論 說

樹幹横斷面積の算出に就いて

K. Seino: How to determine the cross-sectional area of a tree-hole.

(昭和三年二月七日受理)

清 野 要

一、緒 言

樹幹の形は、その縦斷面と横斷面との形を、究めることによつて知ることが出来る。樹幹を縦に貫く直線を假想し、これに垂直なる凡ての横斷面は圓で、而もその中心は何れも此の直線の上に在りと假定したとき、初めの直線を幹軸と稱し、その幹軸を含む平面が樹幹を截つて生ずる曲線が、所謂樹幹曲線である。

樹幹曲線の形が、幹材積に影響のあることは、今更言ふ迄もない、けれども、初め圓なりと假定した横斷面が事實圓でない限り、幹材積を論ずる場合には、此の横斷面の相違が、その材積に及ぼす影響を考へない理には往かない。計算上此の影響が、許し得る範圍内に在りと知つた時、初めて此の假定を承認すべきであらう。

自分は年末の休暇を利用し、此の問題に就いて少しく考へて見た、次に述ぶるのはその大要である。固より茲にも二三の假定を要する、假定

に換ふるに更に新しい假定を以てし、且つ猶ほ充分に考究し盡さない所もあるけれども、此の種の問題に就き、先輩諸兄の御指導を仰ぐ手引ともならんと思ひ、敢てこれを公にする所以である。

二、假定

自分は、前述の如き横断面の形を、楕圓なりとし、且つ樹幹は相似なる薄楕圓體の積み重なりによつて生ずるものなり、との假定によつて議論を進める。(此の假定に就いては、他日稿を更めて論ずるであらう)但し、輪尺その他測定用器具の良否、測定者の注意等によつて生ずる誤差は、明に別問題であつて、固より茲に論ずるものではない。

従來横断面を圓なりと假定する時、その直徑を定むるには、Baumzirkel, Durchmesserschubband 等を用ふる方法もあるが、一般には樹幹を Kluppe の兩脚の間に挟み、その間の距離を此れに附屬した尺度で讀み、此れを算術的に平均するのが最も普通な方法とされてゐる。従つて嚴密に實行されたものとすれば、その直徑は、幹軸に垂直な一平面内に於て、樹幹に切する二つの平行線間の距離を測定して、此れを算術的に平均した値となる、今樹幹に切する二つの平行線間の距離に就いて考へて見る。

三、解析幾何學上の公式

その前に此の問題に必要な解析幾何の公式二つに就いて述べる。

A. Rectangular Coordinates System. に於ては、一平面内に於ける直線の方程式は、一般に、 $Ax + By + C = 0$ なる一次式で表はすが、此れを又原点より此直線に下した垂線の長さ ρ と、此の垂線が X 軸となす角 ϕ とに關係せしめて、 $\rho = x \cos \phi + y \sin \phi \dots\dots (1)$ なる形に表すことが出来る。(第一圖参照)

B. $y = f(x)$ なる曲線上の一點 $P(x_p, y_p)$ に於て、此曲線に切する直線の方程式は、 $y - y_p = \left[\frac{df(x)}{dx} \right]_{x_p} \cdot (x - x_p) \dots\dots (2)$ によつて表される。此の二つの考を我が ellipse の場合に應用する。

第一圖

四、樹幹を表す方程式

今樹幹の底面の長徑の方向を X 軸とし、短徑の方向を Y 軸とし、且つ幹軸乃ち高さの方向を Z 軸とする時 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = f(z) \dots\dots (3)$ 茲に $0 < k < 1$ なる表面により取り圍まれた立體を以て、樹幹を表はすものと

する。

此式の意味を明にせんがために、此れを書き直すと、

$$\frac{z^2}{f(z)^2} + \frac{y^2}{k^2 f(z)^2} = 1$$

これは任意の高さ(z)に於て、 Z 軸に垂直な平面によつて截られる時の形、換言すれば、樹幹の横断面の形を表はす曲線式で、長径が $2\sqrt{f(z)}$ 、短径が $2k\sqrt{f(z)}$ なる楕圓を表はすことを知る。同理により(3)式に $z=z_0$ とおけば、樹幹の底面の形を表はす式となり、其の長径が $2\sqrt{f(z_0)}$ 、短径が $2k\sqrt{f(z_0)}$ なる楕圓を表はすことを知る。何れの場合に於ても、長径に對する短径の比は相等しく、 k である事は容易に判る。即ち樹幹は相似なる薄楕圓體の積み重りであることを示してゐる。(第二圖参照)

第 二 圖

は相似なる薄楕圓體の積み重りであることを示してゐる。(第二圖参照)
 $y = 0$ 、乃ち、(3)式が、 XZ 平面によつて截られる時は、(3)式は $z^2 = f(z) \dots$
 $\dots$ (4) となつて、樹幹が XZ 平面によつて截られる時の樹幹曲線(横断面が正圓でない時にもかゝる名稱が許さるゝならば)を表はすことになる。(第二圖参照)

(第二圖参照)
 $z = 0$ 、即ち(3)式が、 YZ 平面によつて截られる時は、(3)式は $y^2 = k^2 f(z) \dots$
 $\dots$ (5) となつて、樹幹が YZ 平面によつて截られる時の樹幹曲線を表はす式となる。(第二圖参照)

一般に Z 軸を含み、 XZ 平面にりなる角度をなす平面との截口を見んに、

(3)式に $y = \tan \theta \cdot z$ と入れて、 $z^2 + y^2 = 0$ を求めると、 $z^2 = \frac{k^2 f(z)}{k^2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta} \dots \dots$ (6) となつて、幹軸を含み X 軸と任意の角度をなす平面に

よつて截られる時の、樹幹曲線を表はす式となる。

(4)、(5)、(6)式より明な如く、幹軸を含む平面によつて、截られる時に生ずる、所謂樹幹の縦断面の形は、何れも同じ性質の曲線式を以て表はすことが出来、唯その幹軸よりの距離が、夫々異つた常数によつて倍せられるのみである。(第二圖参照)

(4)及び(5)式の x 及び y は、(6)式に於て、 $\theta = 0$ 、及び $\theta = \frac{\pi}{2}$ とおいた時の値であつて、その絶対値は、高さなる點の横断面の、 Semi-minor axis を表はすことは今更言ふ迄もない。

