造林・育林費用の許容上限の簡易な計算方法

守 口 海^{*1,2}・植 木 達 人³・大 塚 大⁴・斎 藤 仁 志³

所与の収益モデルにおいて、森林経営者が制御可能な変数を最適化したときに採算が取れる造林・育林費用の上限は、その許容上限と定義できる。この簡易な計算方法があると、補助金制度の設計や妥当性の検証に有用である。本論では、制御可能な変数を伐期齢のみとし、間伐利益および管理費を考慮しないという簡略化のもとで、経営基準が土地期望値 (SEV) および収穫木の正味現在価値 (NPV) のいずれの場合も適用できる、造林・育林費用の許容上限の簡易な計算式を誘導した。この式は、面積当たり主伐利益の成長が Richards 関数または Gompertz 関数に従うとの前提の下で導かれる。上層樹高の成長がいずれかの成長関数に従い、面積当たり収穫材積と上層樹高が冪乗関係にあり、さらに収穫材積当たり主伐利益が一定という三つの仮定の下で、誘導された計算式が利用できる。長野県の主要造林樹種 4 樹種について、地位級ごとに造林・育林費用の許容上限を計算したところ、本論の設定値では、スギ、ヒノキの地位級 1 以外では造林・育林費用を 100 万円/ha 以下に抑える必要があり、地位級 1 のカラマツを除いて 50% 以上の造林補助率が必要との結果になった。

キーワード：土地期望値、正味現在価値、成長関数、最多密度、造林・育林費用

Kai Moriguchi,^{*1,2} Tatsuhito Ueki,³ Dai Otsuka,⁴ Masashi Saito³ (2016) A Simple Method to Calculate the Upper Limits on Silviculture Cost. J Jpn For Soc 98: 31-38 The upper limits on silviculture cost that will allow a forest manager to produce a profit under the optimized controllable variables of given profit models can be defined as the allowable upper limits. A simple calculation method for determining these limits will be useful for designing a subsidy system and examining its validity. In this paper, we derived a simple calculation method with the following simplifications: only rotation age is the only controllable variable; thinning profits and up-keep costs are ignored. The formula can be applied in cases where either the both soil expectation value (SEV) or net present value of the yields (NPV) is defined as the management criterion of the forest. The formula is derived from a hypothesis that the net profit at clear cutting grows according to a Richards or Gompertz function. If the following conditions are met, the formula can be applied: the height of dominant trees grows according to these functions (Richards or Gompertz), the relationship between the height of dominant trees and yield volume per area is exponential, and the net profit per volume at clear cutting is constant. Using the formula, the upper limits on the silviculture cost for four major species planted sites of each quality at Nagano Prefecture were calculated. The calculation shows that the silviculture cost should be controlled at less than 1 million yen/ha except for Hinoki and Sugi at the best quality site, and the subsidy for silviculture rate should be more than 50% except for Japanese larch at the best quality site.

Key words: soil expectation value, net present value, growth function, full-density, silviculture cost

I. は じ め に

現在、我が国においては一般に木材販売収入に対して育林経費が高く、林業経営を行うには、補助金等の公的支援が必要な状況にある (林野庁 2015)。一方、「森林・林業再生プラン」(農林水産省 2009) では、2020 年までに木材自給率を 50% 以上に引き上げることが目標として掲げられている。したがって、その達成を可能とするには、補助金の投入が必然的に必要となる。しかし、補助金は公的資金から拠出されるので、効果的かつ無駄のない、すなわち費用対効果の高い投入を行うことが求められる。

費用対効果の評価には本来、水土保持機能や生物多様性保全機能、社会的な経済効果といった、あらゆる公益性を考慮することが必要である。江尻 (1996, 1997) は公益的

機能を考慮した最適な課税額の決定や、林業部門への補助金が国民所得に及ぼす乗数効果の評価を行っている。これらのアプローチは理念上最も適切であるが、公益性を具体的・客観的に貨幣価値に換算し、森林の状態と関係づけることは現在のところ難しく、結果として費用対効果が評価しにくいという問題点がある。

他方、造林補助制度が山林所有者の意識に与える影響 (藤野・吉田 2004, 2006) や、補助金の投入方法と施業面積との関係 (中島ら 2007)、生産性への寄与 (伊藤・馬奈木 2009) のように、評価軸を林業的視点に絞って既存の補助金の効果を評価した実証的な研究例は多い。これらのアプローチでは適用した評価軸から見た補助金の評価が明確になる一方で、これらの評価軸における改善は補助金の費用対効果を単調増加させるのか、その関係を得ることは

*連絡先著者 (Corresponding author) E-mail: a09a215@gmail.com

¹ 信州大学大学院総合工学系研究科 〒399-4511 長野県上伊那郡南箕輪村 8304 (Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Shinshu University, 8304 Minamiminowa, Kamiina, Nagano 399-4511, Japan)

² 日本学術振興会特別研究員 (DC2) (Research fellow of Japan society for the promotion of science (DC2))

³ 信州大学農学部 〒399-4511 長野県上伊那郡南箕輪村 8304 (Faculty of Agriculture, Shinshu University, 8304 Minamiminowa, Kamiina, Nagano 399-4511, Japan)

⁴ 信州大学大学院農学研究科 〒399-4511 長野県上伊那郡南箕輪村 8304 (Graduate School of Agriculture, Shinshu University, 8304 Minamiminowa, Kamiina, Nagano 399-4511, Japan)

(2015 年 7 月 17 日受付, 2015 年 12 月 17 日受理)

困難であり、やはり補助金の費用面に関する評価は行いにくい。

効率的な補助金の投入および説明責任という点から見ると、その必要金額を明確にすることが重要である。たとえば造林補助金について考えるとき、造林・育林費用を少なくともどの程度に抑えれば採算が取れるのか計算できれば、その不足分の補填に必要な造林補助率が求まる。本論ではそのような造林・育林費用を、その許容上限と呼ぶことにする。これは所与の収益モデルにおいて、森林経営者が制御可能な変数（たとえば伐期齢や間伐率）の最適解を採用したときに採算が取れる造林・育林費用の上限によって与えられる。造林・育林費用がこの許容上限を超えた場合、森林経営者が制御可能な変数をいかに改善しても、採算が取れない。

