学習機構の解析に関する方法論的研究 : IV*

——学習能力系列の解析 (1)——

大阪府科学教育センター

中 嶽 治 磨**

I 問 題

1.1. 学習能力とその系列

ここでは、学習能力を学習指導の場合に考えられるものに限ることとする。こうすると、学習能力とは被教育者が学習を進めていくときに、「どんなことが、どれだけできるか」ということをとおして観測されるものと考えることができる。そうして、それは被教育者の環境や経験の状態などを含めた広義的教育作用によつて、また各被教育者個人の自発的な学習によつて、形成されるものであると考えられる。しかし、特定の能力については、自然発生的に開発されるものもあるとみることができる。したがつて、学習能力がどんな順序を経て、どのように形成されていくか、また、どんな順序によつて形成されたほうが、その形成がより効果的に進められるかななどの問題を考えることができる。

実際に、学習指導にあたつては、被教育者の学習能力の状態を基盤にして、かれらが、もつとも能率よく学習を進めることができるように考慮する必要がある。このことは、また、学習能力を伸ばすための、さらに、伸ばす力を養うための基本的な条件になつていて考えられる。ここでは、まず、このような観点から、学習能力がある系列に従つて形成されたと考えた場合、そこには、どんな系列がみいだせるか、また、その系列は、どんな構造をもつものであるかを検討する方法を考えることにした。

1.2. 学習能力系列の構造

学習能力を、「どんなことが、どれだけできるか」と

いう立場からみると、それは、できる内容によつていくつかの要素に分析することができる（たとえば、2桁の加法ができるとか、特定の文字の意味がわかるなど）。そうして、これらの要素が、相互にどのような体系を備えているかをみることもできる。しかし、この場合に考えられる体系は、ただひとつではなく、これを見る立場によつて、各種の状態を考えることができる。たとえば、さきに述べたように、学習能力が形成されていく体系や、また、温度と物質の状態の変化との関係というような物理的な側面からの体系など、各種の体系をみいだすことができる。

ここでは、学習能力が形成されていく体系に着目し、これに基づいて、学習能力の系列を抽出しようとするのであるが、この場合、大別して、学習能力の形成過程を巨視的な観点からみる立場と、そうでない立場の2つが考えられる。すなわち、巨視的な観点からは、学習指導計画を設定するときの、教材系列に対応するような学習能力の体系が考えられるのに対し、微視的な観点からは、あるひとつの能力が、どのような過程を経て形成されるか、その場合に必要な能力、たとえば、情報受容能力、問題解決能力、…の相互関連性はどうか、という側面からの体系が考えられる。

次に、学習能力が形成されていく過程を、巨視的な観点からながめてみると、そこには、さらに2種類の系列を考えることができる。そのひとつは、その系列が具体的にどのような目標に至るかはつきり定めないで、漠然とした立場からみるものであり、他のひとつは、特定の能力(α_n)に至る過程というように、系列の目標をはつきりと規定するものである。一般に、学習指導においては、学習目標が規定されているために、後者のような観点からの系列の抽出が、特に問題になるとみられる。この場合、特定の能力(α_n)に関して、これに至るいくつかの系列が考えられる。たとえば、

* A methodological study concerning an analysis of the learning mechanism : IV. —Analysis of the series of abilities to learn (1).

** by Osamaro Nakadake (Osaka Prefectural Scientific Educational Center)

などが考えられる。また、要素 (α_{n-1}) と (α_{n-2}) との間にも、これをみる立場によつては、さらにいくつかの要素があるとみることでもある。

しかし、指導目標として (α_n) を考えた場合、指導計画を設定するという立場からは、実際に上に示したような多くの系列から、(α_n) にせまつていくことは、時間的に、また、労力的に許されないことが多い。したがつて、このなかから、(α_n) に到達するための、より有効な系列を抽出することが必要になり、問題は、それが何であるかを明確に規定することになる。

また、さきに示した微視的な観点からの学習能力の系列は、むしろ、学習能力がもつ機能の分析的な把握に連なつていてと考えられる。そうして、特定の問題が、どんな過程を経て解明されていくか、その場合に働く能力は、相互にどんな関連をもっているか、特に、ある種の問題解決において、大きい制約条件になつていて能力は何か、などを明らかにしていくことが、この場合における問題になると考えられる。

1.3. 学習能力系列の解析

学習能力の系列を、形成過程の側からみるということになる。時間的な過程を問題にすることになる。したがつて、ある個人または集団について、学習能力が学習によつて、どのように形成されていくかを、学習の各過程について明らかにしていく必要がある。特に、学習指導計画の設定に役立つような情報を抽出するためには、実際に、それらの能力が学習のどの段階で形成され、定着していくか、また、そのような学習を規定している教育作用は何であるかを明らかにする必要がある。

このためには、個人または集団が行なっている学習を各段階について詳細に検討することが必要になる。しかし、実際に詳細な調査や測定を、学習の各段階で行なうことは、各個人や集団が行なっている学習や、これを規定している教育作用の質を変える危険があり、また、このような危険が小さいにしても、労力や時間的な問題などから、詳細な調査や測定は不可能に近いとみられる。したがつて、このような問題を、どう処理していくかということが、学習能力系列の解析における大きな問題になる。

II 本報告の目的と方針

本報告では、巨視的な観点から考えられる学習能力の

系列を、その形成過程に焦点をあてて解析する場合の方法を検討することにする。しかし、形成過程にみられる能力の系列は、すでに述べたように、各種の内容をもっているために、ここでは、能力系列に関する基本的な模型を設定し、それを中心とした考察を行うことにする。そのために、一般的な系列の解析は、次の機会に報告することにする。

一般に、学習能力が形成されていく各過程について、詳細な調査や測定を行なうことは、さきに述べたような理由から、実際には、不可能に近いと考えられるためにここでは、次のような仮定を導入し、それに基づいて、処理を進めることにした。

〔仮定〕

あるひとつの学習能力 (α_n) について、それを形成することができる個人は、(α_n) よりも低次な能力 (α_{n-1} , α_{n-2} , ...) については、それらをすべて形成することができる。

この仮定は、特定の能力 (α_n) を習得する場合、それを習得するための準備が必要であつて、それに対する準備ができていない個人は、(α_n) よりも低次な能力 (α_{n-1} , α_{n-2} , ...) については、すでに準備が終つていて考えることである。