五、胸高横斷面の曲線式、及び此れに切する平行二直線間の距離

さて胸高 m なる點の横斷面は、(3)式と、 $z \parallel z_0$ なる平面との交はりによつて生ずる。(3)式より、 $\frac{x^2}{f(m)} + \frac{y^2}{k^2 f(m)} = 1 \dots \dots (7)$ 簡單のため、 $f(m) = a^2, k^2 f(m) = b^2$ とおけば、胸高横斷面は、 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots (8)$ なる曲線方程式で表はすことが出来る、茲に a 及び b は、此の横斷面の Semi-axes を表はし、 $b \parallel ka$ なる關係にある。然るときは此の曲線上の任意の一點 $P(x_p, y_p)$ に於ける、此曲線への切線は、(2)式によりて求め、これを整頓すれば、 $\frac{x x_p}{a^2} + \frac{y y_p}{b^2} = 1 \dots \dots (9)$ となる。(第三圖参照)

又中心より(茲では、 Z 軸上の一點、乃ち O, z_0) 此の切線迄の距離を ρ とし、此れと X 軸とのなす角を φ とすれば、(嚴密に言へば、 $z \parallel z_0$ なる平面上に於て、 XZ 平面とのなす角なれども、以下しばらく $z \parallel z_0$ なる平面上に於て考ふるにより、單に X 軸とのなす角なる言葉を用ふ。) (1)式により、(9)式は $\rho \parallel x \cos \varphi + y \sin \varphi$ で表はすことが出来る。(第三圖参照) 此式を變化すると、 $\frac{x \cos \varphi}{\rho} + \frac{y \sin \varphi}{\rho} = 1$ 従つて此れと(9)式とを比較する事により、

第三圖

然るに、 x_p, y_p は、(8)式の上の點であるから、

$$\frac{x_p^2}{a^2} + \frac{y_p^2}{b^2} = 1 \quad \text{乃ち} \quad \frac{\cos^2 \varphi}{\rho^2} a^4 + \frac{\sin^2 \varphi}{\rho^2} b^4 = 1 \quad \text{或は} \quad \rho^2 = a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi \dots \dots (10)$$

而して ρ の絶對値のみを考ふる時は、 $\rho = \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi} \dots \dots (11)$

従つて、平行二切線の間の距離は、 2ρ で表はされる。但し(8)式は、 x 及び y の自乗の項のみを含むから、明に X 軸及び Y 軸に對し、symmetry なるにより、 $0 \leq \varphi \leq \pi$ だけを考ふれば充分である。

六、直径測定の方法、及び其の横斷面積に及ぼす影響

輪尺を用ゐて直径を測定するに當り、(茲に直径とは嚴密な數學的の意味のそれではなく、太さ位の意である、乃ち獨逸語でいふ、Durchmesser の意ではなく、Stärke の意であるが、適當な譯語なく、兩方の意味に直径なる語を用ふるにより、讀者はその用ゐられた所によつて、論者の言はんとする、眞の意味を讀んで頂きたい。)單に一方向のみを測定して、直ちに此れをその横斷面の直径とする場合と、多數の方向に測定し

た値の算術平均を以て、その横断面の直径とする場合とある、事情止むを得ない場合の外は凡て後者で、就中互に直角をなす二方向に測定した二つの値を算術的に平均するのが、最も普通な方法である。順序として最も普通な方法から論を始める。

A. 互に直角なる二方向に測定した二つの値の算術平均を用ふる場合

此の時輪尺の兩脚の間の最初の読みは、 $d_1 = 2\rho_1 = 2\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}$ に相當する、而して此れと直角をなす方向乃ち第二回の読みは、

$$d_2 = 2\rho_2 = 2l(p) = 2\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi} \quad \text{に相當する} \quad \text{従つてその算術的平均値は } D = \frac{d_1 + d_2}{2} = \rho_1 + \rho_2 \quad \dots \dots \dots (12)$$

故に、此の時の横断面積、 g は、 $g' = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{4} \left\{ a^2 + b^2 + 2\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi} \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi} \right\} \dots \dots \dots (13)$

然るに、實際の断面積乃ち楕圓の面積 g は、 $g = \pi ab \dots \dots \dots (14)$

従つて實際の断面が楕圓である時、此れを圓なりと假定し、その互に直角なる二方向に測りたる輪尺の読みを、算術的に平均したる値を以てその直径として、断面積を計算する時は、實際の断面積に對し次の差違を生ずる。

$$\Delta g = g' - g = \frac{\pi}{4} \left\{ (a-b)^2 - 2ab + 2\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi} \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi} \right\}$$

a 及び b を元へ戻せば (8) 式参照)

$$\Delta g = \frac{\pi f(m)}{4} \left\{ (1-k)^2 - 2k + 2\sqrt{(\sin^2 \varphi + k^2 \cos^2 \varphi)(\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi)} \right\} = \frac{\pi f(m)}{4} \cdot F(k, \varphi) \dots \dots \dots (15a)$$

$$\text{茲に } F(k, \varphi) = \left\{ (1-k)^2 - 2k + 2\sqrt{(\sin^2 \varphi + k^2 \cos^2 \varphi)(\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi)} \right\}$$

$k = \frac{b}{a}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ となる。假定により一個樹に於ては、 k は一定なるべきものである、従つて實際の断面積に對する Δg の百分率は、

$$p_g = \frac{\Delta g}{g} \times 100 = \frac{100}{4k} \cdot F(k, \varphi) \dots \dots \dots (15b)$$

(15a), (15b) 式より明なる如く、一般に Δg は $f(m)$; k ; φ に、 p_g は k 及び φ に從屬すること勿論なれども、一個の樹幹に於ては、何れも測定方向乃ち φ の値のみに從屬するものである。

今 φ の値に對する Δg 及び p_g の、極大極小の値を來てて見る、(但し Δg 及び p_g が極大或は極小となる場合は、常に一致すべきにより、茲には p_g に

就いてその時の φ の値を決める。

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{25}{2k} \frac{(1-k^2)^2 \sin 4\varphi}{\sqrt{(\sin^2 \varphi + k^2 \cos^2 \varphi)(\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi)}} \quad (16)$$

此式の分母を見るに、決して 0 となることなし。故に $\frac{\partial p}{\partial \varphi}$ は $\sin 4\varphi = 0$ の時、乃ち $4\varphi = n\pi$ のとき 0 となる。

