心的加算における数の表象構造について

栗 山 和 広¹ 吉 田 甫²

REPRESENTATIONAL STRUCTURE OF NUMBERS IN MENTAL ADDITION

Kazuhiro KURIYAMA AND Hajime YOSHIDA

The representational structure of numbers in children's mental addition was investigated in this study. First- and fourth-grade children solved the addition problems in which the sum of addition was smaller than 10. The data on reaction times showed that the first-grade children solved the problems with 5 in either of the two addends faster than the problems without 5 in both addends. Furthermore, reaction times showed that the addition problems with the sum of 10 took less time to solve than the problems in which the sum was smaller than 10. These results suggested that children acquired representational structure of numbers to 5 as a privileged anchor. The results were discussed in terms of mental number line.

Key words : representational structure, reaction times, 5 as a privileged anchor, mental addition.

最近の認知心理学的立場から、子どもが数をどのように理解しているかについての様々な研究が行われている。その中でも、本研究が問題にするのは、人がもっている数の表象構造に関してである。

大人の数概念は、十進法という表象で構成されているのは明らかである。十進法は、10を基数とした構成になっており、数を表象するさいにも10という数が特異な機能を果たしている (Ginsburg, 1977 ; Greeno, Riley & Gelman, 1984)。それらの機能について、Krueger & Hallford (1984) は、10を含む問題と10以外の数を含む加算問題を解決する際の反応時間を調べ、10を含む問題の解決時間が有意に小さいことを証明した。このことから、彼らは数表象の中では10を特異数として位置づけている。

こうした数の表象について、就学前の子どもも、20以上の大きい数については、10が特異数であることを

示唆する研究が見られている。たとえば、Siegler & Robinson (1982) は、幼児に数を数えさせ幼児がどこで数えられなくなるかについて検討した。その結果、幼児が数えられなくなる数の頻度の高かったところは、29, 39, 49であった。この結果は、幼児が10を特異数とする構造を表象していることを示唆するものである。これについて、Fuson, Richards & Briars (1982) も同様な見解を示している。しかし、これらの研究では、10以下の数表象の構造について何ら述べていない。

それでは、10以下の小さい数には何らの構造も存在しないのであろうか。10以下の数表象について、子どもの数概念の発達という点から、Resnick (1983) は、就学前の子どもは部分—全体という数のスキーマを獲得しておらず、そこでの構造は心的数直線 (mental number line) として表象されていると指摘している。心的数直線とは、ある1つの数と次の数との間が1ずつ大きくなる次の (next) 関係でつながっている並列的な構造で構成されている内的な数直線のことである。こうした幼児に関する数表象の研究の他に、数の表象をあ

¹ 宮崎女子短期大学 (Miyazaki Women's Junior College)

² 宮崎大学 (Miyazaki University)

つかった研究としては、小学生を対象に加算の解決に要する反応時間(以下 RT と略する)から、内的な処理過程を分析した心的加算の研究がある。これらの研究では、加算は数唱と再構成過程であるとしたミンモデル(min model) (Groen & Parkman, 1972; Svenson, 1975; Svenson & Broquist, 1975; Groen & Resnick, 1977), 記憶からの検索によるとするネットワークモデル(memory network model) (Ashcraft & Battaglia, 1978; Ashcraft & Fierman, 1982; Ashcraft, 1982; Hamann & Ashcraft, 1985; Kaye, Post, Hall & Dineen, 1986), 子どもの加算方略の多様性を示した連合分布モデル(distribution of association) (Siegler & Shrager, 1984; Siegler, 1987; Siegler & Jenkins, 1989) などがある。こうした心的加算の研究はいずれも、子どもの基本的な数の表象としては、Resnick (1983) と同じく心的数直線を仮定している。以上のように、数表象に関する研究は、幼児、小学生とも、10以下の数には構造が存在しないと仮定されてきた。