次に、能力 (α_n) を習得するための準備が完成している個人から、能力 (α_1) を習得するための準備しかできていない個人までの、各種の段階にわたる能力をもつ個人を含む集団に対して、能力 (α_1) から (α_n) までの形成に必要な教育作用が与えられたと考える。こうすると能力 (α_i) を習得するための準備ができていない個人は、上の仮定から、能力 (α_i , α_{i-1} , α_{i-2} , ..., α_1) を形成することができると思われる。そうして、このような具体的な結果は、能力 (α_i) を習得するための準備の状態を含めて、学習が終つた後に実施される学力検査の結果によつて、比較的明確に把握することができると考えられる。

ここでは、以上のような観点から、学力検査結果の解析に主眼を置いた方法を検討することにする。

III 学習能力系列の解析と、その抽出 (I)

3.1. 論理的な観点からの考察

いま、次に示すような学習能力の系列があり、この系列の各段階に対応する能力をもつた個人によつて構成されている集団があつたと仮定する。

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_{i-1} \rightarrow A_i \rightarrow A_{i+1} \rightarrow \dots \quad (1)$$

次に、 A_1 , A_2 , ... の各能力の段階に対応する学力検査問題 a_1 , a_2 , ... を作成し、これを上記集団に対して実

施した場合、その正答率を $P(a_1), P(a_2), \dots$ とする。ここで、特定の能力 (A_i) をもっている個人は、それよりも低次の能力 ($A_{i-1}, A_{i-2}, \dots$) は、すでにもっていると考えられるから、(1)に示した系列から、

$$P(a_1) > P(a_2) > \dots > P(a_{i-1}) > P(a_i) > P(a_{i+1}) > \dots (2) \quad \text{を得る。}$$

また、問 a_i と a_{i+1} の両者に、ともに正答したものの比率を、 $P(a_i, a_{i+1})$ で表わすことにすると、さきに行なつた仮定のもとでは、

$$P(a_i, a_i) = P(a_i, a_2) = \dots = P(a_i, a_{i-2}) \\ = P(a_i, a_{i-1}) = P(a_i) \quad (3)$$

を得ることができる。したがつて、(3)式から

$$P(a_i) - P(a_i, a_{i-j}) = 0 \quad (4) \\ (j < i, i=2, 3, \dots)$$

また、(2)式から、

$$\dots > P(a_{i-2}) - P(a_{i+1}) > P(a_{i-2}) - P(a_i) \\ > P(a_{i-2}) - P(a_{i-1}) \quad (5)$$

を得る。

これから、(4)(5)式を、逆に、方針のところで述べたような学力検査結果に適用することによつて、(1)に示した能力の系列を、近似的ではあるが抽出することができる。

3.2. 具体的な観点からの考察

まず、問 a_i と問 a_j について、

$$A_i \rightarrow A_j$$

の関係があつたとすると、

$$P(a_i) > P(a_j)$$

となる。また、問 a_i, a_j 間で作られる 2×2 の分割表が、Table 1 のようになつたと考える。

Table 1 問 a_i, a_j 間の反応の状態

問 a_i \ 問 a_j	正 答	誤 答 (無答を含む)	計
正 答	n_{ij}	$n_{i\bar{j}}$	$n_{i\cdot}$
誤答(無答を含む)	$n_{\bar{i}j}$	$n_{\bar{i}\bar{j}}$	$n_{\cdot i}$
計	$n_{\cdot j}$	$n_{\cdot \bar{j}}$	$n_{\cdot \cdot}$

こうすると、

$$P(a_i) = n_{i\cdot} / n_{\cdot \cdot} \quad P(a_j) = n_{\cdot j} / n_{\cdot \cdot}$$

となり、さらに、 $A_i \rightarrow A_j$ から、論理的には

$$n_{i\bar{j}} = 0$$

となる。いま、能力 (A_i) と (A_j) 間の距離を (d_{ij}) とし、これを $P(a_i) - P(a_j)$ によつて表わすことにすると、

$$d_{ij} \equiv P(a_i) - P(a_j) = \frac{n_{i\cdot}}{n_{\cdot \cdot}} - \frac{n_{\cdot j}}{n_{\cdot \cdot}}$$

$$= \frac{1}{n_{\cdot \cdot}} (n_{ij} + n_{i\bar{j}} - n_{i\bar{j}} - n_{i\bar{j}})$$

$$= \frac{1}{n_{\cdot \cdot}} (n_{ij}) = \frac{n_{ij}}{n_{\cdot \cdot}}$$

となる。これは、(5)式に示した各問(各能力)間の関係を示すひとつの標識になると考えられる。次に、(3)(4)式に示す関係であるが、これは、

$$P(a_j) - P(a_i, a_j) \\ = \frac{n_{\cdot j}}{n_{\cdot \cdot}} - \frac{n_{ij}}{n_{\cdot \cdot}} = \frac{n_{i\bar{j}}}{n_{\cdot \cdot}} = 0$$

ということを示している。したがつて、

$$E_{ij} = P(a_j) - P(a_i, a_j)$$

とおくと、 $A_i \rightarrow A_j$ であるためには、(E_{ij}) が0か、または、これに近い値を示すことが必要になる。しかし、(E_{ij}) は、(d_{ij}) の小さいところでは、(d_{ij}) に比べて比較的大きい値をとるために、(E_{ij}) と (d_{ij}) の比で、(3)(4)式の関係がどの程度満たされているかを示す値 (E_{ij}^*) を考えることもできる。すなわち、(E_{ij}^*) は

$$E_{ij}^* = \frac{E_{ij}}{d_{ij}} = \frac{n_{ij} / n_{\cdot \cdot}}{n_{i\bar{j}} / n_{\cdot \cdot}} = \frac{n_{ij}}{n_{i\bar{j}}} \quad (8)$$

となる。これから、(E_{ij}) または (E_{ij}^*) がある値 (たとえば $E_{ij} = .10$) よりも小さい値を示し、 $P(a_i) > P(a_j)$ であるときは、 $A_i \rightarrow A_j$ の関係を満たしていると考えて、まず、(7)(8)式で小さい値を示す能力を抽出し、次に、(6)式でこれらの能力の位置関係を規定することによつて、能力の系列を得ることができる。

3.3. 具体例

以下で示す例は、昭和35年度大阪府学力調査、中学校第2学年数学科の結果である⁽¹⁾。これは、概観テストであるために、さきに示した条件を十分に満たしているとは考えられないが、近似的に満たしているとして考察を進めることにする。

