児童の比例的推理に関する発達的研究II

——定性推理と定量推理に関して——

藤村 宣之¹

A DEVELOPMENTAL STUDY ON THE PROPORTIONAL REASONING IN SCHOOL AGE CHILDREN (II)

—— Qualitative reasoning and quantitative reasoning ——

Nobuyuki FUJIMURA

Proportional reasoning involves both qualitative and quantitative methods of thought. This study examined the relationship between qualitative and quantitative proportional reasoning of elementary school children. Two ratio types, velocity and thickness, were chosen. In the qualitative reasoning task, children were asked to determine the direction in which the numerator of the ratio would change (decrease, stay the same, or increase in value), when the denominator of the ratio changed and when the ratio was constant. In the quantitative reasoning task, children were given three components of two equal ratios and were asked to solve for the fourth component. These tasks were individually administered to thirty third-grade, twenty-nine fourth-grade, and thirty fifth-grade pupils. The results were as follows: 1) Qualitative reasoning preceded quantitative for each ratio type, while success rate on quantitative reasoning tasks increased with age. 2) Different ratio types, velocity and thickness, showed an effect only on qualitative reasoning in third graders. 3) Children's ability to reason qualitatively appeared to have a strong impact on their performance on quantitative reasoning tasks.

Key words : proportional reasoning, children, qualitative reasoning, quantitative reasoning, strategies.

問 題

比例的推理とは、2量の比例関係にもとづき、一方の量の変化にともなう他方の量の変化を予測することである。比例的推理には、変化の方向性を推理する定性推理 (qualitative reasoning) と、変化後の値を推理する定量推理 (quantitative reasoning) が想定される。

藤村 (1992, 1993) では、比例的推理 (定量推理) と、内

包量比較 (例えば、水と濃縮ジュースを混合して作った2つのジュースの濃さを比較する推理) とを比較し、前者が後者に発達的に先行することを示した。またその理由の1つとして、前者には論理的比例の理解、すなわち定性推理が反映されやすいことを予測した。この予測の正否を、実際に定性推理に関する課題を実施することにより検証することが、本研究の目的である。

定性推理と定量推理の関係を扱った研究には、2つの立場がある。

Inhelder & Piaget (1955) は、天秤、写影等に関する比例課題を実施し、具体的操作期の後期 (段階II B: 9,

¹ 埼玉大学教育学部 (Faculty of Education, Saitama University)

10歳)では、例えば天秤課題で、重りが重いほど天秤の支点に近づけるとつりあうといった定性的比例が成立するのに対し、形式的操作期(段階III: 11, 12歳-)になると、支点からの距離の比が1: 1/4の場合には重りを1: 4にするとつりあうといった計量的比例が出現するとした。これは、同一の課題に対する推理に定性推理から定量推理への発達の変化を想定する立場である。

これに対して、定性推理と定量推理を別の推理として対比させてとらえる研究もみられる(Moore, Dixon, & Haines, 1991; Ahl, Moore, & Dixon, 1992など)。Moore et al. (1991)は、温度の異なる2つの水を混合したときの水温を予測させる課題を、数値を呈示し、水温を算出させる算出条件、水温を「冷たい」や「熱い」といった形容詞で呈示し、数値の代わりに形容詞を配置した温度計上に混合後の水温を示させる直観条件の2条件で、8, 11, 13, 19歳の被験者に実施した。その結果、算出条件では、単純に温度どうしの足し算をするような低次元な方略が13歳でも多くみられたのに対し、直観条件では、11歳でも6割程度の者がほぼ適切な推理を行うという条件差がみられた。ここで、算出条件における推理が定量推理に対応するのに対し、直観条件における推理は、方向性に加えて程度の判断も行っている点で、厳密には先に述べた定性推理とは若干異なる面がある。しかしながら、Mooreらの研究で、数的な推理と方向性に関する推理を別の課題で測定し、推理の性質の違いを強調している点は、定性推理と定量推理の関連を検討するうえで、Inhelderらの研究に比べて示唆的である。一方、個人内での両推理の関連やその発達の変化は十分に検討されておらず、また領域間の関係の解明にも課題が残されている。

本研究では、比例的推理に関する定性推理、定量推理の両課題を実施し、遂行の発達の差異と関連を検討することにより、比例的推理に関する初期の発達の様相を明らかにすることを目的とする。具体的な目的と仮説は次の3点に整理される。

第1の目的は、定性推理および定量推理の出現時期と、年齢の上昇にともなう変化を明らかにすることである。

定性推理は、一方の次元の変化にともなって他方の次元がどの方向に変化するかを推理することであり、「一方の次元が増加すれば他方も増加し、一方が減少すれば他方も減少する」という定性的知識があれば、適切な推理が可能である。このような定性的知識は、日常生活場面において速さや濃さを体験する過程で形成されるものであろうし、含まれる論理操作としても差

の量化や関係の逆転が不要な比較的単純な操作(2次元の順方向対応づけ)であり、比較的早期に成立することが予測される。Inhelder & Piaget (1955)が段階II B (9, 10歳)の特徴として示した定性的比例は、この定性的知識に対応する。また、Matsuda (1992)は、速度に関して、距離と時間の間の定性的な関係理解が8, 9歳の大半の者に成立するとしている。これらの研究の結果を考慮すると、定性推理は、9歳から高いレベルにあり、10, 11歳にかけての変化は小さいことが予測される。