* 茲に一般には $n=0, 1, \dots, n$ なども我々の場合には $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ なるにより $n=0$ 及び $n=1$ だけを考へればよい。

乃ち $\varphi=0$ 及び $\varphi=\frac{\pi}{4} \dots \dots (17a)$ のとき $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0 \dots \dots (17b)$ となる

此の時に於ける $\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2}$ の値及び符號を検へて見る。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} = \frac{25(1-k^2)^2}{8k} \frac{16 \cos 4\varphi (\sin^2 \varphi + k^2 \cos^2 \varphi)(\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi) - (1-k^2)^2 \sin^2 4\varphi}{\{(\sin^2 \varphi + k^2 \cos^2 \varphi)(\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi)\}^{\frac{3}{2}}}$$

此の場合にも、分母は決して 0 となることなし。故に

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} \right)_{\varphi=0} = \frac{50(1-k^2)^2}{k^2} > 0 \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} \right)_{\varphi=\frac{\pi}{4}} = \frac{-100(1-k^2)^2}{k(1+k^2)} < 0 \dots \dots (18)$$

(17a), (17b) 及び (18) 式より、 $\varphi=0$ に於ては、 p_0 の値は極小となり、此の時 $4g$ の値も亦同時に極小となることを知る。

$$p_0_{\varphi=0} = \frac{100}{4k} (1-k^2)^2 \dots \dots (19a) \quad 4g_{\varphi=0} = \frac{\pi f(m) \cdot (1-k^2)^2}{4} \dots \dots (19b)$$

又、 $\varphi=\frac{\pi}{4}$ に於ては、 p_0 の値は極大となり、此の時 $4g$ の値も亦同時に極大となる。

$$p_0_{\varphi=\frac{\pi}{4}} = \frac{200}{4k} (1-k^2)^2 \dots \dots (20a) \quad 4g_{\varphi=\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi f(m) \cdot (1-k^2)^2}{2} \dots \dots (20b)$$

樹幹の横斷面積を算出する場合に、輪尺によつて互に直角をなす二方向に測定したる直径の算術平均を以て直径とする、正圓と見做す場合と、最長徑の方向と此れに直角をなす方向とに、測定した値を、最長最短の徑とする楕圓なりと見做す場合、(假定により茲では實際の横斷面積なり。)とを比較するに、前者は常に後者よりも大きく、其の絶對的差(従つて同時に實際の値に對する差の百分率)は、測定の方が楕圓の兩

軸に一致する場合に、極小であつて、此等と $\pi/4$ をなす場合に極大である、其の他の方向に測定したる場合は此の兩者の間の値をとる。(15)、
(20) 式参照

B、單一方向のみを測定したる場合

以上は直徑を互に直角なる二方向に測定し、その算術平均をとつた場合で、我々が最も普通に行ふ所のものである、此れは樹幹の横斷面は、その大多數は實際に於て、正圓でないといふ事を前提としてゐる。然らば自分の假定した如く、正楕圓を以て表はすことが出来るかといふに、此れも亦勿論肯定することは出来ない。但し問題に實際の樹幹の横斷面を取扱ふ時、此れを正圓として取扱ふ場合と、此れを正楕圓として取扱ふ場合と、若くは或る種の曲線として取扱ふ場合と、何れが最もよくその實際の形、及び面積を表はすか、何れが最もその取扱が容易であるか、更に此の兩者を組合はして實用上何れが最も優つた方法であるか、といふ事を決定するにある。此の事に就いては前に假定の節に於て豫め述べた如く、先輩諸兄の研究を参考とし、稿を更めて論ずる事とし、茲には自分の假定に従つて議論を續ける。

事實正圓でない樹幹の横斷面を、單に一方のみに測定した値を以て直ちにその直徑とし、これによつてその面積を算出する事は、理論上許さるべき事ではない、但し豫めその實際面積との差を覺悟し、その差が實用上許さるべき範圍内にある時、或はかゝる範圍内の差を與ふべき測定方向を知るとき、始めて此の方法の存在の意義がある、此の事はAの場合に於ても同様である、たゞ數の上に於て一對二の相違があるのみである、今その測定方向及び實際面積との差等の關係に就いて考へて見る。

此の時の斷面積は(10)式より明なる如く、 $g' = \pi(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)$ 茲に $\frac{\partial g'}{\partial \varphi} = \frac{\pi}{2}$ 従つて

$$4g = \pi f(m) \cdot (\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi - k) = \frac{\pi f(m)}{4} \cdot F_1(k, \varphi) \dots \dots (21a)$$

茲に $F_1(k, \varphi) = 4(\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi - k)$

$$p_g = \frac{\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi - k}{k} \times 100 = \frac{100}{4k} \cdot F_1(k, \varphi) \dots \dots (21b)$$

故に此の時の極大極小を求めんに、

$$\frac{\partial p_g}{\partial \varphi} = -\frac{100}{k} (1 - k^2) \sin^2 \varphi \quad \therefore \quad \frac{\partial p_g}{\partial \varphi} < 0 \text{ while } 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\partial p_g}{\partial \varphi} = 0 \text{ when } \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, \dots \dots n$$

吾々の場合には、 $\sin 0 = 0$ 、 $\sin 1$ だけを考へて、 Δg 及び p_v は、 φ の増大と共に減少する性質を有し、 $\sin 0$ 及び $\sin 1$ に於て、極大及び極小なる事を知る。此の事は測定方向が長徑の方向に一致した場合に極大であつて、短徑の方向に一致した時に極小である、といふ事を意味するもので、單に常識的に考ふるも豫め想像し得られる事である。此の時の値は、

$$\varphi = 0 \text{ の時、極大 } \begin{cases} \Delta g = \pi f(m) \cdot (1-k) \\ p_v = \frac{1-k}{k} \times 100 \end{cases} \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ の時、極小 } \begin{cases} \Delta g = -\pi f(m) \cdot (1-k)k \\ p_v = -100 \frac{1-k}{1+k} \end{cases} \quad (232)$$