〔問題〕

⑧ a が -1 よりも大きく 0 より小さいとき、次の数を小さいものから順に並べよ。 ($a, 2a, a^2, a^3$)

⑨ $3a - 2a^2 + a + 5a^2 = \square$

⑩ $6x^6 \div 2x^2 = \square$

⑪ $4a^2b + 3a\{a(a-b) - (a^2 - b^2)\} = \square$

⑫ $\frac{3m-2}{3} - \frac{m-2}{2} = \square$

⑬ $t = -3$ のとき $20t - 5t^2$ の値を求めよ。

⑭ 濃度 $a\%$ の食塩水 b グラム中には、何グラムの食塩が含まれているか。

⑮ a が b より 5 大きいとき、 a と b の関係を式で表わせ。

〔処理〕

問⑧～⑮の中から Table 1 に示すような2問ずつ

Table 2 問 ⑧～⑮ 間の関係*

E_{ij} d_{ij}	.00～.19	.20～.39	.40～.59	.60～.79	.80～.99
.40～.49	$\begin{Bmatrix} 10-12 \\ 10-8 \end{Bmatrix}$				
.30～.39	$\begin{Bmatrix} 9-12 \\ 9-8 \\ 10-11 \\ 15-11 \end{Bmatrix}$ $\begin{Bmatrix} 14-12 \\ 15-12 \\ 15-8 \end{Bmatrix}$				
.20～.29	$\begin{Bmatrix} 9-11 \\ 14-11 \\ 13-12 \end{Bmatrix}$ $\begin{Bmatrix} 13-8 \\ 14-8 \end{Bmatrix}$ $\begin{Bmatrix} 10-13 \\ 15-13 \end{Bmatrix}$				
.10～.19		$\begin{Bmatrix} 9-13 \\ 10-14 \\ 11-12 \\ 13-11 \end{Bmatrix}$ $\begin{Bmatrix} 10-9 \\ 9-14 \\ 11-8 \\ 15-14 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 15-9 \\ 14-13 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 10-15 \end{Bmatrix}$	
.00～.09					$\begin{Bmatrix} 8-12 \end{Bmatrix}$

* $\begin{Bmatrix} A-B \end{Bmatrix}$ は $P(A) > P(B)$ であることを示す。

の分割表を作成し、これによつて、(6) (8) 式の値を求めた。(なお、本検査の標本数は 500 であるが、ここで処理の対象としたのは、総得点の順位で上位 100 名、中位 100 名、下位 100 名の 300 名である。)

次に、 (d_{ij}) および (E_{ij}) の値によつて、各 2 問間の関係を表示すると、Table 2 のようになる。

〔系列の抽出〕

Table 2 で、 (E_{ij}) が 0.10 の近くか、または、これ以下で、 (E_{ij}^*) が .59 以下のものは、いちおう系列をなしていると考え、 (d_{ij}) の値から、

$$10 \sim 15 \sim 9 \sim 14 \sim 13 \sim 11 \sim 8 \sim 12$$

という系列をみいだすことができる。ここで、へで結んでいるのは、 (E_{ij}) が (d_{ij}) に比較して大きいためにそれらが系列をなしているともみより、同列にあると考えられるものである。

IV 学習能力系列の構造模型

さきに示した学習能力系列

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_{i-1} \rightarrow A_i \rightarrow A_{i+1} \rightarrow \dots \rightarrow G \quad (1')$$

は、一般に考えられる学習能力系列の最も単純なものであるから、これを単一系列模型、この中の個々の要素 (A_i) を等価要素とよぶことにする。しかし、このような単純な構造をもつものは、あまり多く存在しない。

これに対して、ブランチをもつた系列

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_{k-1} \begin{Bmatrix} A_{k1} \\ A_{k2} \end{Bmatrix} A_{k+1} \rightarrow \dots \rightarrow G$$

を考えることができる。

このような系列を、代替系列模型、 (A_{k1}) , (A_{k2}) のような要素を、代替要素とよぶことにする。なお、(9)の系列のなかで、

$$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_{k-1}, \\ A_{k+1} \rightarrow A_{k+2} \rightarrow \dots$$

は単一系列模型に従うものであり、 $A_1, \dots, A_{k-1}, A_{k+1}, \dots$ は、等価要素である。実際にみいだせる系列は、代替要素が比較的多く含まれているものと考えられる。

学習能力系列の構造は基本的には上述の単一系列

模型と、代替系列模型の 2 つであるとみられるが、これらの拡張として、次に示すような平行系列模型や、目標 (G) を頂点とする網状の系列模型 (§1.2. に示したもの) などの多重系列模型が考えられる。

V 学習能力系列の解析と、その抽出 (II)

5.1. 論理的な観点からの考察

さきに示した学習能力系列の解析と、系列の抽出は、単一系列模型に関するものであるため、ここでは、(9)で示したような、代替系列模型を中心にして検討を進めることにする。

5.1.1. 学習能力系列の解析

代替系列模型の典型として、

$$A_1 \begin{Bmatrix} B_2 \\ B_3 \end{Bmatrix} A_4 \sim (G) \quad (10^*)$$

を考えると、(2)式に対応するものとしては、

$$P(a_1) > \{P(b_2, b_3) + P(b_2, \bar{b}_3) + P(\bar{b}_2, b_3)\} > P(a_4) \quad (11)$$

$P(b_2, \bar{b}_3)$ は b_2 が正答で b_3 が正答でない場合の比率

を、(3)式に対応するものとしては、

$$P(a_4, a_1) = P(a_4, b_2, b_3) + P(a_4, b_2, \bar{b}_3) + (a_4, \bar{b}_2, b_3) = P(a_4) \quad (12)$$

* 目標 (G) は A_4 と同列と考えることにする。

を考えることができる。したがって、(4), (5)式に対応する式も

$$\left. \begin{aligned} P(a_i) - P(a_i, a_i) &= 0 \\ P(a_i) - \{P(a_i, b_2, b_3) + P(a_i, \bar{b}_2, \bar{b}_3) \\ &\quad + (a_i, \bar{b}_2, b_3)\} = 0 \end{aligned} \right\} (13)$$

$$\{P(a_i) - P(a_i)\} > [P(b_2, b_3) + P(b_2, \bar{b}_3) + P(\bar{b}_2, b_3) - P(a_i)] \quad (14)$$