一方、定量推理は、一方の次元の変化にともなって他方の次元がどのような値に変化するかを推理することであり、正確な推理には定性的知識に加えて、倍や単位あたりといった数的関係に関する知識の適用が必要なため、その遂行は発達の規定されると考えられる。定量推理の出現時期に関して、Tourniaire (1986)は、繰り返し加法のような初歩的な比例的推理が9歳(3年生)頃から現れ始めるとし、また藤村 (1993)は、増加方向の倍数関係の理解は9歳頃から、単位あたりの理解は10歳頃から可能になることを示している。これらを考慮すると、定量推理のレベルは9歳から11歳にかけて向上するであろう。

以上より、定性推理の遂行は9歳(3年生)から相対的に高いレベルにあり、年齢にともなう変化は小さいのに対して、定量推理の遂行レベルは9歳(3年生)から11歳(5年生)にかけて向上することが予測される(仮説1)。

第2の目的は、定性および定量推理における領域の効果の検討である。

定性推理には定性的知識が必要であるが、それは速度、濃度の各領域において9歳頃には既に獲得されている場合が多いと考えられるため、9～11歳において定性推理には領域差が現れにくいことが想定される。

定量推理には、数的関係に関する知識と定性的知識が関与し、領域の内容は後者に反映されやすいと推察されるが、9歳(3年生)以降では定性的知識は各領域で獲得されている場合が多いと考えられるため、結果的に定量推理には領域差が現れにくいと考えられる。藤村 (1993)では、課題冊子を用いた集団実験において、内包量比較に比べて比例的推理(定量推理)では速度と濃度の領域差が小さいことが示されている。本研究では、これを個別実験において検証することを目的の1つとする。

以上の2点より、9～11歳の各年齢において、定性推理の領域差は小さく(仮説2-1)、また定量推理の領域

差も小さい(仮説2-2)ことが予測される。

第3の目的は、定性推理と定量推理の関連を明らかにすることである。

定性推理が不適切である場合の主因は定性的知識の未獲得であり、定性的知識が未獲得であれば、数的関係に関する知識を推理に適用する根拠が不十分となるために推理過程に支障が生じ、定量推理の成績が低くなると考えられる。また、定性的知識は定量推理の求値過程をモニターする役割を果たすとも考えられるため、定性推理が不適切である場合には、変化の方向性さえ考慮しない低水準の誤答が多くなると推測される。

以上より、各領域において、定性推理が適切である場合には定量推理の成績は高くなるのに対して、定性推理が不適切である場合には定量推理の成績は低く、誤答の内容面でも、変化の方向性すら考慮しない低水準の誤答の割合が高くなることが予測される(仮説3)。

方 法

1. 被験児

大阪府下の公立S小学校の3, 4, 5年生を被験児とした。人数および平均年齢は、3年生30名(平均年齢9;2)、4年生29名(平均年齢10;2)、5年生30名(平均年齢11;2)であった。いずれの児童も、単位あたり量(5年2学期)、比例(6年1学期)など、比例的推理に関する教科内容は未習であった。

2. 課 題

速度および濃度の領域に関する定性推理課題と定量推理課題を、絵カードを用いて個別に実施した。これらの課題への導入として、具体物を用いて課題状況の説明を行った。具体的には、速度については模型自動車(ミニ四駆)を、濃度についてはコップに入った水と濃縮果汁(オレンジカルピス)を呈示し、それらを知っているか、それらを用いたことがあるかを尋ねた後、速度に関しては模型自動車が電動で走ることを、濃度に関しては水と濃縮果汁を混合してジュースを作ることを説明した。

(1) 定性推理課題 (qualitative reasoning task)

2つの次元の値の対を呈示し、一方の次元をある値に変化させたときの他方の値の変化の方向性を、減少、同じ、増加のなかから選択させた。速度課題では、模型自動車(ミニ四駆)が走った時間と距離の値の対を呈示し、等速度条件下で時間の値を変化させたときの距離の値の変化の方向性を尋ねた。濃度課題では、オレンジジュースを作るのに用いた濃縮果汁(オレンジカルピス)の量と水の量の値の対を呈示し、等濃度条件下で

水の量を変化させたときに必要な濃縮ジュースの値について変化の方向性を尋ねた。各領域の課題とも、次元内の数値の関係(整数倍、非整数倍)×変化の方向性(増加、減少)の4種類の小問①②③④を設定した。各領域における定性推理課題の例をFIGURE 1-1, 1-2に示す。

FIGURE 1-1 定性推理課題(速度)の例：
数値セットA—小問①

FIGURE 1-2 定性推理課題(濃度)の例：
数値セットB—小問①

絵カード上の表記に関しては、濃度では、溶質量(濃縮果汁)、溶媒量(水)ともに空間量であるため、両者とも、数字に加えて空間の大きさを図で示した。一方、速度では、距離は空間量であるが、時間はそれとは異なる時間量であるため、距離は数字と図で示したのに対し、時間は数のみを呈示するにとどめた。なお、銀

林 (1975) によれば、分母にくる量のタイプにより、濃度 (含有密度) は空間型、速度は時間型に分類されている。以上の表記は、次の定量推理課題についても同様である。

(2) 定量推理課題 (quantitative reasoning task)