但し此時の極小値は負號を有し、(楕圓として計算した實際の横斷面積よりも、短徑を直徑とする正圓と見て計算した横斷面積の方が、小さいとの意で、當然の結果である。)その絶対値は、極大値のよりも常に小さく、 $(\pi f(m) \cdot (1-k))$ だけ小さい。従つて横斷面積の差のみを考ふる時には、むしろその極大値及び $\Delta g = 0$ 、 $p_v = 0$ の點を知るべきである。

$$(21a) \text{ 式より } \Delta g = \pi f(m) (\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi - k) = \pi f(m) \cdot (1-k) \{1 - (1+k) \sin^2 \varphi\} \dots \dots \dots (233)$$

故に $(1+k) \sin^2 \varphi = 1$ 乃ち $\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{1+k}}$ (我々の場合には $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ なるにより負の方は採らず)

の時に、 $\Delta g = 0$ 従つて p_v も亦 0 となる。此等の結果より明な如く、單に一方のみに測定した直徑を以て其の横斷面積を算出する時は、測定方向が横斷面の長徑の方向に對し $\varphi = \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{1+k}}$ 、 $\therefore k \ll 1$ なる角度をなす時に實際の横斷面積に相均しく、それよりも長徑の方に近づくに従つて、實際面積よりも大きく、又短徑の方に近づくに従つて實際面積よりも小さい。然しその差の絶対値は、 $\Delta g_{max} = \pi f(m) (1-k)$ を超えることはない。此の事は A の場合の常に實際面積よりも大きい結果を與ふるのとは異なり、而も其の差の絶対値及び實際面積に對する百分率の極大値は、A の場合の $2/(1-k)$ 倍に相當する。

今、測定方向の難易、測定者の習慣、伐倒の方向等を考へ入れず、可なり多數の樹幹に就いて、測定する場合に於ては、正負の差が或る程度迄互に相殺すべき事次式の如くなるも、事實上此る場合は(單に本數の上より言ふも)起り得ること少く、従つて一方のみの測定値によつて、その横斷面積を算出する事は、實際面積との差を多大ならしむるの危険ある事を覺悟せねばならぬ。

參考

△ 測定總本數 $n_1, n_2, \dots, n_r$ は $k, f(z)$ 等の相均しい樹幹の本数の四分の一を表はす、然るときは、

$$N = 4(n_1 + n_2 + \dots + n_s + \dots + n_r)$$

此の時断面積總計に起る質断面積總計との差を ΔG とし、 $k, f(z)$ の相等しい樹幹群に起るべき差を $\Delta G_1, \Delta G_2, \dots, \Delta G_r$ とすれば、

$$\Delta G = 4(\Delta G_1 + \Delta G_2 + \dots + \Delta G_r) \dots \dots \dots (24)$$

茲に $\Delta G_1, \Delta G_2, \dots, \Delta G_r$ 等は (23) に於て ϕ の代りに $\Delta G_1 : 0, \frac{\pi}{2n_1}, \frac{2\pi}{2n_1}, \frac{3\pi}{2n_1}, \dots, \frac{(n_1-1)\pi}{2n_1}; \Delta G_2 : 0, \frac{\pi}{2n_2}, \frac{2\pi}{2n_2}, \frac{3\pi}{2n_2}, \dots, \frac{(n_2-1)\pi}{2n_2}$ 等

$$\frac{3\pi}{2n_2}, \dots, \frac{(n_2-1)\pi}{2n_2}; \Delta G_r : 0, \frac{\pi}{2n_r}, \frac{2\pi}{2n_r}, \frac{3\pi}{2n_r}, \dots, \frac{(n_r-1)\pi}{2n_r} \dots \dots \dots (25)$$

を入れたもの合計乃ち一般に、

$$\Delta G_s = \sum_{t=0}^{n_s-1} \pi(1-k_s)f_s(mt) \left\{ 1 - (1+k_s)\sin^2\left(\frac{t\pi}{2n_s}\right) \right\}$$

を表はす。常數 summation の外へ出す、

$$= \pi(1-k_s)f_s(m) \left\{ n_s - (1+k_s) \sum_{t=0}^{n_s-1} \sin^2\left(\frac{t\pi}{2n_s}\right) \right\}$$

然るに

$$\sum_{t=0}^{n_s-1} \sin^2\left(\frac{t\pi}{2n_s}\right) = \sum_{t=0}^{n_s} \sin^2\left(\frac{t\pi}{2n_s}\right) \quad \therefore \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

n_s が可なり大きい時には、これを Integration に換へて、

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \theta d\theta = \frac{\pi}{4} \text{ の値を } \Delta G_s \text{ に入れる、}$$

$$\Delta G_s = \pi(1-k_s)f_s(m) \left\{ n_s - (1+k_s) \frac{\pi}{4} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

然るに此の時の質断面積合計は $n_s k_s \pi f_s(m)$ なるにあり、これに對する ΔG_s の百分率は、

$$P_s = \frac{\Delta G_s}{G_s} \times 100 = \frac{100(1-k_s)}{k_s} \left\{ 1 - \frac{\pi(1+k_s)}{4n_s} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

即ち各個樹に於ける場合よりも幾分減少されるけれども、 n_s は可なり大きいといふ事を前提としてゐるから、其の減少の程度は極めて低い。

(24), (25), (26) 式から

$$AG = 4 \sum_{s=1}^r \Delta G_s = \pi \sum_{s=1}^r (1 - k_s) f_s(m) \left\{ \frac{1}{2} n_s - (1 + k_s) \right\} \pi \dots \dots \dots (28)$$

又實斷面積合計に對する百分率は (27) 式より

$$p_G = \sum_{s=1}^r p_{Gs} = 100 \sum_{s=1}^r \frac{1 - k_s}{k_s} \left\{ 1 - \frac{\pi(1 + k_s)}{4n_s} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

七、幹材積に及ぼす影響

幹軸に垂直なる各横斷面を、正圓なりと見做した時の幹材積を V とし、楕圓なりと見做した時のそれを V' とする、 V は假定により實幹材積を表はす。

A、同一なる胸高形數を用ふる場合

嚴密に言へば用ふべき胸高形數も亦異なるべき理であるが、假に今、同一なる胸高形數を用ゐて幹材積を算出するものとする、然る時は

$$V = g' h f, \quad V' = g h f \dots \dots \dots (30)$$

茲に、 g は算出した胸高斷面積。 h は樹高、 f は胸高形數。

故に $\Delta V = V' - V = h(f' - f) = h f' \Delta g$

従つて、その實幹材積に對する百分率は、

$$p_v = \frac{\Delta V}{V} \times 100 = \frac{h f' \Delta g}{g h f} \times 100 = \frac{\Delta g}{g} \times 100 = p_g \dots \dots \dots (31)$$