として、示すことができる。

しかし、ここで問題になることは、どれが代替要素でどれが等価要素であるかをみだすことである。そのために、(10)で示されるような系列がある場合、論理的に、どのような反応が認められるかを、表示することにした。

Table 3 (10)のような系列がある場合に認められる反応型

反応型の番号	各間の反応状態				目標達成度 $f(a_1, b_2, b_3, a_i)$
	a_1	b_2	b_3	a_i	
I	1	1	1	1	1
II	1	1	0	1	1
III	1	0	1	1	1
IV	1	1	1	0	0
V	1	1	0	0	0
VI	1	0	1	0	0
VII	1	0	0	0	0
VIII	0	0	0	0	0
(計)	7	4	4	3	3

(注) 1は正答, 0は誤答を示す

(計)は正答が現われる反応型の数($R(a_i)$)を示す

Table 3は、(10)として示されるような系列に対して、尺度性が認められるという観点から構成したものである。また、目標(G)は、(A_i)まで到達できたものは、達成できるということにした。

こうすると、系列の中の要素(A_i)を代表する問題(a_i)について、

- ① 正答が現われる反応型の数 ($R(a_i)$)
 - ② 目標達成度* $f(a_1, \dots, a_n)$ に関する ($Q(a_i)$)
 $Q(a_i) = \sum f(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i=1, a_{i+1}, \dots, a_n) / R(a_i)$
 $- \sum f(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i=0, a_{i+1}, \dots, a_n) / R(a_i)$
- (15)

* 目標(G)の達成度は G に至る学習能力系列に含まれる各要素の関数として表わされたと考え、 $f(a_1, a_2, \dots, a_n)$ で示すことにした。実際には、目標(G)に対応する小問(g)の正答率などを考えることができる。

Σ は特定の系列に関して、尺度性があるという条件のもとで考えられる ($a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n$) ($a_i=1$ または 0) のすべての組合わせに関する和

$R(a_i)$ は a_i が 0 の場合の反応型の数を求めると、そこには、ひとつの傾向が認められる。いま、次のような系列があつたとする。

$$\overbrace{A_m \rightarrow A_{m-1} \rightarrow \dots \rightarrow A_{k+1}}^{(m-k) \text{ 個}} \begin{cases} \nearrow A_{k1} \\ \searrow A_{k2} \end{cases} \overbrace{A_{k-1} \rightarrow \dots \rightarrow A_1 \sim G}^{(k-1) \text{ 個}} \quad (16)$$

こうすると、

$$\left. \begin{aligned} R(a_i) &= 3i & (i \leq k-1 \text{ のとき}) \\ R(a_{k1}) &= 2k & (i=1, 2) \\ R(a_i) &= 2k+i & (i \geq k+1 \text{ のとき}) \end{aligned} \right\} (17)$$

となる。

(証明) 概要を示すと次のとおりである。

[$i \leq k-1$ のとき]

代替要素をとつて、 $A_{k-1}, A_{k-2}, \dots, G$ に到達することは、(16)に示した系列の場合、 $a_{k1}=0, a_{k2}=0$ 以外は可能であるから、 (2^2-1) 個の反応の組合わせの数が、(A_1) から (A_{k-1}) の各要素についてみだされる。したがって、(A_1) の場合は、 (2^2-1) 個の反応型で正答になり、(A_2) の場合は、尺度性が保たれているから、 $(2^2-1) \times 2$ 個の反応型で正答になる。こうして、 (2^2-1) 個ずつ、 i が大きくなるにしたがつて増加するから、一般に、(A_i) ($i \leq k-1$) では、 $(2^2-1)i$ 個、すなわち $3i$ 個の反応型が正答になる。

[$i=1, 2$ のとき]

これは、代替要素の場合であるから、(A_{k1}) と (A_{k2}) の両者が正答か、どちらか一方が正答であれば、系列は完成すると考えられるために、目標(G)から代替要素までの間にある等価要素について、各代替要素は、 $2^2/2$ 個ずつ正答であればよいことになる。したがって、 $2^2(k-1)/2$ 個の正答が、各代替要素について認められる。さらに、代替要素よりも(G)に近い側にある等価要素が、すべて 0 になつた場合、尺度性から、代替要素について、 $2^2/2$ 個の正答をもつ反応型が付加されるから、合計 $2^2k/2$ 個の正答をもつ反応型が認められる。

[$i \geq k+1$ のとき]

代替要素がともに 0 になるまでは、(G)から代替要素までの各要素(等価要素)について、 (2^2-1) 個の正答をもつ反応型のあることが、尺度性から考

えられる。したがって、代替要素までに $(2^2-1) \times (k-1)$ 個、代替要素に関して (2^2-1) 個の正答をもつ反応型がある。次に、代替要素以後の等価要素については、代替要素から離れていくにしたがつて順次1個ずつの正答をもつ反応が加わるから*、 (A_i) では、 $(2^2-1)(k-1) + (2^2-1) + i - k$ 個、すなわち、 $(2k+i)$ 個の正答をもつ反応型があるということになる。(証明終)

次に、(16)式で定義した $(Q(a_i))$ の値についても、同様な観点から、下に示すようなことがいえる。

$$\left. \begin{aligned} Q(a_i) &= 1/i & (i \leq k-1 \text{ のとき}) \\ Q(a_{ki}) &= \frac{m+1-k}{k(m+1)} & (i=1, 2) \\ Q(a_i) &= 3/(2k+i) & (i \geq k+1 \text{ のとき}) \end{aligned} \right\} (18)$$

この証明は、 $(R(a_i))$ と類似しているので省略する。

(17), (18)式から次のようなことがいえる。

(α) 個々の等価要素については、 $R(a_i)$ 、 $Q(a_i)$ とともに、独自の値をもつ、

(β) 代替要素 (A_{k1}) 、 (A_{k2}) については、

$$R(a_{k1}) = R(a_{k2}), \quad Q(a_{k1}) = Q(a_{k2})$$

が成り立つ、

(γ) 等価要素では、 $R(a_i)$ の値は、 (a_i) が目標 (G) に近い程小さい。また、 $Q(a_i)$ の値は、 (a_i) が目標 (G) に近い程大きい。