2つの次元の値の対を呈示し、一方の次元をある値に変化させたときの他方の値を答えさせた。また「どうしてそう考えたか」と問い、答えへの理由づけを求めた。速度課題では、模型自動車が出た時間と距離の値の対を呈示し、等速度条件下で時間の値を変化させたときの距離の値を尋ねた。濃度課題では、オレンジジュースを作るのに用いた濃縮果汁の量と水の量の値の対を呈示し、等濃度条件下で水の量を変化させたときに必要な濃縮ジュースの値を尋ねた。各領域とも、次元内の数値の関係 (整数倍、非整数倍) × 変化の方向性 (増加、減少) の4種類の小問①②③④を設定した。各領域の定量推理課題の例を FIGURE 2-1, 2-2 に示す。

なお、定性推理課題、定量推理課題については、各小問について数値の組合わせを2セット用意した。用いた数値のセットを TABLE 1 に示す。

3. 手 続

以上の課題を、次の順序で実施した。

1) 具体物による課題状況の説明 (速度)

2) 定性推理課題 (速度：小問①④②③)

3) 定量推理課題 (速度：小問①④②③)

4) 具体物による課題状況の説明 (濃度)

5) 定性推理課題 (濃度：小問①④②③)

6) 定量推理課題 (濃度：小問①④②③)

速度 (1~3) と濃度 (4~6) のいずれを先に実施するか

FIGURE 2-2 定量推理課題 (濃度) の例：
数値セット B—小問③

TABLE 1 各課題で用いた2種類の数値セット

小問	次元内の 数的関係	変化の 方向性	数値セット A	数値セット B
①	整数倍	増加	次元 a 2 → 4 次元 b 6 → ?	次元 a 2 → 4 次元 b 4 → ?
②	整数倍	減少	次元 a 6 → 3 次元 b 18 → ?	次元 a 6 → 3 次元 b 12 → ?
③	非整数倍	増加	次元 a 3 → 7 次元 b 6 → ?	次元 a 3 → 7 次元 b 9 → ?
④	非整数倍	減少	次元 a 5 → 2 次元 b 10 → ?	次元 a 5 → 2 次元 b 15 → ?

- ・速度課題では次元 a が時間 (秒)、次元 b が距離 (m) を示す。濃度課題では次元 a が水の量 (dl)、次元 b が濃縮果汁の量 (個) を示す。
- ・定性推理課題では、? は次元 b の変化の方向性を質問し、定量推理課題では、? は次元 b の変化後の値を質問した。

は被験者間でカウンターバランスした。また、速度と濃度では異なる数値セットを用い、数値セット A, B の領域への割当ては被験者間でカウンターバランスした。なお同一領域内では、定性推理と定量推理で同一の数値セットを用いた。また各課題における小問の実施順序は、同種の小問が連続することを避けるため、①④②③の順とした。

以上の課題を、業間、昼休み、放課後の時間を利用して、小学校の図書準備室で個別実験により実施した。実施時期は、1991年11月6日~12月10日であり、所要時間は児童1人あたり約20分であった。

FIGURE 2-1 定量推理課題 (速度) の例：
数値セット A—小問③

結 果

結果の分析は、目的と仮説に対応させて、1.発達の変化、2.領域間の関連、3.定性推理と定量推理の関連の順に行った。

1. 発達の変化

(1) 正答数の分析

定性推理と定量推理の発達の変化を検討するために、各課題における正答数(正答した小問数)を領域別に求めた。なお定性推理における正答の基準は方向性の判断が正しいこととし、定量推理における正答の基準は答えた数値が正しく、かつそれに対する理由づけが倍数関係や単位あたりに言及した適切なものであることとした。

各課題における正答数を学年別に人数分布として示したのが、TABLE 2である。TABLE 2より、定性推理課題の正答数には天井効果がみられたため、まず、全問正答(正答数4)であるか否かに着目して、ノンパラメトリックな検定を行うこととした。

TABLE 2 各課題の正答数に関する人数分布

課題\正答数	〈3年生(n=30)〉					〈4年生(n=29)〉					〈5年生(n=30)〉				
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
定性推理(速度)	0	1	1	3	25	2	1	1	3	22	1	1	3	4	21
定性推理(濃度)	4	2	3	0	21	0	0	2	2	25	0	2	1	0	27
定量推理(速度)	13	10	4	1	2	8	11	5	2	3	7	5	6	4	8
定量推理(濃度)	17	6	4	2	1	7	10	6	3	3	8	4	6	3	9

・表内の数値は人数を示す。

定性推理(速度、濃度)、定量推理(速度、濃度)の4課題について、それぞれ、全問正答者の比率を学年間で比較した。その結果、定性推理課題では、速度、濃度ともに、有意な学年差はみられなかった($\chi^2_{(2)}=1.49$, n.s.; $\chi^2_{(2)}=4.58$; n.s.)。また、定量推理課題(速度)では、全問正答者の比率に有意な学年差はみられなかったが(Fisherの直接確率計算(両側検定), $p=.108$)、定量推理課題(濃度)では学年差が有意であった(同, $p=.015$)。

次に、CochranのQ検定を用いて、学年ごとに4つの課題間で全問正答者の比率を比較した。その結果、各学年において課題差は有意であった(3年: $Q_{(3)}=57.06$, $p<.01$; 4年: $Q_{(3)}=57.27$, $p<.01$; 5年: $Q_{(3)}=40.33$, $p<.01$)。下位検定として、McNemarの検定を用いた多重比較(Ryan法)を学年ごとに行ったところ、各学年において、定性(速度)と定量(速度)、定性(速度)と定量(濃度)、定性