しかし、こうした今までの研究で仮定されてきた数表象について、10以下の小さい数にも特別な数の構造が存在することを示す研究が見られている。Yoshida & Kuriyama (1986) は、10以下の小さい数における数の合成や分解における方略分析の観察から、就学前の子どもの数概念は1から1つずつ大きくなるという単純な心的数直線ではなく、1から5までを特異数とする数の表象構造になっていることを示した。彼らは、幼児が数の合成や分解を行う際の数の表示において、興味ある方略を見いだした。それは、6以上の数を数えるのに、数を1つずつ数えるのではなく、5までは数唱なしに一気に指を広げ、それから残りの数を1つずつ数えていくタイプであった。このパターンは、1から5までを特異数として表象していることによると考えられた。しかし、栗山・吉田(1988)は、ある数aから別の数bまでの部分的な数唱を求めるという課題を用いたところ、bが5以外の場合には指定されたbで停止することができなかったが、bが5の場合は全員の子どもが正しく数唱を停止することを見いだした。このことは、子どもの数表象において、1から5までではなく5そのものが特異数として表象している可能性を示唆している。

そこで、本研究の第1の目的は、5そのものが特異数として表象しているのではないかという可能性を明確にすることにある。そのために、これまでのような数を表象させる課題ではなく、心的加算課題を導入することとした。この課題では、今までの単に数を表象する課題と異なり、2つの数を表象することに加えて、

それらの数を合わせる操作が必要である。こうした合わせるという操作は、単に数を表象する課題よりも、個々の数の操作の違いについてかなり明確にすることができるといえる。さらに、5を含む問題とそのほかの数を含む加算問題解決のRTの違いから、5の特異数が内的な構造になっていることを明らかにできると考えられる。

第2の目的は、幼児で見いだされた特異数の構造が、就学後公的に十進法性を学習する小学生においても見られるかについて検討することにある。そこで、幼児期の影響が強いと思われる小学校低学年と、公的な教育を数年間にわたって受けた小学校中学年とでは、加算問題解決における特異数の影響が異なるかを、小学校1年生と4年生を用いて発達的に検討する。

それでは、こうした心的加算を用いたときに、どのような予想が可能であろうか。まず、心的加算の代表的なミンモデルから考えてみることにする。ミンモデルでは、加算問題の2つの数の大きい方の数を最初にセットし、それから残りの小さい数を数えると考えている。例えば、 $3+6$ では最初に6をセットし、それから、7, 8, 9, と数える。そこで、加算問題の2つの数の小さい方の数が同一である場合、もう一方の大きい方の数はセットするだけであり数えることはないで、数の大きさに関わらず RT に差はないことが予想される。しかし、記憶ネットワークモデルでは、加算の答の検索時間はサーチの間に通過した距離の関数になり、加算の数の合計が大きくなればサーチの距離が増加し、RT がほぼ直線的に増加すると予想される。それ故に、ミンモデルと同じ分析をするならば、小さい方の数が同一の場合、大きい方の数が大きくなると RT は増加すると予想される。また、連合分布モデルでも、基本的には記憶ネットワークモデルと同じことが予想される。

しかし、5そのものが特異数となった表象構造であるという仮定に従えば、次のような予想が考えられる。先述した Krueger & Hallford (1984) は、10を含む問題が10を含まない問題よりも解決時間が有意に小さいことから、10を特異数として位置づけていた。このことは、5そのものが特異数であるならば、5を含む問題は他の数を含む問題よりも RT の小さいことが予想される。そこで、先述したモデルからこのことについて予想すると次のようになる。ミンモデルでは、加算問題の2つの数の小さい方を同一にした場合、大きい数は数の大きさに関わらず RT に違いはないということになるが、5が特異数となっているならば、他

の数を含む問題よりも5を含む問題のRTは小さくなることが予想される。

さらに、小学校1年生と4年生の数表象の構造の発達の違いとして、次のような予想が考えられる。Gelman & Gallistel (1978) は、幼児が日常生活において行う様々な方略は、小学校の低学年でも依然として算数の中心的な役割を果たしていると述べている。このことからすると、1年生は十進法に基づく公的な教育を受け入れているが、幼児期において日常生活の中で習得した知識がまだかなり残っていると考えられる。それ故に、日常生活の中で習得された5が特異数であるという構造は、就学後の子どもにおいても依然として表象されていると考えられる。しかし、4年生は十進法に基づく数概念を4年間学習している。そのことにより、日常生活の中で習得された5の表象構造は、ほとんど十進法の知識に統合されていることが予想される。