(δ) 代替要素の $Q(a_{ki})$ の値は、

$$i > \frac{3k^2}{m-k+1} + k$$

を満たす等価要素 (A_i) の $(Q(a_i))$ を除いては、常に、等価要素よりも小さい値をもつ、

以上、系列(16)を満たすような特別な場合を述べたが、代替要素が、 $A_{k1}, A_{k2}, \dots, A_{kn}$ のときは**、

$$\left. \begin{aligned} R(a_i) &= (2^n-1)i & (i \leq k-1 \text{ のとき}) \\ R(a_{ki}) &= 2^{n-1}k & (i=1, 2, \dots, n) \\ R(a_i) &= (2^n-1)k+i-k & (i \geq k+1 \text{ のとき}) \end{aligned} \right\} (17')$$

$$\left. \begin{aligned} Q(a_i) &= 1/i & (i \leq k-1 \text{ のとき}) \\ Q(a_{ki}) &= \frac{1}{k} - \frac{2^{n-1}-1}{(2^{n-1}-1)k+m-k+1} & (i=1, 2, \dots, n) \\ Q(a_i) &= \frac{2^n-1}{(2^n-1)k+i-k} & (i \geq k+1 \text{ のとき}) \end{aligned} \right\} (18')$$

* 尺度性から

** この場合の系列は下のようになる

として、一般化される。

5.1.2. 学習能力系列の抽出

学習能力系列を抽出する場合は、まず、学習能力系列に属する要素と、そうでない要素とを弁別する必要がある。そこで、学習能力系列に含まれない要素を、付帯要素とよぶことにする。

いま、付帯要素

$$A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ip}$$

が、系列(16)の要素のなかに混在していたとすると、これらは、(16)の各要素、および、付帯要素相互と独立に分布すると考えて*、近似的に、

$$\left. \begin{aligned} R(a_i) &= 3 \times 2^p i & (i \leq k-1 \text{ のとき 等価要素}) \\ R(a_{ki}) &= 2^{p+k} & (i=1, 2 \text{ 代替要素}) \\ R(a_i) &= 2^p(2k+i) & (i \geq k+1 \text{ のとき 等価要素}) \\ R(a_{i1}) &= 2^{p-1}(2k+m+1) & (i=1, 2, \dots, p \text{ 付帯要素}) \end{aligned} \right\} (19)$$

$$\left. \begin{aligned} Q(a_i) &= 1/i & (i \leq k-1 \text{ のとき 等価要素}) \\ Q(a_{ki}) &= \frac{1}{k} - \frac{1}{m+1} & (i=1, 2 \text{ 代替要素}) \\ Q(a_i) &= 3/(2k+i) & (i \geq k+1 \text{ のとき 等価要素}) \\ Q(a_{i1}) &= 0 & (i=1, 2, \dots, p \text{ 付帯要素}) \end{aligned} \right\} (20)$$

となる。したがって、(20)式によつて、付帯要素 $(A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ip})$ は除外され、さきにあげた(α)~(δ)までの観点と、(18), (14)式から、学習能力系列をみいだすことができる。

5.2. 実際の観点からの考察

実際に系列を抽出するためには、まず、Table 3 に示すような反応型を求めて、問題を $(R(a_i))$ の大きさの順に、反応型を目標達成度 $(f(a_1, a_2, \dots, a_m))$ の大きさの順に並べる。この場合、多くの被検者についてみいだすことができる反応型と、少数の被検者のみにみいだせる反応型がある。このようなときは、後者を除外するほうがよいことが多い。また、 $f(a_1, a_2, \dots, a_m)$ の値は、論理的には0か1であるが、実際には、この中間の値をとるものがほとんどである。したがって

$$\text{Max}\{f(A_i) - f(A_{i-1})\} \quad (21)$$

A_i は $f(a_1, a_2, \dots, a_m)$ の値を小さいものから順に並べたとき i 番目にくる反応型

* 付帯要素間に強い関連が認められる場合については、別の機会(相関模型の場合)に触れることにする

$(a_1, a_2, \dots, a_m)$, ($a_i=1$ または 0)

を求め、 $f(A_i)$ 以上を1とみるのがひとつの方法として考えられる。

こうすると、代替要素や付帯要素は、 $(R(a_i))$ で、ほぼ等しい値をもつから、これらが、どのような点に集まっているかを検討することによつて、また、 $f(a_1, a_2, \dots, a_m)$ の大きさと、 (a_i) の反応の状態によつて、付帯要素が代替要素かの見当をつけることができる。この場合、容易にみわけることができないときは、20式を適用し、その値が0に近いか負であれば、付帯要素とみればよい。なお、このとき、すべての反応型が実際に認められない場合は、そこでみだせる反応型に基づいて、20式の値を求めるということになる。

こうして、付帯要素と考えられるものを、系列の構成要素から除外し、次に代替要素が、系列のどこに位置するかを考える。その実際のな方針は、代替要素がすべて0になる反応型に着目し、尺度性を考慮して、だいたいの位置を決定することである。ここで、各等価要素の位置は、 $(R(a_i))$ の大きさによつて、一意的に決定されるから、あまり問題にはならない。

以上のようにして、いちおう能力系列が求められるのであるが、一般に代替要素は、Table 3 の反応型Ⅱ、Ⅲのような段階の反応型では、顕著に認められず、反応型Ⅴ、Ⅵのような段階で明瞭に認められるのが普通である。したがつて、19/20式を多少修正する必要がある。修正の方針は、代替要素がすべて0になる反応型の近くの段階で、はじめて代替要素的な反応が認められるという観点から行なうことが考えられる*。

この場合の理論値は、

$$\left. \begin{aligned} R(a_i) &= 2^p i & (i \leq k-1 \text{ 等価要素}) \\ R(a_{ki}) &= 2^p (k+1) & (i=1, 2 \text{ 代替要素}) \\ R(a_i) &= 2^p (i+2) & (i \geq k+1 \text{ 等価要素}) \\ R(a_{li}) &= 2^{p-1} (m+3) & (i=1, 2, \dots, p \text{ 付帯要素}) \end{aligned} \right\} (22)$$

$$\left. \begin{aligned} Q(a_i) &= 1/i & (i \leq k-1 \text{ 等価要素}) \\ Q(a_{ki}) &= 1/(k+1) & (i=1, 2 \text{ 代替要素}) \\ Q(a_i) &= 1/(i+2) & (i \geq k+1 \text{ 等価要素}) \\ Q(a_{li}) &= 0 & (i=1, 2, \dots, p \text{ 付帯要素}) \end{aligned} \right\} (23)$$