(濃度)と定量(速度)、定性(濃度)と定量(濃度)の課題差がいずれも5%水準で有意であり、定性推理課題(速度、濃度)における全問正答者の比率が定量推理課題(速度、濃度)の場合よりも高いことが明らかになった。これに対して、定性(速度)と定性(濃度)、定量(速度)と定量(濃度)の課題差は、いずれの学年においても有意でなく、全問正答者の比率に関しては、定性推理課題、定量推理課題ともに領域差はみられないことが示された。

定量推理課題の正答数には、定性推理課題と比べて、0~4点に分布の広がりが見られたため、定量推理課題の正答率(正答した小問数/全小問数4)の角変換値について分散分析を行うこととした。なお、比率が0の場合は14.48を、比率が1の場合は75.52を便宜的変換値として用いた。学年(3,4,5年)×領域(速度、濃度)の2要因分散分析を行った結果、学年の主効果のみが有意であった($F_{(2,86)}=5.96$, $p<.01$)。そこで、Ryan法による多重比較を行った結果、定量推理課題の正答率に関して、3年と5年の間の学年差が有意であった($t_{(86)}=2.45$, $p<.05$)。

以上より、1)定性推理課題では、3年生から全問正答者の比率が相対的に高く、学年の進行にともなう変化は小さいこと、2)各学年において、全問正答者の比率は、定性推理課題が定量推理課題よりも高く、また領域差は小さいこと、3)定量推理課題では、速度、濃度ともに、3年生から5年生にかけて正答数が発達の増加することが明らかになった。

(2) 定量推理課題各問の通過率の分析

定量推理課題における発達の変化の内容を分析するために、各小問の通過率を求めた。なお、通過の基準は、答えた数値が正しく、かつ理由づけが倍数関係や単位あたりに依拠した適切なものであることとした。速度、濃度課題における各小問の通過率をFIGURE 3-1, 3-2に示す。

速度課題の各小問について、学年別の通過人数に関する3×2の χ^2 検定を行ったところ、小問②③④では通過人数の学年差がそれぞれ有意であったのに対し($\chi^2_{(2)}=7.02$, $p<.05$; $\chi^2_{(2)}=10.36$, $p<.01$; $\chi^2_{(2)}=7.10$, $p<.05$)、小問①では有意でなかった($\chi^2_{(2)}=1.38$, n.s.)。小問②③④について、Ryan法による多重比較を行った結果、小問②の3年—5年の学年差($\chi^2_{(1)}=6.94$, $p<.05$)、小問③の3年—5年、4年—5年の学年差($\chi^2_{(1)}=7.94$, $p<.05$; $\chi^2_{(1)}=5.85$, $p<.05$)がそれぞれ有意であった。

濃度課題についても同様に、小問②③④で通過人数の学年差が有意であり($\chi^2_{(2)}=13.58$, $p<.001$; $\chi^2_{(2)}=8.42$, p

FIGURE 3-1 各小問の通過率（定量推理—速度）

FIGURE 3-2 各小問の通過率（定量推理—濃度）

$<.05$; $\chi^2_{(2)}=6.07$, $p<.05$), 多重比較 (Ryan 法) の結果, 小問②の3年—5年の学年差 ($\chi^2_{(1)}=13.61$, $p<.01$), 小問③の3年—5年の学年差 ($\chi^2_{(1)}=7.20$, $p<.05$) が有意であった。

以上より, 定量推理課題における遂行の向上は, 3年生から5年生にかけて, 減少方向の倍数関係の理解 (小問②) と増加方向の単位あたりの理解 (小問③) が漸次に進行する過程を示していたことが明らかになった。

2. 領域間の関連

次に, 領域間の関連を検討するために, 各課題ごとに分析を行った。

(1) 定性推理課題における領域間の関連～推理の適切性に関して～

定性推理課題については, 正答数に天井効果がみられたため, 推理の適切性に関する人数分布から, 領域間の関連を検討した。

速度, 濃度の各課題において, 4問正答の場合を定性推理が適切とし, 正答が3問以下の場合を推理が不適切とした。定性推理が適切であるか否かにより, 速度, 濃度間の関連を人数分布として示したのが,

TABLE 3 である。定性推理の適切性に関する速度・濃度間の関連は有意でなかった ($\phi=.153$, n.s.)。推理の適切性に関しては, 28%の者 (V群およびT群) に領域差がみられたが, McNemar の検定の結果, V群とT群との人数差は有意でなかった ($z=0.80$, n.s.)。また, V群およびT群を対象に, 各群に属するか否かに関する人数分布の学年差について, Fisher の直接確率計算 (両側検定) を行ったところ, V群では学年差が有意であり ($p=.002$), 3年生と4, 5年生との間に有意な差または有意傾向がみられた (3-4年, $p=.080$; 3-5年, $p=.005$) のに対し, T群では学年差は有意でなかった ($p=.831$)。

TABLE 3 定性推理課題における人数分布

タイプ	速度	濃度	人数	3年	4年	5年
V T群	適切	適切	58 (65%)	17	20	21
V群	適切	不適切	10 (11%)	8	2	0
T群	不適切	適切	15 (17%)	4	5	6
N群	不適切	不適切	6 (7%)	1	2	3