この許容上限は本来、間伐を考慮する収益モデルを採用して林分の伐採最適化手法（Arimizu 1958；Haight *et al.* 1985；Roise 1986；江尻 1991；吉本 2003）を適用し、間伐収益を含めた収益性を用いるのが最も厳密である。しかし、簡単な最適化問題を除いては真の最適解（大域的最適解）ではない、局所的な最適解が多く存在し、大域的最適解を得るのが困難である。そのうえ、計算に多くの時間を必要とするため、多数の条件を扱う用途には適用が難しい。したがって、精密な収益モデルが必要ではないならば、簡略化した収益モデルの解析的な最適解を利用するのが有効である。解析的に最適解を得ることで、計算量が著しく低減できるとともに、得られた解が大域的最適解であるか判断することも容易となる。特に伐採最適化問題を複雑化させるのは間伐であるので、本論では簡略化のためこれを無視し、造林・育林費用と主伐利益のみを考慮したときの許容上限を検討する。同様の簡略化のもとで最適伐期齢の探索（たとえば Binkley 1987；Gunalay and Kula 2012）や、林業経営の収益性の評価（長谷川 2000；林野庁 2015）、材積成長が不特定の関数で与えられるときの最適伐期齢の議論（赤尾・岩井 1990；Kooten *et al.* 1995）は行われてきたが、具体的な成長関数を導入したうえで解析的に収益性の条件を導く研究は、行われていなかった。多くの民有林収穫表において、林分材積の成長が Richards 関数で良く近似できることが知られており（吉田・松下 1999）、適当な仮定の下では面積当たり主伐利益の成長も同様に、Richards 関数とみなせることが推測される。そこで本論では、面積当たり主伐利益が Richards 関数等の成長関数に従うことを仮定したとき、前述の簡略化のもとで造林・育林費用の許容上限の計算式を導くとともに、長野県の主要な 4 種類の造林樹種を例として、実際の計算例を示す。

II. 材料と方法

まず、導かれる造林・育林費用の許容上限が、いかなる収益基準において意味を持つか明確にするため、森林の収益基準として一般的な土地期望価（Soil Expectation Value,

以下 SEV）と、収穫木の正味現在価値（Net Present Value, 以下 NPV）の関係を考察する。なお本論で言う NPV は全て、植栽前の裸地状態を現在とした、伐期 1 回分の NPV である。本論では、採算性を高めるために制御可能な変数は伐期齢のみであると仮定する。収益基準が凹関数のとき、次の 2 式を満たす伐期齢が最適伐期齢となる（赤尾 1991）。

$$\frac{d}{dt}S(t) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}S(t) < 0 \quad (2)$$

ここで t は伐期齢（年）、 $S(t)$ は任意の収益基準である。本論で扱う関数は厳密には凹関数ではないが、単峰関数であるので、上記の条件によって判定できる。

次に、林分の立木価値が成長関数に従って成長するものと仮定し、それぞれの場合について、造林・育林費用の許容上限の計算式の誘導を行う。Richards 関数は Mitscherlich 関数や Logistic 関数を、その特別な場合として含むが、Gompertz 関数が含まれていると考えられるかについては議論が分かれる（上野・石川 1988；大隅 1989；内藤 1989；梅村 1989）。そこで本論では別の関数として考え、林分の立木価値が Richards 関数に従う場合と Gompertz 関数に従う場合に分け、別々に誘導を行う。なお、Richards 関数のうち、増加型の成長関数となり得るパラメータの正負の組み合わせは限定される（内藤・白石 1983）。このことを考慮し、いかなる場合に本論の計算式が利用できるかを明らかにする。以上で求めた造林・育林費用の許容上限の計算式は、林分の立木価値が上述の成長関数に従うことを前提する。そこで本論では、この前提を満たすことのできる仮定の例を示す。

最後に、長野県の人工林における主要な樹種である、スギ (*Cryptomeria japonica*)、ヒノキ (*Chamaecyparis obtusa*)、アカマツ (*Pinus densiflora*)、カラマツ (*Larix kaempferi*) のパラメータを用いて計算例を示す。なお、この計算では樹高成長曲線の資料を用いるが、スギは「表系」と「裏系」に区分されている（長野県林務部 1983）。これらの定義は資料において明確にされていないが、裏系の調査地域が「中部山岳森林計画区のうち北安曇地方の一部及び千曲川下流森林計画区」、表系ではこれらを除く長野県一円と記述されている。この区分は林業種苗法における種苗の配布区域（農林水産省 1971）の第 3 区、第 2 区に概ね一致するため、「表系」と「裏系」の区別は、苗木の生産された区域に対応するものと思われる。

特に地位級は林分の成長を規定し、収益性を左右する（家原・黒川 1990；江尻 1993；長谷川 2000）。そこで本論では、地位級ごとに造林・育林費用の許容上限を計算する。この計算には、利率、価格・費用条件、林木の成長パラメータが必要である。まず、利率は造林費用を融資によって賄うことを想定して、日本政策金融公庫（2015）の「林業基盤整備資金」の計画森林に対する造林補助利率である「農林 D-4」を参照し、年利 0.8% に設定した。

表-1. 対象樹種の費用・価格条件の設定値

樹種	素材価格* ¹ (円/m ³)			収穫材積当たり主伐費用* ² (円/m ²)			面積当たり造林・育林費用 の現在価値合計* ³ (円/ha)
	製材用	木材チップ用	設定値	素材生産費	運材費	設定値	
スギ表系	13,000	5,200	9,795	5,857	1,859	7,716	2,644,926
スギ裏系	13,000	5,200	9,795	5,857	1,859	7,716	2,644,926
ヒノキ	17,200	5,200	12,269	7,006	1,913	8,919	2,651,926
アカマツ	12,100	5,200	9,265	6,149	2,270	8,419	1,896,028
カラマツ	11,800	5,200	9,088	4,291	1,696	5,987	1,788,228