となる。したがつて、この場合でも、

$$\begin{aligned} R(a_{k1}) &= R(a_{k2}), Q(a_{k1}) = Q(a_{k2}) \\ R(a_{l1}) &= R(a_{l2}) = \dots = R(a_{lp}), \\ Q(a_{l1}) &= Q(a_{l2}) = \dots = Q(a_{lp}) = 0 \end{aligned}$$

* 上の関係を一般化すると、スケログラムで $(a_1=1, a_2=1, \dots, a_m=1)$ から $(a_1=0, a_2=0, \dots, a_{k-3}=0, a_{k-2}=1, \dots, a_m=1)$ までは、代替要素は等価要素と同類の性質をもつと考えることになる。

という関係は一般に満たされている。

5.3. 具体例

まず、§3.3. で示した例を代替系例模型について検討することにする。問⑨、⑩、⑬、⑭、⑮の反応型と、問⑪に対する達成度、および、被検者が反応型でとる分布を示すと Table 4 のようになる。(この場合の対象は、全標本 500名である。)

Table 4 問⑨⑩⑬⑭⑮の反応型と
⑪の達成度および反応型の分布

反応型の 番号	問題に対する反応の状態					目標⑪の達成度 $f(⑩, \dots, ⑬)$	反応型の分布 $\phi(⑩, \dots, ⑬)$
	⑩	⑮	⑨	⑭	⑬		
1	1	1	1	1	1	.45	.11
2	1	1	1	1	0	.36	.07
3	1	1	1	0	1	.30	.05
4	1	1	1	0	0	.21	.04
5	1	0	0	0	0	.00	.07
6	0	1	0	0	0	.00	.09
7	0	0	0	0	0	.00	.29
計	5	5	4	2	2		.72

(注) $\phi(⑩, ⑮, \dots, ⑬)$ は、各反応型についてその反応型をもつ被検者の全体に対する比率

Table 4 をみると、反応型1についての目標達成度はきわめて低い。これは、問⑬、⑭に関する能力と問⑪に関する能力の間には、⑪に到達するために必要な能力がなお存在することを示すものと考えられる。次に、 $(R(a_i))$ の大きさについてみると、問⑬、⑭で2、⑩、⑮で5となつて、これらは、ともに代替要素であるとみられる。ここで、Table 4 にみられる尺度性に基づいて、⑨～⑮に認められる系列を示すと、下のようになる。

実際に、上のような系列が存均するすると、(11), (12)式に示されるような関係が存在すると考えられるため、この関係が、どの程度満たされているかをみると、次のようになる。まず、(11)式についてみると、

$$\{P(⑩)+P(⑮)-P(⑩, ⑮)\} > P(⑨) >$$

$$\{P(⑬)+P(⑭)-P(⑬, ⑭)\} > P(⑪)$$

の関係* は、

$$.623 > .412 > .399 > .128$$

となる。また、(12)式の関係は、

* (11)式では $P(b_2, b_3)+P(b_2, \bar{b}_3)+P(\bar{b}_2, b_3)$ としたが、ここでは左の式のかわりに $P(b_2)+P(b_3)-P(b_2, b_3)$ として処理した。計算上は、この式を使つたほうが便利ことが多い。

$$\begin{aligned} P(9) - \{P(9, 10) + P(9, 15) \\ - P(9, 10, 15)\} = .068 \\ P(11) - \{P(11, 13) + P(11, 14) \\ - P(11, 13, 14)\} = .008 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{P(13) + P(14) - P(13, 14)\} \\ - \{P(9, 13) + P(9, 14) - P(9, 13, 14)\} = .079 \end{aligned}$$

となつて、近似的に、この間の関係は満たされていると考えられる。

次に、Table 3 の模型に近い例をあげることにする。

(問題)

$$\textcircled{1} \quad 2\frac{1}{7} \div 3\frac{3}{4} = \square$$

$$\textcircled{2} \quad (-6) \times (-5) = \square$$

$$\textcircled{3} \quad (-8) - (-9) = \square$$

$$\textcircled{4} \quad -0.3^2 = \square$$

$$\textcircled{5} \quad 16 + \square \div 8 = 19 \quad (\text{目標})$$

(結果)

Table 5 問①, ②, ③, ④の反応型と, ⑤の達成度および反応型の分布

反応型の 番号	問題に対する反応 の状態				目標⑤の達成 度 $f(2, 1, 3, 4)$	反応型の分布 $\phi(2, 1, 3, 4)$
	②	①	③	④		
1	1	1	1	1	.73	.18
2	1	1	1	0	.41	.34
3	1	0	1	0	.26	.10
4	1	1	0	0	.12	.10
5	1	0	0	0	.09	.11
6	0	0	0	0	.00	.06
計	5	3	3	1		.89

Table 5 からみられる系列は,

というもので、この間における(11)式の関係

$$\begin{aligned} P(2) > \{P(1) + P(3) - P(1, 3)\} \\ > P(4) \sim P(5) \end{aligned}$$

は,

$$.864 > .826 > .222 \sim .342$$

となり、(12)式の関係は,

$$\begin{aligned} \{P(1) + P(3) - P(1, 3)\} - \{P(1, 2) \\ + P(2, 3) - P(1, 2, 3)\} = .072 \\ P(4) - \{P(1, 4) + P(3, 4) \\ - P(1, 3, 4)\} = -.046 \end{aligned}$$

となつて、ほぼ満たされていると考えられる。また、 $(Q(a_i))$ の値は、(21)式から

$$f(1=1, 2=1, 3=1, 4=1)=1$$

$$f(a_1, a_2, a_3, a_4)=0$$

$$\begin{aligned} a_i \text{ のうち、すくなくともひとつは } 0, \\ i=1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

とおくと,

$$Q(a_1) = .33 \quad Q(a_2) = .20 \quad Q(a_3) = .33$$

$$Q(a_4) = 1.00$$

となり、(23)式を満たしている。同様に、 $(R(a_i))$ の値も,

$$R(a_1)=3, R(a_2)=5, R(a_3)=3, R(a_4)=1$$

となつて、(22)式を満たしている。

VI 考 察

6.1. ここでとりあげた模型について

ここでとりあげた模型は,

$$\cdots \rightarrow A_3 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow G$$