・数値は各群に属する人数を示す。

・タイプ名は, 推理が適切である領域名 (速度: velocity, 濃度: thickness) より命名した。

以上の結果と TABLE 3 より, 次の3点が明らかになった。1) 3学年全体の65%の者は, 速度, 濃度とも定性推理が適切であり (VT群), とともに不適切な者 (N群) は全体の7%と少なかった。2) 全体の28%の者は, 速度, 濃度のいずれか一方の定性推理が不適切であったが, どちらが不適切に関して人数差は有意でなかった。3) 速度の定性推理が不適切な者 (T群) は各学年に同程度みられたのに対し, 濃度の定性推理が不適切な者 (V群) は3年生に多くみられた。

(2) 定量推理課題における領域間の関連～正答数と適用方略に関して～

定量推理課題について, 速度, 濃度課題それぞれの正答率 (正答した小問数/4) に角変換を施した後, 学年別に領域間の Pearson の相関係数を求めた。その結果, 各学年において領域間に有意な相関がみられた (3年: $r=.708$; 4年: $r=.857$; 5年: $r=.691$; いずれも, $p<.001$)。

次に, 理由づけから同定される方略の面でも領域間の関連が強いかな否かを検討した。

分析の対象としては, 非整数倍・増加型の小問③をとりあげ, 速度, 濃度の領域間で方略を比較した。小問③に対する典型的な方略を TABLE 4 に示す。誤方略の内容を, 2量の倍数関係や差を考慮した比較的高次

な方略 (m_1, m_2, a_1 方略 : ma 方略系) と、単に 2 数を加減乗除のいずれかで組み合わせるなどの低次元方略 (t_1 方略など : t 方略系) に分類した。それら 2 種類の誤方略と適切な方略 (dm 方略) を適用した人数について、領域間の関連を示したのが、TABLE 5 である。

TABLE 4 定量推理課題に対する典型的方略 (小問③)

方略名	方略の内容	具体例 (速度 : 小問③-数値セット A)
正方略	dm 方略	単位あたりの適用 (division and multiplication) [$6 \div 3 = 2$, 1 秒に 2 m 進むので, $2 \times 7 = 14\text{m}$]
誤方略	m_1 方略	倍数操作の拡大適用 (multiplication) [7 は 3 の 2 倍ぐらい。6 m の 2 倍で 12m]
	m_2 方略	倍数と加法の組合わせ (multiplication and addition) [3 秒に 2 をかけて 6 秒。まだ 1 秒多いので, 6×2 に 1 をたして 13m]
	a_1 方略	加法的推理による誤り (additive reasoning) [7 秒と 3 秒の差が 4。 $6 + 4 = 10\text{m}$]
	t 方略系	任意の 2 数の演算 (calculation of two numbers) [7 秒 $\times$ 6 m = 42m] → 変化の方向は適切 : 同方向 (> 6 m) [7 - 3 = 4 なので, 4 m] → 変化の方向も誤り : 異方向 (≤ 6 m)

・方略名は、含まれる演算等の頭文字 (下線部) より命名した。

TABLE 5 適用方略に関する学年別人数分布 (定量推理課題③)

<3 年>				<4 年>				<5 年>						
濃度課題③				濃度課題③				濃度課題③						
dm方略 ma系 t系				dm方略 ma系 t系				dm方略 ma系 t系						
速	dm	2	2	0	速	dm	5	0	0	速	dm	10	3	1
度	ma	0	3	1	度	ma	0	7	2	度	ma	1	7	0
③	t	1	3	18	③	t	0	1	14	③	t	1	1	6
領域間の の関連				領域間の の関連				領域間の の関連						
V = .545** φ = .521*				V = .876*** φ = .730***				V = .670*** φ = .866**						

・V は、全方略を dm, ma, t に分類した場合の領域間の関連の強さを示す。
 ϕ は、誤方略のみについて、ma, t に分類した場合の領域間の関連の強さを示す。
・関連の強さについての有意性検定は、Fisher の直接確率計算によって行った。
(有意水準 *** $p < .001$, ** $p < .01$, * $p < .05$)

TABLE 5 の人数分布について、学年ごとに Cramer の連関係数 (V) を求めた結果、各学年、特に 4、5 年生において領域間の関連が強かった。また、速度、濃度とも誤方略に分類された者のみを対象に、四分点相関係数 (ϕ) を求めたところ、誤方略の内容面でも領域

間の関連が強かった。
以上より、定量推理課題における、速度、濃度の領域間の関連は、方略の正誤の面でも、また誤方略の内容面でも強いことが明らかになった。

3. 定性推理と定量推理の関連

(1) 定性推理の適切性と定量推理課題の正答数との関連

定性推理の適切性は、定量推理課題の成績と関連するのであるか。また関連があるとすれば、それは領域内に限定されるのであろうか。それとも、ある領域の定性推理は、他の領域の定量推理にも影響を与えるのであろうか。これらの可能性を検討するために、2 (1) で分類した定性推理タイプの間で、速度、濃度の定量推理課題の正答数を比較することとした。