となつて其の絶對的の差は、胸高斷面積の場合の $h f$ 倍となるけれども、その實幹材積に對する百分率は、横斷面積の場合と全く相等しい。此の事は (30) 式を見れば直ちに知ることが出来る。又用ふる直徑が單に一方のみに測定した値であると、互に直角なる二方向に測定しその算術平均を採つた値であるとの別なく、成立する關係である。以下述ぶる關係も亦同様であるにより、特に兩者に分けずに考へて往く。

B、フーベル式を用ひ、區分求積をする場合

此の式の適否はしばらく措き、現在最も多く(少くとも我國に於て)實用に供せられつゝある式であるから、此の場合を考へて見ることにする。

$$\text{フーベル式によれば } V = V' (g_1 + g_2 + \dots + g_n) + \frac{g}{2} V' \dots \dots \dots (32)$$

茲に l は等分された各區分の長さ、 $g_1, g_2, \dots, g_n$ は下方より順次に數へた各區分の中央斷面積、 δ は梢端部の元口斷面積、 l' はその長さである。

今、 $g_1, g_2, \dots, g_n$ 等を、樹幹の横斷面を正圓なりと見たときの、夫々の位置に於ける斷面積とすれば、實幹材積との差は、

$$\Delta V = V' - V = l \left\{ (g_1 - g_1) + (g_2 - g_1) + \dots + (g_n - g_{n-1}) \right\} + \frac{l'}{2} (\delta - \delta) = l (\Delta g_1 + \Delta g_2 + \dots + \Delta g_n) + \frac{l'}{2} \Delta g_1 \dots (33)$$

茲に $\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_n$ 等は、夫々の位置に於ける横斷面を正圓と見た場合と、楕圓と見た場合との面積の差を示すもので、(15a), (21a) 式に於て、 $f(m)$ の代りに $f(z)$ を置き換へ、この z をして、

$$\frac{l}{2} (2r-1) \text{ 茲に } r=1, 2, \dots, n$$

なる値を、とらしめた時の値に相當する。同理により Δg_n は同式の $f(m)$ の代りに $f(nl)$ を置いた時の値に相當する。乃ち、

$$\Delta V = \frac{\pi l}{4} F(k, \varphi) \Sigma f(z) + \frac{\pi l'}{8} F(k, \varphi) f(nl) = \frac{\pi}{4} F(k, \varphi) \left\{ l \Sigma f(z) + \frac{l'}{2} f(nl) \right\} \dots (31)$$

$$\text{茲に } F(k, \varphi) = \left[(1-k)^2 - 2k + 2 \sqrt{\sin^2 \varphi + k^2 \cos^2 \varphi} (\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi) \right]$$

或は單一方向のみ測りたる時は $F(k, \varphi) = 4 (\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi - k)$

従つて、實際の材積 V に對する百分率は、

$$p_1 = \frac{\Delta V}{V} \times 100 = \frac{\frac{\pi}{4} F(k, \varphi) \left\{ l \Sigma f(z) + \frac{l'}{2} f(nl) \right\}}{k \pi \left\{ l \Sigma f(z) + \frac{l'}{2} f(nl) \right\}} \times 100 = \frac{100 F(k, \varphi)}{4k} \dots (35)$$

となつて p_1 と全く相等しい事を知る。(15b), (21b) 式参照)

故にフーベル式を用ゐて、區分求積をする場合に於ても、各點に於ける直徑測定の方が一定なる時には幹材積に生ずる絶對的差、及びその實幹材積に對する百分率は、横斷面積の場合と全く同様な變化をする。何となれば一個樹に於ては $f(z)$ の形が一定なるべく、而も括弧内の値は常に positive なるにより、 ΔV 及び p_1 の値は $F(k, \varphi)$ の變化に伴つて變化するからである。(17), (22) 式参照。)

直角なる二方向に測る場合、

極小値 ($\varphi = 0$ のとき)

$$\Delta V = \frac{\pi(1-k)^2}{4} \left\{ L \sum f(z) + \frac{l^2}{2} f(m) \right\}, \quad P_{V,1} = \frac{100(1-k)^2}{4k}$$

極大値 ($\varphi = \frac{\pi}{4}$ のとき)

$$\Delta V = \frac{\pi(1-k)^2}{2} \left\{ L \sum f(z) + \frac{l^2}{2} f(m) \right\}, \quad P_{V,1} = \frac{100(1-k)^2}{2k} \dots \dots \dots (36)$$

極大値が極小値の二倍に相當する事も、亦横斷面積の場合と同様である。

單一方向のみを測る場合

極小値 ($\varphi = \frac{\pi}{2}$ のとき、但し negative)

$$\Delta V_1 = -\pi f(m)(1-k)k \left\{ L \sum f(z) + \frac{l^2}{2} f(m) \right\}, \quad P_{V,1} = -100(1-k) \left\{ L \sum f(z) + \frac{l^2}{2} f(m) \right\}$$

極大値 ($\varphi = 0$ のとき)

$$\Delta V_1 = \pi f(m)(1-k) \left\{ L \sum f(z) + \frac{l^2}{2} f(m) \right\}, \quad P_{V,1} = \frac{100(1-k)}{k} \left\{ L \sum f(z) + \frac{l^2}{2} f(m) \right\} \dots \dots \dots (37)$$

$\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{1+k}}$ に於て、 $\Delta V_1, P_{V,1}$ が 0 となる事も、極大値が極小値の $1/k$ 倍せらるゝ事も、横斷面の場合と同様である。