*¹ 製材用は平成 27 年 5 月の木材価格統計調査（農林水産省 2015 b）の「製材用素材価格」における中丸太（長、3.65～4.0 m；スギ、径 24～28 cm；ヒノキ、径 14～22 cm；アカマツ、径 24～28 cm；カラマツ、径 14～28 cm）の全国平均値、木材チップ用は同資料の「木材チップ用素材価格」における「針葉樹丸太」の全国平均値。*² 素材生産費、運材費ともに林野庁企画課（2013）平成 23 年度全国主伐の各樹種の全国平均値。*³ 表-2 より計算。

価格・費用条件の設定値は表-1 のとおりである。このうち、「素材価格」は次のように設定した。まず、平成 25 年木材需給表（林野庁企画課 2015）では、「用材」は製材用材、パルプ・チップ用材、合板用材、その他用材の四つに区分されている。このうち、パルプ・チップ用材には木材価格統計調査（農林水産省 2015 b）の木材チップ用素材価格が、それ以外の三つの区分には製材用素材価格が適用されるものとした。次に、平成 25 年におけるパルプ・チップ用材の需要量と、それを除く三つの需要量（林野庁企画課 2015）の合計を計算して割合を求めると、前者が 41.1%，後者が 58.9% であった。そこで、収穫された原木はその割合で利用されるものとして、両者の素材価格を重み付けて合計した値を「素材価格」に設定した。「収穫材積当たり主伐費用」には、平成 23 年度における素材生産費および運材費の樹種別全国平均値（林野庁企画課 2013）の合計値を設定した。なお、カラマツは長野県で最も造林面積の大きい樹種であるが、参照資料における主伐事例数 47 のうち、長野県はそのうち一つのみで、北海道（30 事例）をはじめとした他の地域の生産性に強く影響された値となっている。「収穫材積当たり主伐利益」は、上述の素材価格から収穫材積当たり主伐費用を差し引いて設定した。

表-1 の最右列にある「面積当たり造林・育林費用の現在価値合計」は、表-2 に示す造林・育林作業を仮定して、その現在価値を合計することで設定した。なお、作業単価は長野県林務部（2014 b）の「単価 B」をそのまま適用し、実行林齢は長野県林務部（2015）を参考にして設定した。なお、枝打ちはスギ・ヒノキのみ実施するものとした。造林・育林費用の現在価値は次式により計算した。

$$C_p = (1.008)^{-t_w} C_w \quad (3)$$

ここで C_p は造林・育林費用の現在価値（円/ha）、 t_w は実行林齢（年）、 C_w は作業単価（円/ha）である。

林木の成長パラメータは、該当樹種の樹高成長曲線（長野県林務部 1983, 1984, 1991）および人工林林分密度管理図（林野庁 1999）を参照した。これらの資料は、計算に必要なパラメータの値を参照できる最新の資料である。これらの資料には多数のパラメータが記載されているが、本論で必要なものはその一部である。どのパラメータが必

表-2. 造林・育林費用の設定条件と現在価値の計算値

作業項目	作業 単価* ¹ (円/ha)	実行 林齢* ² (年)	現在 価値* ³ (円/ha)	作業単価の設定条件
地拵え	426,800	0	426,800	草(かや等), 標準
植栽	721,500	0	721,500	スギ: 3,000 本/ha
	728,500		728,500	ヒノキ: 3,000 本/ha
	564,800		564,800	アカマツ: 3,000 本/ha
	457,000		457,000	カラマツ: 2,300 本/ha
下刈り	141,100	2	138,869	灌木類
		3	137,767	
		4	136,674	
		5	135,589	
		6	134,513	
除伐	259,200	20	221,016	
枝打ち(スギ・ヒノキのみ)	289,800	15	257,152	2～4 m (実施後枝下高 3.5 m 以上)
	408,900	25	335,046	4 m 以上

*¹ 長野県林務部（2014 a）「単価 B」を設定。*² 長野県林務部（2015）を参考に設定。*³ 年利 0.8% として計算。

要であるかは式の導出によって判明するので、「結果と考察」において示す。

III. 結果と考察

1. 計算式の導出

まず、SEV と本論でいう NPV の関係について整理する。SEV および NPV はともに、林齢 0 年において無立木地を所有しているときに造林を行い、その収穫により利益を得ようとするときに期待される現在価値を意味する。この場合、造林は収穫のための投資であるので、造林・育林費用は直前の主伐利益でなく、次の主伐に対応づけられる。両者の違いは、NPV は一度の収穫のみを考えるのに対し、SEV は金利や木材価格などの経済条件、林木の成長条件が時間に対し永遠に変化しないことを仮定して（恒常性の仮定）、同じ作業スケジュールで無限に造林・収穫を行っていくことを考えることである（赤尾・岩井 1990）。本論では利益は主伐時にのみ得られ、造林・育林費用は全て造林時にかかり、かつ管理費を考慮しないものとする。また、面積当たり立木価格が伐期齢の関数であるとするとき、単位面積当たりの NPV および SEV はそれぞれ次式で与えられる。

$$NPV(t) = I(t) \exp(-rt) - C \quad (4)$$

$$\begin{aligned} SEV(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} [I(t) \exp(-rt) - C] \exp(-rnt) \\ &= \frac{NPV(t)}{1 - \exp(-r)} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで $I(t)$ は伐期齢が t 年ときの面積当たり主伐利益 (円/ha), C は面積当たり造林・育林費用 (円/ha), r は利率を年利 i (%) とするとき, $1+0.01i$ の自然対数であり, $0 < i$ なら $0 < r$ である。すなわちマイナス金利のときは $r < 0$ となるが, 長期的にマイナス金利となることは一般的に考えられないので, 本論では $0 < r$ を仮定する。