各タイプ別に定量推理課題の平均正答数を示したのが FIGURE 4 である。

FIGURE 4 定性推理タイプ別にみた定量推理課題の平均正答数

定量推理課題の正答率 (正答した小問数 / 4) を角変換した値について、人数が少なく、フロア効果もみられた N 群を除き、定性推理タイプ (VT 群, V 群, T 群) $\times$ 領域 (速度, 濃度) の 2 要因分散分析を行った結果、定性推理タイプの主効果 ($F_{(2,80)} = 6.34, p < .01$), および定性推理タイプ $\times$ 領域の交互作用 ($F_{(2,80)} = 5.25, p < .01$) が有意であった。下位検定の結果、定性推理タイプの効果は各領域で有意であり、多重比較 (Ryan 法) の結果、速度課題では VT 群と T 群 ($t_{(160)} = 2.46, p < .05$), VT 群と V 群 ($t_{(160)} = 2.87, p < .05$) の差が有意であり、濃度課題では VT 群と V 群 ($t_{(160)} = 3.56, p < .05$), T 群と V 群 ($t_{(160)} = 2.60, p < .05$) の差が有意であった。また領域の効果は T 群でのみ有意であった ($F_{(1,80)} = 8.70, p < .01$)。

以上より、VT 群と T 群の比較から、速度の定性推理の適切性は速度の定量推理のみに影響し、濃度の定量推理には影響しないことが示された。これに対し、VT 群と V 群の比較から、濃度の定性推理の適切性

は、濃度だけでなく速度の定量推理にも影響を及ぼすこと、見方を変えれば、速度の定性推理の適切性は、速度の定量推理にとっての十分条件ではないことが明らかになった。

(2) 定性推理の適切性と定量推理課題の適用方略との関連

次に、定性推理と定量推理の関連の内容を明らかにするために、定性推理が適切である群、不適切な群ごとに、定量推理課題の小問③に対する適用方略の内容を検討した。方略の分類は、2(2)と同様に、正答を導く dm 方略、誤答となるが倍数関係や差を考慮した ma 方略系、2 量の共変性すら考慮せず誤答となる t 方略系の 3 種類とした。また t 方略系の誤答について、変化の方向性は正しい場合（例えば小問③数値セット A で 6 より大きい数値を答えた場合：同方向）と、変化の方向性にも誤りがある場合（先の例で 6 以下の数値を答えた場合：異方向）に分類した。以下、人数分布について χ^2 検定または Fisher の直接確率計算（両側検定）を行った。

速度の定性推理に関する適切群（VT 群、V 群）、不適切群（T 群、N 群）ごとに、速度の定量推理課題③における適用方略の人数分布を示したのが TABLE 6-1（上半分）である。適用方略の人数分布には群間で有意な差がみられなかった（ $\chi^2_{(2)}=1.43$, n.s.）が、t 方略系の誤答の方向性については、不適切群では適切群に比べて、異方向の数値を答えた人数が有意に多かった（ $\chi^2_{(1)}=9.96$, $p<.01$ ）。なお、速度の定性推理の適切群を構成する VT 群と V 群について、速度の定量推理における適用方略を分析した結果、VT 群は dm 方略 19 名、ma 系 17 名、t 系 22 名に対し、V 群は 10 名全員が t 系であり、VT 群と V 群の間で分布の差が有意であった（直接確率計算, $p<.001$ ）。

TABLE 6-1 定量推理課題に対する方略と誤答の方向性
(速度一小問③)

		適用方略			t 方略系のうち	
		dm	ma 系	t 系	同方向	異方向
定性推理 (速度)	適切群 (n=68)	19	17	32	31	1
	不適切群 (n=21)	4	4	13	7	6
群間の人数分布の差		$\chi^2=1.43$, n.s.			$\chi^2=9.96$, $p<.01$	
定性推理 (濃度)	適切群 (n=73)	22	19	32	27	5
	不適切群 (n=16)	1	2	13	11	2
群間の人数分布の差		直接法, $p=.028$			$\chi^2=0.19$, n.s.	

・数値は各方略を適用した人数を示す。

・直接法は、直接確率計算（両側検定）の結果を示す。

3(1)では濃度の定性推理と速度の定量推理に関連がみられたため、濃度の定性推理と速度の定量推理③の関連も同形式で示した（TABLE 6-1 下半分）。群間で適用方略の人数分布に有意な差がみられた（直接確率計算, $p=.028$ ）。一方、誤答の方向性には差がみられなかった（ $\chi^2_{(1)}=0.19$, n.s.）。

次に、濃度の定性推理と濃度の定量推理の関連を同様の人数分布として示したのが TABLE 6-2 である。適用方略に関する人数分布には群間で差がみられ（直接確率計算, $p<.001$ ）、t 方略系の誤答の方向性に関しても、定性推理不適切群（V 群、N 群）では適切群（VT 群、T 群）に比べて、異方向の数値を答えた人数が有意に多かった（ $\chi^2_{(1)}=9.74$, $p<.01$ ）。なお適切群に含まれる T 群のみについてみると、15 名中、5 名が dm 方略、1 名が ma 系、9 名が t 系で、先の V 群が 10 名とも t 系であったのに比べると方略の適用に広がりが見られた。

TABLE 6-2 定量推理課題に対する方略と誤答の方向性
(濃度一小問③)

		適用方略			t 方略系のうち	
		dm	ma 系	t 系	同方向	異方向
定性推理 (濃度)	適切群 (n=73)	20	26	27	22	5
	不適切群 (n=16)	0	1	15	5	10
群間の人数分布の差		直接法, $p<.001$			$\chi^2=9.74$, $p<.01$	