のような単一系列模型と,

$$\cdots \rightarrow A_{k+1} \begin{matrix} \nearrow A_{k1} \\ \searrow A_{k2} \end{matrix} A_{k-1} \rightarrow \cdots \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow G$$

のような、代替系列模型の2つである。しかし、代替系列模型は、単一系列模型をも含むために、実際には、代替系列模型がここで行なつた考察の中心になつていて、各要素間の距離は、(6)式のような形でとらえている程度に過ぎない。また、このような模型は、ここで例示したように、比較的系統化された数学科の教科内容のような特性をもつ教科や、系列におけるステップの粗いものに、よく適合すると考えられる。したがつて、複雑な内容をもつ教科や、系列におけるステップのこまかいものは、多重系列模型による解析が必要になる。この場合、単一系列模型や代替系列模型は、多重系列模型のひとつの枝として意味をもつと考えられる。

6.2. 基礎的な仮定について

ここでは、時間的な経過を、能力の段階に対応させることによつて、解析が容易にできるように考えた。このために、ここで導入した基本的な仮定は、次に示す2つである。

- ① あるひとつの学習能力 (α_n) を形成することができる被教育者は、これよりも低次な能力 (α_{n-1} , α_{n-2} , ...) は、すべて形成することができる。
- ② あるひとつの学習能力 (α_n) を形成するために必要な教育作用は、(α_n) よりも低次な能力 (α_{n-1} , α_{n-2} , ...) の形成にも役立つ。

前者は、被教育者の学習に対する準備の状態に関するものであり、後者は教育作用の構造と機能に関するもの

である。ここで高次な能力とか、低次な能力とかいうことが問題になるが、これは、いちおう①、②の条件を満たすような関係を中心として考えることもできる。また②の条件、すなわち、教育作用の構造と機能に関する仮定は、常に妥当なものとは考えられないが、系統性の強い教科においては、一般に、このようなことが仮定できるのではないかと考えられる。

さらに、ここでは学習指導が終つた後に実施された学力検査結果を解析するという立場で考察を進めている。しかし、これは、解析を容易にする手段であつて、このような手法は、各種の指導の段階で行なう調査にも、ほとんど、そのままの形で活用できるものと考えられる。

6.3. 学習能力系列の特性について

学習能力が形成されていく状態を詳細にみると、

(i) その能力が、さらに高められる方向に形成が進められる

(ii) その能力と関連が深い能力へ、ひろめられる方向に形成が進められる

という2つの側面が考えられる。このような能力の形成の状態をみると、ここで示した学習能力の系列は、§ 6.2. ①で示した仮定のように、(i)に関するものである。(ii)に関しては、さらに各種の能力の相関の程度を、直接問題としてとりあげる方法が考えられる。

しかし、学習能力の系列を考える場合、上記(i)(ii)の側面が、多少とも混在しているとみられるために、ここであげた解析に加えて、相関関係を中心とした解析を併用することが考えられる。こうすることによつて、§ 6.2. にあげた仮定は、そう大きい制約にはならなくなってくる。この具体的な方法については、別の機会に報告する。

6.4. その他

ここで示した模型で、さらに検討を加える必要のある点は、

① このような方法で抽出した学習能力の系列を、学習指導の系列とみた場合、系列の各要素間のステップサイズはこれでよい。

② 各種の学習能力系列がみいだされた場合、それらの系列を、どのような観点から、どう評価するか。

ということであろう。前者については、学習準備域の境界要素に関する考え方が、この場合の問題を解明するひとつの方法とみられる⁽²⁾。また、後者については、学習準備点の Or-Structure における Or-Element の評価と同様な観点から、これを行なうことが考えられる。しかし、系列の評価の問題は、多重系列模型の場合、特に問題になると考えられるため、そのときに触れること

にする。

Ⅶ 要 約

ここでは、学習能力を学習指導の場合に考えられるものに限ることにし、「どんなことが、どれだけできるか」という観点から観測される能力について、その形成過程に関する系列の解析と、系列の抽出をねらつた考察を行なつた。まず、上のような立場から考えられる学習能力系列の模型は、

① 単一系列模型 (系列 (1), (1'))

② 代替系列模型 (系列 (9), (16))

③ 多重系列模型 (§ 1.2., § 4 に示したもの)

に大別される。しかし、実際には、多重系列模型は、単一系列模型や代替系列模型が基本的な要素であり、また代替系列模型は、代替要素 (§ 4) と単一系列模型が基本的な要素になつていと考えられる。

今回の報告は、単一系列模型と代替系列模型に限定しさらに、代替系列模型に重点を置いた考察を行なつた結果である。

まず、単一系列(1)を仮定すると、その系列のもつ尺度性から、系列内の各要素の位置関係が定式化できる ((2)~(5)式)。したがつて、これから逆に、単一系列が存在すると仮定した場合、系列内の各要素が示す特性 ((2)~(5)式) を基礎にして、単一系列を実際に構成することが可能になる ((6)~(8)式)。このような考え方は、代替系列(10)に関しても、容易に拡張することができる ((11)~(14)式)。

しかし、実際には、各種の能力が混在しているなかから、等価要素 (単一系列を構成する要素)、代替要素、付帯要素 (系列に無関係な要素) を弁別する必要がある。そこで Table 3 に示すような模型を中心として、 $R(a_i)$, $Q(a_i)$ を定義し ((15)式)、これらがもつ特性 ((17)~(23)式) によつて、各種の能力を弁別するとともにその系列を抽出することを考えた。

<追 記>

この研究について、名古屋大教育学部白石教授のご指導をいただきました。ここであつくお礼申しあげます。

文 献

- (1) 中嶽治磨：昭和35年度学力調査報告 (中学校数学科第二学年) 大阪府教育研究所研究報告集, 52~6, 1961, 1~29.
- (2) 中嶽治磨：学習機構の解析に関する方法論的研究 III—学習準備性の解析(3)—教育心理学研究, 10, 1962, 99~106.

(1962年4月18日原稿受付)

while that of the *whys* regarding "natural phenomena" reaches the highest level in the middle grade of elementary school, and then it shows a slight decrease.

(3) When we compare these developmental tendencies of children's *whys* with the results of similar investigations of prewar days, we find a resemblance in general types of development between the former and the latter. But in prewar days, the percentage of the *whys* concerning "natural phenomena" exceeded that of other *whys* above the middle grade of elementary school, while, in our investigation, the percentage of the *whys* regarding "human life" overwhelmingly surpasses that of any other *whys*.