なお, 上では造林・育林費用は全て造林時にかかるとしたが, 表-2 に示したように, 本論では造林時以外にかかる費用を, 割引率を考慮して林齢 0 年の現在価値に換算して算入した。

SEV には恒常性の仮定が要求される一方で, 林地の生産力によって土地の価値を評価する意味合いが含まれ, 持続生産を前提することなどから, 林業経営における適切な収益性の基準と考えられている (たとえば Samuelson 1976; 赤尾・岩井 1989; Gunalay and Kula 2012)。一方, NPV は一度のみの収穫を考え, その後の生産や林地について考慮しない。しかし, 伐期齢を超えた期間の恒常性の仮定を必要としない点では利点があり, 収益性の基準とする場合がある (たとえば Öhman and Eriksson 2002; Siregar et al. 2007)。最適伐期齢は, いずれの基準を採用するかで異なり, SEV を基準とした最適伐期齢は, NPV のそれより短いこと, 造林・育林費用は NPV の最適伐期齢に無関係であるが, SEV の最適伐期齢には影響を与えることが知られている (赤尾・岩井 1990)。

しかし, これらの基準が正となり得るかという問題を考える場合は, 両者を別々に扱う必要はない。なぜなら (5) 式の分母は常に正なので, (4), (5) 式を採用する限り, SEV および NPV の正負は常に一致するためである。したがって NPV が最大値をとるとき, その値が負であれば, NPV はいずれの場合も負となるので, SEV も必ず負となる。したがって, SEV が正の値を取り得るかを調べるには, NPV を基準とした最適条件において, NPV が正となるかを調べればよい。

面積当たり主伐利益の成長が Richards 関数, Gompertz 関数に従うときの, それぞれの造林・育林費用の許容上限は, それぞれ次のように導かれる。

1) 面積当たり主伐利益の成長が Richards 関数に従う場合
まず, 面積当たり主伐利益の成長は次式に示す Richards 関数に従うと仮定する。

$$I(t) = I_* [1 - L \exp(-kt)]^n \quad (6)$$

ここで I_* , L , k , n はパラメータである。 I_* は正で, 伐期齢を無限大に発散させたときの面積当たり主伐利益 (円/ha) を意味する。

(1), (2) 式の収益基準に (4) 式の NPV を適用し, $I(t)$ に (6) 式を代入して計算すると, NPV 基準の最適伐期齢が満たすべき条件として, 以下の 2 式が得られる。

$$\begin{aligned} I_* \exp[-t(r+kn)] [L(r+kn) - r \exp(kt)] \\ [\exp(kt) - L]^{n-1} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} -I_* \exp[-t(r+kn)] [\exp(kt) - L]^{n-2} [L^2(r+kn)^2 \\ - L(2r^2 + 2knr + k^2n) \exp(kt) + r^2 \exp(kt)^2] < 0 \end{aligned} \quad (8)$$

(7) 式を t について解くと, 次の二つの解が得られる。

$$t = \frac{1}{k} \ln(L), \quad \frac{1}{k} \ln \left[\frac{L(r+kn)}{r} \right] \quad (9)$$

(9) 式の左の解は $1 < n$ のときのみ存在する解であるが, (8) 式の左辺に代入すると常に 0 となり, 不等式は成立しない。一方, 右の解は不等式が成立し得るが, 対数が存在するので, 次式が満たされる必要がある。

$$0 < \frac{L(r+kn)}{r} \quad (10)$$

ここで, 成長関数として適当な増加型 Richards 関数のパラメータの組み合わせは, L , k , n が全て正であるか, k が正で L と n が負であるか, の 2 とおりである (内藤・白石 1983)。前者の場合, (10) 式は常に成立する。後者の場合は常には成立せず, $r+kn < 0$ であることが必要になる。

(9) 式の右の解において (2) 式が成立するか調べるために, これを (8) 式に代入すると, 以下のように整理できる。

$$-I_* \left[\frac{L(r+kn)}{r} \right]^{-r/k} \left(\frac{kn}{r+kn} \right)^n \frac{r(r+kn)}{n} < 0 \quad (11)$$

(10) 式が成立するならば, (11) 式も成立する。以上より, (9) 式の右の解は唯一の最適解なので, NPV 基準の伐期齢の大域的最適解である。したがって (4), (6) 式および (9) 式の右の解から, 最適伐期齢における NPV, すなわち t 方向に最大化された NPV が次式で計算できる。

$$NPV(t) = I_* \rho - C \quad (12)$$

ただし次式のように置き換えた。

$$\rho = \left[\frac{L(r+kn)}{r} \right]^{-r/k} \left(\frac{kn}{r+kn} \right)^n \quad (13)$$

ρ は利率および成長パラメータによって決まる。NPV が非負である条件として整理すると, 以下ようになる。

$$C \leq \rho I_* \quad (14)$$

すなわち, 上式の右辺が造林・育林費用の許容上限である。

2) 面積当たり主伐利益の成長が Gompertz 関数に従う場合
面積当たり主伐利益の成長が次式に示す Gompertz 関数に従うものとする。

$$I(t) = I_* L \exp(-kt) \quad (15)$$

ただし, $0 < L < 1$, $0 < k$ の増加型とする。

このときの NPV 基準の最適伐期齢が満たすべき条件は,

(1), (2), (4), (15) 式より, 以下ようになる。

$$I_* \exp[-t(r+k)] L^{\exp(-kt)} [k \ln(L) + r \exp(kt)] = 0 \quad (16)$$

$$I_* \exp[-t(r+2k)] L^{\exp(-kt)} [k^2 \ln(L)^2 + k(2r+k) \exp(kt) \ln(L) + r^2 \exp(kt)^2] < 0 \quad (17)$$