・数値は各方略を適用した人数を示す。

・直接法は、直接確率計算（両側検定）の結果を示す。

以上より、速度の定量推理課題については、速度の定性推理が適切な場合に異方向の誤答は少なかったが、その適切性は適用方略には影響を与えなかった。それに対し、濃度の定性推理が適切な場合には、適用方略に差がみられ、dm 方略や ma 方略系の適用が多くなった。一方、濃度の定量推理課題については、濃度の定性推理が適切な場合に異方向の誤答が少なく、また方略面では dm 方略や ma 方略系の適用が多くみられた。

考 察

1. 仮説の検証

まず、仮説 1「定性推理の遂行は 3 年生から高いレベルにあり、年齢にともなう変化は少ないのに対して、定量推理の遂行レベルは 3 年生から 5 年生にかけて向上する」は、1(1)における、各課題の全問正答者の比率に関するノンパラメトリック検定、および定量推理

課題の正答数に関する分散分析により支持された。

次に、仮説2-1「各年齢において定性推理の領域差は小さい」、および仮説2-2「各年齢において定量推理の領域差は小さい」について検討する。

仮説2-2については、2(2)の正答数の相関、および適用方略の関連の分析から支持された。領域間の関連は、答えの正誤に関してだけでなく、誤方略の内容に関しても強く、藤村(1993)と一致する結果が得られた。

仮説2-1については、2(1)で、速度の定性推理が適切であるが濃度の定性推理が不適切な者(V群)が3年生に多くみられたことにより支持されなかった。速度の定性推理が適切な者が3年生の80%以上を占めたことは、速度の定性的関係理解が8, 9歳で成立するとしたMatsuda(1992)の研究と一致する結果であったが、濃度の定性推理が不適切なV群の存在は、定性的比例が領域一般に成立するとしたInhelder & Piaget(1955)の主張とは異なっていた。より厳密に結果を検討すると、3年生から5年生にかけて全体の2/3程度の者には適切な定性推理が領域一般に成立するが(VT群)、3年生の一部(3割程度)には濃度の定性推理のみ不適切な者(V群)が出現し、一方、4, 5年生の一部(2割程度)には速度の定性推理のみ不適切な者(T群)も現れるという複雑な様相を呈していた。これについての解釈としては、3年生以降、基本的には、適切な定性推理が領域一般に成立するが、3年生では水と濃縮果汁の液量としての類似性が濃度領域の定性的知識の獲得の障害となり、一方、4, 5年生では時間と速度の間の反比例関係に関する理解の成立が、時間と距離の関係を推理する速度領域の定性推理に干渉するため、一部の児童において一方の領域で推理の不適切性が顕在化したと考えられる。また、本研究では、時間を数字だけで呈示していたが、これに関して、3年生は単に数の大小として処理したのに対し、4, 5年生では時間量としての把握を試みるがために混乱を生じた可能性も考えられる。この可能性については、時間の数的表示と図的(空間的)表示を対比させることにより、検討を行うことが必要であろう。

最後に、仮説3「各領域において、定性推理が適切であれば定量推理の成績は高いが、定性推理が不適切であれば定量推理の成績は低く、また低水準の誤答が多くなる」を検討する。

これについては、領域により、異なった結果が示された。

まず、濃度に関しては、3(1)で、定性推理が適切なVT群とT群は、不適切なV群と比べて、濃度の定量推

理課題の成績が有意に高かった。また、3(2)では、定性推理が不適切な場合(V群、N群)に、量の変化とは異なる方向の数値を答えるような低次の誤答が多くみられた。以上2点より、仮説3は支持された。

一方、速度に関しては、3(1)で、定性推理が不適切なT群は、VT群と比べて、速度の定量推理課題の成績が有意に低かった。また、3(2)では、定性推理が不適切な場合(T群、N群)に、異方向の値を答える低次の誤答が多くみられた。以上2点より、仮説3の後半部「定性推理が不適切であれば定量推理の成績は低く、また低水準の誤答が多くなる」は支持された。しかしながら、3(1)において、速度の定性推理が適切なV群は、同じく適切なVT群と比べて、速度の定量推理課題の成績が有意に低かった。これより、仮説3の前半部「定性推理が適切であれば定量推理の成績は高い」は支持されなかった。このことは、速度の定性推理が適切であることが、速度の定量推理課題を解決するための必要条件ではあるが、十分条件ではないことを示している。また、学年の要因との関係では、V群の分布が3年生に局在していたことから、仮説3の前半部は3年生では支持されないが、4年生以降では支持される傾向にあると考えられる。

速度の定性推理は適切であるが濃度の定性推理が不適切なV群が、定量推理課題に対して示した特質は、また、定性推理が領域を越えて定量推理に影響する可能性を示唆している。すなわち、3年生に多くみられたV群では、速度の定性推理が適切であるにもかかわらず、定量推理は速度、濃度ともに成績が低く(結果3(1))、また定量推理の方略も単に2数を組み合わせるだけの低次な方略系が主であった(結果3(2))。