尚、本研究では心的加算課題として次のような課題を用いた。従来の心的加算の研究で多く用いられた再認課題 (Groen & Resnick, 1977; Ashcraft & Battaglia, 1978; Ashcraft & Fierman, 1982; Kaye, Post, Hall & Dineen, 1986) ではなく、より一般的に子どもが学習する自然な教室場面に近い課題という意味で再生課題を用いることとした。また、10以下の数について検討することが目的であるので、加算の合計は10以下の数を用いた。さらに、内的な数表象の構造についての検討ということで、加算過程においては外的な方略を用いないように子どもに教示した。

方 法

被験者 小学校1年生36名(男子16名、女子20名)、小学校4年生34名(男子18名、女子16名)の計70名であった。彼らは、宮崎市内にある公立小学校の児童であり、宮崎市の平均的な中流家庭の子どもである。1年生の平均年齢は7歳1か月、4年生は10歳2か月であった。1年生のレンジは6歳9か月から7歳7か月まで、4年生のレンジは9歳10か月から10歳7か月までであった。

材料 加算問題のテスト問題は44問、練習問題は5問であった。問題は0から9までの数が用いられた。尚、テスト問題では0は用いなかった。問題の2つの数の合計は10以下で、繰り上がりはなかった。というのは、1年生が本実験に参加した時期は11月であり、まだ繰り上がりのある加算は学習していなかったから

である。練習問題は5題で、 $1+1$ 、 $0+2$ 、 $3+0$ 、 $4+0$ 、 $5+0$ が用いられた。問題の呈示と反応時間の記録には、パーソナルコンピュータ(NEC-9801)、ディスプレイ(NEC-9801ES)、ヘッドホンマイクが用いられた。ディスプレイに呈示された問題の数字の大きさは、縦が3 cm 横が1.5cmであった。問題は個々の被験者ごとにランダムに呈示された。ディスプレイの中心に問題の数字と演算子(+)が水平に呈示された。ディスプレイは50cmの距離から見るように設置された。反応時間の測定は、問題が呈示されてから被験者がマイクに反応するまでの時間が、msec単位で問題ごとにパーソナルコンピュータに記録された。

手続 実験は個別に行われた。装置が設置されてある教室に、子どものいる教室から、子どもが1人ずつ実験者によって連れてこられた。実験者は子どもをコンピュータのある机の前の椅子に座らせた後、ヘッドホンマイクを装着させた。実験者は練習問題に入る前に被験者に次のように教示した。「一桁の数で繰り上がりのないたし算の問題が、画面上にできます。問題の答は、できるだけ正しく速く大きな声で教えてください。指は使わないで頭の中だけで考えて答えるようにしてください。あなたの声がマイクに入ってそれがコンピュータに記録されます。たし算問題を行う前に、0から9までの数字がこの画面上にできますから、よく見て、声をだして数字を読んで下さい」。数字を見せて子どもが数字を正しく理解している事を確認した後、さらに次のような教示を行った。「最初に練習問題が5題できます。その後にテスト問題が44題できます。問題がでる前に“いいですか”という文字が画面の中心にできます。その後しばらくして問題がでますから、“いいですか”という文字がでたら、次に問題がでてくるという合図ですから準備してください」。尚、練習問題で1題でも間違えたものは、再び最初から練習問題を繰り返した。練習問題で全問題を正答した後に、テストでさらに次のような教示を行った。「それではテスト問題を行います。練習問題と同じように教えてください。問題がでてきたらできるだけ正しく速く教えてください」。問題はディスプレイに“いいですか”のシグナルが2秒呈示されてから、ディスプレイの中心に呈示された。被験者が加算問題の答をマイクに答えるまで、問題はディスプレイ上に呈示されたままであった。被験者がマイクに問題の答を答えると同時に問題はディスプレイ上から消えた。刺激が消失して1秒後に別の問題が呈示された。練習問題・テスト問題とも刺激の呈示の方法は同じであった。テスト

問題において問題の呈示順序はランダムであった。また、被験者によって問題の呈示順序は異なっていた。テストでは、答が間違っているにもかかわらずフィードバックは一切なされなかった。答の誤りはコンピュータには記録できなかったため、被験者の後ろにいた実験者が問題の誤りについては記録した。実験に要した全ての時間は1年生で約10分、4年生で約6分であった。