(16)式を t について解くと、以下の解が得られる。

$$t = \frac{1}{k} \ln \left[-\frac{k \ln(L)}{r} \right] \quad (18)$$

なお、 $-\ln(L)$ は正なので、大括弧内は常に正である。この t を (17) 式に代入すると次式が得られる。

$$-I_* k r \left[\frac{-r}{k e \ln(L)} \right]^{r/k} < 0 \quad (19)$$

ただし e はネイピア数である。

この不等式は仮定したパラメータの値域で常に成り立つ。したがって (18) 式は NPV 基準の最適伐期齢を表している。Richards 式のときと同様に、(4) 式の $I(t)$ に (15) 式を代入し、(18) 式の伐期齢を適用すると、最適伐期齢における NPV が次のように計算できる。

$$\text{NPV}(t) = I_* \rho - C \quad (20)$$

ただし次式のように置き換えた。

$$\rho = \left[\frac{-r}{k e \ln(L)} \right]^{r/k} \quad (21)$$

したがって、NPV が正となる条件は (14) 式と同じ形で与えられる。

2. 適用可能な仮定

面積当たり主伐利益の成長が Richards 関数または Gompertz 関数に従うという前提を満たすための仮定の例として、本論では、実際に実務で応用するにあたり必要となる資料の入手しやすさを考慮し、次の一連の三つの仮定をおく。

1) 上層樹高の成長が以下の Richards 関数または Gompertz 関数で表される。

$$H(t) = H_* [1 - L_H \exp(-k_H t)]^{n_H} \quad (22)$$

$$H(t) = H_* L_H^{\exp(-k_H t)} \quad (23)$$

ここで $H(t)$ は林齢 t のときの層樹高 (m)、 H_* 、 L_H 、 k_H 、 n_H はパラメータであり、それぞれ増加型の成長関数となる値域にあるものとする。これらのパラメータのうち、 H_* は $t \rightarrow \infty$ としたときの層樹高の極限值であり、地位級によって異なるが、他のパラメータは地位級に無関係である。

この仮定が成立することは一般的に認められており、樹高成長曲線の調製に利用されている (たとえば寺岡 1995; 片倉ら 2005)。

2) 面積当たり収穫材積は層樹高の冪乗式で表せる。

$$V_y = \alpha H(t)^\beta \quad (24)$$

ここで V_y は面積当たり収穫材積 (m^3/ha)、 α 、 β はパラメータである。

最多密度状態における林分材積と層樹高には冪乗関係

が成立する (安藤 1968)。また収量比数は、任意の成長段階および密度状態の林分材積に対する、同じ成長段階における最多密度状態での林分材積の比と定義され (安藤 1968)、0 から 1 の値を取る。したがって、収量比数が常に一定となるよう管理された林分材積も (24) 式の形で表せる。さらに、材積歩留まりを林分材積にかけると、収穫材積が計算される。以上より、収量比数および材積歩留まりが一定のときの面積当たり収穫材積は (24) 式の形で表せる。

なお、収量比数は林分の成長とともに増加するので、最多密度状態以外では一定となることはない。しかし、主伐実行時の収量比数が前もって決定されているとき、その条件の下でいかなる林齢で主伐を行うか判断するには、収量比数を固定した下での最適伐期齢を選択することになる。言い換えれば、「収量比数が常に一定」という仮定の下での最適伐期齢は、実務的には、主伐時の収量比数が予め決められているときの最適伐期齢に対応する。

3) 収穫材積当たり主伐利益が一定である。

$$P = \text{const.} \quad (25)$$

ここで P は収穫材積当たり主伐利益 ($\text{円}/\text{m}^3$) である。

一般に材積当たりの原木価格は原木の直径や材質により変化するため、この仮定は通常成立しないが、木材価格統計調査 (農林水産省 2015b) のように、一般的な材質の原木では、直径にある程度の幅があっても、その価格は一定とみなすことができ、主要な用途に製材される材寸などから適切な値に決めれば、妥当な結果を得るものと考えられる。

以上三つの仮定が成立する場合、冪乗変換に対して Richards 関数および Gompertz 関数は保存される (箕輪 1982; 内藤 1983) ので、面積当たり主伐利益の成長も同種の関数になる。層樹高の成長が Richards 関数に従うときは、面積当たり主伐利益の成長は (26) 式のように与えられる。

$$I(t) = P \alpha H_*^\beta [1 - L_H \exp(-k_H t)]^{n_H \beta} \quad (26)$$

(6) 式と比較すると、 I_* が $P \alpha H_*$ に、 L が L_H に、 k が k_H に、 n が $n_H \beta$ に、それぞれ置き換わったものとなり、 $r + k_H n_H \beta < 0$ が要求される。層樹高の成長が Gompertz 関数に従うときは、面積当たり主伐利益の成長は (27) 式のように与えられる。

$$I(t) = P \alpha H_*^\beta L_H^{\beta \exp(-k_H t)} \quad (27)$$

(15) 式と比較すると、 I_* が $P \alpha H_*$ に、 k が k_H に、 L が L_H^β に、それぞれ置き換わったものとなる。なお、地位級によって変化するのは (22)、(23) 式のパラメータのうち H_* のみなので、(6)、(15) 式のパラメータのうち I_* のみが地位級によって変化する。(9)、(18) 式には I_* が含まれないので、最適伐期は地位級によらない。同様に、(13)、(21) 式にも I_* は含まれないので、他のパラメータおよび利率が決まると、 ρ は地位級によらず同じ値をとる。

3. 実際の資料を用いた計算

ここでは長野県の人工林における主要な樹種である、スギ、ヒノキ、アカマツ、カラマツについて、造林・育林費用の許容上限の計算結果を示す。

計算に必要なパラメータを資料（長野県林務部 1983, 1984, 1991；林野庁 1999）より求め、これより計算した最適伐期齢、 ρ などの値と併せて表-3に示した。これらの資料の樹高成長曲線は全て(22)式のRichards関数において n_H が1の場合であるMitscherlich式で与えられている。なお、カラマツ以外については、対象樹種の樹高成長曲線は一分子反応式・修正指数式で与えられるが、これらは全てMitscherlich式の別表現であるので、Mitscherlich式に変換した後の値を記載した。 H_* は地位級（5階級）ごとに与えられているが、資料では等間隔で与えられているので、地位級1, 3, 5のみについて示した。