このことから、V群に欠けていたと考えられる濃度の定性的知識は、各領域の定量推理を基礎づける一般的な能力、言い換えれば、各領域において2次元を定性的に関連づけ、適切な方略の適用を促す基本的能力を反映したものではないかと推測される。そのような能力が3年生の一部の児童には、まだ十分に獲得されていなかった可能性が考えられる。濃度の場合、分子・分母の2つの次元がともに空間量であり、視覚的に各次元内の量的関係をとらえやすい。そのように視覚的把握が容易な空間量の間で定性的対応づけが可能になることが、速度のように一方の次元が時間量となった場合でも適切な定量推理を行う前提となっているのかもしれない。なお、これに関連して、Ahl et al. (1992)は、直観的知識が数的推理に対して変数間の関係構造を提供する可能性を示唆している。

2. 比例的推理の構造

以上の結果をもとに、定性推理・定量推理とそれに関連する知識という観点から比例的推理の構造について考察する。なお、定量推理には、1つの数的関係に着目して定量的に表象する関係表象過程と、その関係表象を転移して求値する求値過程という2つの下位過程が想定されるため(藤村, 1993), 最終的には下位過程を含めた構造化を試みる。

第1に、結果1(1)で、定性推理の全問正答者の比率が定量推理よりも高かったことより、定量推理には各領域の定性的知識に加えて、倍や単位あたりなどの数的関係に関する知識が必要であることが推察される。

第2に、結果2(2)で、解答の正誤だけでなく、誤方略の内容面でも領域間の関連が強かったことより、数的関係に関する知識は領域一般に定量推理に関与することが推察される。なお、下位過程との関連では、数的関係に関する知識は、特に関係表象過程に関与すると推測される。

第3に、結果1(2)で、3年生から5年生にかけて倍や単位あたりの理解を必要とする小問の通過率が上昇したことより、数的関係に関する知識は、年齢の上昇とともに推理に利用可能な精緻なものになると考えられる。

第4に、結果2(1)で、定性推理にV群とT群がみられたこと、および3年生にV群が多かったことより、定性的知識の獲得は、次元間の知覚的類似性などの影響を受けて、領域固有的な性質を持つことが推察される。

第5に、結果3(1)で、定量推理の正答数に関するVT群とT群の差は速度課題のみにみられたのに対し、VT群とV群の差は濃度課題だけでなく速度課題にもみられたことより、速度の定性的知識は速度の定量推理にのみ関与するのに対し、濃度の定性的知識は濃度だけでなく速度の定量推理にも関与すると考えられる。

第6に、結果3(2)で、各領域で定性推理が適切な場合にその領域の異方向の誤答が少なかったことより、各領域の定性的知識は、それぞれの領域の定量推理の求値過程をモニターすると推測される。

第7に、結果3(2)で、濃度の定性推理が適切な場合に、各領域においてdm方略やma方略系が多かったことより、濃度の定性的知識は、空間量と空間量を定性的に対応づけるという性質から、各領域における次元間の関係を明確化するための視覚的な基本的枠組みとして作用し、結果的に、濃度、速度それぞれの定量推理に対する数的関係に関する知識の適用を促進する

のではないかと推測される。

以上の7点を仮想的に構造化して示したのが、FIGURE 5である。この構造は、本研究の冒頭で触れた、定量推理と定性推理の関係に関する、藤村(1992, 1993)の予測を裏づけるものである。

FIGURE 5 比例的推理の構造：推理過程と関連する知識

今後の課題としては、第1に、本研究において方略の内容や定性推理の適切性から推測した、数的関係に関する知識や定性的知識を、別の課題を用いて測定することにより、推理過程とそれらの知識との関連をより明確にすることが挙げられる。特に、濃度の定性的知識と各領域の定量推理における関係表象過程との関連は、そのメカニズムの解明がまだ間接的な推測の域にとどまっており、それぞれの知識や過程を独立に測定することなどにより、より直接的な根拠を示すことが必要である。また、第2の課題としては、被験児の範囲を1, 2年生に広げて同種の実験を実施することにより、定性推理の初期の発達過程を検討することが挙げられる。

引用文献

- Ahl, V.A., Moore, C.F., & Dixon, J.A. 1992 Development of intuitive and numerical proportional reasoning. *Cognitive Development*, 7, 81-108.
- 藤村宣之 1992 児童の比例的推理に関する発達の研究 教育心理学研究, 40, 276-286.
- 藤村宣之 1993 児童期の比例概念の発達における領域固有性の検討 教育心理学研究, 41, 115-124.
- 銀林 浩 1975 量の世界・構造主義的分析 むぎ書房
- Inhelder, B., & Piaget, J. 1955 *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. Presses Universitaires de France. / A. Parsons, & S.

- Milgram (Trans.) 1958 *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. Basic Books.
- Matsuda, F. 1992 Concepts about relations among time, distance and velocity in children : II - Distance and velocity, and time and distance -. *Psychologia*, **35**, 222—231.
- Moore, C.F., Dixon, J.A., & Haines, B.A. 1991 Components of understanding in proportional reasoning : A fuzzy set representation of developmental progressions. *Child Development*, **62**, 441—459.
- Tourniaire, F. 1986 Proportions in elementary school. *Educational Studies in Mathematics*, **17**, 401—412.

付 記

本研究の実施にあたり，京都大学大学院教育学研究科に在籍中に御指導いただきました，子安増生先生，坂野登先生，田中昌人先生に心より感謝いたします。また，研究に御協力いただきました小学校の先生方，ならびに児童の皆様に厚く御礼申し上げます。

なお，本研究の実施に際して，文部省科学研究費補助金（特別研究員奨励費）の補助を受けました。

(1995.1.13 受稿, 7.11 受理)