(4) After due consideration of the areas of *whys* and the differentiation processes of their kinds, we have divided the developmental level of *whys* into three, e.g. (a) the level of materially cognizing reality, corresponding to the late infancy and the early childhood; (b) the transitional level corresponding to the middle and the late childhood; (c) the level of socially cognizing reality, corresponding to preadolescence.

(5) In several areas of *whys* we see some differences between the two sexes. Boys exceed girls in the percentage of the *whys* concerning "heavenly bodies" and "instruments" while girls on the other hand surpass boys in the percentage of *whys* regarding "animals and plants."

A METHODOLOGICAL STUDY CONCERNING AN ANALYSIS OF THE LEARNING MECHANISM : IV

—Analysis of the Series of Abilities to Learn (1)—

by

Osamaro Nakadake

Osaka Prefectural Scientific Educational Center

This report aims to analyze the series of abilities to learn, which arrive at (G), from the point of view of the formative-process of the ability (G).

At first, the following models of the series were set,

(1) Uni-serial model

$$A_m \rightarrow A_{m-1} \rightarrow \dots \rightarrow A_{i+1} \rightarrow A_i \rightarrow A_{i-1} \rightarrow \dots \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow G \quad (1)$$

where A_i is ability in uni-series and it is called equal weight element.

G is the goal of the series.

A_i is higher than A_{i+1}

(2) Substitutive-serial model

$$A_m \rightarrow A_{m-1} \rightarrow \dots \rightarrow A_{k+1} \begin{cases} \nearrow A_{k1} \\ \searrow A_{k2} \end{cases} \rightarrow A_{k-1} \rightarrow \dots \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \sim G \quad (2)$$

where $A_i (i=1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, m)$ is equal weight element.

$A_{ki} (i=1, 2)$ is called substitutive element.

A_1 is equivalent to G.

(3) Multi-serial model

$$\begin{array}{l} \dots A_{2,1} \nearrow A_{1,1} \\ \dots A_{2,2} \nearrow A_{1,1} \\ \dots A_{2,3} \nearrow A_{1,2} \\ \dots A_{2,4} \nearrow A_{1,2} \end{array} \rightarrow G \quad (3)$$

Secondly, the substitutive series (2) is analyzed as follows. Suppose that a_i^* is the item of achievement test measuring the ability A_i in series (2), then the response patterns of pupils to the achievement test are represented with

$$(a_1, a_2, \dots, a_m)$$

where $a_i = 1$ or 0

1 is correct answer for item a_i^*

0 is wrong answer for item a_i^*

Let number of response patterns in $(a_1, a_2, \dots, a_m)$, which had $a_i=1$, represent with $R(a_i)$, then according to scalability of series (2),

$$\left. \begin{aligned} R(a_i) &= 3_i & (\text{when } i \leq k-1) \\ R(a_{k_i}) &= 2k & (i=1, 2) \\ R(a_i) &= 2k+i & (\text{when } i \geq k+1) \end{aligned} \right\} (4)$$

Let $f(a_1, a_2, \dots, a_m)$ be degree of achievement, obtained by the pupils who had response pattern $(a_1, a_2, \dots, a_m)$, on the goal (G) and let $Q(a_i)$ define as follows,

$$\begin{aligned} Q(a_i) &= \sum f(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i=1, \\ &\quad a_{i+1}, \dots, a_m) / R(a_i) \\ &- \sum f(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i=0, \\ &\quad a_{i+1}, \dots, a_m) / \bar{R}(a_i) \end{aligned} \quad (5)$$

where $\sum$ is sum of all combination, on the conditioning series (2),

in $(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_m)$,

$a_l=1$ or 0, ($l=1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, m$)

$\bar{R}(a_i)$ is number of response patterns in $(a_1, a_2, \dots, a_m)$

which had $a_i=0$.

$$\left. \begin{aligned} \text{Then } Q(a_i) &= 1/i & (\text{when } i \leq k-1) \\ Q(a_{k_i}) &= \frac{m-k+1}{k(m+1)} & (i=1, 2) \\ Q(a_i) &= 3/(2k+i) & (\text{when } i \geq k+1) \end{aligned} \right\} (6)$$

Actually, substitutive elements have character like equal weight element from $(a_1=1, a_2=1, \dots, a_m=1)$ to $(a_1=0, a_2=0, \dots, a_{k-3}=0, a_{k-2}=1, a_{k-1}=1, \dots, a_m=1)$ in scalogram, and additional elements $(A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1p})$, which do not belong in the series (2), are mixed in the actual data. From the above point of view, formulas (4); (6) are refined as follows.

$$\left. \begin{aligned} R(a_i) &= 2^p i & (\text{when } i \leq k-1) \\ R(a_{k_i}) &= 2^p (k+1) & (i=1, 2) \\ R(a_i) &= 2^p (i+2) & (\text{when } i \geq k+1) \\ R(a_{l_i}) &= 2^{p-1} (m+3) & (i=1, 2, \dots, P) \end{aligned} \right\} (7)$$

$$\left. \begin{aligned} Q(a_i) &= 1/i & (\text{when } i \leq k-1) \\ Q(a_{k_i}) &= \frac{1}{k+1} & (i=1, 2) \\ Q(a_i) &= 1/(2+i) & (\text{when } i \geq k+1) \\ Q(a_{l_i}) &= 0 & (i=1, 2, \dots, P) \end{aligned} \right\} (8)$$

Thus, applicating formulas (7); (8) substitutive series of abilities can be approximately abstracted from actual data.

FACTOR ANALYTIC STUDY ON PROBLEM SOLVING RIGIDITY

by

Noriko Murakawa

Heian Jyogakuin Junior College

The purpose of this research is, first, to classify problem solving rigidity into several valid forms, and second, to investigate the nature of problem solving rigidity using factor analysis and testing the relations between extracted rigidity factors and personality traits.

Eight rigidity tests, an intelligence test and several personality tests were administered to 152 boys and girls, in the first year of junior high school and to 100 female college students. Eight

rigidity tests were selected from the literature or constructed which, on the basis of theoretical considerations, were thought to involve rigidity. A battery of 20 tests was constructed and factorially analyzed using Thurstone's centroid method and radial method of oblique rotation.

Four factors were extracted. Two of them could be identified as rigidity factors that is, "rigidity being caused by experimentally induced behavior patterns" and "rigidity arising by habitual behavior