α および β は次のように求められる。人工林林分密度管理図（林野庁 1999）には次式が記載されている。

$$\frac{1}{v} = a_1 H^{b_1} N + a_2 H^{b_2} \quad (28)$$

$$\log(N') = \alpha_N + \beta_N \log(H) \quad (29)$$

ここで v は平均幹材積（ m^3 /本）、 H は樹高（m）、 N は立木密度（本/ha）、 N' は最多密度状態における立木密度（本/ha）、 a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , α_N , β_N はパラメータ、 $\log$ は常用対数である。

なお、林分幹材積と平均幹材積、立木密度には次の恒等式が成り立つ。

$$V = vN \quad (30)$$

ここで V は林分幹材積（ m^3 /ha）である。

(28)式の両辺を N で除算した後、(29)式を N' について解き、(28)式の N に代入すると、(30)式を用いて次式を得る。

$$\frac{1}{V'} = a_1 H^{b_1} + \frac{a_2}{10^{\alpha_N}} H^{b_2 - \beta_N} \quad (31)$$

ここで V' は最多密度状態における林分幹材積（ m^3 /ha）である。

林分密度管理図では最多密度状態において(24)式の冪乗関係が仮定されているので（安藤 1968）、(31)式のパラメータの間には次式の関係がある。

$$b_1 = b_2 - \beta_N \quad (32)$$

したがって、(31)式は次式のように整理される。

$$V' = \alpha' H^{-b_1} \quad (33)$$

ただし次のように置き換えた。

$$\alpha' = \left(a_1 + \frac{a_2}{10^{\alpha_N}} \right)^{-1} \quad (34)$$

したがって、 α と β は次のように求められる。

$$\alpha = R_y R_i \alpha', \beta = -b_1 \quad (35)$$

ここで R_y は収量比数、 R_i は材積歩留まりであり、本論では $R_y = 0.9$, $R_i = 0.8$ として α を算定した。

(26)、(27)式のパラメータの比較から、Richards式、Gompertz式ともに $P\alpha H_*$ が I_* に相当するので、造林・育林費用の許容上限は(14)式より以下のように計算できる。

$$C = P\alpha H_*^b \rho \quad (36)$$

これにより計算された造林・育林費用の許容上限や、そのときの最適伐期齢における面積当たり収穫材積や主伐利益、表-1に計算した造林・育林費用の現在価値との比を表-4に示した。

造林・育林費用の許容上限は、スギおよびヒノキの地位級1のみ100万円/haを上回ったが、表-1の造林・育林費用の現在価値と比較するとともに40%程度である。一方、カラマツは育林・造林費用の許容上限は地位級1でも100万円/haに満たないが、表-1の造林・育林費用は枝打ちを行わないことを仮定したものであり、素材生産費の設定値も低いために、表-1の造林・育林費用の現在価値との比は54.8%と、唯一50%を超える。アカマツの造林・育林費用の許容上限は地位級1においても21.2万円/haと、これらの樹種では最も低い、これは主伐における収穫材積当たり主伐利益が低いことに起因するものと考えられる。

前述したように、本論における造林・育林費用の許容上限を超えると、いかなる伐期齢を選択しても採算が合わない。したがって、表-1の造林・育林費用の現在価値が造林・育林費用の必要額であると考えた場合、100%から表-4の最右列の割合を引いた値は、所与の林分条件において採算が取れる必要な最低の造林補助率と解釈できる。この前提に立つとき、設定条件下において最適伐期齢を選

表-3. 樹高成長および最多密度曲線のパラメータ、および最適伐期齢等の計算値

樹 種	樹高成長曲線のパラメータ ^{*1}						最多密度曲線のパラメータ ^{*2}		最適伐期齢 ^{*3} t	ρ ^{*3}	α ^{*4}
	H_* (地位級1)	H_* (地位級3)	H_* (地位級5)	L_H	k_H	n_H	α'	β			
スギ表系	34.8749	27.4171	19.9599	1.066	0.0348	1	10.7404	1.373859	57.8	0.511	7.733
スギ裏系	34.2082	24.7169	15.2256	1.066	0.0348	1	10.7404	1.373859	57.8	0.511	7.733
ヒノキ	28.0466	21.2474	14.4482	1.254	0.0377	1	22.8563	1.080773	54.0	0.536	16.457
アカマツ	28.6113	22.7797	16.9481	1.116	0.0357	1	11.8069	1.201192	55.0	0.526	8.501
カラマツ	34.32	25.81	17.29	1.182	0.050	1	8.2133	1.274434	47.3	0.590	5.914

^{*1} スギ表系・スギ裏系は長野県林務部（1983）、ヒノキ・アカマツは長野県林務部（1984）、カラマツは長野県林務部（1991）。^{*2} 林野庁（1999）。^{*3} 年利0.8%として計算。^{*4} 主伐時の収量比数を0.9、歩留まりを0.8として算出。

