サイクリック一対比較法の提案 (7) - 完全一対比較を分割する場合 -

長 沢 伸 也 (立命館大学経営学部)

Proposal of "Cyclic Paired Comparisons" (7)

- Separating Complete Paired Comparisons -

Shin'ya Nagasawa (Fac. of Bus. Admin., Ritsumeikan Univ.)

1. 緒 言

Schefféの一対比較法は、代表的な統計的官能検査手法であるが、試料が多くなると実験の実施が困難になる。そこで本研究では、試料数と同数回の一対比較を行うだけで全試料の序列付けと分散分析ができる「サイクリッ

ク一対比較法」を提案している。本報では、この方法を応用して、1人の被験者が完全一対比較の全ての対を評価したり1対のみ評価するのではなく、数人の被験者が試料数と同数回ずつ分割（手分け）して評価する場合の実験方法および解析方法について検討する。

表1 「サイクリック一対比較法」によるデータ

(a) 被験者 O_1 のデータ

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1		X_{121}			
2			X_{231}		
3				X_{341}	
4					X_{451}
5	X_{511}				

(c) 被験者 O_3 のデータ

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1				X_{143}	
2					X_{253}
3	X_{313}				
4		X_{423}			
5			X_{533}		

(e) 被験者の合計

$i \setminus j$	1	2	3	4	5	計
1		X_{121}	X_{132}	X_{143}	X_{154}	$X_{1\cdot\cdot}$
2	X_{214}		X_{231}	X_{242}	X_{253}	$X_{2\cdot\cdot}$
3	X_{313}	X_{324}		X_{341}	X_{352}	$X_{3\cdot\cdot}$
4	X_{412}	X_{423}	X_{434}		X_{451}	$X_{4\cdot\cdot}$
5	X_{511}	X_{522}	X_{533}	X_{543}		$X_{5\cdot\cdot}$
計	$X_{\cdot 1\cdot}$	$X_{\cdot 2\cdot}$	$X_{\cdot 3\cdot}$	$X_{\cdot 4\cdot}$	$X_{\cdot 5\cdot}$	$X_{\cdot\cdot\cdot}$

(b) 被験者 O_2 のデータ

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1			X_{132}		
2				X_{242}	
3					X_{352}
4	X_{412}				
5		X_{522}			

(d) 被験者 O_4 のデータ

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1					X_{154}
2	X_{214}				
3		X_{324}			
4			X_{434}		
5				X_{544}	

2. 完全一対比較を分割する一対比較

表 1 のように、 t 個の試料の完全一対比較を $(t-1)$ 人の被験者がサイクリックに t 回ずつ重複しないように分割 (手分け) する場合を考える。実験方法としては、各被験者が行う t 回の対をランダムイズして実施する。

2. 完全一対比較を分割する一対比較

表1のように、 t 個の試料の完全一対比較を $(t-1)$ 人の被験者がサイクリックにも回らず重複しないように分割（手分け）する場合を考える。実験方法としては、各被験者が行う t 回の対をランダム化して実施する。

3. 解析方法

3.1 線形模型

前報¹⁾と同様、構造式(1)を仮定する。

$$x_{ijk} = (\alpha_i - \alpha_j) + (\alpha_{ik} - \alpha_{jk}) + (\delta_i + \delta_k) + \varepsilon_{ijk} \quad (1)$$

$$\mathbf{x} = [x_{121} \ x_{231} \ x_{341} \ x_{451} \ x_{511} \ \cdots \ x_{153} \ x_{213} \ x_{323} \ x_{433} \ x_{543}]^T \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\theta = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \alpha_{13} \ \alpha_{14} \ \alpha_{21} \ \alpha_{22} \ \alpha_{23} \ \alpha_{24} \ \alpha_{31} \ \alpha_{32} \ \alpha_{33} \ \alpha_{34} \ \alpha_{41} \ \alpha_{42} \ \alpha_{43} \ \alpha_{44} \ \alpha_{51} \ \alpha_{52} \ \alpha_{53} \ \alpha_{54} \ \delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4 \ \delta]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{e} = [\varepsilon_{121} \ \varepsilon_{231} \ \varepsilon_{341} \ \varepsilon_{451} \ \varepsilon_{511} \ \cdots \ \varepsilon_{153} \ \varepsilon_{213} \ \varepsilon_{323} \ \varepsilon_{433} \ \varepsilon_{543}]^T \quad (5)$$

3.2 未知母数の推定値

このとき、未知母数 θ の最小二乗解は、正規方程式 $A^T A \theta = A^T \mathbf{x}$ と $\sum \alpha_i = 0$, $\sum \alpha_{ik} = 0$, $\sum \delta_k = 0$ の連立方程式を解いて以下のように求まる。

$$\alpha_1 = (x_{1..} - x_{..1}) / 10 + (x_{231} - x_{451} + x_{352} - x_{242} + x_{423} - x_{533} + x_{544} - x_{324}) / 20$$

$$\alpha_{11} = (2x_{121} - 2x_{511} + x_{231} - x_{451}) / 5 - \alpha_1$$

$$\delta_k = x_{..k} / 5 - \alpha_1$$

$$\delta = x_{...} / 20$$

3.3 各要因の平方和

各要因の平方和 S_α , $S_{\alpha(B)}$, S_δ , S_e および総平方和 S_T はそれぞれ以下になる。

$$S_\alpha = \sum (x_{i..} - x_{..i})^2 - x_{...}^2 / 20$$

$$S_{\alpha(B)} = \sum (\sum (x_{i..k} - x_{..ik})^2 - x_{...k}^2 / 5) - S_\alpha$$

$$S_{\delta(B)} = \sum x_{...k}^2 / 5 - S_\delta$$

$$S_\delta = x_{...}^2 / 20$$

$$S_e = S_T - S_\alpha - S_{\alpha(B)} - S_{\delta(B)} - S_\delta$$

$$S_T = \sum \sum x_{ij..}^2$$

3.4 各要因の自由度

表1のデータを線形模型で表し

$$\mathbf{x} = A \theta + \mathbf{e} \quad (2)$$

とおく。ただし、 $\mathbf{x}$ は観測ベクトル、 A は計画行列、 θ は未知母数、 $\mathbf{e}$ は誤差項を表す。

各要因の自由度およびその合計はそれぞれ

以下になる。

$$\phi_\alpha = t - 1 = 4$$

$$\phi_{\alpha(B)} = (t - 1)(n - 1) = 12$$

$$\phi_{\delta(B)} = n - 1 = 3$$

$$\phi_\delta = 1$$

$$\phi_e = t(t - 1) - tn = 0$$

$$\phi_T = t(t - 1) = 20$$

誤差の自由度は零であるが、平方和の小さいものを誤差とすればよい。

4. 結 言

以上、サイクリック対比較法を応用して、完全一対比較を数人の被験者が試料数と同数回ずつ分割(手分け)して評価する場合について検討した。提案方法によれば、被験者数も被験者の負担も少なく済み、Schefféの原法と浦の変法の良さをあわせ持つといえる。

なお本研究は平成8年度文部省科学研究費基盤研究(C)(No.08680442)の補助を受けている。

1)長沢伸也:人間工学、第32巻特別号(1996)