with a transom stern," J. Ship Research, Vol. 44, No. 3, pp. 170-185, 2000
- 3) J. J. Monaghan, "Simulating free surface flows with SPH," J. Comp. Phys., Vol. 110, pp. 399-406, 1994
- 4) 末吉誠, 内藤林, "粒子法による強非線形流体现象の研究 (その1) -2次元問題-, 関西造船協会論文集, 236号, pp.191-198, 2001
- 5) 末吉誠, 内藤林, "粒子法による強非線形流体现象の研究 (その2) -2次元流体力-, 関西造船協会論文集, 237号, pp.181-186, 2002
- 6) 末吉誠, 内藤林, "粒子法による強非線形流体现象の研究 (その3) -水波と浮体の数値シミュレーション-, 関西造船協会論文集, 239号, pp.81-86, 2003
- 7) 越塚 誠一, 柴田 和也, 岡 芳明, "粒子法による船舶甲板への海水打ち込みの数値解析" 第53回理論応用力学講演会講演論文集, pp127-128, 2004

- 8) M. Landrini, A. Colagrossi and O. M. Faltinsen, "Sloshing in 2-D flows by the SPH method," Proc. 8th Int. Conf. Num. Ship Hydrodynamics, Busan, Korea, pp. 162-176, 2003
 - 9) L. Imas, J. Grant, D. Kring and W. M. Milewski, "Investigation of free-surface flow in the near-field of an advancing surface-piercing body using three-dimensional smoothed particle hydrodynamics," Proc. 8th Int. Conf. Num. Ship Hydrodynamics, Busan, Korea, pp. 340-349, 2003
 - 10) 越塚誠一, 数値流体力学, 培風館, 1997
 - 11) K. Nomura, S. Koshizuka, Y. Oka and H. Obata, "Numerical analysis of droplet breakup behavior using particle method," J. Nuclear Sci. and Tech, vol. 380, No. 12, pp 1057-1064, 2001
 - 12) S. Kikuhara, "A study of spray generated by seaplane hulls," Journal of the aero/space sciences, 27-6, pp. 415-428, 1960
 - 13) D. Savtsky, "Wake shapes behind planing hull forms", Int. High Performance Vehicle Conf., Shanghai, China, 1988
 - 14) 飯田恵一郎, "粒子法による水上滑走体まわりの流れの数値シミュレーション," 鳥取大学大学院工学研究科修士論文, 2003
-