表-4. 樹種・地位別の最適伐期齢における計算値

樹 種	地位級	主伐時上層樹高 (m)	主伐時林分材積* ¹ (m ³ /ha)	主伐収穫材積* ² (m ³ /ha)	主伐利益 (円/ha)	育林・造林費用の許容上限 (現在価値, 円/ha)	表-1 の造林・育林費用の 現在価値合計との比 (%)
スギ表系	1	29.9	1029.2	823.3	1,711,600	1,080,248	40.8
	2	26.7	881.1	704.9	1,465,325	924,815	35.0
	3	23.5	739.5	591.6	1,229,850	776,199	29.3
	4	20.3	604.9	484.0	1,006,077	634,969	24.0
	5	17.1	478.1	382.5	795,135	501,837	19.0
スギ裏系	1	29.3	1002.2	801.8	1,666,808	1,051,978	39.8
	2	25.3	816.3	653.1	1,357,617	856,837	32.4
	3	21.2	641.3	513.0	1,066,557	673,140	25.5
	4	17.1	478.5	382.8	795,757	502,229	19.0
	5	13.1	329.6	263.7	548,147	345,954	13.1
ヒノキ	1	23.5	622.6	498.1	1,668,704	1,084,927	40.9
	2	20.6	541.5	433.2	1,451,211	943,522	35.6
	3	17.8	461.2	369.0	1,236,135	803,687	30.3
	4	14.9	382.0	305.6	1,023,831	665,656	25.1
	5	12.1	304.0	243.2	814,788	529,744	20.0
アカマツ	1	24.1	486.4	389.1	329,089	212,302	11.2
	2	21.7	427.5	342.0	289,229	186,587	9.8
	3	19.2	369.9	295.9	250,270	161,454	8.5
	4	16.7	313.8	251.0	212,303	136,961	7.2
	5	14.3	259.3	207.5	175,446	113,184	6.0
カラマツ	1	30.5	576.1	460.9	1,429,187	980,546	54.8
	2	26.7	486.6	389.3	1,207,205	828,247	46.3
	3	22.9	400.6	320.5	993,708	681,770	38.1
	4	19.2	318.3	254.7	789,699	541,802	30.3
	5	15.4	240.5	192.4	596,518	409,263	22.9

*¹ 収量比数 0.9 として計算。*² 材積歩留まり 0.8 として計算。

択するとき採算が取れるのは、半額補助に当たる補助率 50% ではカラマツの地位級 1 のみで、長野県における森林環境保全直接支援事業の最大補助率 70% (森林経営計画に基づく場合; 長野県林務部 2014 b) では、スギ表系・裏系の地位級 2, ヒノキの地位級 3, カラマツの地位級 4 までと解釈される。

IV. ま と め

本研究では、経営基準を SEV または NPV として最適伐期齢を採用したとき、それが正となるための造林・育林費用の上限を、その許容上限と定義した。そのうえで、間伐利益および管理費を考慮しないこと、面積当たり主伐利益の成長が Richards 関数または Gompertz 関数に従うことを仮定し、造林・育林費用の許容上限の計算式を誘導した。面積当たり主伐利益の成長がこれらの成長関数に従うことを成立させる三つの仮定を示し、長野県の 4 樹種の主要造林樹種について、造林・育林費用の許容上限の計算例を示した。この計算では、最適伐期齢の選択下で採算が取れるのは、補助率 50% ではカラマツの地位級 1 のみで、補助率 70% ではスギ表系・裏系の地位級 2, ヒノキの地位級 3, カラマツの地位級 4 までとなった。

本論で用いられた収益モデルには強い制約が課せられているが、解は大域的最適解であり、その意味では本論の造林・育林費用の許容上限の定義に厳密に即した値が、簡易な計算式により得られる。したがって、間伐などの施業を

反映する収益モデルは必要でないが、一方で多くの林分条件を扱う必要があるような用途には、有用な計算方法であると思われる。

また、本論の方法では、面積当たりの補助率または補助額の限度が決まっている場合に、どの程度の生産条件であれば木材生産を行い得るか判断することができるが、これを応用することで、補助率や補助額そのものを決定することも可能であると思われる。この点については、近く検討を行う予定である。

本研究は日本学術振興会科学研究費助成事業 (特別研究員奨励費 15 J 04607) の助成を受けて行った。

引用文献

- 赤尾健一 (1991) 長伐期低コスト林業の経済分析 (I) 実質賃金率の上昇に対する森林所有者の対応. 日林誌 73 : 419-425
- 赤尾健一・岩井吉彌 (1989) 最適伐期齢理論の課題と展望. 京大演報 61 : 130-149
- 赤尾健一・岩井吉彌 (1990) 決定論的最適伐期齢に関する諸考察. 京大演報 62 : 122-137
- 安藤 貴 (1968) 同齡単純林の密度管理に関する生態学的研究. 林試研報 210 : 1-153
- Arimizu T (1958) Regulation of the cut by dynamic programming. J Oper Res Soc Jpn 1 : 175-182
- Binkley CS (1987) When is the optimal economic rotation longer than the rotation of maximum sustained yield? J Environ Econ Manage 14 : 152-158
- 江尻陽三郎 (1991) 逐次意思決定モデルによる最適間伐量の決定 (II)