結 果

分析はテスト問題44問のそれぞれのRTとエラーについて行った。

反応時間の分析 最初に、問題のRTについて分析を行った。正答と誤答とは内的な処理過程の違うことが考えられる。そこで、個々の問題のRTの比較については正答のみを分析の対象とした³。そのために、44問中1問でも誤答した被験児は分析から除外された。さらに、1年生の子どもの中には問題全部に指を用いて計算したものが3名いた。この3名の子どもは、指を用いないようにという教示のとおり行えなかったということで、分析から除外された。これらの子どもを除外した結果、1年生では23名が、4年生では27名が問題毎のRTの分析の対象となった。

数表象の構造の影響をみるために、心的加算の代表的なモデルであるミンモデルに基づいて次のような分析を行った。ミンモデルでは、2つの数の大きい方の数を最初にセットし、それから残りの小さい数をカウントして答を求めると考えている。そのために、小さい方の数が同一であれば大きい方の数は何であれRT

に差はないということになる。そこで、全問題のある同じ小さい方の数ごとに分類して、もう一方の大きい方の数を比較することにより、大きい数を含む問題のRTの違いについて検討した。こうした分析により、問題を2つの数の小さい方の数である1, 2, 3, 4ごとに分類した。尚、テスト問題の中で、2, 3, 4, 5の同数問題については別に同数問題のみの比較を行った。というのは、今までのいずれの研究でも同数問題のRTは他の問題よりも小さいことが見いだされてきているからである (Ashcraft, 1982; Ashcraft & Fierman, 1982; Hamann & Ashcraft 1985)。

また、問題の中には、2つの数は同じであるがそれが被加数であるか加数であるか ($2+1$, $1+2$) で異なった問題として示されていた。同じ数が被加数・加数のいずれにあるかで異なる問題のRTについて分散分析をしたところ、統計上の違いは認められなかった。そこで、同じ数が被加数・加数のいずれにあっても同じ問題と見なし、2つの問題のRTの平均値を分析の対象とした。

尚、それぞれのFIGUREに示してあるデータは実測値を用いたが、分析は、もとのデータの値を常用対数変換した値を用いて行った。

まず、小さい数1に基づいて分類した問題のRTについて、2 (学年: 1年と4年) $\times$ 8 (問題: 大きい数が2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) の分散分析を行ったところ、学年の主効果 ($F(1,48)=44.162$, $p<.01$) と問題の主効果 ($F(7,336)=7.236$, $p<.01$) が有意で、学年と問題の交互作用は有意でなかった。問題の主効果が有意であったので、それぞれの問題ごとに多重比較を行ったところ、2と7, 2と8, 3と7, 5と8がそれぞれ1%水準で有意であった。

次に、小さい方の数2に基づいて分類した問題ごとの平均RTとその標準偏差をFIGURE 1に示した。小

小さい数が3の問題の反応時間 (msec)

	大きい方の数			
	4	5	6	7
1年	4021	2467	3471	3024
4年	1224	1027	1225	1073

小さい数が4の問題
の反応時間 (msec)

	大きい方の数	
	5	6
1年	2446	3313
4年	1012	1101

同数問題の反応時間 (msec)

	大きい方の数				
	2	3	4	5	
1年	1478	1701	1923	1267	
4年	890	893	1073	857	

³ 本文中では、正答と誤答とは内的な処理過程の違うことが考えられたために、さらに、今までの心的加算の研究では、正答のRTのみを分析の対象としてきたために、個々の問題のRTの比較には正答のみを用いた。しかし、誤答も含めた場合のRTはどうかという点に関して、小さい数が2, 3, 4, 同数に基づいたRTを脚注に示した。以下の表から見られるように、誤答を含めた場合においても、5を含む問題や合計が10になる問題のRTは小さい。このように誤答を含めた場合においても、特異数の構造の影響はみられているが、正答と誤答における表象構造の内的な処理過程が違うかどうかについては今後の検討が必要であると思われる。

小さい数が2の問題の反応時間 (msec)

	大きい方の数					
	3	4	5	6	7	8
1年	2003	3136	2338	3272	2783	2585
4年	937	1147	923	1222	1219	991

