重心動揺のカオス性の検討

—アトラクタの再構成における遅れ時間と埋め込み次元の決定について—

○横山 暁, 塩谷昌典 (慶應義塾大学大学院理工学研究科), 竹内寿一郎 (慶應義塾大学理工学部)

Studies on the Chaotic Movement in Static Standing Posture

-Determination of the Delay Time and the Embedding Dimension in Reconstruction of the Attractor-

Satoru Yokoyama, Masanori Shioya (Graduate School of Sci. and Tech., Keio Univ.),

Juichiro Takeuchi (Faculty of Sci. and Tech., Keio Univ.)

1. はじめに

重心動揺データは、これまで様々な方法によって解析が行われてきている。その1つとして、重心動揺をカオス現象として解析する方法がある。この場合、元のデータからアトラクタへの再構成を行った上で、相関次元やリアプノフ指数等の指標を用いて解析を行うのが一般的である。

アトラクタの再構成法としてよく用いられているのは、時系列データから時間遅れ座標系へ埋め込むという方法である。この方法はいくつかの仮定の下で Takens の埋め込み定理により数学的に保証されるものであるが、臨床データを解析する場合は保証されるとは言えない。本研究では、臨床データの解析の場合に、どのようにアトラクタを再構成するか、つまり、どのように「遅れ時間」および「埋め込み次元」を決定するかという方法について検討を行った。

2. 遅れ時間の決定方法

遅れ時間の決定は、Takens の埋め込み定理等により、遅れ時間 τ の値は任意であるとされている。しかし、臨床データを解析する場合には、データ数や精度に限りがあり、更にノイズを含む可能性がある等の理由より、 τ の値を適切に設定する必要がある。

実際、 τ の値の最適な決定方法についてはいくつか基準が提案されている。例えば、時系列データの自己相関関数を推定し、その値が0または極値をとる最小の時差を τ として選ぶ方法や、Shannon の情報理論を利用する方法がある。前者の方法の場合、問題点として自己相関が消去されるような時差で時間発展を見たとき、非線形相関を効率的に抽出できるという保証がない。また、

臨床データによって τ の値が大きくばらついてしまうことも問題となる。

そこで、Shannon の情報理論を利用することにする。 $X = \{x(t)\}$ ($x(t)$ は時刻 t に情報源から送信された信号), $Y = \{y(t)\} = \{x(t+\tau)\}$ ($x(t+\tau)$ を時刻 $t+\tau$ に受信された信号)とすると、情報エントロピーおよびベイズの定理より、平均相互情報量は、

$$I(Y; X) = H(X) + H(Y) - H(X, Y)$$

となる。この平均相互情報量が極小となる τ を選択する、もしくは、適当な値以下になる τ を選択する。

これを臨床データに適用する。データは健常者4例 (A~D とし、軸別に解析するので合計8データ)。実験時間は60秒で、サンプリング周波数は1000Hzのデータを利用した。通常、サンプリング周波数は20Hzであるが、1000Hzで測定したものをサブサンプルして解析に用いることにした。

図1はある被験者の x 軸の時系列データおよびサブサンプルされたデータによる平均相互情報量のグラフである。どの被験者、また、どちらの軸でも、同じようなグラフが得られ、単調減少し収束する平均相互情報量の値は1周辺であることがわかる。しかしサンプリング周波数が小さい(データ数が少ない)場合には、遅れ時間とともに振動が激しくなっている。そこで比較のため、エノン時系列の平均相互情報量を計算させた結果を図2に示す。エノン時系列の場合にも、データ数が少ない場合には振動が起きている。しかも、遅れ時間が増加しても平均相互情報量の値が単調減少することはない。したがって、平均相互情報量から遅れ時間を導くためには10000点程度のデー

タ数が必要であると言える。

以上よりサンプリング周波数 200Hz (データ数 12000) のデータについて平均相互情報量を計算させた結果を図 3 に示す。重心動揺のデータの場合、データによって収束する値が異なる。よって、グラフの形に注目し、この曲線の減少率がある値以下になるときを遅れ時間とすることにする。 τ が 1 増加するときに平均相互情報量の減少が 0.01 となったときの τ を遅れ時間とした。この時、 $\tau = 58.5 \pm 4.1$ となった。 $\tau = 60$ とすれば、遅れ時間の時間間隔は 300msec となる。他のサンプリング周波数においても、ほぼ同様な結果となり、遅れ時間を 300msec 程度に設定するとよいことが判明した。

3. 埋め込み次元の決定方法

これまで我々は、埋め込み次元を決定する際、GP アルゴリズムを用いて相関次元と同時に埋め込み次元を決定していた。しかし、この方法ではスケーリングの範囲や、データ数などの決定法について解決すべき問題が多い。そこで Wayland テストを用いて埋め込み次元を求めることにした。

Wayland テストは、ある時刻におけるベクトル $\mathbf{v}(t_0)$ について K 個の最近接ベクトル $\mathbf{v}(t_i)$ を見つける。T 時間経過するとそれは $\mathbf{v}(t_i + T)$ に移動する。この差分ベクトル $\mathbf{w}(t_i)$ を時間経過による各軌道の変化とし、このばらつき

$$E_{trans} = \frac{1}{K+1} \sum_{i=0}^K \frac{|\mathbf{w}(t_i) - \bar{\mathbf{w}}|}{\bar{\mathbf{w}}}, \left(\bar{\mathbf{w}} = \frac{1}{K+1} \sum_{i=0}^K \mathbf{w}(t_i) \right)$$

を求める。この E_{trans} を並進誤差という。時系列がカオスであれば、ベクトル $\mathbf{w}(t_i)$ はほぼ同じ方向を向いていることになり、最適な埋め込み次元のときに E_{trans} は最小となる。

遅れ時間を 300msec として Wayland テストを行った結果を図 4 に示す。Wayland テストでは、並進誤差の値が 0.5 より小さい場合カオスと判断できる。図 4 を見ると、サンプリング周波数が大きいときはノイズの影響を受けていると考えることが出来るが、その他の周波数では、カオス性を有していることがわかる。さらに、埋め込み次元が 4 あたりから並進誤差の値が定常となっている。よってアトラクタの次元は 4 と決定すること

が出来る。

4. まとめ

本研究ではこれまで重心動揺に対するカオス時系列解析についてほとんど無視されてきた遅れ時間、埋め込み次元の決定について検討を行った。今回行った平均相互情報量に基づいた遅れ時間の決定方法、および Wayland テストによる埋め込み次元の決定方法は一つの判断基準としては合理性があるものの、最適方法とは言い切れない。したがってより多くのデータの解析によって裏付けていく必要があると考えられる。また、サンプリング周波数やデータ数に関しても今後十分な議論が望まれる。

図1 各周波数における平均相互情報量

図2 エノン写像の平均相互情報量

図3 200Hzにおける平均相互情報量

図4 Waylandテスト

参考文献

- 1) Andrew M. Fraser:「Information and entropy in strange attractors」, IEEE Transactions on Information Theory, 35, pp.245-262, 1989.
- 2) Richard Wayland, David Bromley, Douglas Pickett and Anthony Passamante : 「Recognizing determinism in a time series」, Physical Review Letters, 70, pp.530-582, 1993.
- 3) 塩谷昌典:「重心動揺のカオス性の検討」, 慶應義塾大学大学院理工学研究科修士論文, 2003.
- 4) 塩谷昌典, 横山暁, 竹内寿一郎:「重心動揺におけるカオス性の検討」, 人間工学, 第 39 巻, 日本人間工学会第 44 回大会講演集, pp29-30, 2003.