- 純収益の最大化. 日林誌 73 : 344-356
- 江尻陽三郎 (1993) スギ人工林における NPV 曲線および等 NPV 線について. 日林誌 75 : 511-518
- 江尻陽三郎 (1996) 森林の公益的機能を変数に含む社会的厚生関数の最大化. 日林誌 78 : 444-451
- 江尻陽三郎 (1997) 林業部門に対する補助金の国民所得に及ぼす部門乗数効果: 均衡予算を前提として, 林業部門の生産物を政府が購入した場合の静学乗数. 日林誌 79 : 76-82
- 藤野正也・吉田昌之 (2004) 林家の造林行動に関する計量的分析. 農林業問題研究 154 : 208-213
- 藤野正也・吉田昌之 (2006) 森林所有者の林業活動が森林資源管理に及ぼす影響の計量分析—間伐実施の意思決定に関する分析—. 農林業問題研究 162 : 43-48
- Gunalay Y, Kula E (2012) Optimum cutting age for timber resources with carbon sequestration. Resour Policy 37: 90-92
- Haight RG, Brodie JD, Dahms WG (1985) A dynamic programming algorithm for optimization of Lodgepole pine management. For Sci 31: 321-330
- 長谷川尚史 (2000) 地位に基づいたスギ一般用材生産林の収益性評価. 森利学誌 2 : 143-154
- 家原敏郎・黒川泰亨 (1990) 低位生産林地におけるヒノキ人工林造成の経営的評価. 日林誌 72 : 34-45
- 伊藤 豊・馬奈木俊介 (2009) 造林補助金が林業に与える影響. 横浜国際社会科学研究所 14 : 43-48
- 片倉正行・山内仁人・古川 仁 (2005) ヒノキおよびカラマツ人工林の長伐期施業に関する研究—長期育成循環施業に対応する森林管理技術の開発—. 長野県林総セ研報 19 : 1-16
- Kooten GC Van, Binkley CS, Delcourt G (1995) Effect of carbon taxes and subsidies on optimal forest rotation age and supply of carbon services. Am J Agric Econ 77: 365-374
- 箕輪光博 (1982) 林木の生長に関する理論的考察(I)log-MITSCHERLICH 式の理論. 日林誌 64 : 461-467
- 長野県林務部 (1983) 長野県民有林カラマツ・スギ表系・スギ裏系人工林林分材積表・人工林収穫予想表. 長野県林務部
- 長野県林務部 (1984) 長野県民有林ヒノキ・アカマツ人工林林分材積表・人工林収穫予想表. 長野県林務部
- 長野県林務部 (1991) 長野県民有林カラマツ人工林・長伐期施業の手引き. 長野県林務部
- 長野県林務部 (2014 a) 平成 26 年度信州の森林づくり事業標準単価表 (国庫対象事業) (平成 26 年度実施事業適用単価). 長野県林務部
- 長野県林務部 (2014 b) 森林造成 (森林整備) 事業について. <http://www.pref.nagano.lg.jp/shinrin/sangyo/ringyo/seibi/zorin/index.html> (参照 2015-7-4)
- 長野県林務部 (2015) 第 13 期千曲川下流域森林計画書 (千曲川下流森林計画区). http://www.pref.nagano.lg.jp/rinsei/sangyo/ringyo/shisaku/keikaku/h26_tishinkei.html (参照 2015-6-16)
- 内藤健司 (1983) RICHARDS function に基づいた林分生長解析 (I) w-N trajectory. 日林誌 65 : 399-407
- 内藤健司 (1989) RICHARDS 関数の極限形. 林統研誌 14 : 106-110
- 内藤健司・白石則彦 (1983) Richards function の分類と林分生長曲線への応用 (I) 増加型関数について. 日林誌 65 : 248-252
- 中島 徹・広嶋卓也・白石則彦 (2007) 地域レベルの森林整備と林業補助金制度に関する実証的検討: 岐阜県を事例として. 森林計画誌 41 : 179-186
- 日本政策金融公庫 (2015) 農林水産事業 (主要利率一覧表) (平成 27 年 5 月 27 日現在). <https://www.jfc.go.jp/n/rate/rate.html> (参照 2015-6-9)
- 農林水産省 (1971) 林業種苗法第 24 条第 1 項の規定に基づく農林水産大臣の指定する種苗の配布区域 (最終改正: 平成 22 年 4 月 1 日農林水産省告示第 545 号). http://www.maff.go.jp/j/kokuji_tuti/kokuji/k0000559.html (参照 2015-9-6)
- 農林水産省 (2009) 森林・林業再生プラン〜コンクリート社会から木の社会へ〜. <http://www.rinya.maff.go.jp/j/kikaku/saisei/pdf/saisei-plan-honbun.pdf> (参照 2015-6-11)
- 農林水産省 (2015 a) 平成 25 年度林業経営統計調査. <http://www.e-stat.go.jp/SG1/estat/List.do?lid=000001132773> (参照 2015-6-10)
- 農林水産省 (2015 b) 木材価格統計調査 木材価格 (平成 27 年 5 月) (概数). http://www.maff.go.jp/j/tokei/kouhyou/mokuryu/kakaku/pdf/mokuzai_kakaku_1505.pdf (参照 2015-6-9)
- Öhman K, Eriksson LO (2002) Allowing for spatial consideration in long-term forest planning by linking linear programming with simulated annealing. For Ecol Manage 161: 221-230
- 大隅眞一 (1989) RICHARDS 成長関数の応用のために. 林統研誌 14 : 12-27
- 林野庁 (1999) 人工林林分密度管理図 (復刻版). 林野庁
- 林野庁 (2015) 平成 26 年度森林及び林業の動向. <http://www.rinya.maff.go.jp/j/kikaku/hakusyo/26hakusyo/index.html> (参照 2015-6-10)
- 林野庁企画課 (2013) 平成 23 年度素材生産費等調査報告書. 林野庁企画課
- 林野庁企画課 (2015) 平成 25 年木材需給表. <http://www.e-stat.go.jp/SG1/estat/List.do?lid=000001119952> (参照 2015-6-9)
- Roise JP (1986) A nonlinear programming approach to stand optimization. For Sci 32: 735-748
- Samuelson PA (1976) Economics of forestry in an evolving society. Econ Inq 14: 466-492
- Siregar UJ, Rachmi A, Massijaya MY, Ishibashi N, Ando K (2007) Economic analysis of sengon (Paraserianthes falcata) community forest plantation, a fast growing species in East Java, Indonesia. For Policy Econ 9: 822-829
- 寺岡行雄 (1995) 多様形地位指数曲線の作成: 曲線形に関するパラメータを変化させるモデル. 九大演報 72 : 135-142
- 上野洋二郎・石川正吾 (1988) 単木生長モデルから誘導された Gompertz 関数. 日林誌 70 : 104-110
- 梅村武夫 (1989) リチャーズ成長関数とその周辺. 林統研誌 14 : 111-115
- 吉田茂二郎・松下幸司 (1999) 民有林の林分収穫表の特性について. 森林計画誌 33 : 19-27
- 吉本 敦 (2003) MSPATH アルゴリズムを用いた動的計画法による林分経営最適化モデル. 統計数理 51 : 73-94