八、樹幹の捻轉する場合

今樹幹が高さの函数として捻轉するものとすれば、形數を用ふる場合に於ては、胸高に於ける直徑測定方向によるのみで、前述の場合と何等の差異はないが、區分求積による場合には、各點に於ける直徑測定方向を一定にする時には、その測定方向は樹幹各點の長徑の方向に對し、或る角度をなす事となつて、前述の場合とは自ら趣が異なつて来る。今簡單のために、 θ を樹幹の底面の長徑と各點の横斷面の長徑とがなす角度とし、 $\varphi = \theta$ なる法則に従ふものとすれば（茲に α は比例常數で、底面より單位高さだけ上つた點の横斷面の長徑が底面の長徑となす角度を表はす） $\varphi = \alpha z$ なる點の直徑測定方向は、その點の横斷面の長徑の方向に對し、 $\varphi = \theta = \alpha z$ なる角度をなす事となる、 φ は底面の長徑に對する直徑測定方向である、従つて此の場合に於ける横斷面積の絶對的差、及びその實際の斷面積に對する百分率は、(34)、(35) 式の φ の代り

に $(\varphi - \alpha z)$ を入れたものに等しい。乃ち

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{\pi}{4} \left\{ l \cdot \sum_{z(z=1,2,\dots,n)} F(k, \varphi - \alpha z) f(z) + \frac{l}{2} F(k, \alpha nl) \cdot f(nl) \right. \\ &\quad \left. - 100 \left\{ l \cdot \sum_{z(z=1,2,\dots,n)} P(k, \varphi - \alpha z) f(z) + \frac{l}{2} P(k, \alpha nl) \cdot f(nl) \right\} \right. \\ &\quad \left. - 4k \left\{ l \cdot \sum_{z(z=1,2,\dots,n)} f(z) + \frac{l}{2} f(n) \right\} \right\} \dots \dots \dots (38) \\ z &= \frac{l}{2} (2\varphi - 1), \varphi = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

$$F(k, \varphi - \alpha z) = \left[(1-k)^2 - 2k + 2 \sqrt{\sin^2(\varphi - \alpha z) + k^2 \cos^2(\varphi - \alpha z)} \right] \left\{ \cos^2(\varphi - \alpha z) + k^2 \sin^2(\varphi - \alpha z) \right\}$$

或は單一方向のみを測定した時は

$$F(k, \varphi - \alpha z) = 4 \left\{ \cos^2(\varphi - \alpha z) + k^2 \sin^2(\varphi - \alpha z) \right\} \cdot k$$

此等は α, n, l 等に關係するもので、一般には論ずることは出来ないけれども、或樹幹に就き α, n, l 等が決定されると、 φ に就いて微分係數を求めその變化を見て、その極大又は極小を與ふべき φ の値、即ち直徑を測定すべき方向を決定することが出来る。

尙ほ此の場合、幹軸を含み、 XZ 平面と φ なる角度をなす平面、即ち直徑測定の方に截られて生ずる樹幹曲線の形は、

$$\rho^2 = \frac{k^2 f(z)}{k^2 + (1-k^2) \sin^2(\varphi - \alpha z)} \dots \dots \dots (39)$$

となつて、分母の形によつて明な如く、波狀を呈する曲線を得るのである。此の式は樹幹曲線の一般なる形とも言ふべく、 $\alpha = 0$ と置けば(6)式を得べく更に $\varphi = 0, \varphi = \frac{\pi}{2}$ と置くことによつて、(4)式及び(5)式を得ることが出来るのである。

九、實 例

農林省林業試験場技手麻生誠氏の調査によれば、樹幹は其の樹幹に最も大なる影響を與ふる風向の方向に偏倚し、(直徑に於て最長の方向を偏倚方向といふ。)同一風の影響を受け偏倚して生長せる林分内の偏倚度は、直徑の大小に拘はらず、大體に於て同一、即ち其横斷面は略々相似形なるもの、如しと。(林業試験彙報第二十二號三十九頁乃至六十二頁樹幹の偏倚方向に就いて参照)

今同氏の材料により計算すれば第一表の如くなる。

表 一 第

試験地	本数	$2\sqrt{f(m)}$ 半径	$2\sqrt{f(n)}$ 短半径	k	A		B					
					極大値		極大値		極小値(負)		$\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{1+k}}$	
					Δg	p_g	Δg	p_g	Δg	p_g		
新潟県 間伐試験地 アB カ度林 マツ分	1	(寸) 4.7	(寸) 4.6	0.980	(平方寸) 0.0035	(%) 0.02	(平方寸) 0.3470	(%) 2.0	(平方寸) 0.3401	(%) 2.0	45° 18'	
	4	6.3	5.9	0.937	0.0619	0.21	1.9639	6.7	1.8402	6.3	45° 56'	
	19	7.3	6.8	0.932	0.0968	0.25	2.8461	7.3	2.6526	6.8	46° 00'	
	16	8.1	7.6	0.938	0.0990	0.21	3.1949	6.6	2.9968	6.2	45° 55'	
	7	9.0	8.4	0.933	0.1428	0.24	4.2625	7.2	3.9769	6.7	45° 59'	
	2	10.4	9.4	0.904	0.3914	0.51	8.1551	10.6	7.3722	9.6	46° 27'	
	平均	7.80	7.26	0.934	0.1041	0.23	3.1537	7.1	2.9456	6.6	45° 59'	
同C 度林分	2	5.4	5.2	0.963	0.0145	0.04	0.7858	3.8	0.7567	3.7	45° 32'	
	12	6.2	5.8	0.936	0.0541	0.22	1.6909	6.8	1.5827	6.4	45° 57'	
	14	7.2	6.8	0.945	0.0616	0.16	2.2393	5.8	2.1161	5.5	45° 48'	
	15	8.1	7.5	0.926	0.1210	0.30	3.2692	8.0	3.0273	7.4	46° 6'	
	9	9.0	8.4	0.933	0.1244	0.24	3.7130	7.2	3.4642	6.7	45° 59'	
	3	10.0	9.4	0.940	0.1249	0.19	4.1639	6.4	3.5141	6.0	45° 53'	
	平均	7.61	7.12	0.936	0.0932	0.22	2.9110	6.8	2.7247	6.4	45° 57'	
同ア 上試験地 カマツ 北方林	1	4.0	4.0	1.000	0.0000	0.00	—	—	—	—	45° 00'	
	2	5.1	4.8	0.942	0.0344	0.13	1.1848	6.2	1.1161	5.8	45° 51'	
	10	6.2	5.8	0.936	0.0613	0.22	1.9322	6.8	1.8085	6.4	45° 57'	
	27	7.2	6.8	0.943	0.0633	0.17	2.2300	5.9	2.1523	5.6	45° 49'	
	23	8.1	7.7	0.950	0.0644	0.13	2.5765	5.3	2.4477	5.0	45° 49'	
	21	9.0	8.6	0.956	0.0616	0.10	2.7992	4.6	2.6760	4.4	45° 39'	
	11	10.2	9.6	0.941	0.1422	0.19	4.8211	6.3	4.5367	5.9	45° 52'	
	4	11.0	10.4	0.946	0.1386	0.15	5.1318	5.7	4.8547	5.4	45° 48'	
	1	12.5	11.2	0.896	0.6637	0.60	12.7627	11.6	11.4354	10.4	46° 31'	
	平均	8.15	7.71	0.947	0.0732	0.15	2.7622	5.6	2.6153	5.3	45° 47'	
林業試験場 カマツ 内松	1	1.3	1.3	1.000	0.0000	0.00	—	—	—	—	45° 00'	
	7	1.9	1.8	0.948	0.0039	0.14	0.1474	5.5	0.1397	5.2	45° 45'	
	9	3.1	2.9	0.936	0.0155	0.22	0.4831	6.8	0.4522	6.4	45° 57'	
	20	4.1	3.8	0.927	0.0352	0.29	0.9633	7.9	0.8934	7.3	46° 5'	
	20	5.0	4.8	0.960	0.0157	0.08	0.7854	4.2	0.7540	4.0	45° 35'	
	21	6.1	5.8	0.951	0.0351	0.13	1.4320	5.2	1.3618	4.9	45° 44'	
	5	7.2	6.8	0.945	0.0616	0.16	2.2393	5.8	2.1161	5.5	45° 48'	
	4	8.2	7.7	0.945	0.0800	0.16	2.9046	5.8	2.7448	5.5	45° 48'	
	2	9.1	8.5	0.934	0.1417	0.22	4.2926	7.1	4.0093	6.6	45° 59'	
	平均	4.94	4.37	0.945	0.0290	0.16	1.0542	5.8	0.9962	5.5	45° 48'	