さい数2に基づいて分類した問題のRTについて、2 (学年：1年と4年) × 6 (問題：大きい数が3, 4, 5, 6, 7, 8) の分散分析を行ったところ、学年の主効果 ($F(1,48)=96.007, p<.01$)、問題の主効果 ($F(5,240)=25.368, p<.01$)、学年と問題の交互作用 ($F(5,240)=5.110, p<.01$) が有意であった。学年と問題の交互作用が有意であったので、問題における学年の単純主効果の検定を行った結果、6つの問題のいずれにおいても1%水準で有意であった。また、学年における問題の単純主効果について検定した結果、1年生と4年生の問題において1%水準で有意であった。そこで、多重比較を行ったところ、1年生では、3と4, 3と6, 3と7, 3と8, 4と5, 4と8, 5と6, 5と7, 6と8, 7と8が1%水準で有意であった。4年生では、3と6, 3と7, 5と6, 5と7が1%水準で有意であった。これらより、4年生は1年生よりもRTが有意に小さいことが示された。また、1年生においては、3を含む問題は4, 6, 7, 8を含む問題よりもRTが小さく、5を含む問題は4や6や7を含む問題よりもRTが小さく、また8を含む問題は4や6や7を含む問題よりもRTが小さいことが示された。4年生では、3を含む問題のRTは6や7を含む問題よりも、また5を含む問題のRTは6や7を含む問題よりも小さいことが示された。

FIGURE 1 小さい数が2の問題の反応時間と標準偏差の範囲

次に、小さい方の数3に基づいて分類した問題ごとの平均RTとその標準偏差をFIGURE 2に示した。小さい数3に基づいて分類した問題のRTについて、2 (学年：1年4年) × 4 (問題：大きい数が4, 5, 6, 7) の分散分析を行ったところ、学年の主効果 ($F(1,48)=84.529, p<.01$)、問題の主効果 ($F(3,144)=15.636, p<.01$)、学年と問

題の交互作用 ($F(3,144)=3.246, p<.05$) が有意であった。そこで、問題における学年の単純主効果の検定を行った結果、4つの問題のいずれにおいても1%水準で有意であった。また、学年における問題の単純主効果について検定した結果、1年生における問題のみ1%水準で有意であった。そこで、多重比較を行ったところ、4と5, 4と7, 5と6, 5と7, 6と7が1%水準で有意であった。これらより、4年生は1年生よりもRTが小さいことが示された。また、5を含む問題は4, 6, 7を含む問題よりもRTが小さく、また7を含む問題は4や6を含む問題よりもRTが小さいことが示された。

次に、小さい方の数4に基づいて分類した問題ごとの平均RTとその標準偏差をFIGURE 3に示した。小さい数4に基づいて分類した問題のRTについて、2 (学年：1年と4年) × 2 (問題：大きい数が5, 6) の分散分析を行ったところ、学年の主効果 ($F(1,48)=75.517, p<.01$)、問題の主効果 ($F(1,48)=15.125, p<.01$)、学年と問題の交互作用 ($F(1,48)=10.229, p<.001$) が有意であった。そこで、問題における学年の単純主効果の検定を行った結果、2つの問題のいずれにおいても1%水準で有意であった。また、学年における問題の単純主効果について検定した結果、1年生における問題のみ1%水準で有意であった。そこで、多重比較を行ったところ、5と6が1%水準で有意であった。これらより、4年生は1年生よりもRTが小さいことが示された。5を含む問題は6の問題よりもRTの小さいことが示された。

次に、同数問題の数に基づいて分類した問題ごとの平均RTとその標準偏差をFIGURE 4に示した。同数問題のRTについて、2 (学年：1年と4年) × 4 (問題：同数問題

FIGURE 2 小さい数が3の問題の反応時間と標準偏差の範囲

FIGURE 3 小さい数が4の問題の反応時間と標準偏差の範囲

FIGURE 4 同数問題の反応時間と標準偏差の範囲

の数が2, 3, 4, 5)の分散分析を行ったところ、学年の主効果 ($F(1,48)=54.643, p<.01$)、問題の主効果 ($F(3,144)=17.214, p<.01$)、学年と問題の交互作用 ($F(3,144)=3.823, p<.05$)が有意であった。そこで、問題における学年の単純主効果の検定を行った結果、4つの問題のいずれにおいても1%水準で有意であった。また、学年における問題の単純主効果について検定した結果、1年生における問題のみ1%水準で有意であった。そこで、多重比較を行ったところ、2と3、2と4、3と5、4と5が1%水準で有意であった。これらより、4年生は1年生よりもRTが小さいことが示された。また、2を含む問題は3や4を含む問題よりも、5を含む問題は4や3を含む問題よりも、RTが小さいことが示された。