A: 互に直角なる二方向に測る場合 (極小値は極大値の二分の一)

B: 単一方向のみを測る場合

$\Delta g \cdots$ 絶対的差、 p_g は實斷面積に對する百分率

$\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{1+k}}$: 単一方向に測るとき Δg , p_g の 0 となるべき方向

本材料は風向の方向に測つた直径を最長徑とし、これと直角をなす方向に測つた直径を最短徑とし、統一的の測定をしたため、各個樹の最長最短兩徑の差を幾分僅少ならしめた嫌はあるが、通常我々の取扱ふ樹幹に對し、その大體の結果を想像するの便ともなるであらう。
(20a), (22) 式から、 k の値に對する p_0 の極大値を算出すると第二表の如くなる、

十、測定上の誤差

初め緒言の所に述べたやうに、測定上の誤差に就いて論ずるのが本論文の主目的ではない、故に茲には唯參考的にその大いさを掲げるに過ぎない、但し直径測定上の誤差の内、角度即ち測定方向に關するものは、本論文と密接な關係を有するを以て比較的深く考究して見る。

A、直径測定上の誤差

一回の測定に起り得る誤差の百分率を m とすれば、直角なる二方向に測定した値の算術平均をとる時は、その平均値に起り得る誤差の百分率は $\sqrt{2}p_1$ である。

又 (19) 式の d_1 、 d_2 は正確に互に直角をなすといふ前提の下に求められた値であるが、實際測定するに當つては多少の角度の相違を認めなければならぬ、即ち d_1 の φ の代りに $(\varphi + \frac{1}{2}\pi + \epsilon)$ なる値を入れたものが d_2 の値となる理である、従つて、

表 二 第

k	P_1	P_2
1.00	(%) 0.00	(%) 0.00
0.99	1.01	0.01
0.98	2.04	0.02
0.97	3.09	0.05
0.96	4.17	0.09
0.95	5.26	0.13
0.94	6.38	0.19
0.93	7.53	0.27
0.92	8.70	0.35
0.91	9.89	0.45
0.90	11.11	0.56
0.89	12.36	0.68
0.88	13.64	0.82
0.87	14.94	0.97
0.86	16.28	1.14
0.85	17.65	1.33
0.80	25.00	2.50
0.75	33.33	4.17
0.70	42.86	6.43
0.65	53.85	9.43
0.60	66.67	13.34
0.55	81.82	18.41
0.50	100.00	25.00

P_1 單一方向のみに測る場合

P_2 直角なる二方向の算術平均を用ふる場合

$$d_2 = 2a \sqrt{\sin^2(\varphi + \frac{1}{2}\pi) + k^2 \cos^2(\varphi + \frac{1}{2}\pi)} \dots \dots \dots (40)$$

論 說

樹幹横斷面積の算出に就いて(清野)

茲に ϵ は正或は負の何れの値をも取り得る。 ϵ の値の變化に伴ふ d_2 の變化は、或る特定の φ の附近に於て、 φ の變化に伴ふ d_2 の變化に等しい。今それを研べて見る。(式中 d_2 は紛らはしきにより單に d と記す。)

$$\frac{\partial d}{\partial \varphi} = \frac{(1-k^2)\sin^2\varphi}{\sqrt{\sin^2\varphi + k^2\cos^2\varphi}} \quad > 0 \quad \frac{\pi}{2} > \varphi > 0 \text{ のとき}, \quad \frac{\partial d}{\partial \varphi} < 0 \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi < 0 \text{ のとき}$$

故に d_2 は φ の絶對値の増減に伴つて、或は増大し或は減少する、今その變化の最も激しい點を求めんに、

$$\frac{\partial^2 d}{\partial \varphi^2} = \frac{(1-k^2)\{4\cos 2\varphi(\sin^2\varphi + k^2\cos^2\varphi) - \sin^2 2\varphi(1-k^2)\}}{(\sin^2\varphi + k^2\cos^2\varphi)^2}$$

$\frac{\partial^2 d}{\partial \varphi^2} = 0$ なる方程式を解き $\varphi = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-k}{1+k} \dots \dots (41)$ を得る即ち此の φ の値の附近では $\frac{\partial d}{\partial \varphi} = \text{maximum}$ で、 φ の變化に伴ふ d_2 の變化が最大である事を意味する。今通常の樹幹に見らるゝ如く、 $k \approx 0.9$ として φ の値を算出すると、 $\varphi \approx 43^\circ 29'$ となる。

直径測定に當り $\epsilon \approx \pm 5^\circ$ なる方向の誤をなしたりとすれば、 φ の變化に對し、 d_2 の變化の最も大きい $43^\circ 29'$ の附近に於ては、

$$d_2' = 2a \sqrt{\sin^2(43^\circ 29' \pm 5^\circ) + 0.81 \cos^2(43^\circ 29' \pm 5^\circ)}$$

となる。此の d_2' と d_1 と正確に直角をなすときの値、 d_2 との差が d_2 に對する百分率を算出すると、

$$p_1 = 0.917\% \quad \epsilon = +5^\circ \text{ のとき} \quad p_2 = 0.912\% \quad \epsilon = -5^\circ \text{ のとき} \dots \dots (42)$$

となる。従つてその他の φ の値に對して直径を測定するとき、第二回の方向が第一回の方向と正確に直角をなさないが爲めに生ずる誤差は、 $\approx \pm 5^\circ$ 以下に於ては、常に(42)の値よりも小さい事を知る。且つ(42)式より明なる如く、直径測定の方が單に互に直角をなさないが爲めに起る誤差は、 D に於ては d_2 のそのの二分の一、(43)式の g' に於ては d_2 のそれと同様であつて、第六節以下に論じた事は、(40)式の ϵ が特別に大きくならない限り成立することを知るであらう。

B、樹高測定上の誤差

伐倒した樹幹を直接に測定する場合に於ては、樹高測定の相對的誤差は殆どなりとするも差支ないが、器械を用ゐて間接に測定する場合に

Tischenhof (——, Lehrbuch der Holz massenvermittlung, 1927. S. 28)によれば、

Presler 4—5% Klein 1.3% Abney 4—5% Christen 6% Faustmann 2% Hini 0.5% Weise 4% Hub 6%

である。我國で最も普通に用ゐらるゝ Weises Höhenmesser によるときは、4%の誤差を生ずることになる。A 及び此の數値より、幹材積に及ぼす誤差移行の有様を見るに、(簡單のため形數を用ふる場合のみに就て) $V = \frac{\pi}{4} d^2 l f$ より、 V, d, l を測定或は算出する時に起る誤差の百分率を夫々 p_v, p_d, p_l とすれば $(p_v)^2 = 4(\frac{1}{2} p_d)^2 + (p_l)^2$

$$= 4 \times 2^2 + 4^2 = 48 \quad \therefore p_v = \pm 6.9 \%$$

此等の數値より明な如く、測定上の誤差が横斷面積及び幹材積に及ぼす影響は、實際の横斷面が橢圓であるとき、その面積を算出するに、此れを互に直角なる二方向に測定した直徑の算術平均を以て、その直徑とする正圓として取扱ふ場合の差に比較して、極めて大きい。従つて次の結論を得る。

十一、結 論

樹幹の各點に於ける横斷面が、互に相似なる橢圓形をなし、その短徑の長徑に對する比が著しく小さい時は、(第九節參照)

1. 互に直角なる二方向に測定した値の、算術平均を直徑とする。正圓として、その横斷面積を算出するも實用上何等の差支なし。
2. 此の場合にはなるべく、長徑及び短徑の方向と一致するやう測定すべく、其の中間の方向を測定するのは實際面積との差を大ならしめるものである。

3. 單に一方のみに測定した値を以て其直徑として、横斷面積を算出する時は、一般に實際面積との差大きくなるを以て、必らず二方向に測定したる値の算術平均を以て(幾何平均を用ふる方法もあるが煩雜であつて實用上の價値少く茲では論じない。)其の直徑とすべきである。

4. 若し止むを得ず單一方のみの測定に止めやうとする時は、可及的長短兩徑の中間の方向を測定すべきである。

5. 互に直角なる二方向に測定した値の、算術平均を用ゐて算出した横斷面積は、常に實際面積よりも大きい。然しその差の實際面積に對する百分率は $\frac{50}{k}(1-k)^2$ を超えない。茲に k は、短徑の長徑に對する比で、通常の林分では 0.9 以上である。

6. 單に一方のみに測定した値を、直徑として算出した横斷面積は、その方向が長徑と $\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{1+k}}$ なる角度をなす時に限り實際面積と

等しい。此の點よりも長徑に近づくに従つて、實際面積よりも大きく、反對に短徑に近づくに従つて、實際面積よりも小さい。然しその差の實際面積に對する百分率は、 $\frac{1-k}{1} \times 100$ を超えない。此の極限值は前の場合の極限値の $\frac{2}{1-k}$ 倍に當る。

7. 假りに横斷面が相似で、樹幹曲線式の同型である多數の樹幹ありとし、各樹幹を一回宛測定し得た値から、斷面積の合計を求むる際には、其測定の方が各樹の長徑に對する角度につき、平均に分配されたとしても、其實際面積に對する正負の差は決して相殺し盡すものではない。

本稿を終ふるに當り、寺崎博士は Dr. O. Simony の幹形に關する論文を貸與せられたり。他日『假定』に就いて吟味をするとき、大いに參考となることと思ふ。茲に特記して、深謝の意を表す。

本論文の印刷に先ち、河田技師は、

Chaturvedi, M. D. Measurements of the Cubical Contents of Forest Crops, 1926. を貸與せられた。同書には The Form of the Cross section of Trees, pp. 4-6, Errors involved in Calliper Measurements, pp. 11-24.

の題の下に、樹幹横斷面の橢圓形なることを結論し、

In conclusion it may be stated that almost all trees have elliptical cross sections with the major axis generally lying in the direction of the prevailing winds.

と言ひ、巧妙なる解き方によつて種々の誤差或は恒差のことを論じてゐる。同技師の好意を感謝すると共に興味を持たるゝ讀者諸兄の一讀を望む。

土壤中の水分と氣象要素との關係

S. Tanabe, Relation between the water contents of upper soil and some meteorological elements.

(昭和三年三月二十日受理)

玉手三葉壽

一、緒言

土壤水分は植物の生育上缺くべからざることば言を俟たざる所にして、特に森林生態學的研究には最重要なる基礎的因子なり。淺層に於ける土壤水分の給源は、特殊なる場合の外は一般に降水量に基くこと明なり、即ち降水量の一部が土壤中に透下して土壤水分を補給するものなり。