誤答分析 誤答と表象構造について関連があるかど

うかを検討した。全問題数に占める誤答数の割合について求めたところ、1年生は2.4%、4年生は0.6%であった⁴。エラーの特に多い問題はなかった。次に、それぞれの問題のエラータイプについて分析したところ4種類のタイプが見いだされた。第1に正答と±1違っているエラー、第2に問題の被加数をそのまま答えたエラー、第3にかけ算で計算したエラー、であった。第4は不明であった。それぞれのタイプのエラー数が全エラー数に占める割合を求めたところ、1年生では、第1のエラーが55%、第2のエラーが7.5%、第3のエラーが7.5%、第4のエラーは30%であった。4年生においては、第1のエラーが30%、第2のエラーは皆無、第3のエラーは50%、第4のエラーは20%であった。これらから、1年生と4年生のエラータイプの違いがうかがえる。1年生では、±1のエラーが最も多く、4年生ではかけ算のエラーが最も多く見られた。これらの誤答分析からは、5が特異数として表象されているという傾向は見いだされなかった。

考 察

本研究の心的加算におけるRTの結果は、従来の心的加算のモデルで予想されたものとは大きく異なるものであった。ミンモデルによれば、加算問題における2つの数の小さい方の数が同じである場合には、大きい方の数は数の大きさに関わらず、RTは一定であることが予想された。また、記憶ネットワークモデルや連合分布モデルでは、加算問題における合計の数が大きくなればなるほどRTが増加するというサイズ効果が予想された。しかし、従来の心的加算の研究で予想された傾向と異なり、1年生の加算問題における小さい方の数が2と3と4において、大きい数が5の問題は4や6や7の問題よりもRTが小さいことが見いだされた。また、同数問題においても5の問題のRTは、3や4の問題よりもRTが小さいことが示された。こうして、1年生において5を含む加算問題のRTが他の数の加算問題のRTより小さいということは、5が特異数として表象されていることを示すものであり、本研究の仮説を支持するものであった。尚、FIGURE 1における小さい方の数が2の場合に、2を含む問題は5を含む問題を除いて4、6、7、8を含む問題よりもRTが小さいことが見られた。同様に、FIGURE 4

⁴ 本文中では、全問題数に占める誤答数の割合を示したが、第1のエラー、第2のエラー、第3のエラー、第4のエラーのそれぞれの度数は、1年生で、21, 2, 3, 11, 4, 4年生で、3, 0, 5, 2であった。

における同数問題においても、2の問題は3や4よりもRTが小さいことが見られた。これは、2というかなり小さい数の操作は容易であることによると考えられる。また、小さい方の数が1の場合には、5を含む問題のRTが他の数の問題よりもRTが小さいということは見られなかった。これは、小さい方の数が1の操作は2や3よりもかなり容易であるため、問題間のRTが小さかったことによるとと思われる。

それでは、どうしてこうした5を含む問題のRTが小さいのであろうか。それは人間の指が5本であるということからすると、外的な指の構造に依存していることによると考えられる。こうした指の構造と一致している5の数は、子どもにとって日常生活の中でもかなりファミリアかつ顕著な数である。それ故に、5の数は理解しやすく、操作も容易であったと考えられる。それでは、外的な構造からきた5の数の構造は内的な構造といえるのであろうか。栗山・吉田(1988)の研究では、指という外的な構造に依存しない数唱課題を用いることにより、5が特異数として表象されていることが見いだされた。また、本研究で見いだされた結果もRTという指に依存しない課題で見いだされたものである。これらから、5が特異数であるという構造は内的な表象であることが示唆される。Piaget(1952)は外的装置を用いた思考過程はしだいに内的な装置として処理されるようになると述べていることからすると、5が特異数であるという構造も、そうした指が5本あるという外的な構造を用いることにより、しだいに内的な表象構造になったと考えられる。本研究でも、そうした外的な使用が内的な過程に移行していくことを示していると思われるデータが見られた。本実験では、指を用いないように教示したが、指を用いて加算問題を解決した子どもが3人見られた。その中の1人は、5以上の数を指で表示する際に、数を指で一気に広げて示し、それから残りの数を1つずつ数えた。残りの2人は、数を表示する際に1つずつ数えた。そこで、5以上の数を指で一気に広げて示した1人の子どものRTについて分析したところ、5を含む問題のRTは他の数の問題のRTより小さいことを示していた。これは、子どもが数を理解する際に5が内的な構造として機能する際の移行過程にある子どもであると考えられる。

また、水道方式の指導を行っている一部の学校で5を単位として教えていることから、5が特異数である構造は公的な教育によるものではないかという可能性があるかもしれない。しかし、本研究で実験を行った

小学校では、水道方式は取り入れておらず、数の合成・分解においても、またたし算における数の組合わせにおいても1から10までのいろいろな数の組合わせを用いた指導を行っており、特別に5を基にした合成・分解やたし算の指導は行っておらず、5が特異数であることは公的な指導によるとは考えにくい。Resnick & Singer(1993)は、算数のかなりの知識は日常の言語的・実際的な生活経験から生じていると述べているが、本研究で見られた5が特異数である構造も、指の使用という日常生活の経験から子どもが表象している構造であると思われる。

こうした結果は、小学校の低学年でも依然として幼児が日常生活において行う様々な方略が、就学後の子どもの加算の中心的な役割を果たしているというGelman & Gallistel(1978)の考えとも軌を一にするものである。公的に教えられた数システムよりも就学前に日常生活において習得した数の構造が、小学校の低学年では、まだ有効な働きをしていることが本研究から示唆された。就学後に子どもは10を特異数とした十進法システムを学習するが、就学後も日常生活で学習した表象構造の影響は強く残っていることを示すものである。

しかし、4年生では1年生のように5を含む加算問題のRTが、他の数を含む問題よりもRTが小さいということは、小さい方の数が2の場合の分析を除いて見られなかった。これは、表象構造の発達の変化を示すものであると考えられる。1年生から4年生にかけて公的な教育が行われていく中で、加算の練習の機会が増加するとともに、5が特異数である表象構造は十進法システムに次第に統合されていき、5の表象構造の影響が小さくなったのではないかと考えられる。しかし、FIGURE 1の小さい方の数が2の分析において見られたように、5を含む問題のRTは他の数を含む問題よりも小さい。これは、十進法性の教育を約4年間受けた後も、まだ5の特異数の構造が存在することを示すものであり、5の特異数の影響は大きいことを示唆するものである。

さらに本研究では、5の特異数の他に10の特異数の影響と考えられる結果が、FIGURE 1とFIGURE 2に示されている合計が10になる問題から示された。それは、FIGURE 1における8を含む問題は4や6や7を含む問題よりもRTが小さく、FIGURE 2における7を含む問題は4や6を含む問題よりもRTが小さいという結果である。これは、子どもが10を1つの表象構造として理解していることによるものであり、学校教育

で10を基本数として教えられていることによると考えられる。10が特異数として表象されているために、ある数にいくつかの数を加えて合計が10になる問題は理解しやすいと考えられる。それに関する直接的な証拠はないが、参考になる研究として、先述した10を含む問題は他の2桁の数を含む問題よりもRTが小さいことを見いだしているKrueger & Hallford (1984)の研究がある。これは10という特異数の影響であるが、本研究で見られた合計が10になる問題も、そうした問題と同じ意味をもっていると考えられる。

本研究で示された結果より、低学年の子どもの心的加算は単純な心的数直線によって表象されるのではなく、5の特異数が構造として表象されていることが示された。また、Miura(1987)やMiura & Okamoto(1988)は、小学1年生に1のブロックと10のブロックを用いて2桁の数を表示させたところ、1のブロックだけで示す子どもより、10のブロックと1のブロックの両方を用いる子どもの多いことが示された。これは、十進法制を子どもが習得していることによるものであり、10を特異数として表象していることを示唆している。これらのことから考えると、加算の数表象の構造としては、5や10の特異数が他の数より上位に位置している表象構造であることが示唆される。また、合計が10になる問題も10が特異数である構造の影響をうけている問題であり、5や10の特異数の他にこうした構造も考慮されなければならない。このように、子どもの数表象は、単なる並列的構造でなく、5や10の特異数さらに加算の合計が10になる問題というかなり複雑な構造で表象されている数表象の構造のモデルが示唆される。これらより、従来の心的加算モデルに、特異数を取り入れたモデルを考えなければならないであろう。

また、今後の課題としては以下のことが考えられる。本研究では1年生において5の表象構造の影響が見られたが、4年生では見られないという発達的变化が示された。こうした発達的变化は、学校教育の中のどの時点で生じるものであろうか。また、加算同様に減算においても5の表象構造が見られるのであろうか。さらに、文章問題などでもこうした数の構造の影響があるのであろうか、今後はこうした観点からの研究も必要である。

引用文献

- Ashcraft, M. H., & Battaglia, J. 1978 Evidence for retrieval and decision processes in mental addition. *Journal of Experimental Psychology* : *Human Learning and Memory*, 4, 527—538.
- Ashcraft, M. H., & Fierman, B. A. 1982 Mental addition in third, fourth, and sixth grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, 33, 216—234.
- Ashcraft, M. H. 1982 The development of mental arithmetic : A chronometric approach. *Developmental Review*, 2, 213—236.
- Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. 1982 The acquisition and an elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition : Progress in cognitive developmental research*. Vol. 1. New York : Springer-Verlag. Pp. 33—92.
- Ginsburg, H. 1977 *Children's arithmetic : The learning process*. New York : Van Nostrand.
- Groen, G. J., & Parkman, J. M. 1972 A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, 79, 329—343.
- Groen, G. J., & Resnick, L. B. 1977 Can preschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology*, 69, 645—652.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. 1986 *The child's understanding of number*. Cambridge, MA : Harvard University Press.
- Greeno, J. G., Riley, M. S., & Gelman, R. 1984 Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology*, 16, 94—143.
- Hamann, M. S., & Ashcraft, M. H. 1985 Simple and complex mental addition across development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 40, 49—72.
- Krueger, L. E., & Hallford, E. W. 1984 Why $2+2=5$ looks so wrong : On the odd-even rule in sum verification. *Memory & Cognition*, 12, 171—180.
- Kaye, D. B., Post, T. A., Hall, V. C., & Dineen, J. T. 1986 The emergence of information retrieval strategies in numerical cognition : A developmental study. *Cognition and Instruction*, 3, 137—166.
- 栗山和広・吉田 甫 1988 幼児の数表象の構造—数唱分析からの検討— 心理学研究, 59, 287—294.

- Miura, I. T. 1987 Mathematical achievement as a function of language. *Journal of Educational Psychology*, **79**, 79—82.
- Miura, I. T., & Okamoto, Y. 1988 Comparisons of U. S. and Japanese first graders' cognitive representation of number and understanding. *Journal of Educational Psychology*, **81**, 109—113.
- Piaget, J. 1952 *The child's conception of number*. New York : Norton.
- Resnick, L. B. 1983 A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York : Academic Press. Pp. 109—151.
- Resnick, L. B., & Singer, J. A. 1993 Protoquantitative origins of ratio reasoning. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers : An integration of research*. Hillsdale, NJ : LEA. Pp. 107—130.
- Siegler, R. S. 1987 The perils of averaging data over strategies : An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology : General*, **116**, 250—264.
- Siegler, R. S., & Robinson, M. 1982 The development of numerical understanding. In H. W. Reese & L. P. Lipsett (Eds.), *Advances in child development and behavior*. Vol. 16. New York : Academic Press. Pp. 242—308.
- Siegler, R. S., & Shrager, J. 1984 Strategy choices in addition and subtraction : How do children know what to do ? In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills*. Hillsdale, NJ : Erlbaum.
- Siegler, R. S., & Jenkins, E. 1989 *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ : Erlbaum.
- Svenson, O. 1975 Analysis of time required by children for simple additions. *Acta Psychologica*, **39**, 289—302.
- Svenson, O., & Broquist, S. 1975 Strategies for solving simple addition problems : A comparison of normal and subnormal children. *Scandinavian Journal of Psychology*, **16**, 143—151.
- Yoshida, H., & Kuriyama, K. 1986 The numbers 1 to 5 in the development of children's number concepts. *Journal of Experimental Child Psychology*, **41**, 251—266.

付 記

実験にご協力頂きました宮崎市立加納小学校の校長先生、諸先生、並びに児童の皆様に厚く御礼申し上げます。

(1995.7.21 受稿, 10.31 受理)